

Càlcul de diverses variables

21 de gener de 2014 (1ª part)

1) Determinen l'equació del pla que conté la recta

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{i passa pel punt } (1, 0, 1).$$

2) a) Escriu la definició de continuïtat d'una funció en un punt

b) Calculen el límit de $f(x, y) = (x \sin(x+y), \frac{e^{xy}}{1 - \cos(x+y)})$ en el punt $(0, \pi)$.

c) Calculen $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$ si existeix.

3) a) Raonen si $f(x, y) = (x + ye^x, \log(1 + x^2 y^2))$ és diferenciable. Si és diferenciable, calculen $Df(x, y)$.

b) Estudien la diferenciabletat de $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

definida per

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y + x^2 y^2 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4) a) Escriu l'equació del pla tangent a l'esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ en el punt $(1, 1, 2)$.

b) Quina és la direcció de creixement més ràpid de

$$f(x, y, z) = y \cos x + z \log(1 + x^2) - y^2 e^{z^2} \quad \text{en } (0, 1, 1).$$

Càlcul de diverses variables

21 de gener de 2014 (2a part)

1) Calculen $\int_A (xy - y^3) dx dy$, on $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq y^2, y \geq x^2\}$.

2) Calculen $\int_A \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy$, on

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y > 0, 1 \leq xy \leq 2\}.$$

Indicació: passen a coordenades polars i recorden la propietat $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

3) Calculen els extrems de $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida per

$$f(x,y) = 3x^2 + 4y^3 - 6xy.$$

4) a) Escrivim l'enunciat del teorema dels multiplicadors de Lagrange.

b) Determinen els extrems absoluts de la funció

$$f(x,y,z) = x + 2y + 2z \text{ sobre l'el·lipsoide}$$

$$x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 1.$$