

Solution

ExfJoe

福建省长乐第一中学

March 1, 2017

Outline

- 1 区间
- 2 置换
- 3 序列游戏

区间

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)
- 对于那些可以互达的点，我们利用一个并查集将它们合并起来

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)
- 对于那些可以互达的点，我们利用一个并查集将它们合并起来
- 由于所给出的区间的长度是递增的，所以对于一个区间 (a, b) 我们在线段树中对应节点插入它

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)
- 对于那些可以互达的点，我们利用一个并查集将它们合并起来
- 由于所给出的区间的长度是递增的，所以对于一个区间 (a, b) 我们在线段树中对应节点插入它
- 所有包含 a 或 b 的那些节点中的区间都可以与当前区间互达

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)
- 对于那些可以互达的点，我们利用一个并查集将它们合并起来
- 由于所给出的区间的长度是递增的，所以对于一个区间 (a, b) 我们在线段树中对应节点插入它
- 所有包含 a 或 b 的那些节点中的区间都可以与当前区间互达
- 对于不可互达的那些区间，他们之间的连通关系可以看成是一个森林 (每个子树都有个根，子节点可以走到父节点)

区间

- 若两个区间能互相到达，则我们可以将其合并成一个大区间，即 $(a, b), (c, d)$ 变为 (a, d)
- 对于那些可以互达的点，我们利用一个并查集将它们合并起来
- 由于所给出的区间的长度是递增的，所以对于一个区间 (a, b) 我们在线段树中对应节点插入它
- 所有包含 a 或 b 的那些节点中的区间都可以与当前区间互达
- 对于不可互达的那些区间，他们之间的连通关系可以看成是一个森林 (每个子树都有个根，子节点可以走到父节点)
- 找出询问的两个区间的根节点，之后直接判断即可

Outline

- 1 区间
- 2 置换
- 3 序列游戏

置换

置换

- 我们考虑对于一个排列 P_i 建一张图，图上的边为 (i, P_i) ，显然这张图会是几个环

置换

- 我们考虑对于一个排列 P_i 建一张图，图上的边为 (i, P_i) ，显然这张图会是几个环
- 我们再来考虑排列 P_{P_i} 的图。对于原来 P_i 图中的奇环它们不变，而原来图中的偶环现在会分裂成大小相等的两个环

置换

- 我们考虑对于一个排列 P_i 建一张图，图上的边为 (i, P_i) ，显然这张图会是几个环
- 我们再来考虑排列 P_{P_i} 的图。对于原来 P_i 图中的奇环它们不变，而原来图中的偶环现在会分裂成大小相等的两个环
- 因此我们考虑找出排列 Q_i 中的所有环，若是奇环则将环往回“走”两步。若是偶环则需要找到一个与它大小相等的环进行合并，找不到就无解

置换

- 我们考虑对于一个排列 P_i 建一张图，图上的边为 (i, P_i) ，显然这张图会是几个环
- 我们再来考虑排列 P_{P_i} 的图。对于原来 P_i 图中的奇环它们不变，而原来图中的偶环现在会分裂成大小相等的两个环
- 因此我们考虑找出排列 Q_i 中的所有环，若是奇环则将环往回“走”两步。若是偶环则需要找到一个与它大小相等的环进行合并，找不到就无解
- 时空复杂度 $O(n)$

Outline

- 1 区间
- 2 置换
- 3 序列游戏

序列游戏

序列游戏

- 题目求的是带标号无根树计数，因此我们考虑 prufer 序列

序列游戏

- 题目求的是带标号无根树计数，因此我们考虑 prufer 序列
- 对于大小为 s 的树，我们统计的是一个长度为 $s-2$ 的序列

序列游戏

- 题目求的是带标号无根树计数，因此我们考虑 prufer 序列
- 对于大小为 s 的树，我们统计的是一个长度为 $s-2$ 的序列
- 度数不超过 A_i 即 i 在序列中的出现次数小于 A_i

序列游戏

- 题目求的是带标号无根树计数，因此我们考虑 prufer 序列
- 对于大小为 s 的树，我们统计的是一个长度为 $s-2$ 的序列
- 度数不超过 A_i 即 i 在序列中的出现次数小于 A_i
- 若已知选出了 s 个点，且这些点的出现次数为 C_i ，则这些点组成一棵树的方案数为：

序列游戏

- 题目求的是带标号无根树计数，因此我们考虑 prufer 序列
- 对于大小为 s 的树，我们统计的是一个长度为 $s-2$ 的序列
- 度数不超过 A_i 即 i 在序列中的出现次数小于 A_i
- 若已知选出了 s 个点，且这些点的出现次数为 C_i ，则这些点组成一棵树的方案数为：

$$\frac{s!}{C_1! \times C_2! \times \cdots \times C_s!}$$

序列游戏

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便，我们令 DP 存的值除以 $s!$

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便，我们令 DP 存的值除以 $s!$
- $DP(i+1, j, k) += DP(i, j, k)$

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中, 我们已经选出了 j 个点, 且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便, 我们令 DP 存的值除以 $s!$
- $DP(i+1, j, k) += DP(i, j, k)$
- $DP(i+1, j+1, k+c) += DP(i, j, k) \times \frac{1}{c!}$

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便，我们令 DP 存的值除以 $s!$
- $DP(i+1, j, k) += DP(i, j, k)$
- $DP(i+1, j+1, k+c) += DP(i, j, k) \times \frac{1}{c!}$
- $DP(n, s, s-2) \times s!$ 即为大小为 s 的答案

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便，我们令 DP 存的值除以 $s!$
- $DP(i+1, j, k) += DP(i, j, k)$
- $DP(i+1, j+1, k+c) += DP(i, j, k) \times \frac{1}{c!}$
- $DP(n, s, s-2) \times s!$ 即为大小为 s 的答案
- 时间复杂度 $O(n^4)$

序列游戏

- 设 $DP(i, j, k)$ 表示前 i 个点中，我们已经选出了 j 个点，且当前序列长度为 k 的方案数
- 枚举每个点的出现次数转移即可
- 为了方便，我们令 DP 存的值除以 $s!$
- $DP(i+1, j, k) += DP(i, j, k)$
- $DP(i+1, j+1, k+c) += DP(i, j, k) \times \frac{1}{c!}$
- $DP(n, s, s-2) \times s!$ 即为大小为 s 的答案
- 时间复杂度 $O(n^4)$
- 注意到第三维实际上是个卷积的形式，FFT 可以优化至 $O(n^3 \log n)$