

Algorithmik Blatt 5 Teil 1

Mtr.-Nr. 6329857

Universität Hamburg — 21. November 2019

Aufgabe 13

Teil 1

Ein Baum ist zusammenhängend und enthält keine geschlossenen Pfade. Es muss also gezeigt werden, dass dies für G_B gilt.

Der ursprüngliche Pfad G ist zusammenhängend. Es gibt also zu jedem Knotenpaar p, q mindestens einen kürzesten Pfad von p nach q in G . Dieser Pfad enthält die Knoten $k_1 \dots k_n$ und verläuft durch eventuell mehrere BCCs. Verläuft er aus einer BCC a in eine andere BCC b , muss er auch deren gemeinsamen Gelenkknoten enthalten. Da es sich um einen kürzesten Pfad handelt, wird keine BCC mehrfach von dem Pfad betreten oder verlassen.

G_B ist zusammenhängend, weil sich für alle Knotenpaare x, y ein verbindender Pfad konstruieren lässt. Man wähle für jeden der beiden Knoten k einen Ursprungsknoten in G . Wenn k aus einem Gelenkknoten g konstruiert wurde, wähle man g . Wenn k aus einer Komponente konstruiert wurde, wähle man irgendeinen Knoten aus dieser Komponente. Nun ermittelt man den Pfad zwischen den beiden gewählten Knoten in G . Danach ersetzt man in diesem Pfad alle Gelenkknoten durch die zugehörigen Knoten in G_B und alle andere Knoten durch die zu ihrer BCC gehörenden Knoten in G_B . Abschließend entfernt man noch alle mehrfach aufeinanderfolgenden gleichen Knoten und erhält so einen Pfad von x nach y in G_B für ein beliebiges x, y . G_B ist also zusammenhängend.

Es existiert kein geschlossener Pfad in G_B . Denn gäbe es einen geschlossenen Pfad zwischen Knoten a und b , ließe sich daraus ein Pfad geschlossener Pfad in G konstruieren, der durch mehrere BCCs läuft. Gäbe es so einen Pfad wären es kein BCC.

Teil 2

Es lässt sich eine Tiefensuche in der Variante, die in der Vorlesung als DFS-ASSIGN-BCC-NUMBERS (Kap2A_Graphen, Folie 31) vorgestellt wurde, verwenden. Doch anstatt den Kanten beim Aufstieg einen BCC Nummer zuzuordnen, wird beim abbauen des Stacks gezählt, wieviele Kanten gepoppt wurden. Wenn die aktuelle Kante die einzige Kante ist die vom Stack entfernt wird, handelt es sich um eine Brücke. Denn Brücken sind genau die Kanten, die als einzige zu einer BCC gehören. Besteht eine BCC aus mehreren Kanten, bliebe der Zusammenhang erhalten, auch wenn eine von ihnen entfernt wird.