

Mètodes Bayesians: Sessions Pràctiques

Sessió 0: Conceptes de probabilitat i R.

Objectius:

- Refrescar conceptes de probabilitat
- Calcular simulant

Exercici 0.1. Tuberculosi. Es vol utilitzar un test de detecció ràpida de tuberculosi. Se sap que la probabilitat de que una persona amb tuberculosi doni positiu en el test és de 0.98, mentre que la de que el test doni positiu en una persona sana és de 0.05. Sabem que un 1% de la població pateix tuberculosi. Determineu la probabilitat de que una persona escollida a l'atzar pateixi tuberculosi en funció del resultat del test.

Exercici 0.2. Distribució Conjunta. Sigui X i Y dues variables aleatòries discretes, on la seva distribució de probabilitat conjunta ve donada per la següent taula:

x	y					p(x)
	1	2	3	4	5	
1	0.02	0.04	0.06	0.08	0.05	
2	0.08	0.02	0.10	0.02	0.03	
3	0.05	0.05	0.03	0.02	0.10	
4	0.10	0.04	0.05	0.03	0.03	
p(y)						

- Calcula la distribució de probabilitat de X
- Calcula la distribució de probabilitat de Y
- Calcula la distribució de probabilitat condicional $P(X=3|Y=1)$
- Són les variables aleatòries X i Y independents?, perquè?

Exercici 0.3. Problema de Monty Hall. Suposa que estàs en un programa, i et donen l'oportunitat de triar tres portes. Darrere d'una hi ha un cotxe; darrere de les altres, cabres. El cotxe i les cabres es van col·locar a l'atzar abans de l'inici del programa. Les regles del joc són les següents: Després que triïs una porta, la porta romandrà tancada tota l'estona. El presentador, Monty Hall, que sap què hi ha darrere les portes, obre una de les dues restants, i la porta que obre té una cabra al darrere. Si a les dues restants hi ha cabres, en triarà una a l'atzar. Després que obri una porta amb una cabra, et preguntarà si vols quedar-te amb la que haves triat abans o canviar a la que queda. Per exemple, tries la 1 i t'obre la 3, que té una cabra. Després et diu "Vols canviar a la porta 2?" Hi surts guanyant canviant?. Implementa un programa en R, per respondre a la pregunta utilitzant la simulació.

Exercise 0.4. A Coin and a dice. Suppose: C is a random variable that gets 1 if you get head after tossing a coin or 0 if you get tail, B is a random variable that gets the value of a dice after rolling. Now we define a new variable Z as:

$$Z = C*B^2.$$

Using simulations:

- a) Draw the probability distribution of Z .
- b) Compute the probability that Z gets values higher than 1.

Exercici 0.5. A Coin, a blue dice and a special red dice. Suppose: C is a random variable that gets 1 if you get head after tossing a coin or 0 if you get tail, B is a random variable that gets the value of a blue dice after rolling, and R is a random variable that gets the value of a red dice where the probability of getting an odd number is twice as high as getting an even number. Now we define a new variable Z as:

$$Z = C*(B+R).$$

Using simulations:

- c) Draw the probability distribution of Z .
- d) Compute the probability that Z gets values higher than 1.