

INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Problema de producción

Una empresa fabrica tres estilos diferentes de mesas: A, B y C. Cada modelo de mesa requiere de una cierta cantidad de tiempo para el corte de las piezas, su montaje y el correspondiente proceso de pintura que se muestran en la siguiente Tabla:

MODELO	HORAS CORTE POR UNIDAD PRODUCIDA	HORAS MONTAJE POR UNIDAD PRODUCIDA	HORAS PINTURA POR UNIDAD PRODUCIDA
A	1	2	4
B	2	4	4
C	3	7	5

Mensualmente la empresa dispone de un total de 200 horas para el corte de las mesas, de 300 horas para su montaje y de 240 horas de pintura. Además, los estilos B y C también pueden venderse sin pintar, por lo que en total la empresa oferta 5 modelos de mesa cuyos beneficios unitarios son:

MODEL	I (A pintada)	II (B pintada)	III (B no pintada)	IV (C pintada)	V (C no pintada)
BENEFICIO UNITARIO	35	40	20	50	42

La empresa puede vender todas las unidades que fabrica y, además, tiene que servir un pedido mensual de 5 unidades del modelo III.

- a. Plantead el modelo de programación lineal (PL) que permita determinar cual es la producción óptima teniendo en cuenta la capacidad de producción de la empresa y las exigencias del mercado. (0.5 puntos)
 - a.1. Resolved el modelo utilizando Excel y SAS. (0.25 puntos)
 - a.2. Describid la solución óptima. (0.25 puntos)
- b. Calculad los intervalos de variación de los coeficientes de la función objetivo sin que se modifique el vector básico óptimo. A partir de estos resultados responded a las siguientes cuestiones:
 - b.1. A partir de que beneficio unitario sería rentable producir mesas de tipo B pintada. Justificad la respuesta. (0.5 puntos)
 - b.2. A partir de que beneficio unitario sería rentable el pedido del modelo III que tiene que servir mensualmente la empresa. Justificad la respuesta. (1 punto)
 - b.3. Con que beneficio unitario de las mesas tipo C no pintadas la empresa estaría dispuesta a dedicar todos sus recursos a la producción de este modelo. Justificad la respuesta. (1 punto)

- c. Cuanto estaría dispuesta a pagar la empresa por cada hora más de cada uno de los procesos de producción (corte, montaje y pintura). Justificad las tres respuestas. (1.5 puntos)
- d. Calculad los intervalos de variación de los términos independientes de las restricciones sin que se modifique el vector básico óptimo. A partir de estos resultados responded a las siguientes cuestiones:
 - d.1. ¿Es cierta la siguiente afirmación?: Si la empresa se viera obligada a servir un pedido mensual de 46 unidades del modelo III lo óptimo sería dejar de producir el modelo V. Justificad la respuesta. (1 punto)
 - d.2. ¿Si la empresa sólo dispusiera de 135 horas de montaje tendría que cambiar su plan de producción? Justificad la respuesta. (1 punto)
- e. Obtener la tabla del Simplex que contiene entre otros los \bar{c}_B^* . A partir de estos resultados responded a las siguientes cuestiones:
 - e.1 ¿Cómo cambian los valores de las variables básicas y de la función objetivo si el pedido mensual del modelo III aumenta en 5 unidades? Justificad la respuesta. (1.5 puntos)
 - e.2. ¿Cómo cambian los valores de las variables básicas y de la función objetivo si las horas de montaje disponible pasan a ser 350? Justificad la respuesta. (1.5 puntos)

a. El modelo de PL es:

Max $Z=35X_1+40X_2+20X_3+50X_4+42X_5$
 Sujeto a:
 $X_1+2X_2+2X_3+3X_4+3X_5\leq 200$
 $2X_1+4X_2+4X_3+7X_4+7X_5\leq 300$
 $4X_1+4X_2+5X_4\leq 240$
 $X_3\geq 5$
 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\geq 0$

a.1./a.2. Ver fichero EXCEL.

Con SAS:

```
libname pr '.';
data pr.p2;
  input _row_ $9. x1 x2 x3 x4 x5 _type_ $ _rhs_;
  datalines;
benefici 35 40 20 50 42 MAX .
corte 1 2 2 3 3 LE 200
montaje 2 4 4 7 7 LE 300
pintura 4 4 0 5 0 LE 240
pedido 0 0 1 0 0 GE 5
;
run;

proc print data=pr.p2;
run;

proc lp data=pr.p2 tableauout=pr.tp2 rangerhs rangeprice;
run;
proc print data=pr.tp2;
run;
```

Obs	_row_	x1	x2	x3	x4	x5	_type_	_rhs_
1	benefici	35	40	20	50	42	MAX	.
2	corte	1	2	2	3	3	LE	200
3	montaje	2	4	4	7	7	LE	300
4	pintura	4	4	0	5	0	LE	240
5	pedido	0	0	1	0	0	GE	5

The LP Procedure

Problem Summary

Objective Function	Max benefici
Rhs Variable	_rhs_
Type Variable	_type_
Problem Density (%)	50.00
Variables	Number
Non-negative	5
Slack	3
Surplus	1
Total	9
Constraints	Number

LE	3
GE	1
Objective	1
Total	5

The LP Procedure

Solution Summary

Terminated Successfully

Objective Value	3160
Phase 1 Iterations	1
Phase 2 Iterations	3
Phase 3 Iterations	0
Integer Iterations	0
Integer Solutions	0
Initial Basic Feasible Variables	6
Time Used (seconds)	0
Number of Inversions	3
Epsilon	1E-8
Infinity	1.797693E308
Maximum Phase 1 Iterations	100
Maximum Phase 2 Iterations	100
Maximum Phase 3 Iterations	99999999
Maximum Integer Iterations	100
Time Limit (seconds)	120

The LP Procedure

Variable Summary

Variable			Price	Activity	Reduced
Col Name	Status	Type			Cost
1 x1	BASIC	NON-NEG	35	60	0
2 x2		NON-NEG	40	0	-7
3 x3	BASIC	NON-NEG	20	5	0
4 x4		NON-NEG	50	0	-20.75
5 x5	BASIC	NON-NEG	42	22.857143	0
6 corte	BASIC	SLACK	0	61.428571	0
7 montaje		SLACK	0	0	-6
8 pintura		SLACK	0	0	-5.75
9 pedido		SURPLUS	0	0	-4

The LP Procedure

Constraint Summary

Constraint			S/S			Dual
Row Name	Type	Col	Rhs	Activity	Activity	
1 benefici	OBJECTIVE	.	0	3160	.	
2 corte	LE	6	200	138.57143	0	
3 montaje	LE	7	300	300	6	
4 pintura	LE	8	240	240	5.75	
5 pedido	GE	9	5	5	-4	

The LP Procedure

RHS Range Analysis

Row	-----Minimum Phi-----		-----Maximum Phi-----	
	Rhs Leaving	Objective	Rhs Leaving	Objective
corte	138.57143 corte	3160	INFINITY .	.
montaje	140 x5	2200	443.33333 corte	4020
pintura	0 x1	1780	560 x5	5000
pedido	0 x3	3180	45 x5	3000

The LP Procedure

Price Range Analysis

Variable Col Name	-----Minimum Phi-----		-----Maximum Phi-----	
	Price Entering	Objective	Price Entering	Objective
1 x1	28 x2	2740	INFINITY .	INFINITY
2 x2	-INFINITY .	3160	47 x2	3160
3 x3	-INFINITY .	-INFINITY	24 pedido	3180
4 x4	-INFINITY .	3160	70.75 x4	3160
5 x5	35 pedido	3000	122.5 pintura	5000
6 corte	-14 pedido	2300	14 montaje	4020
7 montaje	-INFINITY .	3160	6 montaje	3160
8 pintura	-INFINITY .	3160	5.75 pintura	3160
9 pedido	-INFINITY .	3160	4 pedido	3160

													P
													H b
													A e
													S n
													E e
													_ f
													1 i
													_ c
													0 i

b.

The LP Procedure

Price Range Analysis

Variable Col Name	-----Minimum Phi-----		-----Maximum Phi-----	
	Price Entering	Objective	Price Entering	Objective
1 x1	28 x2	2740	INFINITY .	INFINITY
2 x2	-INFINITY .	3160	47 x2	3160
3 x3	-INFINITY .	-INFINITY	24 pedido	3180
4 x4	-INFINITY .	3160	70.75 x4	3160
5 x5	35 pedido	3000	122.5 pintura	5000
6 corte	-14 pedido	2300	14 montaje	4020
7 montaje	-INFINITY .	3160	6 montaje	3160
8 pintura	-INFINITY .	3160	5.75 pintura	3160
9 pedido	-INFINITY .	3160	4 pedido	3160

b.1.

2 x2 -INFINITY . 3160 **47** x2 3160

b.2.

3 x3 -INFINITY . -INFINITY **24** pedido 3180

b.3.

5 x5 35 pedido 3000 **122.5** pintura 5000

c.

Precios sombra:

Constraint Summary

Row	Constraint Name	Type	S/S Col	Rhs	Activity	Dual Activity
1	benefici	OBJECTIVE	.	0	3160	.
2	corte	LE	6	200	138.57143	0
3	montaje	LE	7	300	300	6
4	pintura	LE	8	240	240	5.75
5	pedido	GE	9	5	5	-4

d.

The LP Procedure

RHS Range Analysis

Row	-----Minimum Phi-----	-----Maximum Phi-----
	Rhs Leaving Objective	Rhs Leaving Objective
corte	138.57143 corte	3160 INFINITY .
montaje	140 x5	2200 443.33333 corte
pintura	0 x1	1780 560 x5
pedido	0 x3	3180 45 x5
		4020 5000 3000

d.1.

pedido 0 x3 3180 **45** x5 3000

Cierta

d.2.

montaje 140 x5 2200 443.33333 corte 4020

Cierta

e.

													P		
	O	R	B	I					m	p			H b		
	B	H	B	N					o	i	p		A e		
	J	S	A	V				c	n	n	e		S n		
	I	I	I	B				o	t	t	d		E e		
	D	D	C		x	x	x	x	t	j	r	d	_ f		
				R	1	2	3	4	5	e	a	o	0 i		
0															
b															
s															
1	benefici	_rhs	R_COSTS	.	0	-7.00000	0	-20.7500	0	0	-6.00000	-5.75000	-4.00000	0	0
2	benefici	_rhs	corte	61.43	0	0.14286	0	-0.1786	0	1	-0.42857	-0.03571	0.28571	0	0
3	benefici	_rhs	x5	22.86	0	0.28571	0	0.6429	1	0	0.14286	-0.07143	0.57143	0	0
4	benefici	_rhs	x1	60.00	1	1.00000	0	1.2500	0	0	0.00000	0.25000	0.00000	0	0
5	benefici	_rhs	x3	5.00	0	0.00000	1	0.0000	0	0	0.00000	0.00000	-1.00000	0	0
6	benefici	_rhs	PHASE_1_0	0.00	0	0.00000	0	0.0000	0	0	0.00000	0.00000	0.00000	1	0
7	benefici	_rhs	benefici	3160.00	0	7.00000	0	20.7500	0	0	6.00000	5.75000	4.00000	0	1

e.1.

	PEDIDO		
Corte	0.28571	-0.28571	60.00145
X5	0.57143	-0.57143	20.00285
X1	0	0	60
X3	-1	1	10
Beneficio	4	-4	3140

e.2.

	MONTAJE	
Corte	-0.42857	40.0015
X5	0.14286	30.003
X1	0	60
X3	0	5
Beneficio	6	3460