

# Mètodes Bayesians

gener 2016

1. Què és una distribució a priori conjugada?
2. Què s'entén com a la grandària de mostra equivalent de la distribució a priori?
3. Donat un contrast de tres hipòtesis ( $H_1$ ,  $H_2$  i  $H_3$ ), demostra o desmenteix que si disposes dels Factors de Bayes de la hipòtesis 1 contra la 3,  $FB_{13}$ , i de la hipòtesis 3 contra la 2,  $FB_{32}$ , llavors pots obtenir el Factor de Bayes de la hipòtesis 1 contra la 2 a partir del càlcul  $FB_{12}=FB_{13}*FB_{32}$ .
4. Suposa que vols utilitzar l'algoritme *Gibbs Sampling* per obtenir simulacions de la distribució a posteriori d'un paràmetre  $\theta$  (per exemple amb el WinBUGS). Que faries per assegurar-te de que les simulacions amb les que faràs la inferència corresponen realment a simulacions de la distribució a posteriori  $\pi(\theta | y)$ ?

Suposem  $Y|\theta$  segueix una distribució binomial( $n=2$ ,  $\theta$ ) on l'espai de paràmetres és discret de manera que  $\theta$  només pot prendre dos possibles valors, 0.2 i 0.8, que assumirem a priori equiprobables. La distribució de  $Y|\theta$  és:

$\theta$	$Y$		
	0	1	2
0.2	0.64	0.32	0.04
0.8	0.04	0.32	0.64

així per exemple  $P(Y=0|\theta=0.2)=0.64$ . Recorda que la distribució de probabilitat de la binomial és:  $p(y|\theta) = \frac{n!}{(n-y)!y!} \theta^y (1-\theta)^{n-y}$ .

5. Dibuixa la distribució a priori de  $\theta$ .
6. Calcula i dibuixa la distribució predictiva a priori per a una  $\tilde{n}=2$  (on  $\tilde{n}$  simbolitza la grandària d'una futura mostra).

Ara suposem que hem observat  $y=2$  (per  $n=2$ ).

7. Calcula i dibuixa la funció de versemblança.
8. Calcula i dibuixa la distribució a posteriori de  $\theta$ .
9. Donat el contrast d'hipòtesis:  $H_1: \theta=0.2$  i  $H_2: \theta=0.8$ , calcula el Factor de Bayes de la hipòtesis 1 contra la 2,  $FB_{12}$ .
10. Calcula i dibuixa la distribució predictiva a posteriori per a una  $\tilde{n}=2$ .