

1^a prova. Càlcul de diverses variables (Estadística)

14 - novembre - 2011

1) Determinen l'equació del pla que conté la recta

$$r(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{i que és perpendicular al pla } 3x - y + 2z - 2 = 0.$$

2) Estudien la continuïtat de la funció $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida per

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(xy)^2}{(xy)^2 + (x-y)^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3) Escriviu la definició de diferenciabilitat d'una funció.

Calculeu les funcions derivades parcials i estudien la diferenciabilitat de

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 - x^3}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

4) Enumeren la regla de la cadena.

$$\text{Siguin } f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (x^2 - 3xy + y^2, \frac{\sin x}{1+y^2}) \quad \text{i } g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{diferenciable t.q. } \frac{\partial g}{\partial x}(1, 0) = -1 \quad \text{i} \quad \frac{\partial g}{\partial y}(1, 0) = 2.$$

$$\text{Calculeu } D(g \circ f)(0, 1).$$

5) Escriviu la definició de derivada direccional.

Quina és la direcció de creixement més ràpid de

$$f(x, y, z) = xe^z + z \cos y + y^2 \log(1+x^2) \quad \text{en } (1, 0, 1).$$

Donen l'eq. del pla tangent a la superfície $f(x, y, z) = 2$ en $(1, 0, 1)$.