Práctica 2-3. CUESTIONARIO.

Nombre y Apellidos 1: Laura Julià Melis
Nombre y Apellidos 2: Sofía Touceda Suárez

Curso: 2017/2018
Fecha: 3.05.2018

Fichero para el proceso de llegadas: A13.dat i S2.dat.

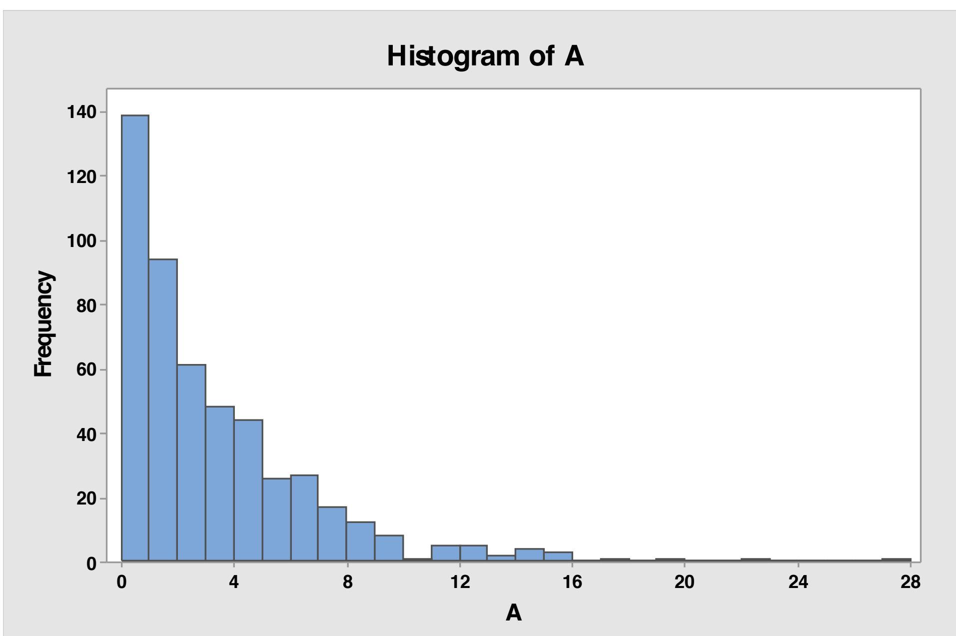
1. **En una hoja de cálculo MINITAB vacía cargad en la columna C1 la muestra para los tiempos del proceso de servicio. Obtened la media de la muestra y su desviación. Sobre la misma columna C1 cargad la muestra para los tiempos del proceso de llegadas y obtened igualmente su media $\overline{t_a}$ y su desviación s_a.**

- $\hat{\lambda} = 0.296824$
- $\hat{\mu} = 0.838012$
- $\hat{\rho} = \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\mu}} = 0.354200$

Statistics A

Statistics

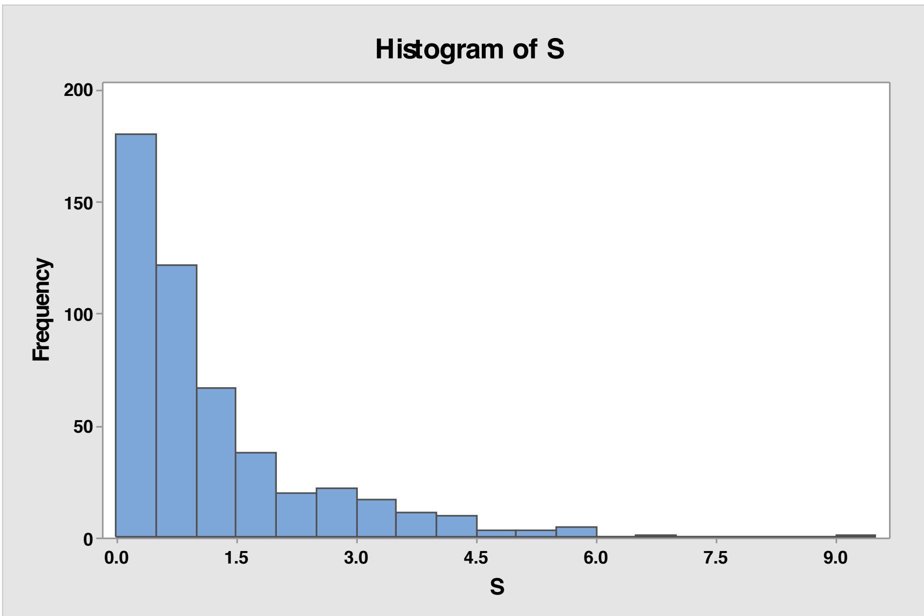
Variable	N	N*	Mean	SE Mean	StDev	Minimum	Q1	Median	Q3	Maximum
A	500	0	3.369	0.158	3.532	0.007	0.889	2.243	4.694	27.147



Statistics S

Statistics

Variable	N	N*	Mean	SE Mean	StDev	Minimum	Q1	Median	Q3	Maximum
S	500	0	1.1933	0.0571	1.2764	0.0010	0.3140	0.7655	1.5530	9.1709



2. **Calculad el intervalo de confianza del 95% para λ y para ρ.**

- $$IC_{1-\alpha}(\lambda) = \left[\frac{\hat{\lambda}}{2n}x^{-}, \frac{\hat{\lambda}}{2n}x^{+}\right] = \left[\hat{\lambda} \bullet 0.914257 \, , \hat{\lambda} \bullet 1.08953\right] = [0.27137 \, , \, 0.32339]$$
- $$IC_{1-\alpha}(\rho) = \left[\hat{\rho}f^{-}, \hat{\rho}f^{+}\right] = \left[\hat{\rho} \bullet 0.883354 \, , \, \hat{\rho} \bullet 1.13205\right] = [0.31288 \, , \, 0.40097]$$

3. **Estableced el valor para las constantes K100 = $\overline{t_a}$, K102 = 500, K103 = 8 (grados de libertad). Fijad el valor de la constante K101 = 1. Ejecutad la macro `x2.mtb` para efectuar el test de x² sobre la muestra de los tiempos del proceso de llegadas. ¿Puede aceptarse que la muestra proviene de una distribución exponencial?**

   - **x^2** = 3.6000
   - **p-valor** = 0.891292

Puede aceptarse que la muestra proviene de una distribución exponencial ya que el p-valor es 0.891292 y por lo tanto se acepta la hipótesis.

4. **Adoptad como tiempos entre llegadas y tiempos de servicio unos que sean exponencialmente distribuidos y con el mismo valor medio que el de vuestras muestras, si éstas no provenían de una distribución exponencial. (Si es necesario, intercambiad llegadas por servicios de forma que $\rho < 1$). Para los valores de λ, μ y de ρ estimados mediante la muestra, calculad los valores para las magnitudes del S.E. M/M/1:**

$P_0 = 1 - \rho$ = 0.645800 **(1)**

$L = \frac{\rho}{(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$ = 0.548467 **(3)**

$W = \frac{L}{\lambda}$ = 1.84779 **(4)**

$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$ = 0.194267**(5)**

$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$ =0.654485 **(6)**

5. **En otra hoja de cálculo MINITAB estableced los valores para las constantes K1 >=2000 (nº de clientes), K2= $\overline{t_a}$=1/λ, K3 = 1/μ, K4 =1. Ejecutad la macro `mm1.mtb` y comparad los valores para P_o, L, W y W_q con los obtenidos en el apartado anterior.**

Valores obtenidos ejecutando la macro:

```
K1          2000.00
K2          3.36890
K3          1.19330
P0          0.644845
rho         0.355155
inrate      0.295873
WaitQ       0.593217
WaitS       1.79376
Lsistavg    0.530727
```

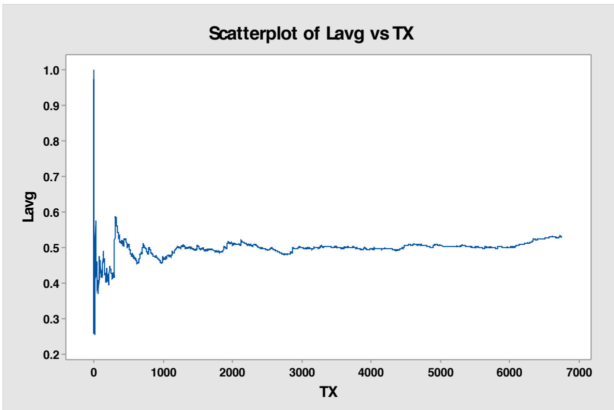
En la tabla debajo de estas líneas se pueden observar los valores obtenidos para cada magnitud, tanto para la primera muestra como para la ejecución de la macro.

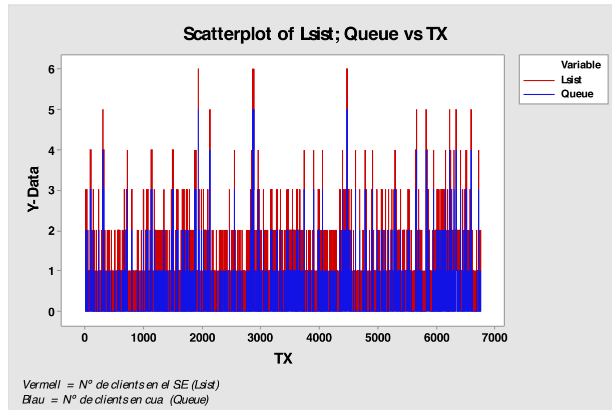
Magnitud	Descripción	Valores de nuestro fichero	Valores de la macro
N/K1	Número de clientes	500	2000
$\hat{\lambda}$	Tiempo medio entre llegadas	0.296824	0.296824
$\hat{\mu}$	Tiempo medio de servicio	0.838012	0.838012
ρ	Factor de carga	0.354200	0.355155
P_0	Probabilidad de encontrar el S.E. vacío	0.645800	0.644845
L	Número medio de clientes en el S.E.	0.548467	0.530727
W	Tiempo medio de permanencia en el S.E.	1.84779	1.79376
W_q	Tiempo medio de permanencia en la cola	0.654485	0.593217

Para empezar, se observa que el tamaño en la primera muestra es de N= 500 clientes mientras que en la simulación se han obtenido N=2000. Todas las magnitudes simuladas han dado valores muy parecidos a los de la muestra, se puede mencionar que los valores más alejados son los de W i W_q, aunque de todas formas son muy cercanos.

6. ¿Se ha estabilizado el valor para Lsistavg?; ¿qué indica?

Se han obtenido dos gráficos para presentar los resultados de la macro. Se muestran a continuación:





El gráfico de la izquierda muestra la evolución del tamaño medio del S.E. a lo largo del tiempo de la simulación. En el eje de abscisas se encuentra los tiempos (t) y en el de ordenadas, el número medio de clientes en el sistema. Observamos cómo el valor Lsistavg se estabiliza a lo largo de la simulación. Esto se debe a que el sistema ha entrado en estado estacionario.

La teoría nos dice que en un sistema M/M/1 alcanza un régimen estacionario si $\rho < 1$. En este caso, ρ =0.355155, por lo que podemos decir que alcanza régimen estacionario. Además, se puede ver que con la macro se ha obtenido un valor de L=0.53 (nº medio de clientes) y con el gráfico se confirma que el valor se ha estabilizado alrededor de ese valor.

Con respecto al segundo gráfico (derecha), cabe señalar que en el eje de abscisas tiene representado los tiempos (t) y en el de ordenadas, el número de clientes en el S.E. Así pues, el gráfico muestra la evolución del número de clientes (tanto en el S.E. -rojo, como en la cola -azul) en el instante t a lo largo del tiempo.

Observamos cómo el número de clientes no crece indefinidamente, sino que se mantiene relativamente estable. Esto es debido, otra vez, a que el factor de carga es inferior a 1.

7. En caso de que las muestras que os han asignado sean ambas exponenciales, adoptad como proceso de llegadas una 2-Erlang con igual esperanza que el de la muestra asignada para las llegadas. En caso contrario, mantened para los procesos de llegada y servicio las distribuciones de las muestras que os han asignado. Utilizad ahora el programa CUES.jar para efectuar una simulación de una cola G/G/1 con las distribuciones correspondientes. Obtened mediante este programa los valores Po, L, W y W_q etc. anteriores. ¿A qué atribuís las diferencias respecto a los valores obtenidos en el apartado 4?

En la tabla siguiente se observa cómo los valores de λ, μ y ρ obtenidos con la simulación del modelo E_2/M/1 son muy similares a los del modelo anterior M/M/1, es decir, tienen igual esperanza de tiempo de llegadas y de servicio así como igual factor de carga. Los valores P_0, L,W i W_q han sido diferentes.

La probabilidad de encontrar el S.E vacío es unas centésimas mayor que antes. En cambio, el número medio de clientes y los tiempos medios de permanencia en el sistema y en la cola han resultado ser inferiores y, por lo tanto, este modelo es mejor que el anterior.

Magnitud	Descripción	Valores de nuestro fichero	Valores de E2/M/1
N/K1	Número de clientes	500	100,000
$\hat{\lambda}$	Tiempo medio entre llegadas	0.296824	0.297689
$\hat{\mu}$	Tiempo medio de servicio	0.838012	0.835143
ρ	Factor de carga	0.354200	0.356400
P_0	Probabilidad de encontrar el S.E. vacío	0.645800	0.647900
L	Número medio de clientes en el S.E.	0.548467	0.462300
W	Tiempo medio de permanencia en el S.E.	1.847790	1.553100
W_q	Tiempo medio de permanencia en la cola	0.654485	0.355700

Esta diferencia es debida a que el modelo con una 2-Erlang tiene una varianza menor, es menos variable:

Modelo M/M/1

$$\sigma^2 = \frac{1}{\mu^2} \quad \Rightarrow \quad L_q = \frac{\lambda^2 \cdot \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{\cdot \lambda^2/\mu^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{2\rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)}$$

Modelo E_2/M/1

$$\sigma^2 = \frac{1}{k\mu^2} \quad \Rightarrow \quad L_q = \frac{\lambda^2 \cdot \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{\cdot \lambda^2/k\mu^2 + \rho^2}{2(1-\rho)} = \frac{1+k}{2k}\,\frac{\rho^2}{(1-\rho)}$$

Así pues, tenemos que $\boxed{L_q(E_k) \quad \leq \quad L_q(M)}$.

A partir de aquí, se obtienen W i W_q con las Fórmulas de Little por lo que es lógico que también estos indicadores sean inferiores en el modelo Erlang.

Anexo

Salida del programa CUES.jar del modelo modelo $E_2/M/1$:

Magnituds fonamentals del Model : 1

Ocupació mitjana de la cua : 0.1058 (clients)

Ocupació mitjana del S.E. 0.4623 (clients)

Clients perduts per capacitat finita de la cua : 0 (clients)

Clients d'espera nul·la a la cua : 76815 (clients)

Temps mig entre arribades : 3.3592 (temps)

Desviació estàndar entre arribades : 2.3883 (temps)

Temps mig de servei : 1.1974 (temps)

Desviació estàndar de servei : 1.1996 (temps)

Temps mig d'espera en cua : 0.3557 (temps)

Desviació mitjana d'espera en cua : 0.9735 (temps)

Temps mig de permanència en S.E. : 1.5531 (temps)

Desviació mitjana de permanència en S.E.: 1.5395 (temps)

Rho Real : 0.3564 (temps)

	Servidor1 :	0.3521
	Servidor2 :	********
Fracció (per u) d'ús del servidor :	Servidor3 :	********
	Servidor4 :	********
	Servidor5 :	********
	Servidor6 :	********
	Servidor7 :	********
	Servidor8 :	********
	Servidor9 :	********
	Servidor10 :	********