

26. Problemas propuestos en clase de óptimos con restricciones de desigualdad II

Problema 26.1 *Un país productor de un cierto mineral se ve obligado a exportar anualmente una cantidad del producto no inferior a 2000 tm ni superior a 4000 tm. La venta del producto se puede hacer en el mercado internacional a 2000 euros/tm o bien a un país vecino a un precio $p = 4000 - x_1$ euros/tm, siendo x_1 el número de toneladas vendidas a dicho país. El gobierno desea saber qué parte del mineral producido (x_2) debe vender en el mercado internacional y qué parte (x_1) al país vecino si su objetivo es maximizar los ingresos.*

Problema 26.2 *Una empresa produce tres artículos. Los costes vienen dados por*

$$C(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2,$$

y los ingresos vienen dados por

$$I(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + 8x_2 + 10x_3,$$

en donde x_1, x_2, x_3 es la cantidad de cada artículo producida y vendida (se entiende que se vende todo lo que se produce). Cada unidad de producto requieren 4, 6, 8 tm de materia prima respectivamente y solo se disponen de 20 tm.

¿Qué cantidad de cada artículo se ha de producir para que la empresa maximice sus beneficios?

Problema 26.3 *Una empresa produce frigoríficos y ha establecido un contrato para suministrar 50 unidades al final de primer mes, 50 al final del segundo y 50 al final del tercero. El coste de producir más frigoríficos de cualquier mes es de x^2 . La empresa puede producir más frigoríficos de los que necesita cualquier mes y guardarlos para el siguiente, pero el coste de almacenaje es de 24 euros por unidad al mes. Suponiendo que no hay inventario inicial, determina el número de frigoríficos que deben producirse cada mes, para minimizar el coste total.*

Problema 26.4 *Un empresario ha sintetizado un nuevo fertilizante, hecho a partir de dos materias primas. Al combinar cantidades x_1, x_2 de las materias primas básicas, la cantidad de fertilizante viene dada por $40x_1 + 20x_2 - 0,5x_1^2 - 0,25x_2^2$. Se requieren 482 euros por unidad de materia prima 1 y 300 euros por unidad de materia prima 2 que se emplean en la fabricación del fertilizante (en estas cantidades se incluyen los costes de las materias primas y los de producción). Si la compañía tiene 24,000 euros disponibles para la producción de fertilizante, calcula la cantidad de materias primas necesarias si se desea maximizar el producto obtenido.*

Problema 26.5 *Una compañía petrolífera dispone de una plancha metálica de 24π m² de superficie y desea construir con ella un tanque cilíndrico de tal forma que su volumen sea máximo y el contenido no esté en contacto con el exterior. Calcular las dimensiones del tanque.*