



NOM ALUMNE:

*Material: Tot el material usat a laboratori, transparències, exercicis de laboratori, codis SAS, manual de SAS/OPTMODEL.*

### GUIA D'ÚS

- I. Les **formulacions, els resultats i els valors de las solucions** dels exercicis han de presentar-se en els fulls de resposta.
- II. Els **codis en .sas** (final\_1b.sas, final\_1d.sas, final\_2b.sas) han de ser penjats en el fitxer **cognom1\_cognom2.zip**

### EXERCICI 1.

Una fàbrica tèxtil ha de complir amb una demanda setmanal de samarretes. La fàbrica compta, en propietat, amb 3 màquines diferents (A, B i C).

Les necessitats de producció (demanda), la disponibilitat de les màquines, així com els temps de processament i els costos de materials de cada màquina per unitat (1 unitat = 1 samarreta) són els següents:

Talles	Demanda (unitats/setmana)	Temps de processament (min/unitat)			Cost de materials (€/unitat)		
		Màquina A	Màquina B	Màquina C	Màquina A	Màquina B	Màquina C
S	30	8.5	6.0	6.0	3.6	4.2	4.5
M	45	6.0	8.5	7.5	4.9	3.8	4.7
L	75	9.0	6.0	6.5	4.9	3.9	4.9
XL	50	7.0	9.0	9.5	4.8	3.8	4.3
XXL	20	9.0	9.0	6.0	4.5	4.8	4.9
Disponibilitat (min/setmana)		480	480	540			

- a) (2 pts.) **Formuleu matemàticament** el problema de programació completament parametritzat que permet trobar la quantitat òptima de samarretes a fabricar de cada talla en cada màquina al cost mínim.
- b) (1 pt.) **Resoleu** amb OPTMODEL el problema anterior que, a partir de la informació continguda a la llibreria **final\_DB**, permet trobar la quantitat òptima de samarretes a fabricar de cada talla en cada màquina.

**NOTA:** Es valorarà fins a **un punt addicional (+ 1 pt.)** si els paràmetres del problema són llegits des de la base de dades (**final\_DB.sas**), disponible al campus virtual.

- c) (1 pt.) Doneu els valors de la solució òptima ( $z^*$ ), els valors de les variables ( $x^*$ ) i **informació** sobre el procés de solució (temps de resolució, iteracions, etc).

Suposem ara que tenim que assumir uns costos de consum d'electricitat de les màquines. Els preus associats a cada màquina es mostren a continuació:

Màquines	Cost electricitat (€/min)
A	0.16
B	0.18
C	0.21



- d) **(1 punt) Adapteu el problema anterior** per tenir en compte no només els costos dels materials sinó també els costos de consum d'electricitat. Heu de donar la **formulació matemàtica**, **resoldre** amb OPTMODEL i donar els valors de la solució òptima ( $z^*$ ), els valors de les variables ( $x^*$ ) i **informació** sobre el procés de solució (temps de resolució, iteracions, etc).

## EXERCICI 2.

La màquina C s'ha trencat i, a més a més, la demanda ha augmentat. El gerent de planta pot llogar fins a dues màquines (les possibilitats són una model D i/o una model E, amb característiques diferents) per a complir amb les necessitats de producció. La disponibilitat, els preus de lloguer i de consum elèctric, així com els temps de processament i els costos de materials es mostren a continuació:

Màquina	Disponibilitat (min)	Preu (lloguer) (€)	Cost electricitat (€/min)
D	480	275	0.14
E	480	250	0.15

Talles	Demanda	Temps de processament (min/unitat)		Cost de materials (€/unitat)	
	(u/set)	Màquina D	Màquina E	Màquina D	Màquina E
S	50	6.5	7.0	3.9	4.1
M	65	7.5	8.0	4.3	4.4
L	90	8.0	6.5	4.8	4.2
XL	50	7.5	6.5	4.0	3.8
XXL	35	8.0	6.0	4.6	4.5

- a) **(2 pts.) Formuleu matemàticament** el problema de programació completament parametritzat que permet trobar la quantitat òptima de samarretes a fabricar de cada talla, així com les màquines a utilitzar (pròpies i de lloguer) que permet la fabricació de samarretes al cost mínim.<sup>¥</sup>
- b) **(1.5 pts.) Resoleu** amb OPTMODEL el problema anterior per trobar la quantitat òptima de samarretes a fabricar de cada talla, així com les màquines a utilitzar (pròpies i de lloguer) que permet la fabricació al cost mínim.
- c) **(1.5 pt.) Doneu** els valors de la solució òptima ( $z^*$ ), els valors de les variables ( $x^*$ ), el **gap de optimalitat** i els **temps de resolució**. Doneu també els **costos associats a la utilització** de cada una de les màquines, descomposant per tipus de cost (consum, material o lloguer), i valoreu el resultat.

¥ Si no heu pogut resoldre l'apartat d) de l'exercici 1 (consideració dels costos d'electricitat), treballeu a partir del model més simple que no inclou aquests costos.

(SOLUCIÓ)

### EXERCICI 1. a) i b)

Paràmetres:		
Talles	$I = \{S, M, L, XL, XXL\}$	<code>set&lt;string&gt; TALLEs;</code>
Màquines	$M = \{A, B, C\}$	<code>set&lt;string&gt; MAQUINES;</code>
Demanda talla $j$ (u.)	$d_i, \quad i \in T$	<code>number demanda{TALLEs};</code>
Disponibilitat màq. $j$ (min.)	$b_j, \quad j \in M$	<code>number disp{MAQUINES};</code>
Temps de processament talla $i$ , màquina $j$ (min/u.)	$t_{ij}, \quad i \in T, j \in M$	<code>number temps{TALLEs, MAQUINES};</code>
Cost material per talla $i$ en màquina $j$ (€/u.)	$m_{ij}, \quad i \in T, j \in M$	<code>number cost_mat{TALLEs, MAQUINES};</code>

Variables		
Unitats de samarretes talla $i$ a produir en màquina $j$	$x_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+$ $i \in T, j \in M$	<code>var Produc{TALLEs, MAQUINES}</code> <code>integer &gt;= 0;</code>

Model de programació matemàtica		
Cost total :	$\min z = \sum_{i \in T} \sum_{j \in M} m_{ij} x_{ij}$	<code>min Total_cost = sum {i in TALLEs, j in MAQUINES }  cost_mat[i,j]*Produc[i,j];</code>
Consum temps:	<p>s.a:</p> $\sum_{i \in T} t_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad \forall j \in M$	<code>con Available{j in MAQUINES }:  sum {i in TALLEs}  temps[i,j]*Produc[i,j] &lt;= disp[j];</code>
Demanda productes:	$\sum_{j \in M} x_{ij} \geq d_i \quad \forall i \in T$	<code>con Demanda {i in TALLEs}:  sum {j in MAQUINES } x[i,j] &gt;= demanda[i];</code>
	$x_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i \in T, j \in M$	

## EXERCICI 1. c)

Resumen de la solución	
<b>Solver</b>	MILP
<b>Algorithm</b>	Branch and Cut
<b>Objective Function</b>	total_cost
<b>Solution Status</b>	Optimal
<b>Objective Value</b>	952.9
<b>Iterations</b>	409
<b>Mejor límite</b>	952.9
<b>Nodes</b>	73
<b>Relative Gap</b>	0
<b>Absolute Gap</b>	0
<b>Primal Infeasibility</b>	0
<b>Bound Infeasibility</b>	0
<b>Integer Infeasibility</b>	0

Estadísticos de optimización	
<b>Problem Generation Time</b>	0.00
<b>Code Generation Time</b>	0.00
<b>Presolve Time</b>	0.00
<b>Solution Time</b>	0.02
<b>Total Time</b>	0.05

Produc.SOL			
	A	B	C
<b>L</b>	0	75	0
<b>M</b>	40	0	5
<b>S</b>	15	2	13
<b>XL</b>	16	2	32
<b>XXL</b>	0	0	20

## EXERCICI 1. d)

### Paràmetres:

Cost electricitat màquina $j$ (€u.)	$c_j, \quad j \in M$	<code>number cost_elect{ MAQUINES };</code>
--	----------------------	---

### Model de programació matemàtica

Cost total :	$\min z = \sum_{i \in T} \sum_{j \in M} m_{ij} x_{ij}$ $+ \sum_{j \in M} c_j \sum_{i \in T} t_{ij} x_{ij}$	<pre>min Total_cost = sum {i in TALLES, j in MAQUINES } cost_mat[i,j]*Produc[i,j] + sum {j in MAQUINES } cost_elect[j]*(sum {i in TALLES} temps[i,j]*Produc[i,j]);</pre>
--------------	--	--

### Resumen de la solución

<b>Solver</b>	MILP
<b>Algorithm</b>	Branch and Cut
<b>Objective Function</b>	total_cost
<b>Solution Status</b>	Optimal within Relative Gap
<b>Objective Value</b>	1229.165
<b>Iterations</b>	65
<b>Mejor límite</b>	1229.1166667
<b>Nodes</b>	7
<b>Relative Gap</b>	0.0000393236
<b>Absolute Gap</b>	0.0483333333
<b>Primal Infeasibility</b>	0
<b>Bound Infeasibility</b>	0
<b>Integer Infeasibility</b>	2.538462E-12

### Estadísticos de optimización

<b>Problem Generation Time</b>	0.00
<b>Code Generation Time</b>	0.00

Presolve Time	0.00
Solution Time	0.02
Total Time	0.03

Produc.SOL			
	A	B	C
L	0	75	0
M	45	0	0
S	14	2	14
XL	13	2	35
XXL	0	0	20

## EXERCICI 2. a) i b)

Paràmetres:		
Màquines	$M = \{A, B, C, D, E\}$	<code>set&lt;string&gt; MAQUINES;</code>
Màquines propies	$p_j = \begin{cases} 1 & \text{si la màquina } j \text{ es propia} \\ 0 & \text{un altre cas} \end{cases}$ $j \in M$	<code>number Propies{MAQUINES};</code>
	$P = \{j \in M : p_j = 1\}$	
Preu alquiler máq. $j$ (€)	$v_j, \quad j \in M$	<code>number preu{MAQUINES};</code>
Status màquina $j$	$s_j = \begin{cases} 1 & \text{si la màquina } j \text{ funciona} \\ 0 & \text{un altre cas} \end{cases}$ $j \in M$	<code>number status{TALLES, MAQUINES};</code>

Variables		
Unitats de samarretes talla $i$ a produir en màquina $j$	$x_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+$ $i \in T, j \in M$	<code>var Produc{TALLES, MAQUINES}</code> <code>integer &gt;= 0;</code>
Decisió de alquilar (1) o no la màquina $j \in M \setminus P$	$y_j \in \{0,1\} \quad j \in M \setminus P$	<code>var Y{j in MAQUINES : Propies[j]</code> <code>EQ 0} binary;</code>

## Model de programació matemàtica

Cost total :	$\min \quad z = \sum_{i \in T} \sum_{j \in M} m_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in M} c_j \sum_{i \in T} t_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in M \setminus P} v_j y_j$	<pre>min Total_cost = sum {i in TALLEs, j in MAQUINES} cost_mat[i,j]*Produc[i,j] + sum {j in MAQUINES} cost_elect[j]*(sum {i in TALLEs} temps[i,j]*Produc[i,j]) + sum {j in MAQUINES : Propies[j] EQ 0} preu[j]*Y[j];</pre>
Consum temps:	<p>s.a:</p> $\sum_{i \in T} t_{ij} x_{ij} \leq b_j \quad \forall j \in M$	<pre>con Available {j in MAQUINES}: sum {i in TALLEs} temps[i,j]*Produc[i,j] &lt;= disp[j];</pre>
Demanda productes:	$\sum_{j \in M} x_{ij} \geq d_i \quad \forall i \in T$	<pre>con Demanda {i in TALLEs}: sum {j in MAQUINES} Produc[i,j] &gt;= demanda[i];</pre>
Màquines en funcionament:	$\sum_{i \in T} x_{ij} \leq b_j * s_j \quad \forall j \in P$	<pre>con MaquinasUp {j in MAQUINES: Propies[j] EQ 1}: sum {i in TALLEs} Produc[i,j] &lt;= disp[j]*status[j];</pre>
Màquines en lloguer:	$\sum_{i \in T} x_{ij} \leq b_j y_j \quad \forall j \in M \setminus P$	<pre>con Renting {j in MAQUINES: Propias[j] EQ 0}: sum {i in TALLEs} Produc[i,j] &lt;= disp[j]*Y[j];</pre>
	$x_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i \in T, j \in M$ $y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \setminus P$	

## EXERCICI 2. c)

Resumen de la solución	
Solver	MILP
Algorithm	Branch and Cut
Objective Function	total_cost
Solution Status	Optimal within Relative Gap
Objective Value	2020.09
Iterations	349
Mejor límite	2019.9926667

<b>Nodes</b>	61
<b>Relative Gap</b>	0.000048185
<b>Absolute Gap</b>	0.0973333333
<b>Primal Infeasibility</b>	0
<b>Bound Infeasibility</b>	0
<b>Integer Infeasibility</b>	3.552714E-15

Estadísticos de optimización	
<b>Problem Generation Time</b>	0.00
<b>Code Generation Time</b>	0.00
<b>Presolve Time</b>	0.00
<b>Solution Time</b>	0.02
<b>Total Time</b>	0.03

Produc.SOL					
	A	B	C	D	E
<b>L</b>	0	80	0	0	10
<b>M</b>	37	0	0	28	0
<b>S</b>	27	0	0	23	0
<b>XL</b>	0	0	0	16	34
<b>XXL</b>	3	0	0	0	32

[1]	Y.SOL
<b>D</b>	1
<b>E</b>	1

[1]	cost_maquina	preu_maquina
<b>A</b>	368.56	
<b>B</b>	398.40	
<b>C</b>	0.00	
<b>D</b>	341.23	275
<b>E</b>	386.90	250