

Pumping Lemma : A가 regular language라면

$\exists P_A \geq 1$  such that

$\forall s \in A$  with  $|s| \geq P_A = |Q|$ ,  $\exists s = xyz$  satisfying

(1)  $xy^i z \in A, \forall i = 0, 1, 2, \dots$

(2)  $|y| > 0$  (즉  $y \neq \epsilon$ )

(3)  $|xy| \leq P_A$

pf) A: reg  $\Rightarrow \exists$  DFA  $M(Q, \dots)$

$P_A = |Q|$

$\forall s \in A$  with  $|s| \geq P_A = |Q|$

$s = s_1 s_2 s_3 \dots s_n \in A, n \geq P_A = |Q|$   
 $q_1 q_2 q_3 \dots q_i \dots q_n$

$l \leq P_A + 1 \Rightarrow l - 1 \leq P_A$   
 $l \leq |Q| + 1 \Rightarrow l - 1 \leq |Q|$

사용할 수 있는 state는  $n$ 개 안에  
 사용한 state는  $n+1$ 개

$|xy| = l - 1 \leq P_A$

$\therefore$  동일한 state가 2번 이상 사용됨



Regular language(정규언어) A, B에 대하여, 강의자료 p7을 참고하여 다음에 답하시오.

1.  $A = \{w : w \text{ contains the substring } 0101. \}$

(a) pumping length  $p_A = ?$

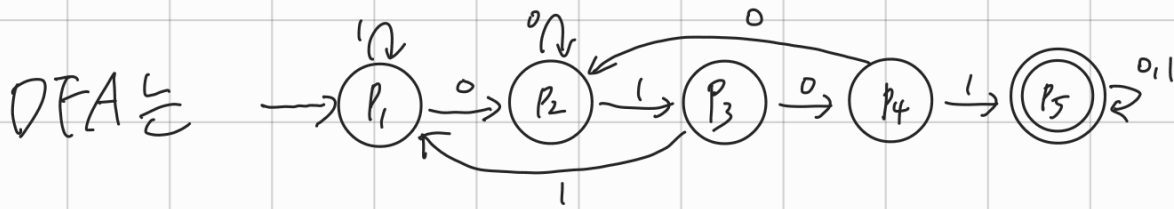
(b) 단어  $s = 0100101$  은 A에 속하고 길어도  $p_A$  이상이므로 펌핑정리에서의 조건 (1)~(3)을 모두 만족시키는  $s = xyz$  인  $x, y, z$ 가 존재한다.  $x, y, z$ 를 구하시오.

(c) (b)에서 구한  $x, y, z$ 가 조건 (1)~(3)을 모두 만족시킴을 보이시오.

(1) :

(3) :

(2) :



$$p_A = 5$$

$$q_1 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{1} q_3 \xrightarrow{0} q_4 \xrightarrow{0} q_2 \xrightarrow{1} q_3 \xrightarrow{0} q_4 \xrightarrow{1} q_5$$

$\parallel$   $\parallel$   $\parallel$   
 $q_i$   $q_j$

$$x=0, y=100, z=101$$

$$(1) xy^0z = 0101 \in A$$

$$xy^2z = 0100100101 \in A$$

$$(2) |y| = 3 > 0$$

$$(3) |xy| = |4| \leq p_A = 5$$

2.  $B = \{w : w \text{ contains at least two 0s and at most two 1s.}\}$

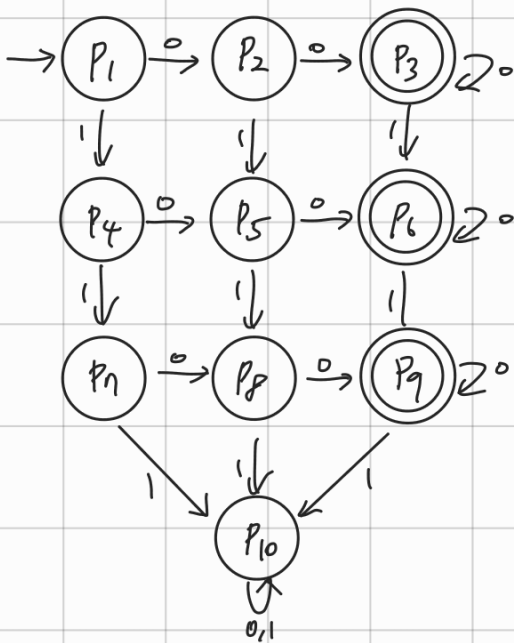
- (a) 펌핑 정리 증명에 따르면  $B$ 의 pumping length  $p_B$ 는 12이다. 하지만  $B$ 의 경우 펌핑 정리에서의 조건 (1)~(3)을 모두 만족시키는 더 작은  $p_B$ 도 존재하는데 최소의  $p_{B^*}$ 는?
- (b) 단어  $s = 010100$ 은  $B$ 에 속하고 길어도  $p_{B^*}$  이상이므로 Pumping 정리에서의 조건 (1)~(3)을 모두 만족시키는  $s = xyz$ 인  $x, y, z$ 가 존재한다.  $x, y, z$ 를 구하시오.

(c) (b)에서 구한  $x, y, z$ 가 조건 (1)~(3)을 모두 만족시킴을 보이시오.

(1) :

(3) :

(2) :



$$p_B = 10$$

$$p_B = 5 \text{도 가능}$$

반복 길이 제일 많이 가려면 5개의 state를 지남.

반복 길이 제일 긴  $s$ 는 길이가 4이므로 길이가 5 이상이면 반복 state  
무조건 생김

조건이 02개 이상이므로 3번째 0은 무조건 self loop.

$\therefore$  010100에서 3번째 0이 y

$\therefore x=0101, y=0, z=0$