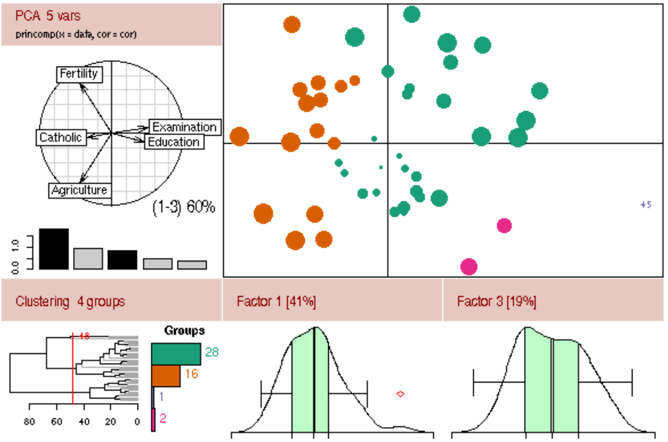
Dissenys factorials

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$$



UNIVERSITAT DE BARCELONA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH

Departament d'Estadística

Efectes principals i interaccions

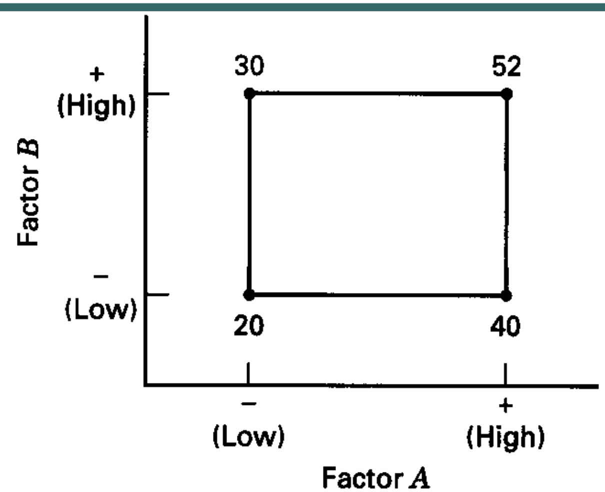


Figure 5-1 A two-factor factorial experiment, with the response (y) shown at the corners.

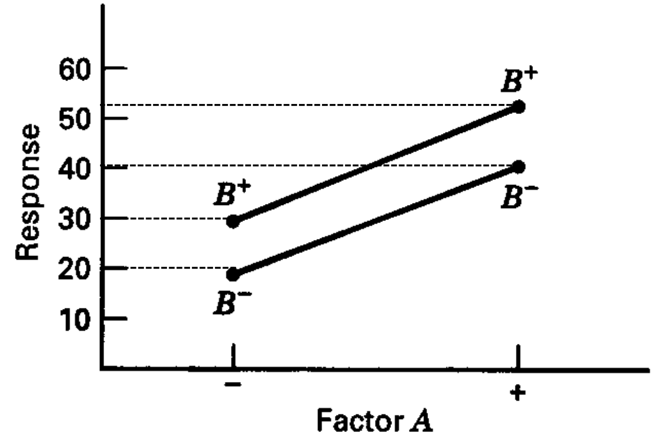


Figure 5-3 A factorial experiment without interaction.

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{40+52}{2} - \frac{20+30}{2} = 21$$

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{30+52}{2} - \frac{20+40}{2} = 11$$

$$AB = \frac{52+20}{2} - \frac{30+40}{2} = -1$$

Efecte: canvi en la resposta en passar el factor de nivell baix a alt.

Efectes principals i interaccions

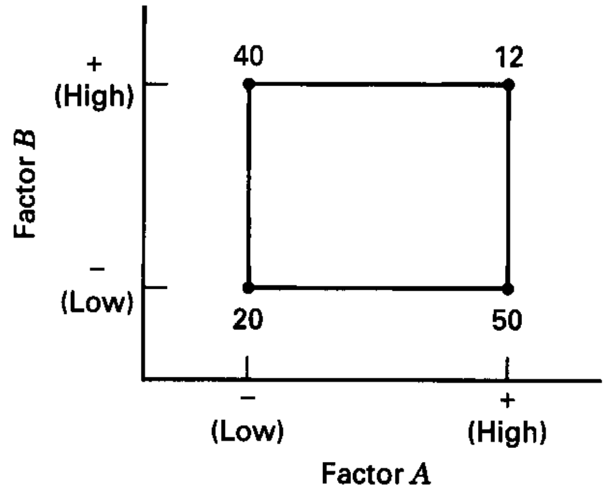


Figure 5-2 A two-factor factorial experiment with interaction.

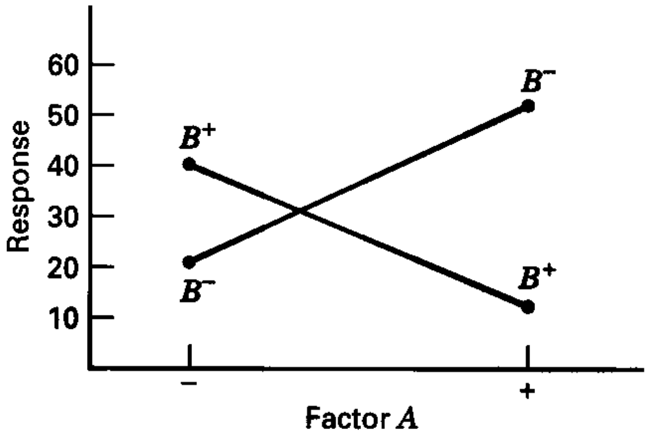


Figure 5-4 A factorial experiment with interaction.

Interacció: l'efecte d'un factor sobre la resposta depén del nivell d'un altre factor

Efecte de A quan B+

Efecte de A quan B-

$$AB = \frac{1}{2}[(12-40)-(50-20)] = -29$$

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{50+12}{2} - \frac{20+40}{2} = 1$$

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{40+12}{2} - \frac{20+50}{2} = -9$$

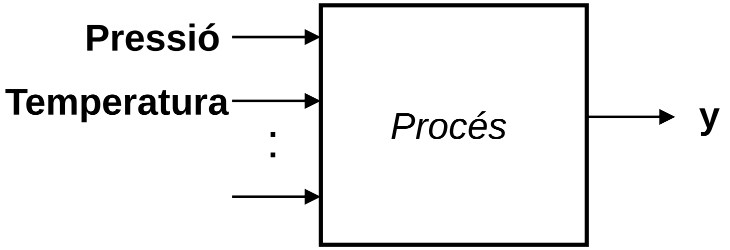
$$AB = \frac{12+20}{2} - \frac{40+50}{2} = -29$$

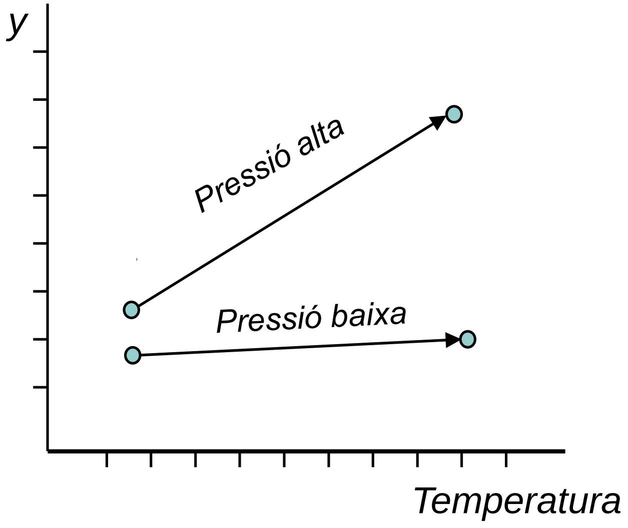
Concepte d'interacció

- **"Aquest procés no hi ha qui l'entengui..."**
- **"El nostre procés és molt complex, no sempre reacciona igual"**
- **"Aquest procés només l'entén el Joan perquè porta aquí molts anys"**

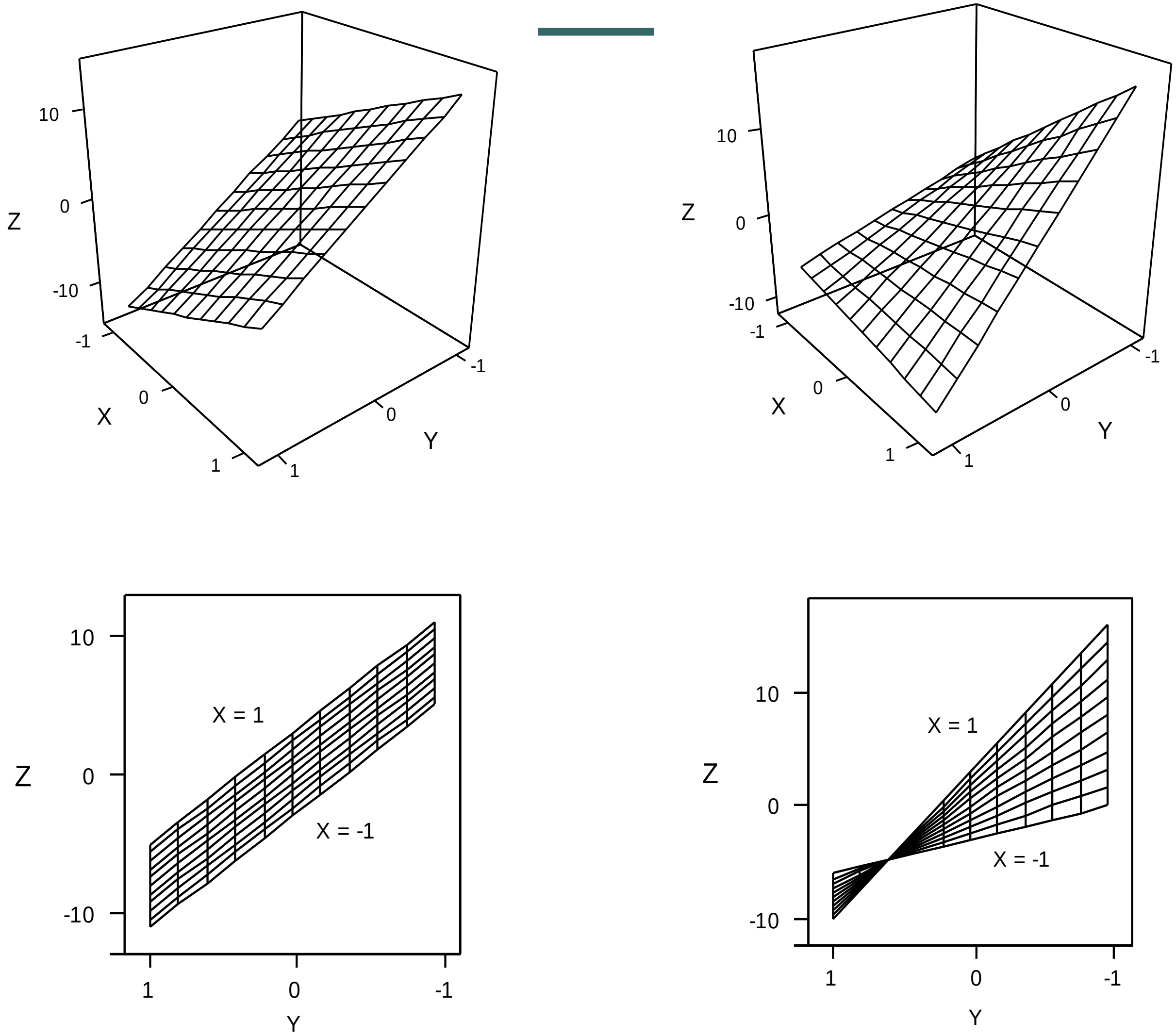
Concepte d'interacció

Dos factors interaccionen quan l'efecte d'un sobre la resposta depén del valor que pren l'altre

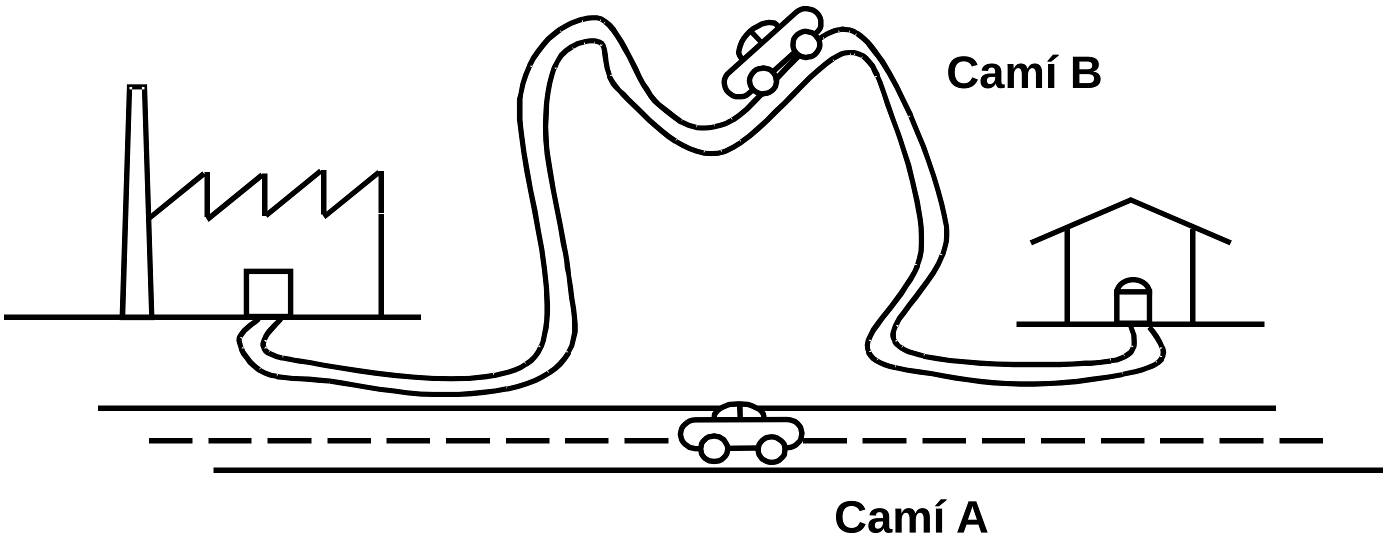




Concepte d'interacció

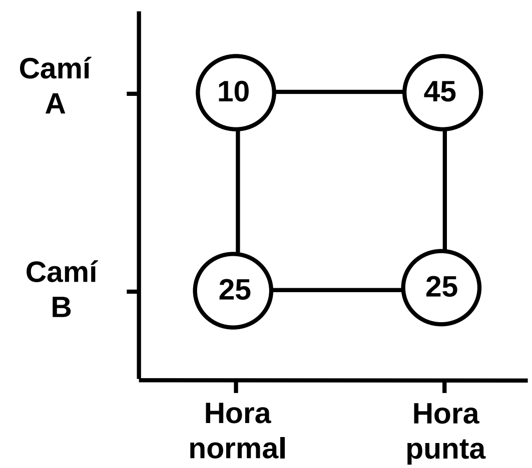


Concepte d'interacció



Quin és el millor camí?

Quina és la millor hora?



Model de regressió

Model de regressió

$$\hat{y} = 35.5 + 10.5x_1 + 5.5x_2$$
$$+0.5x_1x_2$$
$$\cong 35.5 + 10.5x_1 + 5.5x_2$$

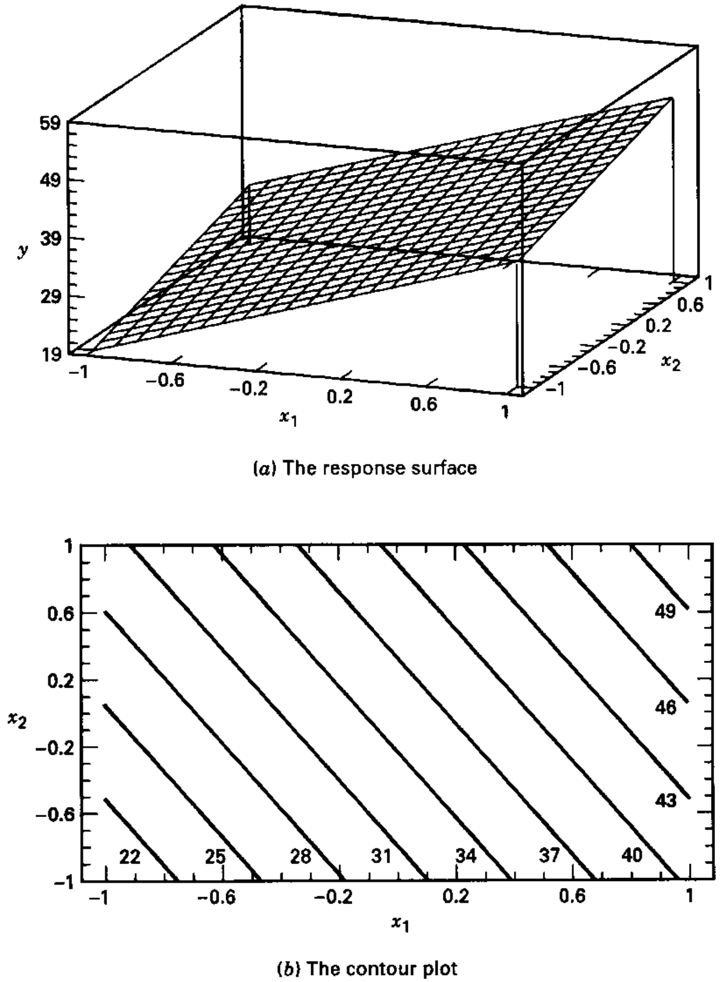


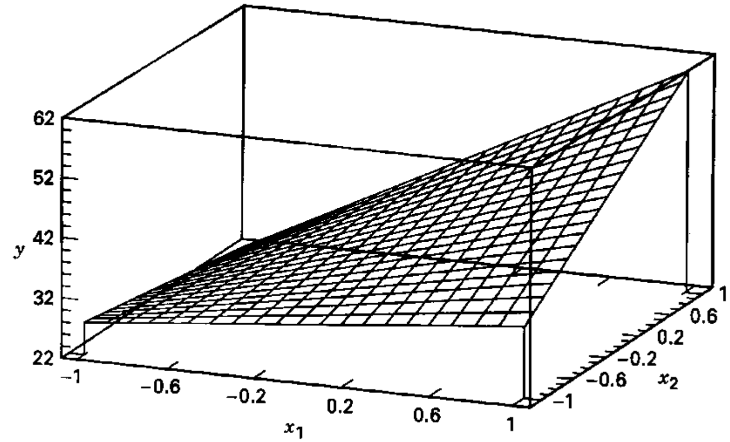
Figure 5-5 Response surface and contour plot for the model $\hat{y} = 35.5 + 10.5x_1 + 5.5x_2$.

Model de regressió

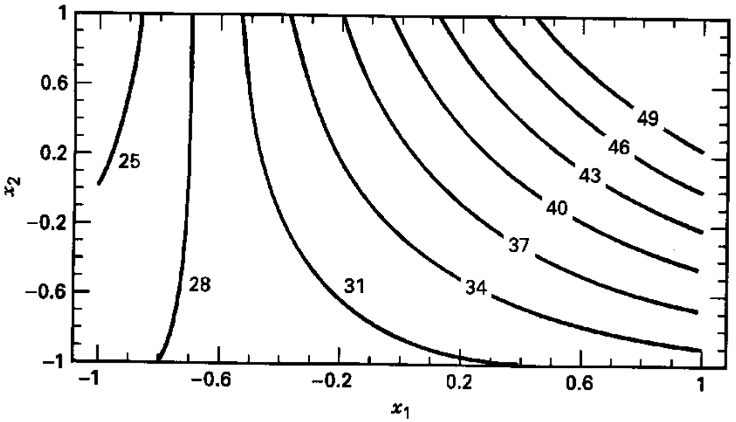
Afegim un terme d'interacció al model:

$$\hat{y} = 35.5 + 10.5x_1 + 5.5x_2 + 8x_1x_2$$

La interacció és de fet una forma de curvatura.



(a) The response surface



(b) The contour plot

Figure 5-6 Response surface and contour plot for the model $\hat{y} = 35.5 + 10.5x_1 + 5.5x_2 + 8x_1x_2$.

Exemple: durada d'una bateria

Table 5-1 Life (in hours) Data for the Battery Design Example

Material Type	Temperature (°F) 15		70		125	
1	130	155	34	40	20	70
	74	180	80	75	82	58
2	150	188	136	122	25	70
	159	126	106	115	58	45
3	138	110	174	120	96	104
	168	160	150	139	82	60

A = tipus de material; *B* = temperatura

1. Quin efecte té el tipus de material i la temperatura sobre la durada de la bateria?
2. Hi ha algun material que doni una durada llarga independentment de la temperatura (un producte robust)?

Model

Table 5-2 General Arrangement for a Two-Factor Factorial Design

		Factor B			
		1	2	...	b
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \ldots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \ldots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \ldots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \ldots, y_{22n}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, \ldots, y_{2bn}$
	⋮				
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \ldots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \ldots, y_{a2n}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, \ldots, y_{abn}$

El factor A té a nivells; el factor B té b nivells, *tenim* n rèpliques

És un disseny totalment aleatoritzat (CR: completely randomized)

Model

Table 5-2 General Arrangement for a Two-Factor Factorial Design

		Factor B			
		1	2	...	b
Factor A	1	$y_{111}, y_{112}, \ldots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \ldots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \ldots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \ldots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \ldots, y_{22n}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, \ldots, y_{2bn}$
	⋮				
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \ldots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \ldots, y_{a2n}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, \ldots, y_{abn}$

Model:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, b \\ k = 1, 2, \ldots, n \end{cases}$$

ANOVA per dissenys factorials

Sumes de quadrats (SS)

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}[(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})+(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})$$
$$+(\bar{y}_{ij.}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}+\bar{y}_{...})+(y_{ijk}-\bar{y}_{ij.})]^2$$
$$= bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})^2 + an\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})^2$$
$$+ n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{ij.}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}+\bar{y}_{...})^2$$
$$+ \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{ij.})^2$$

ANOVA per dissenys factorials

Sumes de quadrats (SS)

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 = bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})^2 + an\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})^2$$

$$+ n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{ij.}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}+\bar{y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk}-\bar{y}_{ij.})^2$$

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

Graus de llibertat

$$abn-1 = a-1+b-1+(a-1)(b-1)+ab(n-1)$$

ANOVA per dissenys factorials

Valors esperats dels quadrats mitjans

$$E(MS_A) = E\left(\frac{SS_A}{a-1}\right) = \sigma^2 + \frac{bn\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2}{a-1}$$

$$E(MS_B) = E\left(\frac{SS_B}{b-1}\right) = \sigma^2 + \frac{an\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2}{b-1}$$

$$E(MS_{AB}) = E\left(\frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}\right) = \sigma^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$$

$$E(MS_E) = E\left(\frac{SS_E}{ab(n-1)}\right) = \sigma^2$$

ANOVA per dissenys factorials

Table 5-3 The Analysis of Variance Table for the Two-Factor Factorial, Fixed Effects Model

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0
A treatments	SS_A	$a-1$	$MS_A = \dfrac{SS_A}{a-1}$	$F_0 = \dfrac{MS_A}{MS_E}$
B treatments	SS_B	$b-1$	$MS_B = \dfrac{SS_B}{b-1}$	$F_0 = \dfrac{MS_B}{MS_E}$
Interaction	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$MS_{AB} = \dfrac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$F_0 = \dfrac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error	SS_E	$ab(n-1)$	$MS_E = \dfrac{SS_E}{ab(n-1)}$	
Total	SS_T	$abn-1$		

Els càlculs es poden fer amb R

Exemple: durada d'una bateria

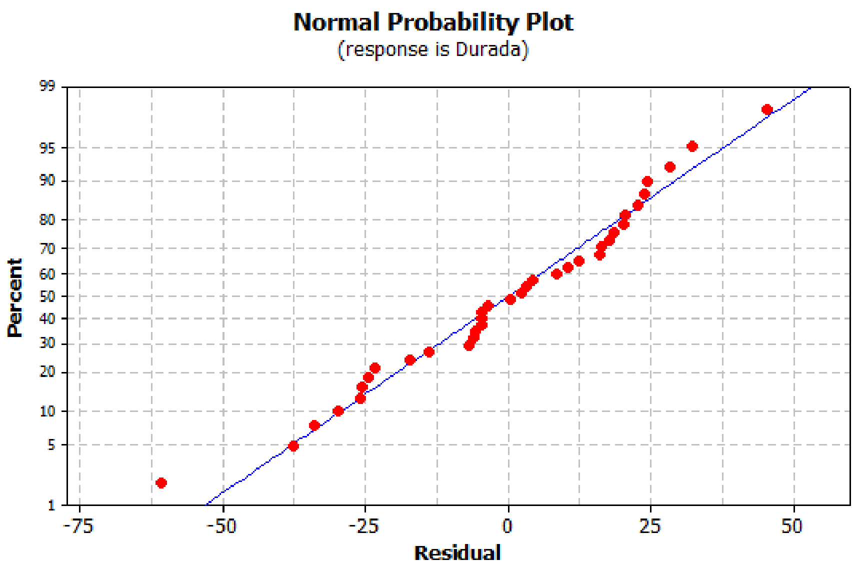
Sortida de Minitab

Analysis of Variance for Durada, using Adjusted SS for Tests

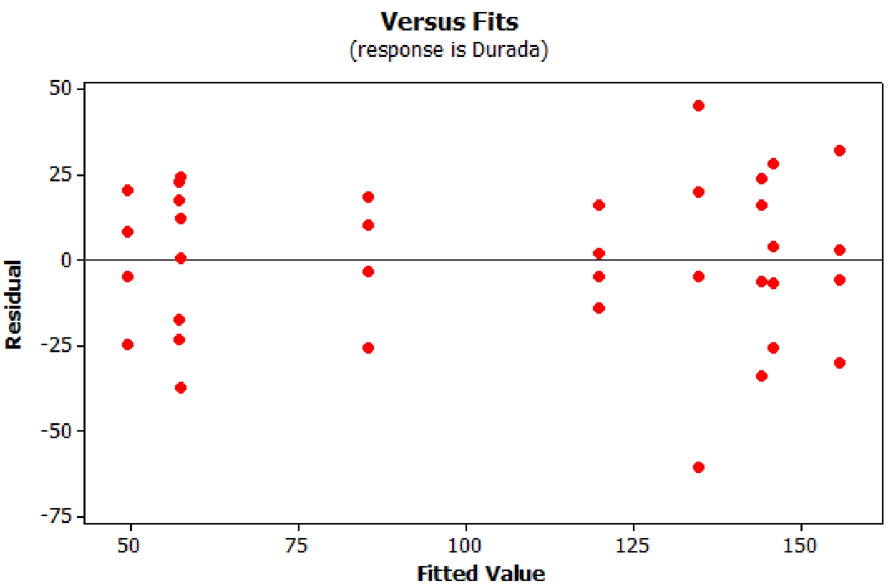
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Material	2	10683,7	10683,7	5341,9	7,91	0,002
Temperatura	2	39118,7	39118,7	19559,4	28,97	0,000
Material*Temperatura	4	9613,8	9613,8	2403,4	3,56	0,019
Error	27	18230,7	18230,7	675,2		
Total	35	77647,0				

Exemple: durada d'una bateria

Residus en ppn



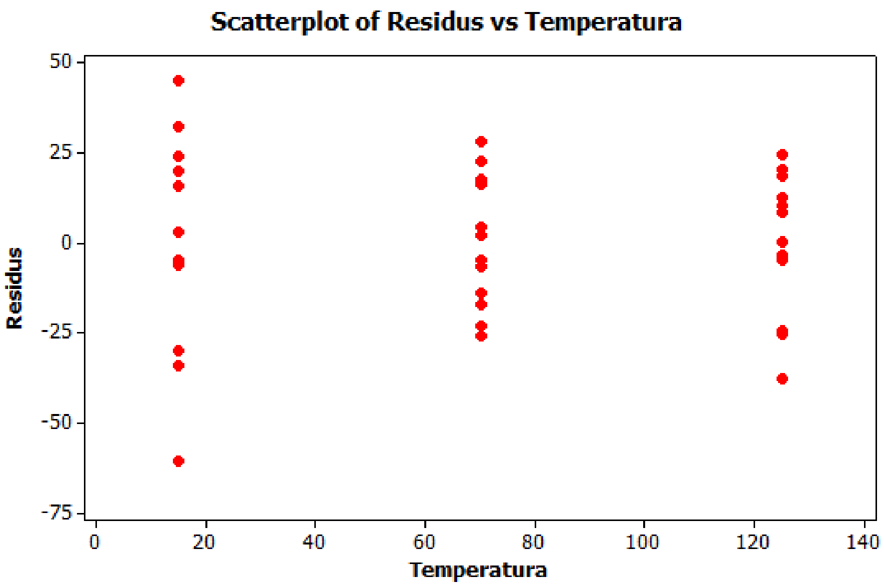
Residus vs. valors previstos

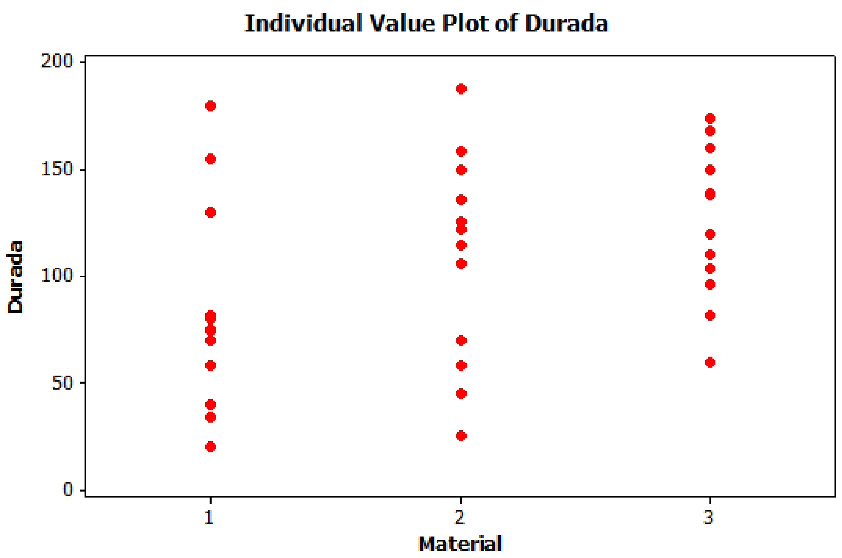


Exemple: durada d'una bateria

Residus vs Temperatura

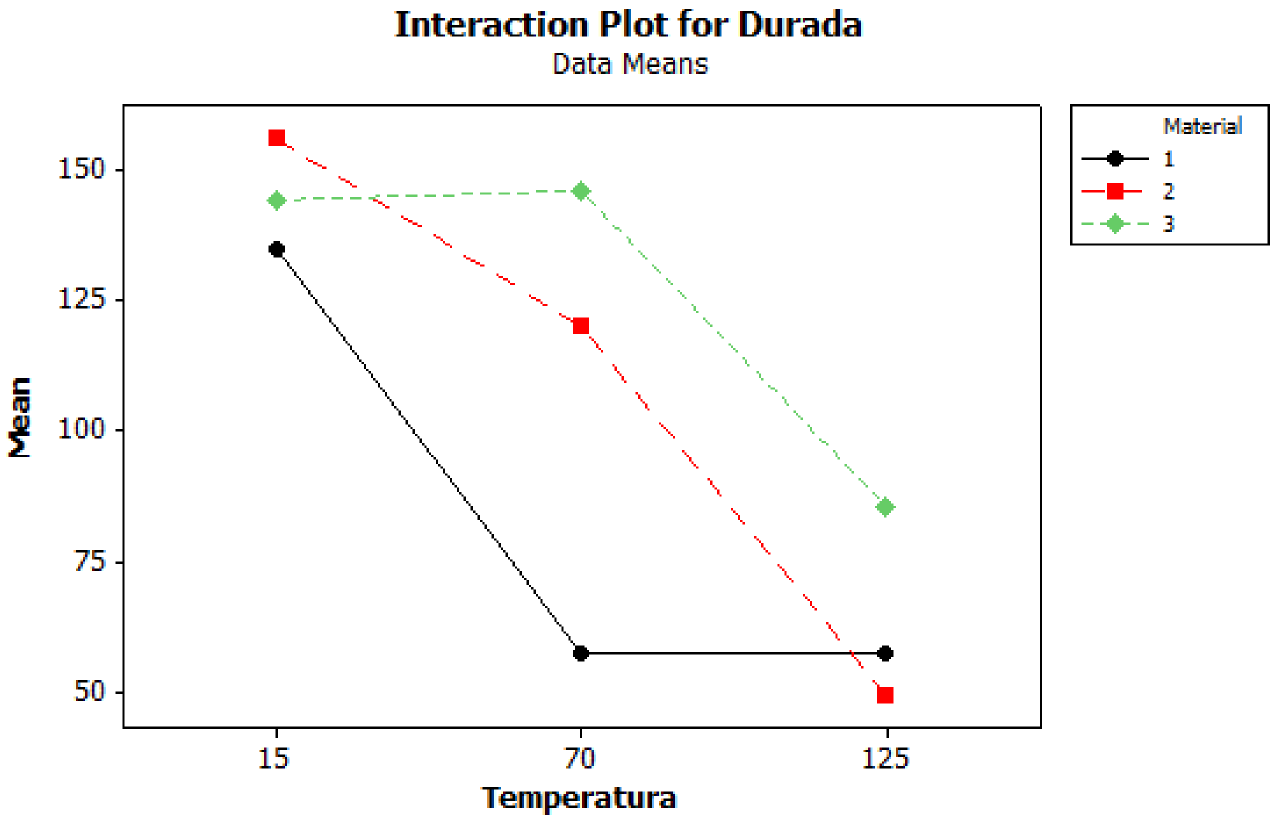
Residus vs. Material





Exemple: durada d'una bateria

Gràfic de la interacció



ANOVA per factorials amb més de 2 factors

- Procediment equivalent al del cas per 2 factors. Ara tenim *k* factors.
- La relació entre sumes de quadrats també és equivalent:

$$SS_T = SS_A + SS_B + \cdots + SS_{AB} + SS_{AC} + \cdots$$
$$+ SS_{ABC} + \cdots + SS_{AB\cdots K} + SS_E$$

Model per *k* = 3 factors

$$y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{ijkl} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \ldots, a \\ j = 1, 2, \ldots, b \\ k = 1, 2, \ldots, c \\ l = 1, 2, \ldots, n \end{cases}$$

ANOVA per factorials amb més de 2 factors

Table 5-12 The Analysis of Variance Table for the Three-Factor Fixed Effects Model

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	Expected Mean Square	F_0
A	SS_A	$a-1$	MS_A	$\sigma + \dfrac{bcn\sum\tau_i^2}{a-1}$	$F_0 = \dfrac{MS_A}{MS_E}$
B	SS_B	$b-1$	MS_B	$\sigma^2 + \dfrac{acn\sum\beta_j^2}{b-1}$	$F_0 = \dfrac{MS_B}{MS_E}$
C	SS_C	$c-1$	MS_C	$\sigma^2 + \dfrac{abn\sum\gamma_k^2}{c-1}$	$F_0 = \dfrac{MS_C}{MS_E}$
AB	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	$\sigma^2 + \dfrac{cn\sum\sum(\tau\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	$F_0 = \dfrac{MS_{AB}}{MS_E}$
AC	SS_{AC}	$(a-1)(c-1)$	MS_{AC}	$\sigma^2 + \dfrac{bn\sum\sum(\tau\gamma)_{ik}^2}{(a-1)(c-1)}$	$F_0 = \dfrac{MS_{AC}}{MS_E}$
BC	SS_{BC}	$(b-1)(c-1)$	MS_{BC}	$\sigma^2 + \dfrac{an\sum\sum(\beta\gamma)_{jk}^2}{(b-1)(c-1)}$	$F_0 = \dfrac{MS_{BC}}{MS_E}$
ABC	SS_{ABC}	$(a-1)(b-1)(c-1)$	MS_{ABC}	$\sigma^2 + \dfrac{n\sum\sum\sum(\tau\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$F_0 = \dfrac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Error	SS_E	$abc(n-1)$	MS_E	σ^2	
Total	SS_T	$abcn-1$			

Exemple

Ejemplo 6.3 Metales pesados en lodos de desagüe

El lodo de desagüe es el residuo seco que resulta de procesar las aguas negras; como contiene nutrientes benéficos para el crecimiento de plantas, se puede usar como fertilizante en la agricultura, siempre que no contenga niveles tóxicos de ciertos elementos como metales pesados. Por regla general, los niveles de metales en los lodos se prueban según el crecimiento de plantas en ambientes que contienen distintas dosis de lodo.

Hipótesis de investigación: un científico de suelos planteó la hipótesis de que la concentración de ciertos metales en los lodos difiere según las áreas metropolitanas de las que se obtuvo el lodo, variación que puede ser el resultado de una gran cantidad de causas, como las distintas bases industriales que rodean el área. Si esto fuera cierto, entonces las recomendaciones de aplicación en cultivos tendrían que ser precedidas por la ubicación de la fuente de material. Se planeó una prueba para determinar si había una variación significativa en las concentraciones de metales pesados entre las diversas áreas metropolitanas.

Diseño del tratamiento: el investigador obtuvo lodos de las plantas de tratamiento localizadas en tres áreas metropolitanas diferentes. Se cultivaron plantas de cebada en un medio de arena al que se agregó el lodo como fertilizante, en tres cantidades diferentes: 0.5,1.0 y 1.5 toneladas métricas/acre. El arreglo factorial para el diseño del tratamiento consistió en un factor cualitativo, "ciudad", con tres niveles y un factor cuantitativo, "cantidad", con tres niveles.

Del llibre de Kuehl de disseny d'experiments

Resultats

Tabla 6.7 Contenido de zinc (ppm) en los cultivos de plantas de cebada en ambientes que contienen tres cantidades diferentes de lodo proveniente de tres áreas metropolitanas

Ciudad y cantidad (Ton/hectárea)								
A			*B*			*C*		
0.5	1.0	1.5	0.5	1.0	1.5	0.5	1.0	1.5
26.4	25.2	26.0	30.1	47.7	73.8	19.4	23.2	18.9
23.5	39.2	44.6	31.0	39.1	71.1	19.3	21.3	19.8
25.4	25.5	35.5	30.8	55.3	68.4	18.7	23.2	19.6
22.9	31.9	38.6	32.8	50.7	77.1	19.0	19.9	21.9

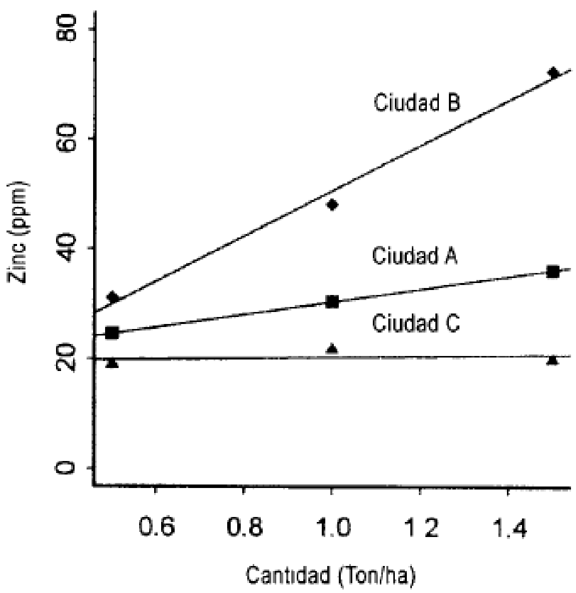
Fuente: J. Budzinsky, Department of Soil and Water Science, University of Arizona.

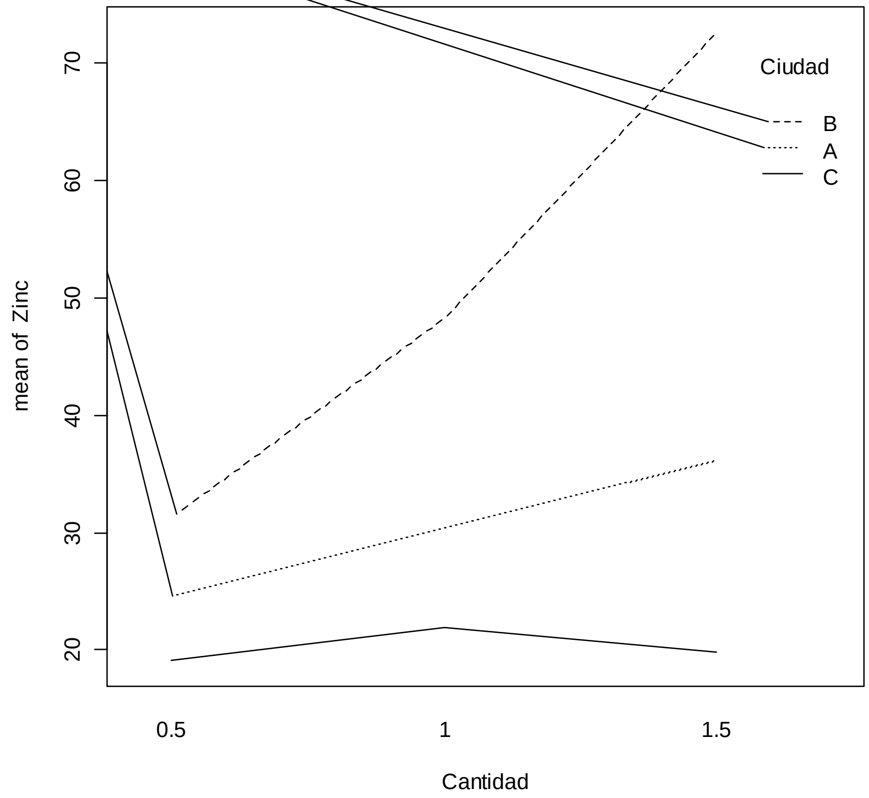
Anàlisi

```
> fm <- lm(Zinc~Ciudad+Cantidad+Ciudad:Cantidad, data=zinc)
> summary(aov(fm))
                Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Ciudad           2 5739.8 2869.90 150.281 2.328e-15 ***
Cantidad         2 1932.5  966.25  50.597 7.365e-10 ***
Ciudad:Cantidad  4 1822.9  455.72  23.863 1.575e-08 ***
Residuals       27  515.6   19.10
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> summary(aov(fm), split=list(Cantidad=c(L=1, Q=2)))
                     Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
Ciudad                2 5739.8 2869.90 150.2810 2.328e-15 ***
Cantidad              2 1932.5  966.25  50.5970 7.365e-10 ***
  Cantidad: L         1 1931.2 1931.24 101.1286 1.259e-10 ***
  Cantidad: Q         1    1.3    1.25   0.0655    0.7999
Ciudad:Cantidad       4 1822.9  455.72  23.8633 1.575e-08 ***
  Ciudad:Cantidad: L  2 1772.3  886.15  46.4027 1.836e-09 ***
  Ciudad:Cantidad: Q  2   50.6   25.28   1.3239    0.2828
Residuals            27  515.6   19.10
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Anàlisi

```
> attach(zinc)
> interaction.plot(Cantidad, Ciudad, Zinc)
```





Exemple

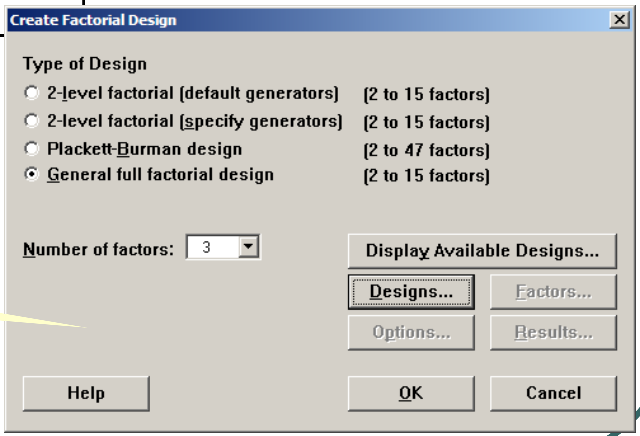
Es fa servir una màquina per omplir contenidors amb un xarop per a fabricar un refresc de cola. La resposta d'interès és la quantitat de xarop que es perd degut a l'escuma.

Hi ha 3 variables que es creu que poden afectar a la resposta:

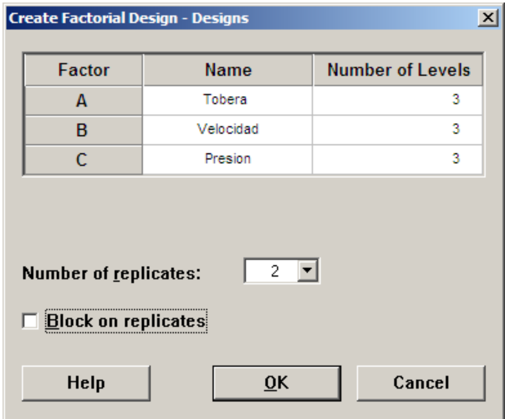
	Factors		
Nivell	**Tovera**	**Velocitat [rpm]**	**Pressió [psi]**
– 1	1	100	10
0	2	120	15
+ 1	3	140	20

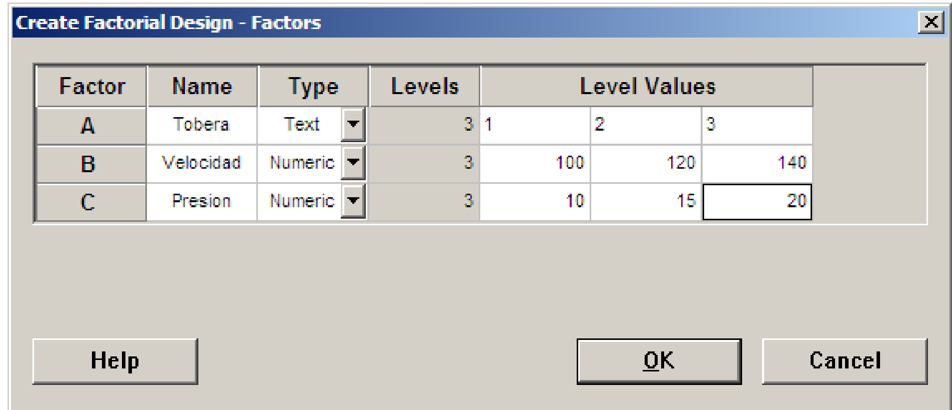
Del llibre de Montgomery de disseny d'experiments

Fem un disseny 3^3



Exemple





Els resultats de l'experiment:

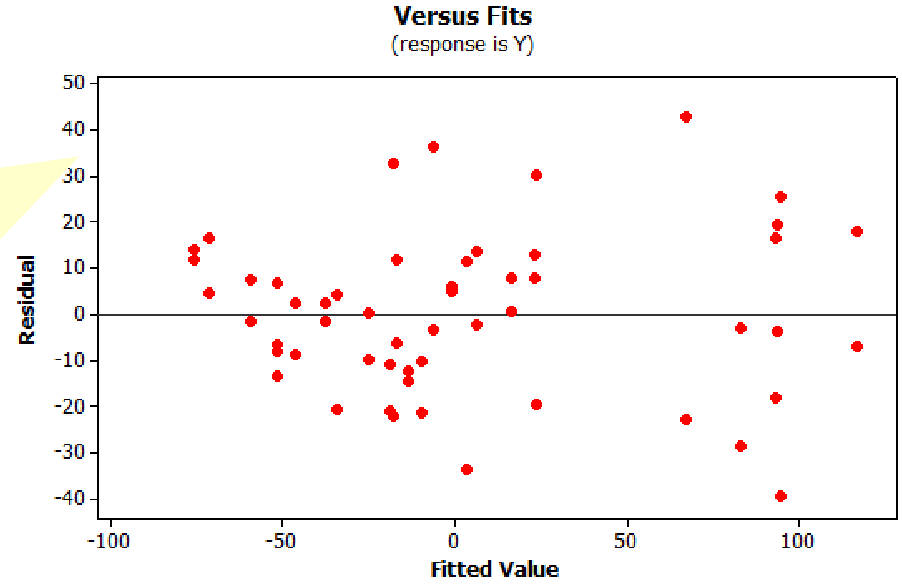
	Tobera (A)								
	1			2			3		
	Velocidad [rpm] (B)								
Presión [psi] (C)	100	120	140	100	120	140	100	120	140
10	-35	-45	-40	17	-65	20	-39	-55	15
	-25	-60	15	24	-58	4	-35	-67	-30
15	110	-10	80	55	-55	110	90	-28	110
	75	30	54	120	-44	44	113	-26	135
20	4	-40	31	-23	-64	-20	-30	-61	54
	5	-30	36	-5	-62	-31	-55	-52	4

Resultats

Analysis of Variance for Y, using Adjusted SS for Tests

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Tobera	2	993,8	993,8	496,9	1,08	0,352
Velocidad	2	61190,3	61190,3	30595,2	66,33	0,000
Presion	2	69105,3	69105,3	34552,7	74,91	0,000
Tobera*Velocidad	4	6300,9	6300,9	1575,2	3,42	0,019
Tobera*Presion	4	7513,9	7513,9	1878,5	4,07	0,008
Velocidad*Presion	4	12854,3	12854,3	3213,6	6,97	0,000
Error	35	16144,3	16144,3	461,3		
Total	53	174102,8				

Els p-valors ens permeten veure quins efectes són significatius. Cal fer la gràfica de residus respecte valors previstos (tal com surt aquí no ens quedem tranquil·líssims…)



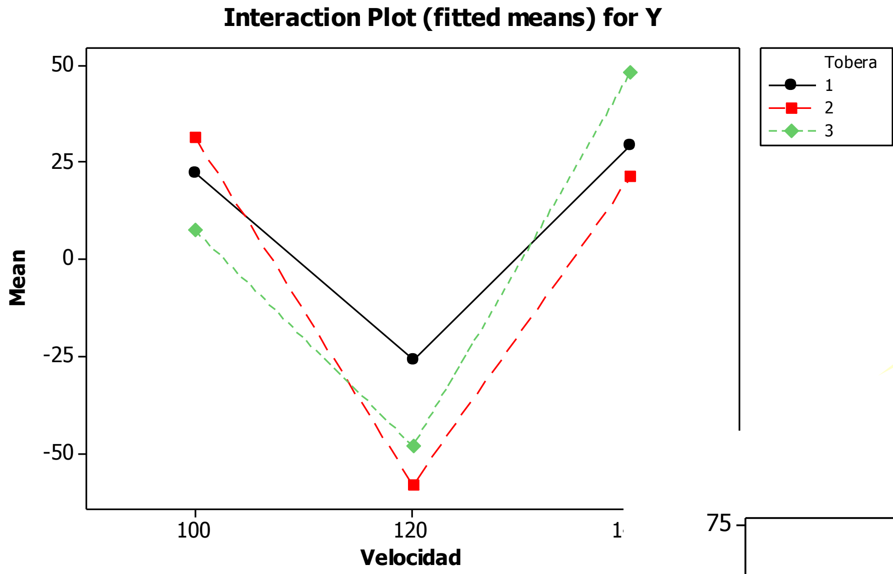
Resultats

```
> fm <- lm(Y ~
Tobera+Velocidad+Presion+Tobera:Velocidad+Tobera:Presion+Velocidad:Presion,
data=cola)
> summary(aov(fm))
                  Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Tobera             2    994     497  1.0772 0.3515595
Velocidad          2  61190   30595 66.3288 1.241e-12 ***
Presion            2  69105   34553 74.9085 2.255e-13 ***
Tobera:Velocidad   4   6301    1575  3.4150 0.0185123 *
Tobera:Presion     4   7514    1878  4.0724 0.0081739 **
Velocidad:Presion  4  12854    3214  6.9669 0.0003098 ***
Residuals         35  16144     461
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

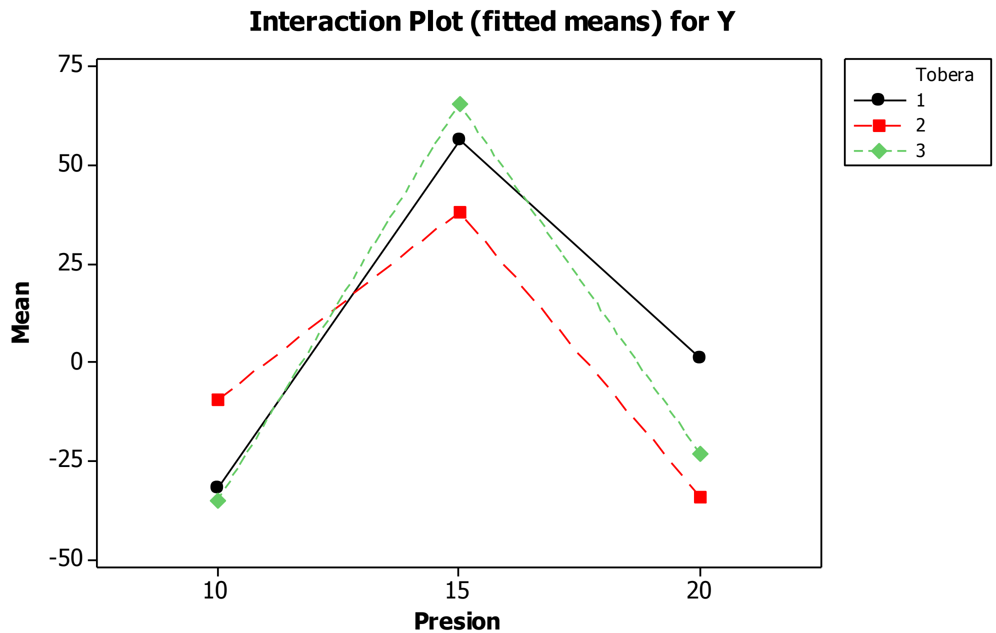
Resultats

```
> summary(aov(fm), split=list(Velocidad=c(L=1, Q=2), Presion=c(L=1, Q=2)))
                          Df Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)
Tobera                     2    994     497   1.0772 0.3515595
Velocidad                  2  61190   30595  66.3288 1.241e-12 ***
  Velocidad: L             1   1406    1406   3.0487 0.0895760 .
  Velocidad: Q             1  59784   59784 129.6090 2.564e-13 ***
Presion                    2  69105   34553  74.9085 2.255e-13 ***
  Presion: L               1    400     400   0.8672 0.3581164
  Presion: Q               1  68705   68705 148.9498 3.621e-14 ***
Tobera:Velocidad           4   6301    1575   3.4150 0.0185123 *
  Tobera:Velocidad: L      2   4012    2006   4.3491 0.0205628 *
  Tobera:Velocidad: Q      2   2289    1144   2.4809 0.0982642 .
Tobera:Presion             4   7514    1878   4.0724 0.0081739 **
  Tobera:Presion: L        2   5022    2511   5.4439 0.0087395 **
  Tobera:Presion: Q        2   2492    1246   2.7010 0.0811248 .
Velocidad:Presion          4  12854    3214   6.9669 0.0003098 ***
  Velocidad:Presion: L.L   1    425     425   0.9215 0.3436743
  Velocidad:Presion: Q.L   1      0       0   0.0003 0.9869594
  Velocidad:Presion: L.Q   1   1378    1378   2.9877 0.0927128 .
  Velocidad:Presion: Q.Q   1  11051   11051  23.9581 2.204e-05 ***
Residuals                 35  16144     461
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Gràfiques per mostrar els resultats



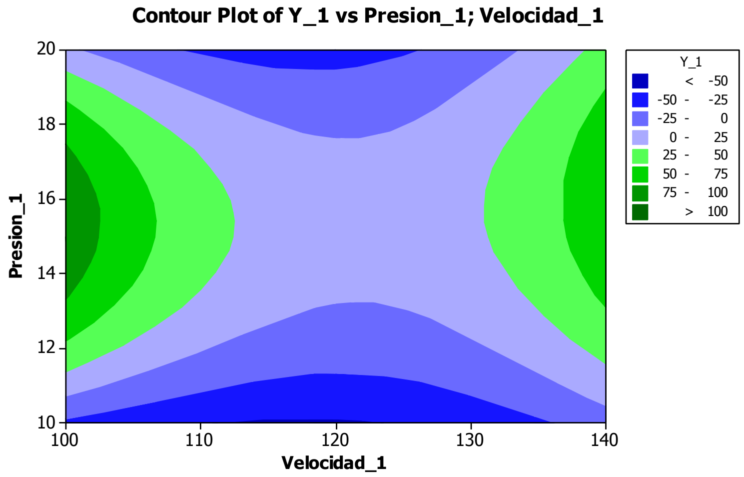
Es poden fer gràfics d'efectes principals i interaccions...



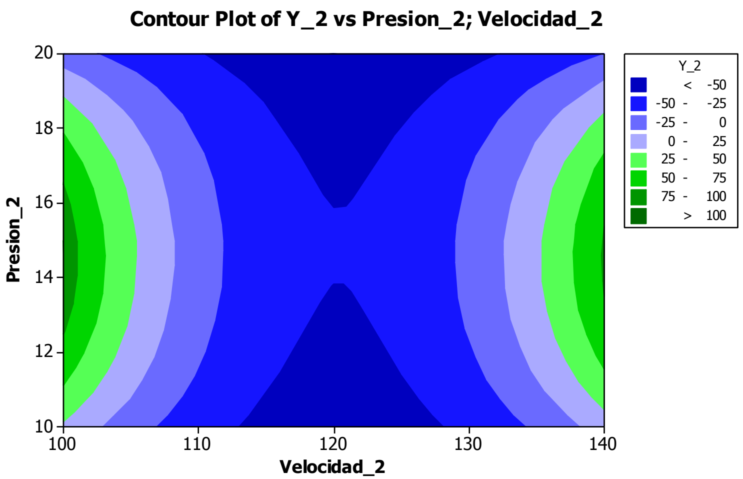
Gràfiques per mostrar els resultats

Una bona manera d'interpretar els resultats és fent corbes de nivell.

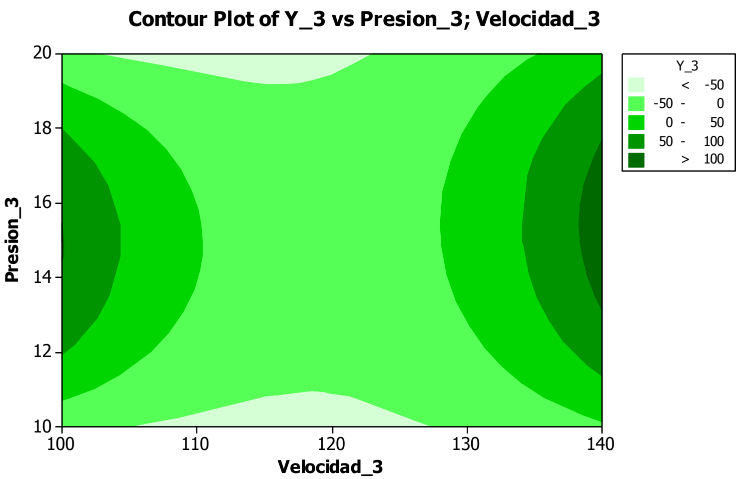
Tovera 1



Tovera 2



Tovera 3



Bloqueig en disseny factorials

Cal bloquejar un disseny factorial quan sospitem que les condicions en que s'han de fer els diferents experiments no seran homogènies. Situacions típiques en que val la pena bloquejar són experiments que es fan en dies diferents, amb canvis de torn, de matèria primera, etc.

En general, quan bloquegem, suposem que l'efecte bloc és additiu. És a dir, que no interacciona amb cap factor. Només representa un canvi de nivell en la resposta.

Ejemplo 8.1 El momento de fertilizar el trigo con nitrógeno

Las recomendaciones actuales para fertilizar el trigo con nitrógeno incluyen la aplicación de cantidades específicas en etapas establecidas del crecimiento de la planta. Las recomendaciones se desarrollaron a través de un análisis periódico del contenido de nitratos en los tejidos de la espiga, se pensó que el análisis del tejido era un medio efectivo para supervisar la cantidad de nitrógeno en la cosecha y tener una base para predecir el nitrógeno necesario para una producción óptima.

Objetivo de investigación: en ciertas situaciones, las pruebas de nitrato en los tejidos de la espiga predecían una mayor cantidad de nitrógeno, en consecuencia, el investigador quería evaluar el efecto de varios programas de fertilización sobre esas cantidades de nitrógeno y sobre la producción de trigo, para refinar las recomendaciones del procedimiento.

Del llibre de Kuehl de disseny d'experiments

Exemple

Diseño del tratamiento: el diseño del tratamiento incluyó seis programas diferentes de aplicación de nitrógeno que podían proporcionar el intervalo de condiciones necesarias para evaluar el proceso. Para la comparación se incluyó un tratamiento sin nitrógeno al igual que la recomendación normal vigente.

Diseño del experimento: el experimento se llevó a cabo en un campo irrigado, con un gradiente de agua en dirección del área de parcelas experimentales. Como las respuestas de la plantas dependían de la variabilidad en la humedad disponible, las parcelas se agruparon en bloques de seis de manera que cada bloque se encontraba en partes con el mismo gradiente de agua, de modo que cualesquiera diferencias en las respuestas de las plantas causada por el gradiente de agua podía asociarse con los bloques. El diseño de experimento resultante fue un diseño de bloques completo aleatorizado, con cuatro bloques de seis parcelas a las que se asignaron al azar los tratamientos de nitrógeno.

La distribución de las parcelas experimentales en el campo se muestra en el cuadro 8.1, donde se proporciona el contenido de nitrógeno observado (ppm $\times 10^{-2}$) en una muestra de espigas de trigo para cada parcela junto con los números de tratamiento, que aparecen en el recuadro pequeño para cada parcela.

Resultats

Cuadro 8.1 Arreglo de las parcelas experimentales para el experimento de trigo en un diseño de bloques completos aleatorizado

Gradiente de irrigación ↓

Bloque 1	2 40.89	5 37.99	4 37.18	1 34.98	6 34.89	3 42.07
Bloque 2	1 41.22	3 49.42	4 45.85	6 50.15	5 41.99	2 46.69
Bloque 3	6 44.57	3 52.68	5 37.61	1 36.94	2 46.65	4 40.23
Bloque 4	2 41.90	4 39.20	6 43.29	5 40.45	3 42.91	1 39.97

Fuente: Dr. T. Doerge, Department of Soil and Water Science, University of Arizona.

Exemple

```
> fm <- lm(Y~Programa+Bloque, data=nitro)
> summary(aov(fm))
            Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
Programa     5 201.35  40.269  5.5932 0.004186 **
Bloque       3 197.09  65.695  9.1247 0.001114 **
Residuals   15 108.00   7.200
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
> fm.noblocks <- lm(Y~Programa, data=nitro)
> summary(aov(fm.noblocks))
            Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)
Programa     5 201.35  40.269  2.3759 0.08026 .
Residuals   18 305.08  16.949
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```