1. a) Probabilidad de rechazo = $P(X>112)+P(X<88)$

$$P(X>112)=P(z>\frac{112-100}{5})=P(z>2,4)=0,0082$$

Por simetría, $P(X>112)=P(X<88)$

Probabilidad de rechazo = 0,0082 + 0,0082 = 0,0164

b) $$P(X>110)=P(z>\frac{112-110}{5})=P(z>0,4)=0,3446$$

$$P(X<88)=P(z>\frac{88-110}{5})=P(z<-4,4)\cong 0$$

Proporción de piezas rechazadas: 0,3446

c) Situación a):

$$Cp=\frac{LTS-LTI}{6\sigma}=\frac{112-88}{6\cdot 5}=0,8$$. $Cpk = Cp$ porque el proceso está centrado.

Situación b)

Cp igual a la situación anterior (No cambian ni las tolerancias ni σ)

Entre CpL y CpU, el valor mínimo será el de CpU (descentrado hacia valores altos).

$$CpU=\frac{LTS-\mu}{3\sigma}=\frac{112-100}{3\cdot 5}=0,13\,; \quad Cpk=0,13$$

2. Tolerancias: (2,50–0,05·2,50; 2,50+0,05·2,50) = (2,375; 2,625)

a) Probabilidad de defecto: $P(X>2,625)+P(X<2,375)$

$$P(X>2,625)=P(z>\frac{2,625-2,50}{0,05})=P(z>2,5)=0,0062$$

Por simetría, $P(X>2,625)=P(X<2,375)$

Probabilidad de rechazo = 0,0062 + 0,0062 = 0,0124

b) $$P(X>2,625)=P(z>\frac{2,625-2,49}{0,05})=P(z>2,7)=0,0035$$

$$P(X<2,375)=P(z>\frac{2,375-2,49}{0,05})=P(z<-2,3)=0,0107$$

Proporción de piezas rechazadas: 0,0035 + 0,0107 = 0,0142

c) Situación a):

$$Cp=\frac{LTS-LTI}{6\sigma}=\frac{2,625-2,375}{6\cdot 0,05}=0,83$$. $Cpk = Cp$ porque el proceso está centrado.

Situación b)

Cp igual a la situación anterior (No cambian ni las tolerancias ni σ)

Entre CpL y CpU, el valor mínimo será el de CpL (descentrado hacia valores bajos).

$$CpL=\frac{\mu-LTI}{3\sigma}=\frac{2,49-2,375}{3\cdot 0,05}=0,77\,; \quad Cpk=0,77$$

3. a) N(μ=6,99; σ=0,03)

Probabilidad de defecto = $P(X>7,1)+P(X<6,9)$

$$P(X>7,1)=P(z>\frac{7,1-6,99}{0,03})=P(z>3,67)=0,0001$$

$$P(X<6,9)=P(z<\frac{6,9-6,99}{0,03})=P(z<-3,00)=0,0013$$

Proporción de defectos: 0,0001 + 0,0013 = 0,0014. SI cumple.

b) N(μ=7,00; σ=0,05)

$$P(X > 7{,}1) = P(z > \frac{7{,}1 - 7{,}0}{0{,}05}) = P(z > 2) = 0{,}0228$$

Por simetría, $P(X > 7{,}1) = P(X < 6{,}9)$

Probabilidad de rechazo = 2 · 0,0228 = 0,0456. NO cumple

c) N(μ=7,00; σ=0,01)

$$P(X > 7{,}1) = P(z > \frac{7{,}1 - 7{,}0}{0{,}01}) = P(z > 10) \approx 0$$

Por simetría, $P(X > 7{,}1) = P(X < 6{,}9)$

Probabilidad de rechazo ≈ 0. SI cumple

Valores de *Cp* y *Cpk*

Situación a)

$$Cp = \frac{LTS - LTI}{6\sigma} = \frac{7{,}1 - 6{,}9}{6 \cdot 0{,}03} = 1{,}11$$

Entre CpL y CpU, el valor mínimo será el de CpL (descentrado hacia valores bajos).

$$CpL = \frac{\mu - LTI}{3\sigma} = \frac{6{,}99 - 6{,}9}{3 \cdot 0{,}03} = 1{,}00\,; \quad Cpk = 1{,}00$$

Situación b)

$Cp = \frac{7{,}1 - 6{,}9}{6 \cdot 0{,}05} = 0{,}67$. *Cpk* = *Cp* porque el proceso está centrado.

Situación c)

$Cp = \frac{7{,}1 - 6{,}9}{6 \cdot 0{,}01} = 3{,}33$. *Cpk* = *Cp* porque el proceso está centrado.

4. a) Nos piden $P\left[\ln(t) > \ln(10)\right]$

$$P\left[\ln(t) > \ln(10)\right] = P(z > \frac{\ln(10) - 2}{1}) = P(z > 0{,}30) = 0{,}3821$$

b) Calculamos $P\left[\ln(t) < \ln(15)\right]$

$$P\left[\ln(t) < \ln(15)\right] = P(z < \frac{\ln(15) - 2}{1}) = P(z < 0{,}71) = 1 - P(z > 0{,}71) = 1 - 0{,}2389 = 0{,}7611$$

c) Similar al apartado b)

$$P\left[\ln(t) < \ln(5)\right] = P(z < \frac{\ln(5) - 2}{1}) = P(z < -0{,}39) = 0{,}3483$$

5. a) $z_{0,01} = 2{,}33$ (tablas)

$$-2{,}33 = \frac{4 - \mu}{0{,}2}\,; \ \mu = 4{,}47 \text{ kg}$$

b) Evidentemente, el costo medio por paquete será de 0,47 €.

c) Si $\sigma = 0{,}05$, el valor de μ deberá ser:

$$-2{,}33 = \frac{4 - \mu}{0{,}05}\,; \ \mu = 4{,}12 \text{ kg}$$

Ahorrará 0,35 kg (=0,35 €) por paquete. Si llena 1000 paquetes al día la amortización se producirá en 1000/350 = 2,86 días.

6. Sea Y el valor de la característica de calidad considerada. Porcentaje de defectos por exceso:

P(Y > μ + 2,5) = P(z > $\frac{\mu + 2,5 - \mu}{\sigma}$) = P(z > 2,5) = 0,0062

Proporción total de defectos (por exceso + por defecto) = 2 · 0,0062 = 0,0124

¿Podemos servirle?:

Argumentos a favor del no:

- El valor obtenido es mayor del 1 %
- Se ha supuesto permanece siempre centrado. Al descentrarse, y seguro que lo hace en mayor o menor medida, aumentará el porcentaje de defectos.

Argumentos a favor del sí:

- No sabemos a partir de cuantos valores se realizó el estudio de capacidad (¿a partir de 50 datos?). En cualquier caso, el valor tomado para la desviación tipo no es parámetro, sino que hay que entenderlo como un estadístico. No es decabellado pensar que si se volviera a realizar el estudio de capacidad podría obtenerse σ = 0,9, en cuyo caso el porcentaje estaría por debajo del 1 %.
- Probablemente cuando se refiere al 1 % no quiere decir el 1,0000 % sino como valor redondeado o como orden de magnitud, en cuyo caso con nuestros datos se cumple el requisito.

7.

8. a) Sí cumple. Está centrado por encima del valor nominal y la proporción de defectos (por debajo del valor mínimo) es menor del 1 por mil.

b)

(1) LSL = 985. Así lo dice la Norma. También se podría calcular a partir de los datos que se muestran.

(2) N = 200 (40 muestras de 5 valores cada una).

(3) $CPL = \frac{1000,2 - 985}{3 \cdot 4,007} = 1,26$. Estamos en la zona de "Potencial (Whithin) Capability". Hay que utilizar StDev(Within).

(4) Cpk = CPL = 1,26.

9. Opción 1. Producción: $N(2{,}55; 0{,}05) =$

$$P(X < 2{,}4) = P\left(Z < \frac{2{,}4 - 2{,}55}{0{,}05}\right) = P(Z < -3) = 0{,}0013$$

$$P(X > 2{,}6) = P\left(Z > \frac{2{,}6 - 2{,}55}{0{,}05}\right) = P(Z > 1) = 0{,}1587$$

Producción defectuosa: 16%

Para tener 500.000 piezas correctas deberá producir $500.000 / 0{,}84 = 595.238$ unidades

Costo de compra + defectos: $0 + 95.238 \times 5 = 476.190$ €

Opción 2. Producción: $N(2{,}53; 0{,}03)$

$$P(X<2{,}4)=P\left(Z<\frac{2{,}4-2{,}53}{0{,}03}\right)=P(Z<-4.33)=3{,}4\times10^{-6}\ \text{(apox.)}$$

$$P(X>2{,}6)=P\left(Z>\frac{2{,}6-2{,}53}{0{,}03}\right)=P(Z>2{,}33)=0{,}0099$$

Producción defectuosa: 1%

Para tener 500.000 piezas correctas deberá producir: $500.000/0{,}99=505.051$

Costo de compra + defectos: $10.000+5.051\times5=35.255$ €

Opción 3. Producción $N(2{,}51;0{,}01)$

$$P(X<2{,}4)=P\left(Z<\frac{2{,}4-2{,}51}{0{,}01}\right)=P(Z<-11)\approx0$$

$$P(X>2{,}6)=P\left(Z>\frac{2{,}6-2{,}51}{0{,}01}\right)=P(Z>9)\approx0$$

En este caso no hay defectos

Costo de compra + defectos: $50.000+0=50.000$ €

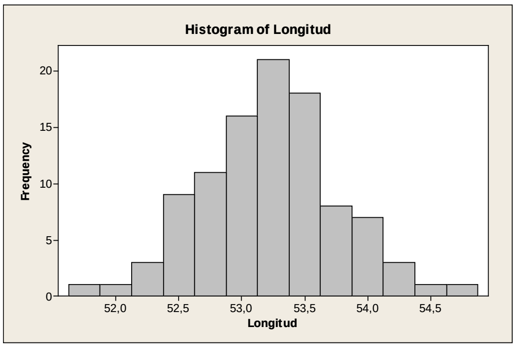
La opción más barata es la 2.

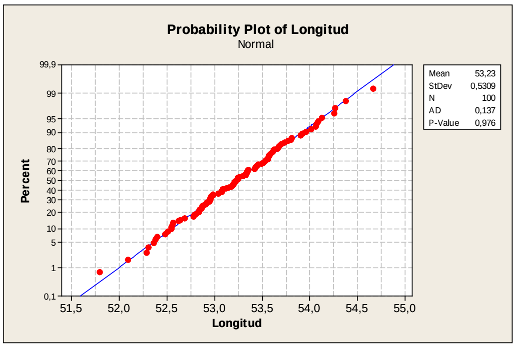
NOTA: En la resolución de los siguientes ejercicios, la explicación de cómo usar Minitab (donde se encuentran las opciones en el menú, cómo rellenar los cuadros de diálogo,…) se incluye solo a efectos didácticos, y no debe incluirse cuando se realizan informes.

10. a) Normalidad y estabilidad de los datos

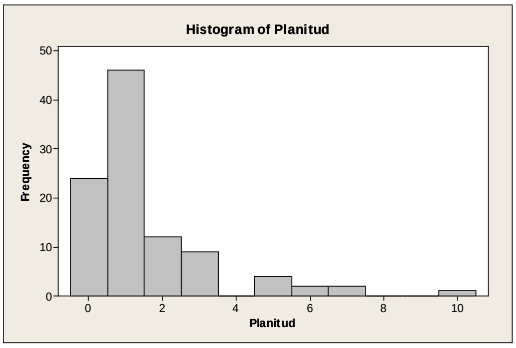
Normalidad de la longitud:

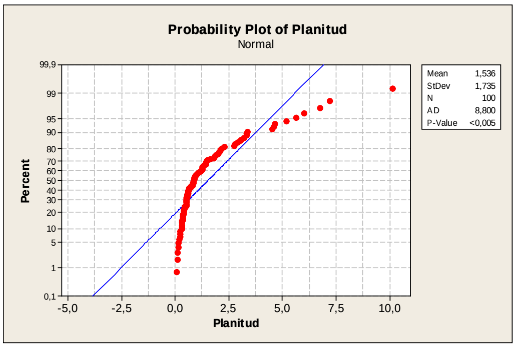
Graph > Histogram: Simple… **Stat > Basic statistics > Normality test**





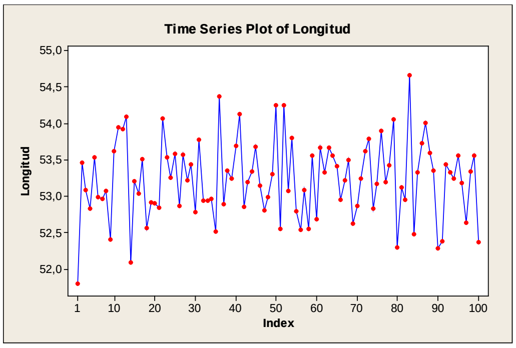
Normalidad de la planitud:

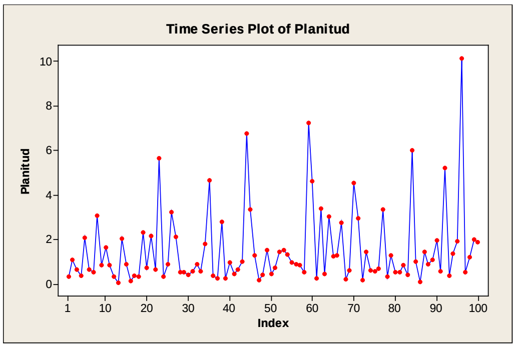




Estabilidad del proceso

Graph > Time series plot (Simple)

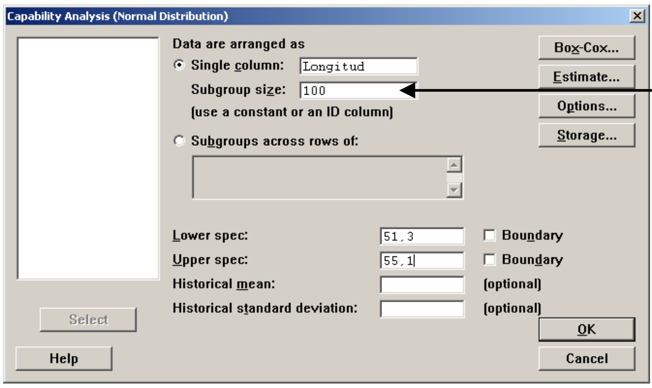




La longitud se mantiene estable.

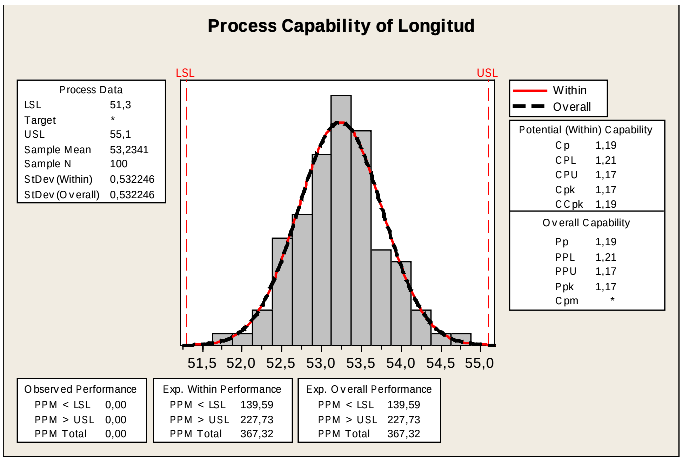
Puede ser discutible la estabilidad de la planitud, ya que parece que los picos se van haciendo cada vez más altos. Sin embargo, si prescindimos del último pico (lo tapamos con el dedo), esta tendencia al alza ya no está clara. Como el valor de un punto sobre 100 no puede condicionar la decisión sobre la estabilidad, parece más razonable considerar que el proceso también se ha mantenido estable para esta variable.

b) **Stat > Quality Tools > Capability analisys > Normal** …



Es una sola muestra de 100 unidades

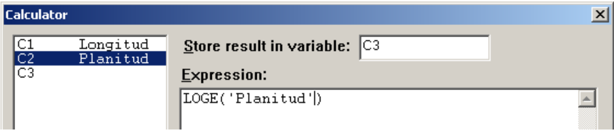
100 unidades seguidas, no diferencia entre corto y largo plazo.

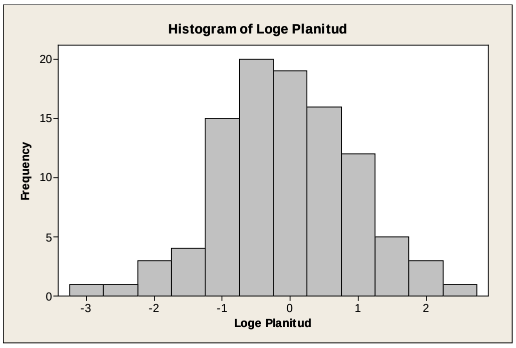


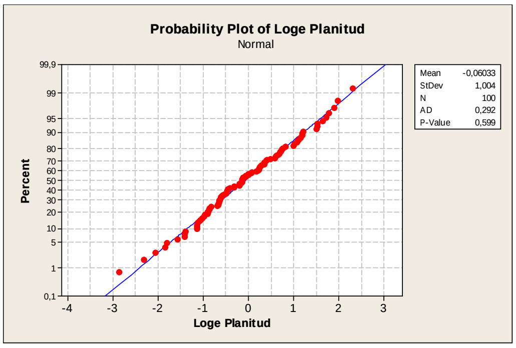
Proceso capaz. Cp>1

c) Capacidad e índices para la planitud

No tiene sentido porque no es Normal. Solución: Transformar los datos. La transformación logarítmica da muy buen resultado

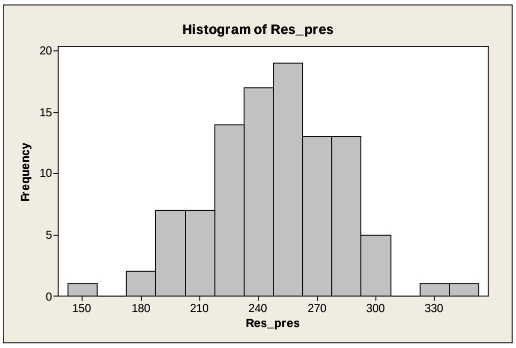


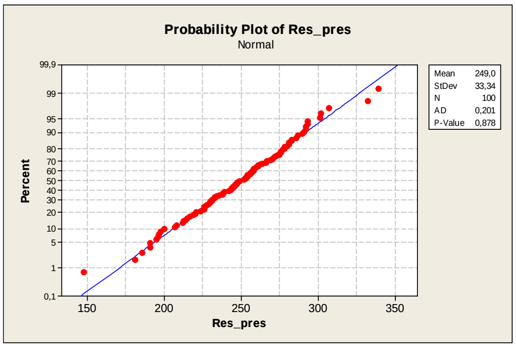




11. a) Caracterizar la presión interna

Graph > Histogram: Simple… **Stat > Basic statistics > Normality test**





Stat > Basic Statistics > Display Descriptive Statistics

Descriptive Statistics: Res_pres

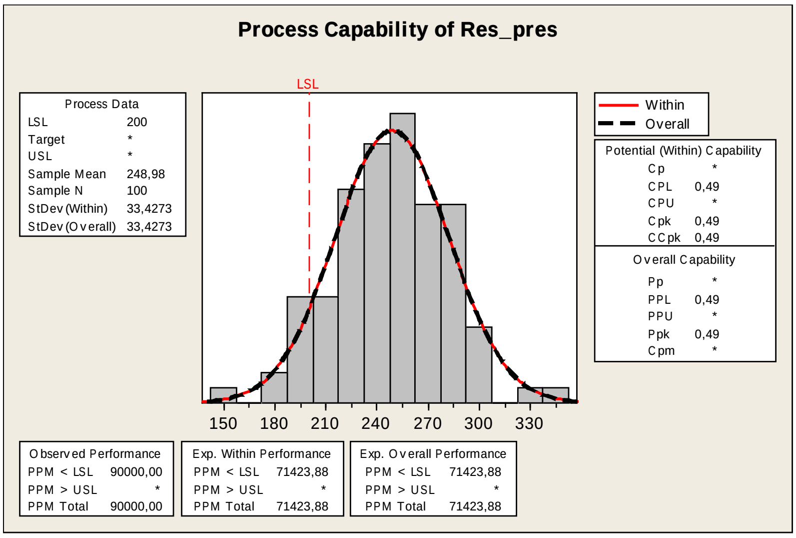
```
Variable     N  N*    Mean  SE Mean  StDev  Minimum      Q1  Median      Q3
Res_pres   100   0  248,98     3,33  33,34   148,00  227,25  250,50  274,50

Variable  Maximum
Res_pres   339,00
```

La variable en cuestión puede caracterizarse como una Normal de media 249 y desviación tipo de 33.

b) Normativa europea…

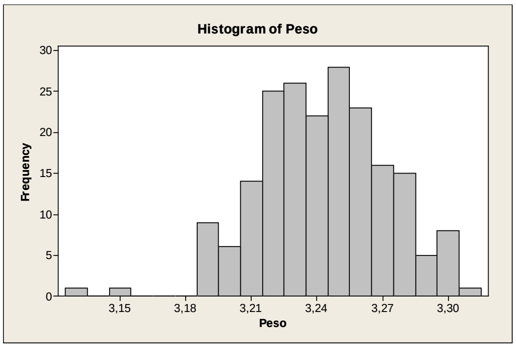
Stat > Quality Tools > Capability analisys > Normal …



De acuerdo con la información disponible, la mejor estimación que puede realizarse para la botellas que están fuera de tolerancias es el 7,1 % (71423,88 ppm).

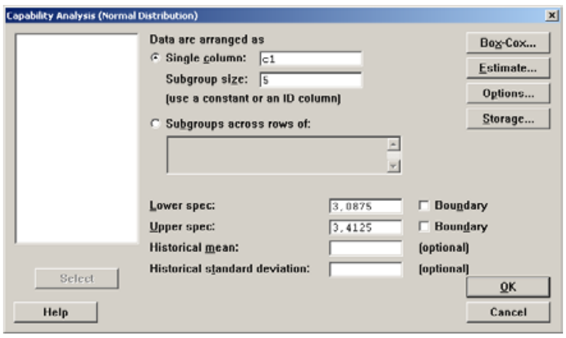
Obsérvese que al no existir límite de tolerancia superior no pueden calcularse algunos índices

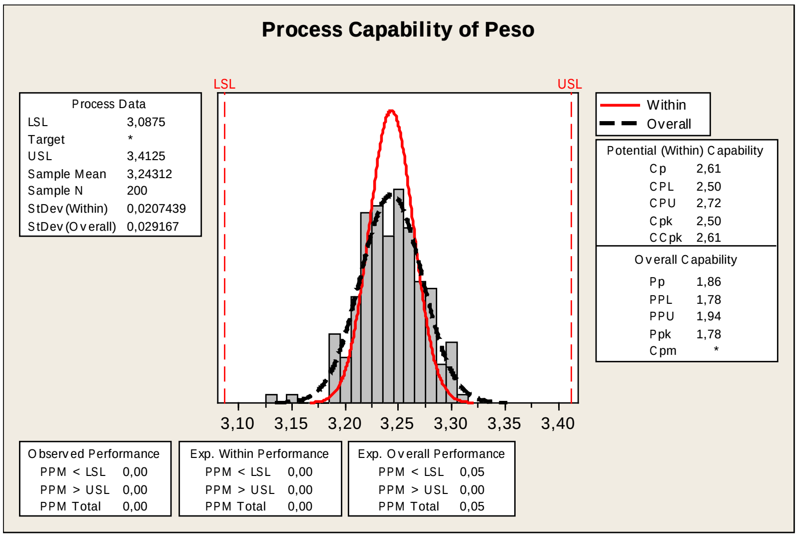
12. a) Anomalías:



Efectivamente, existen 2 valores que se apartan el patrón de comportamiento general

b) ¿Se cumplen las normas?

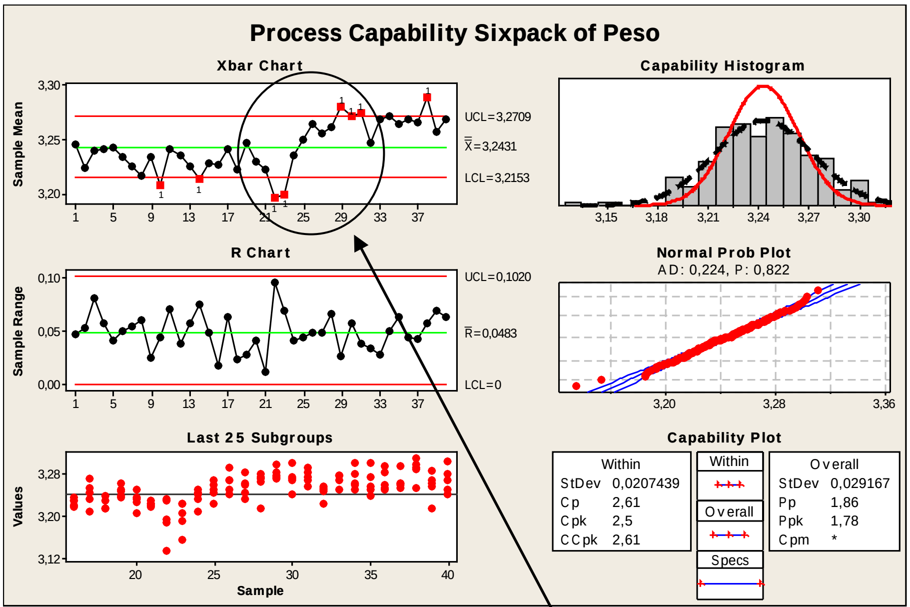




Se cumple sobradamente la Normativa Europea. Nótese que la diferencia entre la campana Within y la Overall pone de manifiesto que el proceso no se ha mantenido estable a lo largo del tiempo.

Resulta interesante la opción Capability Sixpack:

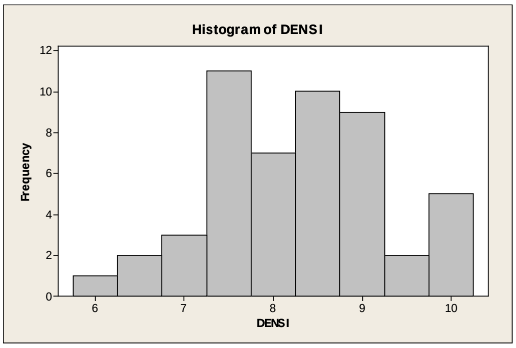
Stat > Quality Tools > Capability Sixpack > Normal…

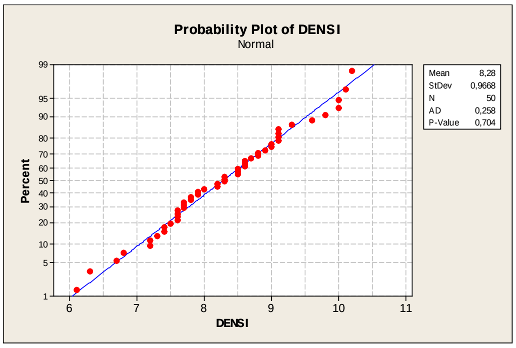


c) El estudio de capacidad a largo plazo se ha realizado en el apartado anterior. (Overall).

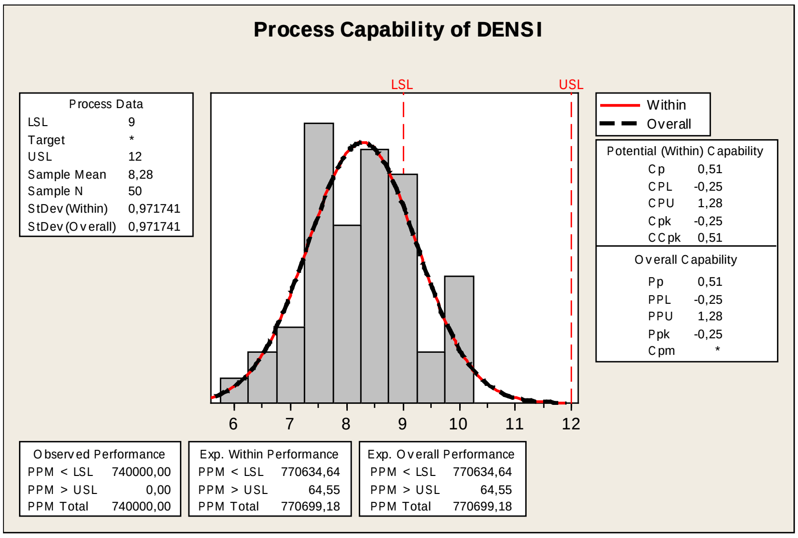
Salto de nivel

13. a) ¿Siguen los datos una ley Normal?





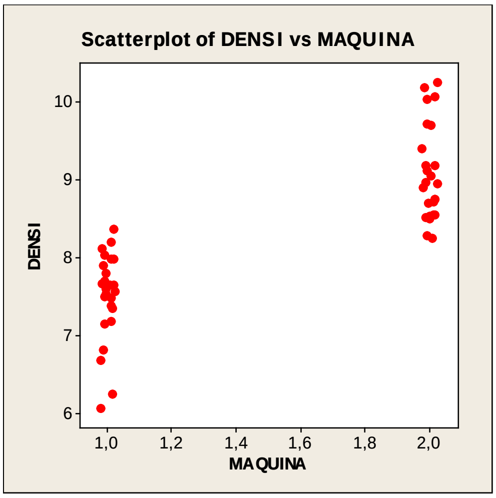
b) ¿Es el proceso capaz?

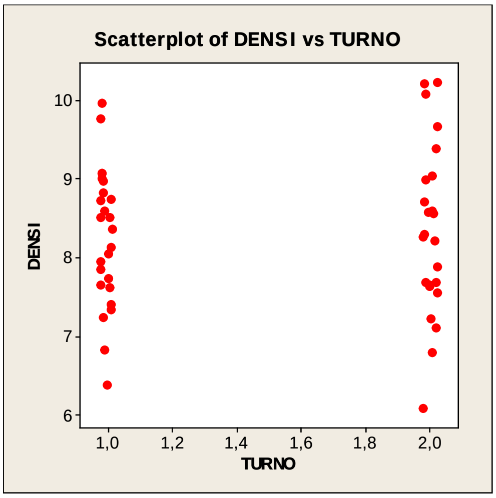


El proceso no es capaz, y además está muy descentrado. Para que fuera capaz habría que disminuir la variabilidad con que produce. Porcentaje fuera de especificaciones: en torno al 77 %.

c) Comparación entre máquinas y turnos…

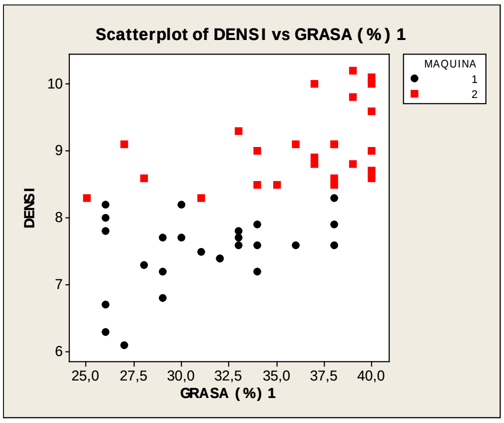
Lo hacemos a través de diagramas bivariantes activando la opción Jitter:

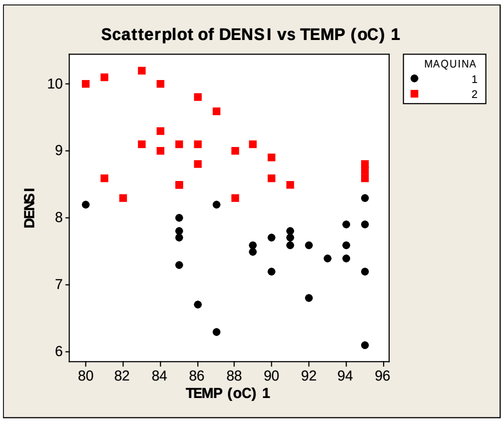




Entre turnos no se ven diferencias claras, pero entre máquinas hay una diferencia clarísima. Habría que ver que diferencias (de regulación, puesta a punto, …) existe entre las máquinas para intentar situar la máquina 1 como mínimo igual que la 2.

d) Relación de temperatura y grasa con la densidad.





Estratificando por máquina no se ve correlación entre grasa o temperatura y densidad. Parece que actuar sobre estas variables, en el rango de variación que se observa, no sirve para nada.