

# Solution

ExfJoe

福建省长乐第一中学

March 6, 2017

# Outline

- 1 摆棋子
- 2 旅行路线
- 3 流浪者

# 摆棋子

# 摆棋子

- 可以把题意转为去掉尽量多的棋子

# 摆棋子

- 可以把题意转为去掉尽量多的棋子
- 行建一排点，列建一排点，源向行连容量为  $n - X_i$  的边，列向汇连容量为  $m - Y_j$  的边

# 摆棋子

- 可以把题意转为去掉尽量多的棋子
- 行建一排点，列建一排点，源向行连容量为  $n - X_i$  的边，列向汇连容量为  $m - Y_i$  的边
- 若  $(x, y)$  未损坏则  $x$  行向  $y$  列连一条容量为 1 的边

# 摆棋子

- 可以把题意转为去掉尽量多的棋子
- 行建一排点，列建一排点，源向行连容量为  $n - X_i$  的边，列向汇连容量为  $m - Y_i$  的边
- 若  $(x, y)$  未损坏则  $x$  行向  $y$  列连一条容量为 1 的边
- 总棋子数减去最大流即是答案

# 摆棋子

- 可以把题意转为去掉尽量多的棋子
- 行建一排点，列建一排点，源向行连容量为  $n - X_i$  的边，列向汇连容量为  $m - Y_i$  的边
- 若  $(x, y)$  未损坏则  $x$  行向  $y$  列连一条容量为 1 的边
- 总棋子数减去最大流即是答案
- 也可以直接正着做用带下界的最小费用流



# Outline

- 1 摆棋子
- 2 旅行路线
- 3 流浪者

# 旅行路线

# 旅行路线

- 将每个点的度数看做是字符，那么原题相当于给出一棵字典树，再问这棵树上共有多少个不同的子串

# 旅行路线

- 将每个点的度数看做是字符，那么原题相当于给出一棵字典树，再问这棵树上共有多少个不同的子串
- 前 60 分，度数比较小，所以直接用广义后缀自动机统计即可

# 旅行路线

- 将每个点的度数看做是字符，那么原题相当于给出一棵字典树，再问这棵树上共有多少个不同的子串
- 前 60 分，度数比较小，所以直接用广义后缀自动机统计即可
- 度数比较大时，可以直接使用树上 SA，即在树上倍增来求出，即对于每个  $k$ ，我们求出每个点向上  $2^k$  长度下所形成的那些串的 SA

# 旅行路线

- 将每个点的度数看做是字符，那么原题相当于给出一棵字典树，再问这棵树上共有多少个不同的子串
- 前 60 分，度数比较小，所以直接用广义后缀自动机统计即可
- 度数比较大时，可以直接使用树上 SA，即在树上倍增来求出，即对于每个  $k$ ，我们求出每个点向上  $2^k$  长度下所形成的那些串的 SA
- 树上 SA 不能像序列上那样方便求出 height 数组，因此统计答案时我们考虑枚举两个排名相邻的串 (即每个点到根节点所形成的串)，利用倍增以及先前处理的  $2^k$  长度的 SA 来统计它们的 LCP

# 旅行路线

- 将每个点的度数看做是字符，那么原题相当于给出一棵字典树，再问这棵树上共有多少个不同的子串
- 前 60 分，度数比较小，所以直接用广义后缀自动机统计即可
- 度数比较大时，可以直接使用树上 SA，即在树上倍增来求出，即对于每个  $k$ ，我们求出每个点向上  $2^k$  长度下所形成的那些串的 SA
- 树上 SA 不能像序列上那样方便求出 height 数组，因此统计答案时我们考虑枚举两个排名相邻的串 (即每个点到根节点所形成的串)，利用倍增以及先前处理的  $2^k$  长度的 SA 来统计它们的 LCP
- 时间复杂度  $O(n \log n)$

# Outline

- 1 摆棋子
- 2 旅行路线
- 3 流浪者



# 流浪者

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1
- 即我们需要对  $0 \leq j \leq \lceil \log s \rceil$ ，求从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达终点的方案数

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1
- 即我们需要对  $0 \leq j \leq \lceil \log s \rceil$ ，求从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达终点的方案数
- $j = 0$  时的做法：

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1
- 即我们需要对  $0 \leq j \leq \lceil \log s \rceil$ ，求从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达终点的方案数
- $j = 0$  时的做法：
- 从起点到终点没有任何限制的方案数： $\binom{n+m}{n}$

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1
- 即我们需要对  $0 \leq j \leq \lceil \log s \rceil$ ，求从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达终点的方案数
- $j = 0$  时的做法：
- 从起点到终点没有任何限制的方案数： $\binom{n+m}{n}$
- 从起点到终点经过第  $i$  个特殊点的方案数：

$$\binom{x_1 + y_1}{x_1} \times \binom{n - x_1 + m - y_1}{n - x_1}$$

# 流浪者

- 将所有路径按到达时  $s$  的值分类，而  $s$  的取值只与经过的特殊点数量有关
- 经过  $\log$  个特殊点后  $s$  的取值会恒为 1
- 即我们需要对  $0 \leq j \leq \lceil \log s \rceil$ ，求从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达终点的方案数
- $j = 0$  时的做法：
- 从起点到终点没有任何限制的方案数： $\binom{n+m}{n}$
- 从起点到终点经过第  $i$  个特殊点的方案数：

$$\binom{x_1 + y_1}{x_1} \times \binom{n - x_1 + m - y_1}{n - x_1}$$

- 考虑容斥， $2^k$  枚举路径上经过的特殊点，求出至少经过这些特殊点的方案数，方案的容斥系数为  $(-1)^k$ ， $k$  为这个方案至少经过的特殊点数目



# 流浪者

# 流浪者

- 考虑优化：

# 流浪者

- 考虑优化：
- 将起点终点也视为特殊点，之后将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_i$  表示从起点出发不经过其他特殊点，到达第  $i$  个特殊点的方案

# 流浪者

- 考虑优化：
- 将起点终点也视为特殊点，之后将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_i$  表示从起点出发不经过其他特殊点，到达第  $i$  个特殊点的方案
- 考虑容斥，枚举不合法路径上经过的第一个特殊点

# 流浪者

- 考虑优化：
- 将起点终点也视为特殊点，之后将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_i$  表示从起点出发不经过其他特殊点，到达第  $i$  个特殊点的方案
- 考虑容斥，枚举不合法路径上经过的第一个特殊点

$$f_i = \binom{x_i + y_i}{x_i} - \sum_{k=1}^{i-1} f_k \cdot \text{ways}(k, i)$$

# 流浪者

- 考虑优化：
- 将起点终点也视为特殊点，之后将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_i$  表示从起点出发不经过其他特殊点，到达第  $i$  个特殊点的方案
- 考虑容斥，枚举不合法路径上经过的第一个特殊点

$$f_i = \binom{x_i + y_i}{x_i} - \sum_{k=1}^{i-1} f_k \cdot \text{ways}(k, i)$$

- $\text{ways}(i, j)$  表示从第  $i$  个特殊点到第  $j$  个特殊点的方案

# 流浪者

- 考虑优化：
- 将起点终点也视为特殊点，之后将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_i$  表示从起点出发不经过其他特殊点，到达第  $i$  个特殊点的方案
- 考虑容斥，枚举不合法路径上经过的第一个特殊点

●

$$f_i = \binom{x_i + y_i}{x_i} - \sum_{k=1}^{i-1} f_k \cdot \text{ways}(k, i)$$

- $\text{ways}(i, j)$  表示从第  $i$  个特殊点到第  $j$  个特殊点的方案
- 预处理组合数，时间复杂度  $O(K^2)$

# 流浪者



# 流浪者

- 回到原题，由于  $\log s$  最大只有 20，因此从  $j = 0$  时的做法推广

# 流浪者

- 回到原题，由于  $\log s$  最大只有 20，因此从  $j=0$  时的做法推广
- 将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_{i,j}$  表示从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达第  $i$  个特殊点的方案

# 流浪者

- 回到原题，由于  $\log s$  最大只有 20，因此从  $j=0$  时的做法推广
- 将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_{i,j}$  表示从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达第  $i$  个特殊点的方案
- 依然考虑容斥，枚举不合法路径上除  $i$  之外的第  $j$  个特殊点

# 流浪者

- 回到原题，由于  $\log s$  最大只有 20，因此从  $j=0$  时的做法推广
- 将所有特殊点按  $x+y$  排序， $f_{i,j}$  表示从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达第  $i$  个特殊点的方案
- 依然考虑容斥，枚举不合法路径上除  $i$  之外的第  $j$  个特殊点

$$f_{i,j} = \binom{x_i + y_i}{x_i} - \sum_{k=1}^{i-1} f_{k,j} \cdot \text{ways}(k, i) - \sum_{k=1}^{j-1} f_{i,k}$$

# 流浪者

- 回到原题，由于  $\log s$  最大只有 20，因此从  $j = 0$  时的做法推广
- 将所有特殊点按  $x + y$  排序， $f_{i,j}$  表示从起点出发经过恰好  $j$  个特殊点到达第  $i$  个特殊点的方案
- 依然考虑容斥，枚举不合法路径上除  $i$  之外的第  $j$  个特殊点

$$f_{i,j} = \binom{x_i + y_i}{x_i} - \sum_{k=1}^{i-1} f_{k,j} \cdot \text{ways}(k, i) - \sum_{k=1}^{j-1} f_{i,k}$$

- 预处理组合数，总时间复杂度  $O(K^2 \log s)$