Grau InterUniversitari d'Estadística UB-UPC. Teoria de Cues i Simulació
2on Examen Parcial. Curs 2015-16
.

P1. [5punts**]** En un aeroport les peticions de pista per aterrar per part dels d'avions es produeixen cada 2,5 minuts i segueixen un patró Poissonià. El temps necessari per aterrar un avió depèn del tipus d'avió (bàsicament de la seva grandària). Els tècnics han comprovat que poden catalogar-se en tres tipus: gran (temps d'aterratge 3 minuts), mitja (temps d'aterratge 2,5 minuts) i petit (temps d'aterratge 1,5 minuts). Se sap també que en la població d'avions que arriben a l'aeroport hi un 20% d'avions grans, un 50 % de mitjans i 30% de petits. En realitzar-se una petició d'aterratge, si la pista no està disponible llavors es dona ordres a l'avió de quedar-se donant voltes. L'aterratge es produeix sempre per ordre estricte de petició de pista. Només hi ha una pista d'aterratge.

a) [1.5p] Establiu un model de cues pels avions que esperen en l'espai aeri a que la pista quedi disponible. Calculeu el temps mig que necessita un avió genèric per aterrar, la seva desviació estàndar i el coeficient de desviació.
b) [1.5p] Calcula el nº mig d'avions que hi ha a l'espai aeri "donant tombs" esperant per pista.
c) [1p] Calcula el temps mig que un avió està esperant pista.
d) [1p] Quina és la probabilitat de que un avió esperi més de 5 minuts per poder iniciar la maniobra d'aterratge?

P2. [5 punts] Un centre d'atenció primària d'una zona rural està format per 1 metge i 1 auxiliar que atenen els pacients. Aquests treballadors arriben al seu lloc de treball a les 8:30 del matí i realitzen tasques de posta a punt dels diferents aparells que s'utilitzen per les consultes fins que comencen a arribar els pacients. Cada metge està entre 15 i 30 minuts amb cada pacient (distribució uniforme). Els pacients també comencen a arribar a partir de les 8:30 i el seu temps entre arribades es distribueix de manera exponencial amb una esperança de 7 minuts. Tant bon punt arriben els pacients són atesos per l'auxiliar que els porta a la consulta i els deixa amb el metge. Un pacient passa a la consulta sempre que hi hagi un metge lliure, si no el pacient s'espera a la sala d'espera fent cua.

- Es demana que us plantegeu la simulació del sistema mitjançant la metodologia event-scheduling. Considereu les variables d'estat N=nombre de pacients, i Tck= instant de rellotge.
- Simuleu fins a la sortida del pacient número 3 (tenint en compte que el primer pacient arriba a les 8:30) amb els nombres aleatoris que es proporcionen:

1319	2803	0061	9608	4167	3831	3340	7509	3359	8669
3252	3688	4232	9590	6077	3465	1932	5370	1072	7807
2400	1782	7164	1821	6170	9245	5791	3453	8305	6658
7220	1480	7989	1439	9171	6567	6899	7151	9439	6219
9992	2880	6771	2299	4181	8936	1243	939	7819	0884

Seleccioneu els números aleatoris anteriors per columnes començant amb el 1319 inicial (1319, 3252, 2400...); accepteu que són una mostra d'una distribució uniforme entre 0 i 9999.

Feu la taula o diagrama de la simulació manual d'aquest sistema i responeu:

a) [2p] Utilitzeu la taula de números aleatoris de la capçalera per generar les variables INPUT fins el pacient número 6:
   τ_i = instant entre arribades a la consulta (S.E.) pel pacient i
   t_i = instant d'arribada a la consulta (S.E.) pel pacient i
   x_i = temps de servei del pacient i
   hora d'arribada del pacient al centre en format HH:MM
b) [3p] Reproduïu la llista d'events de simulació fins que surti el 3er pacient de la consulta d'acord amb els temps calculats. Accepteu els successos A=arribada i S=sortida del servei. Cada cop que inspeccioneu un element de la llista de successos deixeu indicat el valor final de totes les variables d'estat, així com els elements que formen part de la llista. Partiu de la situació inicial: Tck=0 (8:30h), cua=0.

P1) <u>M/G/1</u>

x = temps per atenar d'un avió genèric

a) $E[x] = 0'2 \cdot 3 + 0'5 \cdot 2'5 + 0'3 \cdot 1'5 = 2'3$ min

$Var[x] = 0'2(3-2'3)^2 + 0'5(2'5-2'3)^2 + 0'3(1'5-2'3)^2 =$

$= 0'31 \text{ min}^2 \rightarrow \sigma_x = 0'5567$ min

$C_x = \dfrac{0'5567}{2'3} = 0'2420.$

b) $L_q = L_{q_{M/M/1}} \left(\dfrac{1 + C_x^2}{2} \right)$ (P-K fórmula)

$\rho = \dfrac{2'3}{2'5} = 0'92$ (heavy traffic).

$L_{q_{M/M/1}} = \dfrac{\rho^2}{1-\rho} = 10'58$ avions

$L_q = 10'58 \left(\dfrac{1 + 0'2420^2}{2} \right) = 5'6$ avions.

c) $W_q = L_q / \lambda = 5'6 / (1/2'5) = 14$ min.

d) Sota heavy traffic el temps en cua es distribueix aproximadament de forma exponencial

$P(w_q \geq 5) = e^{-5/14} \approx 0'7$

P2

a) $\tau \sim Exp(1/7)$ temps entre arribades

$X \sim U(20,35)$ temps de servei

Pel mètode de la transformada inversa.

$$\tau_i = -7 \ln U_i$$

$$x_i = 15 + (30-15)\, U_i$$

pel pacient 1

$$\tau_1 = -7 \ln\left(\frac{1319}{9999}\right) = 14{,}1793 \text{ min}$$

$$t_1 = 14{,}1793$$

el pacient 1 arriba a les 8:44

$$X_1 = 15 + (30-15)\left(\frac{3252}{9999}\right) = 19{,}8819 \text{ min}$$

pel pacient 2

$$\tau_2 = -7 \ln\left(\frac{2400}{9999}\right) = 9{,}9891 \text{ min}$$

$$t_2 = 14{,}1793 + 9{,}9891 = 24{,}1684 \text{ min}$$

el pacient 2 arriba a les 8:54

$$X_2 = 15 + 15\left(\frac{7220}{9999}\right) = 25{,}8311 \text{ min}$$

pel pacient 3

$$\tau_3 = -7 \ln\left(\frac{9992}{9999}\right) = 0{,}0049$$

$$t_3 = 24{,}1684 + 0{,}0049 = 24{,}1733$$

el pacient 3 arriba a les 8:54

$$X_3 = 15 + 15\left(\frac{2803}{9999}\right) = 19{,}2049 \text{ min}$$

pel pacient 4

$$\tau_4 = -7 \ln\left(\frac{3688}{9999}\right) = 6{,}9818 \text{ min}$$

$$t_4 = 24{,}1733 + 6{,}9818 = 31{,}1551 \text{ min}$$

el pacient 4 arriba a les 9:01

$$X_4 = 15 + 15\left(\frac{1782}{9999}\right) = 17{,}6733 \text{ min}$$

pel pacient 5

$$\tau_5 = -7 \ln\left(\frac{1480}{9999}\right) = 13{,}3731 \text{ min}$$

$$t_5 = 31{,}1551 + 13{,}3731 = 44{,}5282 \text{ min}$$

el pacient 5 arriba a les 9:14

$$X_5 = 15 + 15\left(\frac{2880}{9999}\right) = 19{,}3204 \text{ min}$$

pel pacient 6

$$\tau_6 = -7 \ln\left(\frac{0061}{9999}\right) = 35{,}6956 \text{ min}$$

$$t_6 = 44{,}5282 + 35{,}6956 = 80{,}2238 \text{ min}$$

el pacient 6 arriba a les 9:50

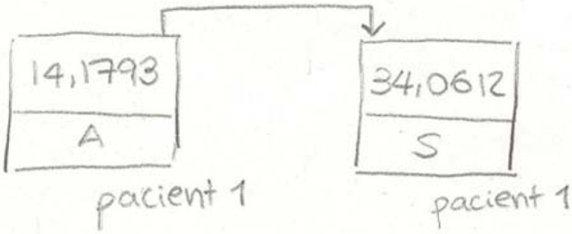
$$X_6 = 15 + 15\left(\frac{4232}{9999}\right) = 21{,}3486 \text{ min}$$

b) A = arribada

S = servei

inicialment cua = 0 , $T_{CK} = 0$

0)

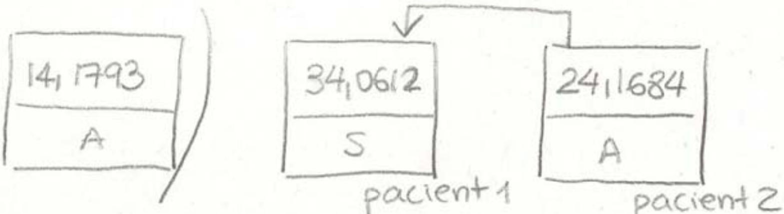


$T_{CK} = 0$

cua = 0

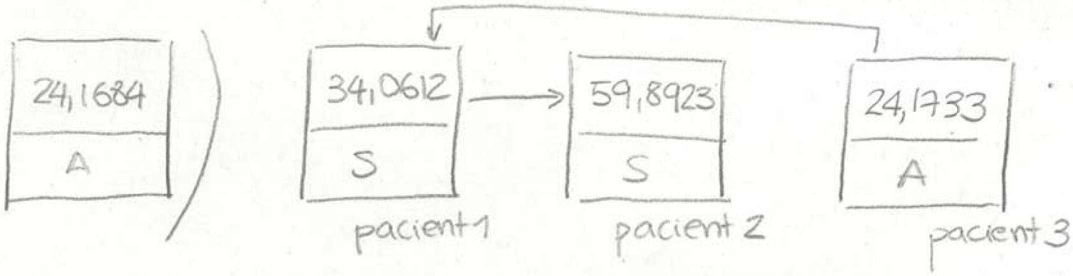
$x_1' = x_1 + t_1 = 34,0612$

1) $T_{CK} = 14,1793$



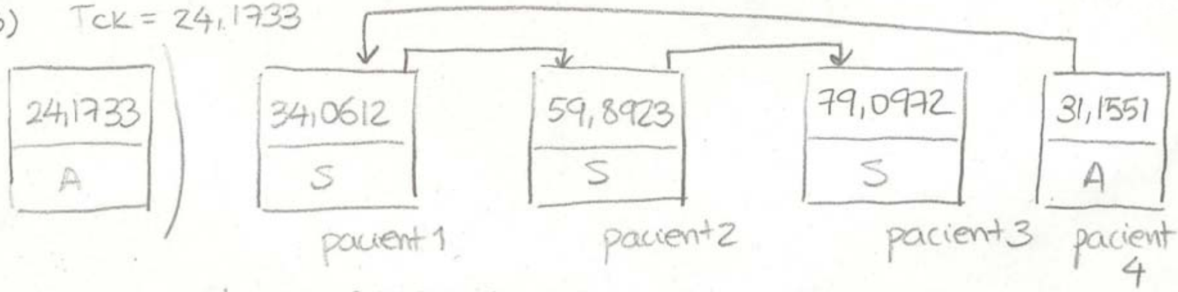
cua = 0 , metge ocupat

2) $T_{CK} = 24,1684$



$x_2' = 34,0612 + 25,8311 = 59,8923$, cua = 1

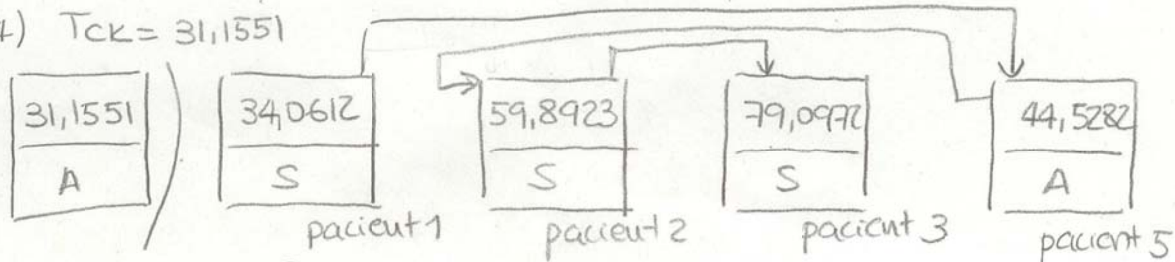
3) $T_{CK} = 24,1733$



$x_3' = 59,8923 + 19,2049 = 79,0972$

cua = 2

4) $T_{CK} = 31,1551$



cua = 3

5) Tck = 34,0612

34,0612	44,5282	59,8923	79,0972	80,2238	96,7705
S	A	S	S	A	S
	pacient 5	pacient 2	pacient 3	pacient 6	pacient 4

$x_4' = x_3' + 17,6733 = 96,7705$

cua = 2

6) Tck = 44,5282

44,5282	59,8923	79,0972	80,2238	96,7705
A	S	S	A	S
	pacient 2	pacient 3	pacient 6	pacient 4

cua = 3

7) Tck = 59,8923

59,8923	79,0972	80,2238	96,7705
S	S	A	S
	pacient 3	pacient 6	pacient 4

cua = 2

8) Tck = 79,0972

79,0972	80,2238	96,7705
S	A	S
	pacient 6	pacient 4

cua = 1