

ANÀLISI DE SÈRIES TEMPORALS

Grau en Estadística

EXAMEN FINAL CURS 12-13

EXERCICI 1 (1 punt)

Disposen d'informació trimestral de les xifres de vendes d'una empresa. La taula següent mostra els valors de la sèrie, així com els diferents elements que s'obtenen aplicant el mètode de l'allisat exponencial de Holt-Winters. A la taula només apareixen les darreres quatre observacions mostrals.

trimestre	t	Y_t	\hat{T}_t	$\hat{\beta}_1(t)$	\hat{S}_i
II	9	14,81	11,498	0,206	3,351
III	10	11,51	11,707	0,208	-0,198
IV	11	9,93	11,958	0,247	-2,045
I	12	11,31	12,217	0,258	-0,921

Calcula les prediccions per al període extra mostral **t=15**:

- Suposant que l'esquema d'integració de la sèrie és additiu.
- Suposant que l'esquema d'integració de la sèrie és multiplicatiu.
- Per a quin tipus de sèries temporals és adient aquest mètode predictiu? Quantes observacions prèvies de la ST es fan servir per calcular les prediccions?

Solució

- a) El període $t=15$ correspon a trimestre IV.

Predicció per al període mostral, quan l'esquema és additiu

$T=12$, $m=3$,

$$\hat{y}_{15} = \hat{y}_{T=12}(m=3) = \hat{T}_{T=12} + \hat{\beta}_1(T=12) * (m=3) + \hat{S}_{i=IV} (*) = 12,217 + 0,258 * 3 + (-2,045) \rightarrow \hat{y}_{15} = 10,946$$

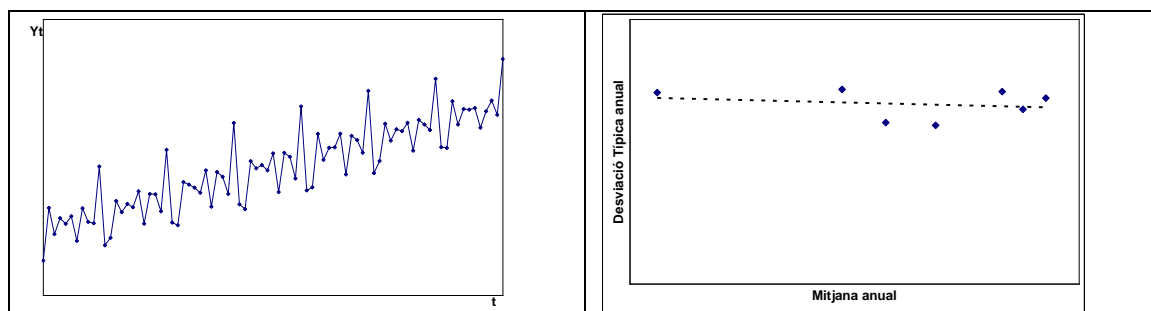
- b) Esquema multiplicatiu

$$\hat{y}_{15} = \hat{y}_{T=12}(m=3) = [\hat{T}_{T=12} + \hat{\beta}_1(T=12) * (m=3)] * \hat{S}_{i=IV} (*) = [12,217 + 0,258 * 3] * (-2,045) \rightarrow \hat{y}_{15} = -26,567$$

- c) ST tipus IV (amb tendència i amb component estacional). En el càlcul de les prediccions es fan servir tots els valors previs de la ST.

EXERCICI 2 (1 punt)

- a) A partir dels gràfics, determina l'esquema d'integració de la sèrie temporal i escriu quina forma funcional té.



b) Indica quins mètodes de predicció serien els més adequats.

c) Quantes observacions es fan servir per calcular les prediccions?

Solució

a) En el gràfic de la ST (esquerra) s'observa que les oscil·lacions es mantenen aproximadament constants al llarg del temps. El gràfic de les mitjanes – desviacions estàndard (dreta) mostra el mateix i per això es pot observar una línia aproximadament horitzontal. Es tracta, doncs, d'una ST tipus IV amb esquema d'integració additiu.

Forma funcional: $Y_t = T_t + S_t + U_t$.

b) i c) Mètode de descomposició: les prediccions es calculen a partir de les observacions de tot el període mostral. I mètode de l'allisat exponencial de Holt-Winters: estructura variable; les prediccions es calculen a partir de totes les observacions de la sèrie temporal.

EXERCICI 3 - (3 punts)

IMPORTANT: En aquest exercici, a més de la resposta escrita heu d'adjuntar al Campus Virtual els fitxers amb els càlculs. Si el resultat el deixeu indicat al fitxer no cal que ho copieu per escrit.

Una empresa catalana dedicada a la producció d'aliments en conserva es troba interessada en conèixer quina serà la possible evolució futura de l'IPC del sector de l'alimentació per tal de preveure l'augment de preus que pot aplicar en els pròxims mesos. Per tal de fer-ho pretenen utilitzar l'anàlisi univariant de sèries temporals i, en concret, la metodologia clàssica (models deterministes). Disposen de dades mensuals de la sèrie "IPC del sector alimentació", donades per l'INE, des del Gener del 1976 fins l'Agost del 2003. Trobareu les dades al fitxer "exercici3.xls".

Considerant com a període mostral tot el període excepte les darreres 12 observacions disponibles (des del Gener del 1976 fins l'Agost del 2002) i com període extra-mostrat les darreres 12 observacions (des del Setembre de 2002 fins l'Agost de 2003), i tenint en compte que es tracta d'una sèrie tipus 3 (amb tendència i sense component estacional) es demana:

a) Obtenir les prediccions pel període extra-mostrat segons els tres mètodes adients per aquest tipus de sèrie:

- i. Mètode de la tendència lineal
- ii. Mètode de les dobles mitjanes mòbils ($k=4$)


iii. Mètode de l'Allisat Exponencial de Holt (considera una constant d'allisament de la tendència de valor 0.3, i la constant d'allisament de la pendent de 0.2). Tanmateix, considera que $\hat{Y}_1(1) = Y_1$ i que $\hat{\beta}_1(1) = 0$

b) Comenta quin trobes que és el mètode més adient entre els tres utilitzats.

c) Usant el mètode escollit com a millor, calcula prediccions pel període comprès entre el setembre de 2003 i l'agost de 2004.

EXERCICI 4 – (1 punt)

Raona quins dels següents processos estocàstics són estacionaris de segon ordre i quins no (en tot els casos suposa que ε_t és un procés soroll blanc):

a) $y_t = 15 + \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1}$ 

b) $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$

c) $(1 - 0.2B - 0.8B^2)y_t = \varepsilon_t$

SOLUCIÓ

a) Estacionari

b) No estacionari

c) No estacionari

EXERCICI 5 – (2 punts)

IMPORTANT: En aquest exercici, a més de la resposta escrita heu d'adjuntar al Campus Virtual els fitxers amb els càlculs. Si el resultat el deixeu indicat al fitxer no cal que ho copieu per escrit.

S'han generat sèries temporals de 200 observacions a partir de tres processos estocàstics $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ diferents. Trobaràs les dades als fitxers “**serie1.txt**”, “**serie2.txt**” i “**serie3.txt**”. Identifica els models i emplena la taula següent.

	serie1	serie2	serie3
<i>p</i>			
<i>d</i>			
<i>q</i>			
<i>P</i>			
<i>D</i>			
<i>Q</i>			
<i>s</i>			

Justifica breument la teva resposta.

SOLUCIÓ

SERIE 1 – ARIMA(2,0,0)

SERIE 2 – ARIMA(0,1,0) – camí aleatori (random walk)

SERIE 3 – SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₄

EXERCICI 6 - (2 punts)

S'ha estimat, amb una mostra de 110 observacions de la variable Y (t=1,..110), el següent model:

$$y_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2} + 18 \quad \text{amb} \quad \sigma_\varepsilon^2 = 4$$

La informació sobre ε_t i y_t s'ha perdut, excepte pels següents valors de y_t :

$$y_{106} = 20, \quad y_{107} = 21, \quad y_{108} = 19, \quad y_{109} = 19, \quad y_{110} = 17$$

Sota aquestes hipòtesis:

a) Calcula la predicció de la variable Y pels períodes t=111,112 i 113, amb origen T=110.

b) Suposant que disposem d'una observació més ($y_{111}=17$), actualitza la predicció pels períodes 112 i 113.

SOLUCIÓ

a)

$$\varepsilon_{104} = \varepsilon_{105} = 0$$

$$\varepsilon_{106} = Y_{106} - 18 - 0.5\varepsilon_{105} - 0.4\varepsilon_{104} = 2.00$$

$$\varepsilon_{107} = Y_{107} - 18 - 0.5\varepsilon_{106} - 0.4\varepsilon_{105} = 2.00$$

$$\varepsilon_{108} = Y_{108} - 18 - 0.5\varepsilon_{107} - 0.4\varepsilon_{106} = -0.80$$

$$\varepsilon_{109} = Y_{109} - 18 - 0.5\varepsilon_{108} - 0.4\varepsilon_{107} = 0.60$$

$$\varepsilon_{110} = Y_{110} - 18 - 0.5\varepsilon_{109} - 0.4\varepsilon_{108} = -0.98$$



$$\hat{Y}_{110}(1) = 18 + 0.5\varepsilon_{110} + 0.4\varepsilon_{109} = 17.75$$

$$\hat{Y}_{110}(2) = 18 + 0.4\varepsilon_{110} = 17.608$$

$$\hat{Y}_{110}(3) = 18$$

b)

$$\hat{Y}_{111}(1) = \hat{Y}_{110}(2) + \psi_1(Y_{111} - \hat{Y}_{110}(1)) = 17.608 + 0.5(17 - 17.75) = 17.233$$

$$\hat{Y}_{111}(2) = 18 + 0.4(17 - 17.75) = 17.7$$