

Mètodes Bayesians

Gener 2014

1. Quina diferència hi ha entre la distribució a priori i la distribució predictiva a priori?

Assumim que el temps que tarda una determinada partícula radioactiva a desintegrar-se segueix un model $Exponential(\lambda)$,

$$p(y|\lambda) = \lambda e^{-\lambda y},$$

amb espai de paràmetres $\Omega = [0, \infty)$, i per tant amb $E[y|\lambda] = 1/\lambda$ i $Var[y|\lambda] = 1/\lambda^2$. La distribució a priori conjugada per aquest model és la $Gamma(a, b)$,

$$\pi(\lambda) = \frac{b^a \lambda^{(a-1)} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)},$$

i per tant amb $E[\lambda] = a/b$ i $Var[\lambda] = a/b^2$. Els físics s'han posat d'acord amb escollir per a la distribució a priori per a aquest paràmetre una $Gamma(a = 1, b = 1)$. S'han pogut recollir els temps he han trigat tres partícules a desintegrar-se, aquests han estat 0.9, 1.9 and 1.2.

2. Calcula la distribució a posteriori per λ .
3. Com triaries entre: $H_1 : \lambda < 1$, $H_2 : 1 \leq \lambda < 2$ i $H_3 : \lambda \geq 2$?
4. Com calcularies la probabilitat de que en el següent experiment el temps de desintegració sigui superior a 2.5?

Una setmana abans del dia de les eleccions municipals es vol estimar el percentatge d'abstenció a la ciutat de Tarragona. Per això es disposa d'una mostra aleatòria simple de 2000 electors, dels quals 854 diuen que no aniran a votar.

5. Quin model estadístic faries servir i quina distribució a priori escolliries per analitzar aquestes dades?
6. Si el cens electoral de Tarragona el dia de les eleccions tindrà 90.000 electors, explica com faries un interval de credibilitat del 95% per a la predicció del nombre total d'electors que s'abstindran.

A la mostra de 2000 electors 950 són homes i 1050 són dones, i 445 homes diuen que s'abstindran mentre que només 409 dones diuen que s'abstindran.

7. Com contestaries a la pregunta: L'abstenció entre els homes serà més alta que entre les dones?

Bayesian Methods

January 2014

1. What is the difference between the prior distribution and the prior predictive distribution?

Assume that the time needed for a specific radioactive particle to disintegrate follows an *Exponential*(λ) model,

$$p(y|\lambda) = \lambda e^{-\lambda y},$$

with parameter space $\Omega = [0, \infty)$, and hence with $E[y|\lambda] = 1/\lambda$ and with $Var[y|\lambda] = 1/\lambda^2$. The conjugate prior distribution for this model is the *Gamma*(a, b),

$$\pi(\lambda) = \frac{b^a \lambda^{(a-1)} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)},$$

and hence with $E[\lambda] = a/b$ and with $Var[\lambda] = a/b^2$. The physicists agree to use a *Gamma*($a = 1, b = 1$) as a prior distribution. They have collected only the disintegration time for three particles. These are 0.9, 1.9 and 1.2.

2. Compute the posterior distribution for λ .
3. How would you choose between: $H_1 : \lambda < 1$, $H_2 : 1 \leq \lambda < 2$ i $H_3 : \lambda \geq 2$?
4. How would you calculate the probability that the disintegration time in the next experiment will be greater than 2.5 ?

A survey has been carried out to estimate the abstention rate in the next municipal elections of Tarragona. Out of a random sample of 2000 voters, 854 state that they will not vote.

5. What statistical model and priori distribution would you choose to analyze this data?
6. If the number of voting age individuals on the election day in Tarragona will be 90,000, explain how you would build a 95% credible interval for the prediction of the total number of voters that will abstain.

In this sample 950 are men and 1050 are women, and 445 men state that they will abstain while only 409 women state that they will abstain.

7. How would you answer the question: Will abstention be larger among men than among women?