

CURS 2016-17 Q2- Teoria de Cues i Simulació. 2n Examen Parcial
Grau Interuniversitari d'Estadística UB-UPC

P1 [5 punts] Per entrar dins d'un cos de l'Administració és necessari passar tres tipus de proves: a) tècniques, b) físiques i c) psicològiques. Aquestes proves es fan individualitzadament a cada candidat per part d'examinadors que són competents en tots tres tipus de proves. Totes les proves tenen una durada que segueix una distribució exponencial, que en mitjana és de 1 hora. Inicialment un candidat efectua les proves tècniques. Una tercera part és rebutjada definitivament i l'altre tercera part ha de repetir les proves tornant-se a posar en la cua de les proves tècniques en igualtat de condicions que els que comencen. Els qui les acaben passant han d'anar llavors a la cua de les proves físiques. Igualment com abans, una tercera part és rebutjada directament i altre tercera part ha de repetir-les, reincorporant-se a la cua de les proves físiques. Els qui les acaben superant passen a la cua de les proves psicològiques; una tercera part ha de repetir-les, re-entrant en cua, mentre que una altre tercera part en queda definitivament exclosa. Es disposa de quatre examinadors que cal assignar de forma constant a cada una de les tres etapes. Se sap que l'afluència de candidats és poissoniana i en mitjana és de 1 cada hora. Suposeu funcionament continu les 24 hores del dia.

Es demana:

- [1punts]** Quina és l'afluència horària total de candidats a cada una de les tres etapes (flux d'entrada a cada cua en candidats/hora)?
- [0,5 punt]** Quin és el número d'examinadors que cada etapa hauria de tenir assignada? Per què?
- [0,75 punt]** Quina és la demora que experimenten els candidats en cada una de les tres etapes abans de passar la corresponent prova?
- [0,75 punt]** Quin és el número mig de candidats que hi ha a cada etapa?
- [2 punt]** D'acord amb una nova legislació, el procés de selecció de candidats queda unificat en una sola prova individualitzada que té una durada d'acord amb una llei de probabilitats 3-Erlang i esperança 3 hores. Suposant que els 4 examinadors estan atenent als candidats, calculeu a) el número mig de candidats presents i b) el temps de permanència dels candidats en les dependències de l'administració (instant de sortida - d'entrada)

P2 [5 punts] En un moment determinat heu decidit mirar el mòbil i respondre missatges; aquests us van arribant de forma aleatòria seguint una uniforme de 30 segons a 1 minut i mig. En quan arriba un missatge el llegiu i contesteu per ordre d'arribada, en total dediqueu en mitjana 45 segons seguint una distribució 2-erlang. En el moment en que agafeu el mòbil per a començar a llegir els missatges, veieu que en teniu dos a l'espera de respondre.

a) **[1punt]** Calculeu, utilitzant la següent taula de valors aleatoris, els temps que triguen en arribar els 5 primers missatges, seguint la distribució de l'enunciat i també els temps que triguen en avaluar-los.

Per a la distribució d'arribada comenceu d'esquerra a dreta i de dalt a baix, per a la distribució de servei de dreta a esquerra de baix a dalt.

134	9583	3649	8716	9726	4581	351	9833	1357	7651
7915	6532	5313	7231	6843	1563	3211	1531	3468	7661
8153	9135	3765	1915	4615	5648	3525	7243	1373	1002
9912	8648	263	6350	2432	0	1434	6313	3215	234

b) **[1,5punts]** Feu la taula de traça, orientada a events, fins al moment de tractar 5 missatges, amb les següents columnes :

Tclk - temps de clock, **Nº event** - Número d'event, **Event** - Tipus d'event, **P1** - Nombre de missatges en cua, **TA** - Temps de la següent arribada, **TS** - temps de la següent sortida, **MP** - Missatges pocessats .

Tclk	Nº Event	Event	P1	TA	TS
------	----------	-------	----	----	----

c) **[1punt]** Indiqueu quant de temps, mentre heu respost els 5 missatges no heu estat atenent al mòbil.

d) **[1,5punts]** Reproduïu la llista d'events de simulació fins que s'hagin contestat 4 missatges d'acord amb els temps calculats. Accepteu els successos A=arribada i S=sortida del servei.

CURS 2016-17 Q2- Teoria de Cues i Simulació. 2n Examen Parcial
Grau Interuniversitari d'Estadística UB-UPC

P1 [5 punts] Per entrar dins d'un cos de l'Administració és necessari passar tres tipus de proves: a) tècniques, b) físiques i c) psicològiques. Aquestes proves es fan individualitzadament a cada candidat per part d'examinadors que són competents en tots tres tipus de proves. Totes les proves tenen una durada que segueix una distribució exponencial, que en mitjana és de 1 hora. Inicialment un candidat efectua les proves tècniques. Una tercera part és rebutjada definitivament i l'altre tercera part ha de repetir les proves tornant-se a posar en la cua de les proves tècniques en igualtat de condicions que els que comencen. Els qui les acaben passant han d'anar llavors a la cua de les proves físiques. Igualment com abans, una tercera part és rebutjada directament i altre tercera part ha de repetir-les, reincorporant-se a la cua de les proves físiques. Els qui les acaben superant passen a la cua de les proves psicològiques; una tercera part ha de repetir-les, re-entrant en cua, mentre que una altre tercera part en queda definitivament exclosa. Es disposa de quatre examinadors que cal assignar de forma constant a cada una de les tres etapes. Se sap que l'afluència de candidats és poissoniana i en mitjana és de 1 cada hora. Suposeu funcionament continu les 24 hores del dia.

Es demana:

- [1punts]** Quina és l'afluència horària total de candidats a cada una de les tres etapes (flux d'entrada a cada cua en candidats/hora)?
- [0,5 punt]** Quin és el número d'examinadors que cada etapa hauria de tenir assignada? Per què?
- [0,75 punt]** Quina és la demora que experimenten els candidats en cada una de les tres etapes abans de passar la corresponent prova?
- [0,75 punt]** Quin és el número mig de candidats que hi ha a cada etapa?
- [2 punt]** D'acord amb una nova legislació, el procés de selecció de candidats queda unificat en una sola prova individualitzada que té una durada d'acord amb una llei de probabilitats 3-Erlang i esperança 3 hores. Suposant que els 4 examinadors estan atenent als candidats, calculeu a) el número mig de candidats presents i b) el temps de permanència dels candidats en les dependències de l'administració (instant de sortida - d'entrada)

P2 [5 punts] En un moment determinat heu decidit mirar el mòbil i respondre missatges; aquests us van arribant de forma aleatòria seguint una uniforme de 30 segons a 1 minut i mig. En quan arriba un missatge el llegiu i contesteu per ordre d'arribada, en total dediqueu en mitjana 45 segons seguint una distribució 2-erlang. En el moment en que agafeu el mòbil per a començar a llegir els missatges, veieu que en teniu dos a l'espera de respondre.

a) **[1punt]** Calculeu, utilitzant la següent taula de valors aleatoris, els temps que triguen en arribar els 5 primers missatges, seguint la distribució de l'enunciat i també els temps que triguen en avaluar-los.

Per a la distribució d'arribada comenceu d'esquerra a dreta i de dalt a baix, per a la distribució de servei de dreta a esquerra de baix a dalt.

134	9583	3649	8716	9726	4581	351	9833	1357	7651
7915	6532	5313	7231	6843	1563	3211	1531	3468	7661
8153	9135	3765	1915	4615	5648	3525	7243	1373	1002
9912	8648	263	6350	2432	0	1434	6313	3215	234

b) **[1,5punts]** Feu la taula de traça, orientada a events, fins al moment de tractar 5 missatges, amb les següents columnes :

Tclk - temps de clock, **Nº event** - Número d'event, **Event** - Tipus d'event, **P1** - Nombre de missatges en cua, **TA** - Temps de la següent arribada, **TS** - temps de la següent sortida, **MP** - Missatges pocessats .

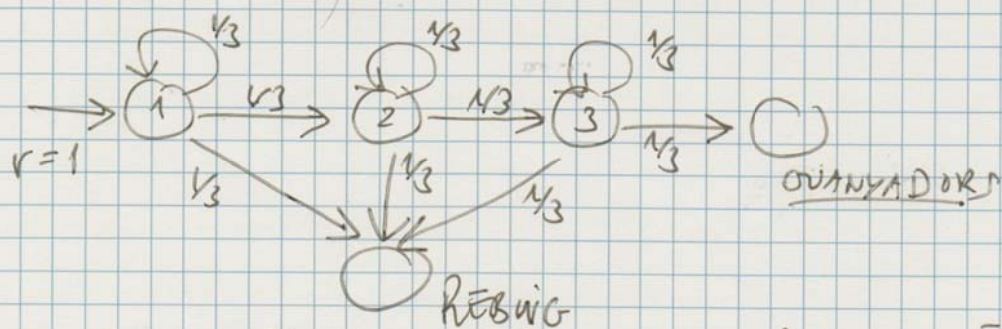
Tclk	Nº Event	Event	P1	TA	TS
------	----------	-------	----	----	----

c) **[1punt]** Indiqueu quant de temps, mentre heu respost els 5 missatges no heu estat atenent al mòbil.

d) **[1,5punts]** Reproduïu la llista d'events de simulació fins que s'hagin contestat 4 missatges d'acord amb els temps calculats. Accepteu els successos A=arribada i S=sortida del servei.

(P1)

(2)



$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 & 2/3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = 3/2, \lambda_2 = 1/3 \cdot 3/2 \cdot 3/2 = 3/4, \lambda_3 = 3/4 \cdot 1/3 \cdot 3/2 = 3/8$$

(5) N° de servidors a 1, $S_1 = 2$

" " " a 2 $S_2 = 1$

" " " a 3 $S_3 = 1$

qualsevol altre repartiment dels examinadors comportarà que col·lapsi una o més proves.

Factors de càrrega de les etapes: $\rho_1 = \frac{3/2}{2-1} = 3/2 < 1$

$$\rho_2 = \frac{3/4}{1} = 3/4 < 1$$

$$\rho_3 = \frac{3/8}{1} = 3/8 < 1$$

(c,d) Prova 1 M/M/2

" 2 M/M/1

" 3 M/M/1.

Prima 1: $P_0^1 = \left[1 + 3/2 + \frac{(3/2)^2}{2} \cdot \frac{1}{1-3/4} \right]^{-1} = [2.5 + 4.5]^{-1} = 1/7$

$$\theta_1 = 3/2$$

$$L_q^1 = C \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{4.5}{7} \cdot \frac{3/4}{1/4} = \frac{13.5}{7} = 1.9285$$

$$W_q^1 = L_q^1 / \lambda_1 = \frac{13.5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{27}{21} = \frac{9}{7} h$$

$$W^1 = W_q^1 + E[X] = \frac{9}{7} + 1 = 2.2857 h.$$

Prima 2

$$\rho_0^2 = 1 - \rho^2 = 1/4$$

$$L^2 = \frac{\rho^2}{1-\rho^2} = \frac{3/4}{1/4} = 3 \rightarrow W^2 = \frac{L^2}{\lambda_2} = \frac{3}{3/4} = 4 h.$$

Prima 3

$$\rho_0^3 = 1 - \rho^3 = 5/8$$

$$L^3 = \frac{\rho^3}{1-\rho^3} = \frac{3/8}{5/8} = 3/5 \rightarrow W^3 = \frac{L^3}{\lambda_3} = \frac{3/5}{3/8} = \frac{8}{5} h.$$

②

M/G/4

$x \sim 3\text{-Erlang}$ $E[x] = 3h$

$$C_x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rho = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{4} < 1$$

$\theta = 3$; aproximació allen-curves

$$1 + \theta + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} \frac{1}{1-\rho} = 4 + \frac{9}{2} + \frac{27}{6} + \frac{81}{24} \cdot 4 =$$

$$= \frac{24 + 27 + 27}{6} + \frac{81}{1} = \frac{80}{6} + \frac{81}{6} = \frac{161}{6}$$

$$G(S, \theta) = \text{formula C-Erlang} = \frac{81/6}{161/6} = \frac{81}{161} = 0.5031$$

$$L_{qM/M/4} = G(S, \theta) \cdot \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{81}{161} \cdot 3 = \frac{243}{161}$$

$$L_q \approx L_{qM/M/4} \left(\frac{C_x^2 + C_s^2}{2} \right) = \frac{243}{161} \cdot \left(\frac{1 + 1/3}{2} \right) = \frac{972}{966} = 1.006$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{972/966}{1} = 1.001h \quad W = 4.006h$$

$$L = W \cdot \lambda = 4.006 \text{ aspirants.}$$

Problema 2-

a) GNA/RNG Uniforma $U[0,1) = \#taula/10000=u$

Arribades $a = \text{Dist. Arribada } U[30,90)$

$$a = 30 + (90 - 30)u$$

$$u1 = 0.0134 \quad a1 = 30 + 60 \cdot 0.0134 = 30.804 = A1$$

$$u2 = 0.9583 \quad a2 = 87.498 \quad 118.302 = A2$$

$$u3 = 0.3649 \quad a3 = 51.894 \quad 170.196 = A3$$

$$u4 = 0.8716 \quad a4 = 82.296 \quad 252.492 = A4$$

$$u5 = 0.9726 \quad a5 = 88.356 \quad 340.848 = A5$$

Serveis $s = \text{Dist. Servei} \quad 2\text{-Erlang } E=45$

$$s = (-45/2)\ln(1-u1) + (-45/2)\ln(1-u2)$$

ó

$$s = (-45/2)\ln((1-u1) \cdot (1-u2))$$

$$u1 = 0.0234$$

$$s1 = -22.5 \cdot \ln(0.0234 \cdot 0.3215) = 9.26$$

$$u2 = 0.3215$$

$$u3 = 0.6313$$

$$s2 = 25.932$$

$$u4 = 0.1434$$

$$u5 = 0$$

$$s3 = 6.27$$

$$u6 = 0.2432$$

$$u7 = 0.635$$

$$s4 = 23.276$$

$$u8 = 0.0263$$

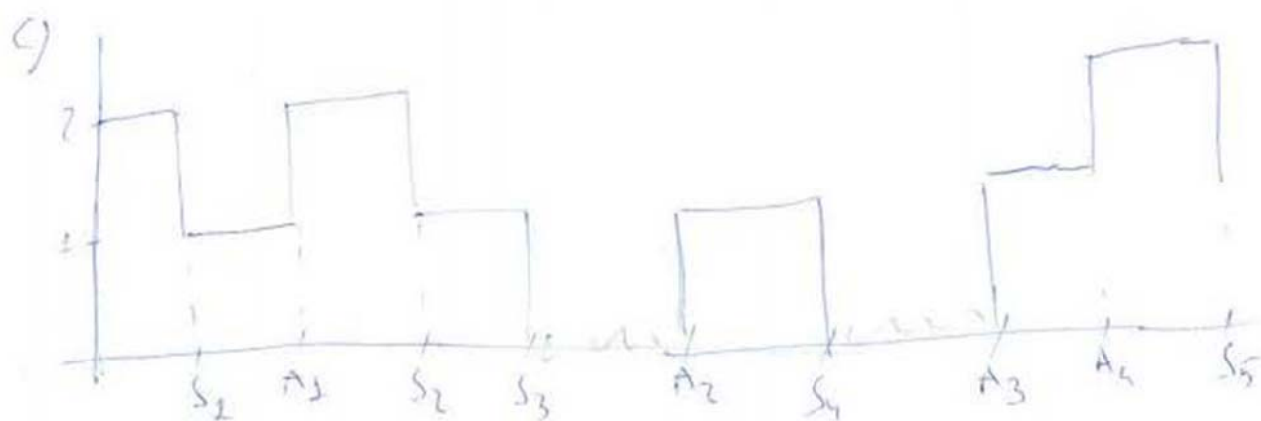
$$u9 = 0.8648$$

$$s5 = 151.515$$

$$u10 = 0.9912$$

b)

Tclk	No Event	Event	P1	TA	TS	MP
9.26	1	S	0	30.804	35.192	1
30.804	2	A	0	118.302	35.192	1
35.192	3	S	0	118.302	41.462	2
41.462	4	S	0	118.302	-	3
118.302	5	A	0	170.192	141.572	3
141.572	6	S	0	170.192	-	4
170.192	7	A	0	252.492	321.707	4
252.492	8	A	0	340.848	321.707	4
321.707	9	S	0	340.848	?	5



Temp durant no es mira el mòbil = temps on no tenim missatges a respondre

$$A2-S3 + A3-S4 = 118.302-41.462+170.192-141.572 = 105.464 \text{ segons}$$

