

Mètodes Estadístics Bayesianes

Juliol 2013

1. Explica i defineix el model Bayesià.
2. Partint d'un model estadístic per y , d'una priori i d'una mostra, com calcularies un interval de credibilitat a posteriori del 90% per predir un valor futur de y ?

Assumim que el nombre de gols per partit que fa el Barça al seu camp en un partit de lliga segueix un model $Poisson(\lambda)$,

$$p(y|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^y}{y!},$$

amb espai de paràmetres $\Omega = [0, \infty)$, i per tant amb $E[y|\lambda] = \lambda$ i $Var[y|\lambda] = \lambda$. Les distribucions a priori conjugades per aquest model són les $Gamma(a, b)$,

$$\pi(\lambda) = \frac{b^a \lambda^{(a-1)} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)},$$

i per tant amb $E[\lambda] = a/b$ i $Var[\lambda] = a/b^2$. Aquesta última lliga els gols per partit que ha fet el Barça a casa han sigut 5, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 4, 4, 5, 6, 2, 2, 3, 5, 1, 4, 2 i 4. Suposant que el nombre de gols per partit són condicionalment independents i idènticament distribuïts:

3. Calcula la funció de versemblança, tria una distribució a priori conjugada per λ i calcula la distribució a posteriori.
4. Dona un estimador puntual per λ basat en aquesta distribució a posteriori, i compara'l amb $E[\lambda]$ i amb l'estimador màxim versemblant per λ .
5. Explica com calcularies un interval amb una credibilitat a posteriori del 90% per λ , i com triaries entre $H_1 : \lambda < 2$, $H_2 : 2 \leq \lambda < 3$ i $H_3 : 3 \leq \lambda$.