Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

1. REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS EN ORDENADOR

Las tres expresiones siguientes:
$P(x)=x^3-3x^2+3x-1$ $Q(x)=((x-3)x+3)x-1$ $R(x)=(x-1)^3$
Son tres fórmulas diferentes para calcular el mismo polinomio.

1. **Busca información sobre el uso de la regla de Honer para evaluar polinomios. Escribe un breve resumen del que de lo que has entendido (máximo media hoja). Da tus fuentes bibliográficas.**

Es un algoritmo para evaluar de forma eficiente funciones polinómicas de una forma monomial.
El algoritmo de Horner se usa a menudo para convertir entre distintos sistemas numéricos posicionales — en cuyo caso *x* es la base del sistema numérico, y los coeficientes a_i son los dígitos de la representación del número dado en la base *x* — y puede usarse también si *x* es una matriz, en cuyo caso la carga computacional se reduce aún más.
Dado un polinomio $P(x_0)= a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ldots+a_n$
Se toman $d_0= a_0$
$d_k = a_k+d_{k-1}x_0$ (K=1,...n-1)
$d_n= P(x_0)$
Así el cociente $\frac{P(x)}{x-x0}$ = $d_0x^{n-1}+d_1x^{n-1}+\ldots+d_{n-1}$
Así podemos expresar un polinomio en forma $P(x)=(x-x_0)\ Q(x) + d_n$, que es una de las ventajas de este método.
Al derivar $P'(x)= 1- Q(x) + (x-x_0)Q'(x) \Rightarrow P'(x_0)=Q(x_0)$, que es la otra ventaja de este método.

https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_Horner
http://www.ehu.eus/juancarlos.gorostizaga/mn11b/temas/horner.pdf

2. **Haz uso de la aritmética de cuatro cifras redondeando calcula el valor de las expresiones para x=2.72. Por que dan diferente P,Q y R?**

(1)P(2.73)= (2.72^3)-(3*(2.72^2))+(3*2.72)-1 = 5.08844800000000 ≈ 5.0884
(2)Q(2.73)=((2.72-3)*(2.72+3))*(2.72-1) = 5.08844800000000 ≈ 5.0884
(3)R(2.73)=(2.72-1)^3 = 5.08844800000000 ≈ 5.0884

No me dan distinto.

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

3. **Haciendo uso de la aritmética de cuatro cifras redondeando calcula el valor las tres expresiones para x=0.975. Por qué dan diferente P,Q y R?**

   (4)P(0.975)= (0.975^3)-(3*(0.975^2))+(3*0-.975)-1 =
   = -1.56250000000746e-05 ≈ -1.5625
   (5)Q(0.975)=((0.975-3)0.975+3)0.975-1 =-1.56249999998526e-05 ≈ −1.5625
   (6)R(0.975)=(0.975-1)^3 = -1.56250000000000e-05 ≈ -1.5625

   En este caso tampoco me dan distinto.

4. **Calcula en cada caso el error relativo porcentual. Que expresión da una mejor aproximación?**

   (1) ((5.08844800000000 - 5.0884) ./ 5.08844800000000) *100 =
   = 0.000943313167386282

   (2) ((5.08844800000000 - 5.0884) ./ 5.08844800000000) *100 =
   = 0.000943313167386282

   (3) ((5.08844800000000 - 5.0884) ./ 5.08844800000000) *100 =
   =0.000943313167386282

   (4) ((-1.56250000000746 + 1.5625) ./ (-1.56250000000746)) *100
   =4.77442085864362e-10%

   (5) ((-1.56249999998526+1.5625) ./ (-1.56249999998526)) * 100 =
   = -9.43359168568154e-10

   (6) ((-1.56250000000000 +1.5625) ./(-1.56250000000000))*100 = 0

   Los tres primeros son iguales, la expresión que da una mejor aproximación fijándonos en (4) (5) (6) es $R(x)=(x-1)^3$ que en el caso de x=0.975 el error es igual a 0.

2. PROPAGACIÓN DEL ERROR

1. **Comprueba que la sucesión $\{X_n\}_{n\in N}=\{1/2^n\}$ n∈N es solución de las recurrencias definidas para las ecuaciones (3.2),(3.3) y (3.4) si las operaciones se realizan de forma exacta.**

   3.2 $r0 = 1$, i $rn = 1/2\, r_{n-1}$, $n \geq 1$, $n \in N$

   3.3 $p0 = 1$, $p1 = 1/2$, i $pn = 3/2\, p_{n-1} - 1/2\, p_{n-2}$, $n > 1$, $n \in N$;

   3.4 $q0 = 1$, $q1 = 1/2$, i $qn = 5/2\, q_{n-1} - q_{n-2}$, $n > 1$, $n \in N$

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

2. **Haciendo uso de Matlab, obtenemos los 25 primeros términos de sucesiones xn, rn, pn y qn. Presenta los resultados obtenidos siguiendo el modelo:**

n	**Xn**	**Rn**	**Pn**	**Qn**
0	**1.00000000**	**1.00000000**	**1.00000000**	**1.00000000**
1	**0.50000000**	**0.50000000**	**0.50000000**	**0.50000000**
2	**…**	**…**	**…**	**…**

MATLAB

a. **Para calcular Xn**

```
function [ Xn ] = X( N )
%format LONG Para cambiar la precision
Xn = zeros(1,N);
   for n = 0:N
        Xn(n+1) = 1/(2^n); %Al índice se le suma uno porque en
Matlab para acceder a valores el primero es el 1. No acepta
ni cero ni negativos
      end
end
```

b. **Para calcular Rn**

```
function [ Rn ] = R( N )
Rn = zeros(1,N+1);
Rn(1) = 1;
  for i = 1 : N
          Rn(i+1) = 1/2*Rn(i);
   end
end
```

c. **Para calcular Pn**

```
function [Pn]  = P(N)
Pn = zeros(1,N+2);
Pn(1)=1;
Pn(2)=1/2;
for i = 3 : N
 Pn(i) =((3/2)*Pn(i-1)) - ((1/2)*Pn(i-2));
end
end
```

d. **Para calcular Qn**

```
function [Qn] = q(N)
Qn= zeros(1,N+2);
Qn(1)=1;
Qn(2)=1/2;
for i=3:N
      Qn(i)=((5/2) * (Qn(i-1)-Qn(i-2)));
end
end
```

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

N	Xn	Rn	Pn	Qn
0	1.0000e+00	1.0000e+00	1.00000	1.0000e+00
1	5.0000e-01	5.0000e-01	0.50000	5.0000e-01
2	2.5000e-01	2.5000e-01	0.25000	-1.2500e+00
3	1.2500e-01	1.2500e-01	0.12500	-4.3750e+00
4	6.2500e-02	6.2500e-02	0.06250	-7.8125e+00
5	3.1250e-02	3.1250e-02	0.03125	-8.5938e+00
6	1.5625e-02	1.5625e-02	0.01562	-1.9531e+00
7	7.8125e-03	7.8125e-03	0.00781	1.6602e+01
8	3.9062e-03	3.9062e-03	0.00391	4.6387e+01
9	1.9531e-03	1.9531e-03	0.00195	7.4463e+01
10	9.7656e-04	9.7656-e04	0.00098	7.0190e+01
11	4.8828e-04	4.8828e-04	0.00049	-1.0681e+01
12	2.4414e-04	2.4414e-04	0.00024	-2.0218e+02
13	1.2207e-04	1.2207e-04	0.00012	-4.7874e+02
14	6.1035e-05	6.1035e-05	0.00006	-6.9141e+02
15	3.0518e-05	3.0518e-05	0.00003	-53167e+02
16	1.5259e-05	1.5259e-05	0.00002	3.9935e+02
17	7.6294e-06	7.6294e-06	0.00001	2.3276e+03
18	3.8147e-06	3.8147e-06	0.00000	4.8205e+03
19	1.9073e-06	1.9073e-06	0.00000	6.2324e+03
20	9.5367e-07	9.5367e-07	0.00000	3.5297e+03
21	4.7684e-07	4.7684e-07	0.00000	-6.7567e+03
22	2.3842e-07	2.3842e-07	0.00000	-2.5716e+04

23	1.1921e-07	1.1921e-07	0.00000	-4.7398e+04
24	5.9605e-08	5.9605e-08	0.00000	-5.4206e+04
25	2.9802e-08	2.9802e-08	0.00000	-1.7018e+04

3. **Obtenemos aproximaciones a la sucesiones {Xn}$_n$∈ cogiendo R_0=0.994 como aproximación de 1 a (3.2), P_1=0.497 a (3.3) y q_1=0.497 a (3.4) como aproximaciones de ½. Tabula los resultados obtenidos.**

n	Xn	Rn	Pn	Qn
0	1.00000000	9.9400e-01	1.00000000	1.00000000
1	5.0000e-01	4.9700e-01	0.49700000	0.49700000
2	2.5000e-01	2.4850e-01	0.24550	-1.2575+00
3	1.2500e-01	1.2425e-01	0.11975	-4.3863+e00
4	6.2500e-02	6.2125e-02	0.05688	-7.8219e+00
5	3.1250e-02	3.1062e-02	0.02544	-8.5891e+00
6	1.5625e-02	1.5531e-02	0.00972	-1.9180e+00
7	7.8125e-03	7.7656e-03	0.00186	1.6678e+01
8	3.9062e-03	3.8828e-03	-0.00207	4.6489e+01
9	1.9531e-03	1.9414e-03	-0.00404	7.4529e+01
10	9.7656e-04	9.7070e-04	-0.00502	7.0099e+01
11	4.8828e-04	4.8535e-04	-0.00551	-1.1075e+01
12	2.4414e-04	2.4268e-04	-0.00575	-2.0293e+02
13	1.2207e-04	1.2134e-04	-0.00588	-4.7965e+02
14	6.1035e-05	6.0669e-05	-0.00594	-6.9179e+02
15	3.0518e-05	3.0334e-05	-0.00597	-5.3034e+02
16	1.5259e-05	1.5167e-05	-0.00598	4.0361e+02
17	7.6294e-06	7.5836e-06	-0.00599	2.3349e+03

18	3.8147e-06	3.7918e-06	-0.00600	4.8282e+03
19	1.9073e-06	1.8959e-06	-0.00600	6.2332e+03
20	9.5367e-07	9.4795e-07	-0.00600	3.5127e+03
21	4.7684e-07	4.7398e-07	-0.00600	-6.8014e+03
22	2.3842e-07	2.3699e-07	-0.00600	-2.5785e+04
23	1.1921e-07	1.1849e-07	-0.00600	-4.7460e+04
24	5.9605e-08	5.9247e-08	-0.00600	-5.4186e+04
25	2.9802e-08	2.9624e-08	0.000000	-1.6816e+04

Xn

No necesitamos realizar ningún cambio en este apartado.

Rn cuando 1 se aproxima a 0.994

```
function [ Rn ] = R( N )
Rn = zeros(1,N+1);
Rn(1) = 0.994;
 for i = 1 : N
   Rn(i+1) = 1/2*Rn(i);
  end
end
```

Pn cuando ½ se aproxima a 0.497

```
function [Pn]  = P(N)
Pn = zeros(1,N+2);
Pn(1)=1;
Pn(2)=0.497;
for i = 3 : N
   Pn(i) =((3/2)*Pn(i-1)) - ((1/2)*Pn(i-2));
end
   end
```

Qn cuando ½ se aproxima a 0.497.

```
function [Qn] = q(N)
Qn= zeros(1,N+2);
Qn(1)=1;
Qn(2)=0.497;
   for i=3:N
          Qn(i)=((5/2) * (Qn(i-1)-Qn(i-2)));
end
end
```

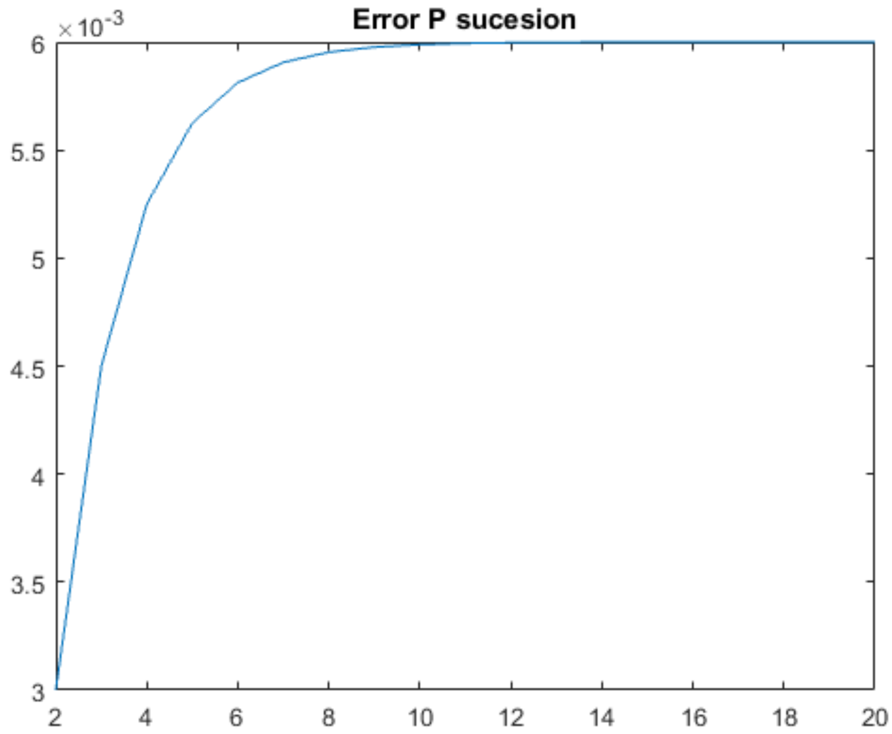
4. Obtenemos las sucesiones de errores

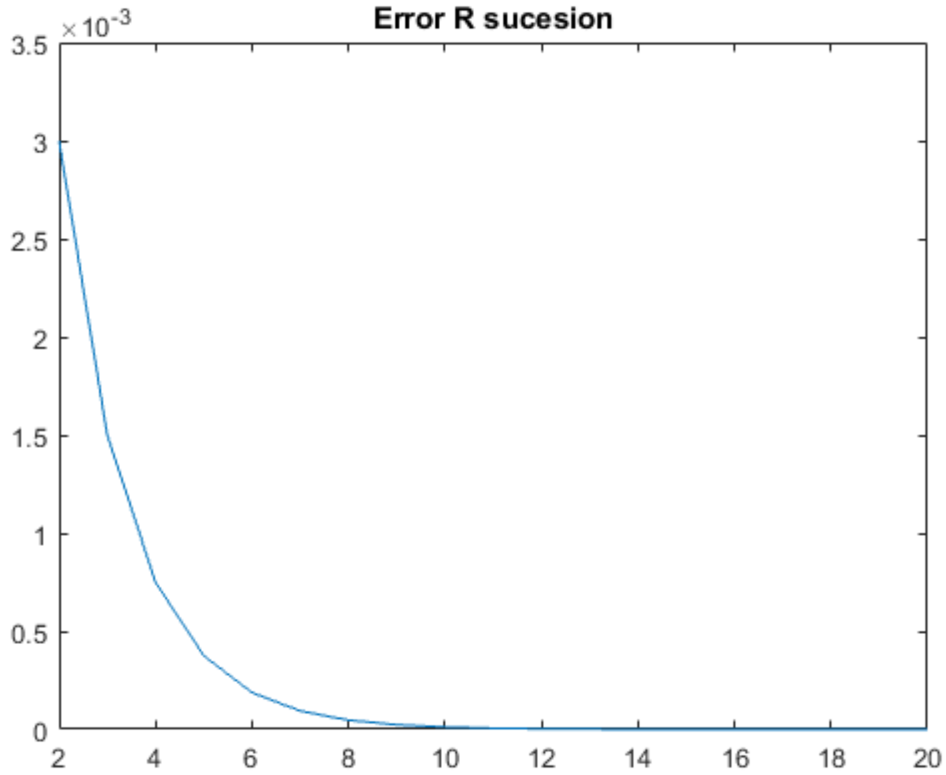
$$\{xn - rn\}_{n=2,\dots,20} , \{xn - pn\}_{n=2,\dots,20} , \{xn - qn\}_{n=2,\dots,20} .$$

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

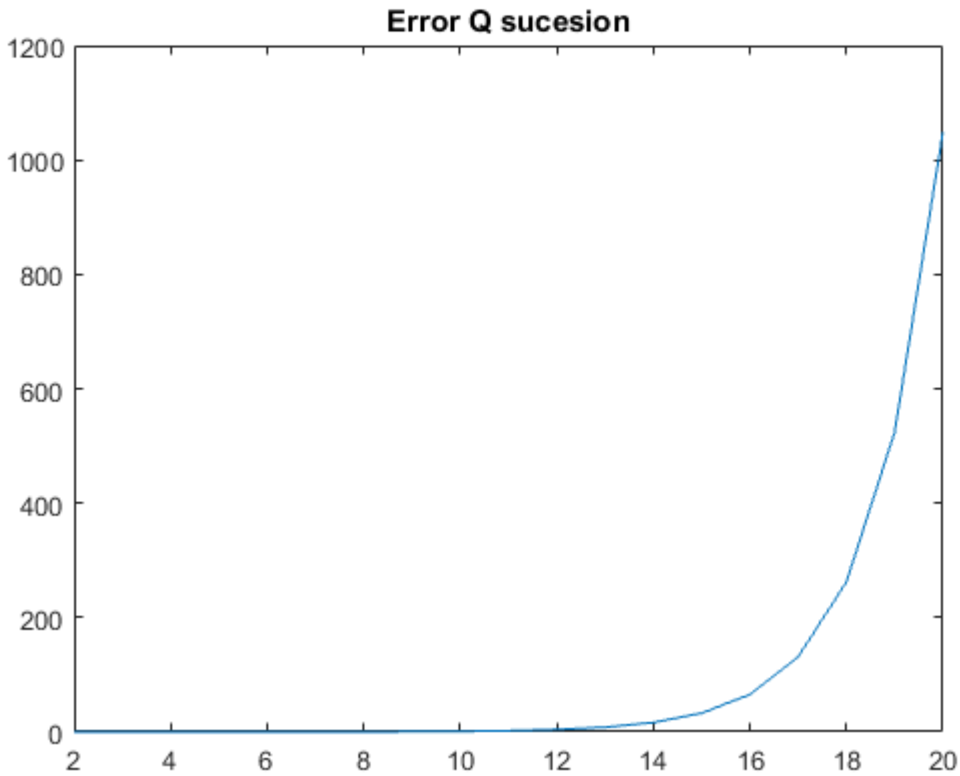
Tabula los resultados obtenidos. Haz gráficas comparativas de errores. Cuantas cifras significativas obtenemos en los cálculos aproximados?

```
number_of_iterations = 25;

Xn = Xne(number_of_iterations);
Rn = R(number_of_iterations);
Pn = P(number_of_iterations);
Qn = Q(number_of_iterations);

disp('los valores para X, R, P y Q sucesiones son los
mismos y son:')
disp(Xn)

Rnerror = Rne(number_of_iterations);
Pnerror = PnR(number_of_iterations);
Qnerror = QnR(number_of_iterations);

disp('the values for R with errors are:')
disp(Rnerror)
disp('The values for P with errors are:')
disp(Pnerror)
disp('The values for Q with errors are:')
disp(Qnerror)


errorP = Xn - Pnerror;
errorQ = Xn - Qnerror;
errorR = Xn - Rnerror;

newErrorP = errorP(2:20);
newErrorQ = errorQ(2:20);
newErrorR = errorR(2:20);

ejeX = 2:20;

figure, plot(ejeX,newErrorR),title 'Error R sucesion'
figure, plot(ejeX,newErrorP),title 'Error P sucesion'
figure, plot(ejeX,newErrorQ),title 'Error Q sucesion'

figure,
plot(ejeX,newErrorP,'g',ejeX,newErrorQ,'b',ejeX,newErr
orR,'m')
title 'grafica conjunta';
axis([2 20 0 0.012])
```


Error P sucesion
× 10^-3
6
5.5
5
4.5
4
3.5
3
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

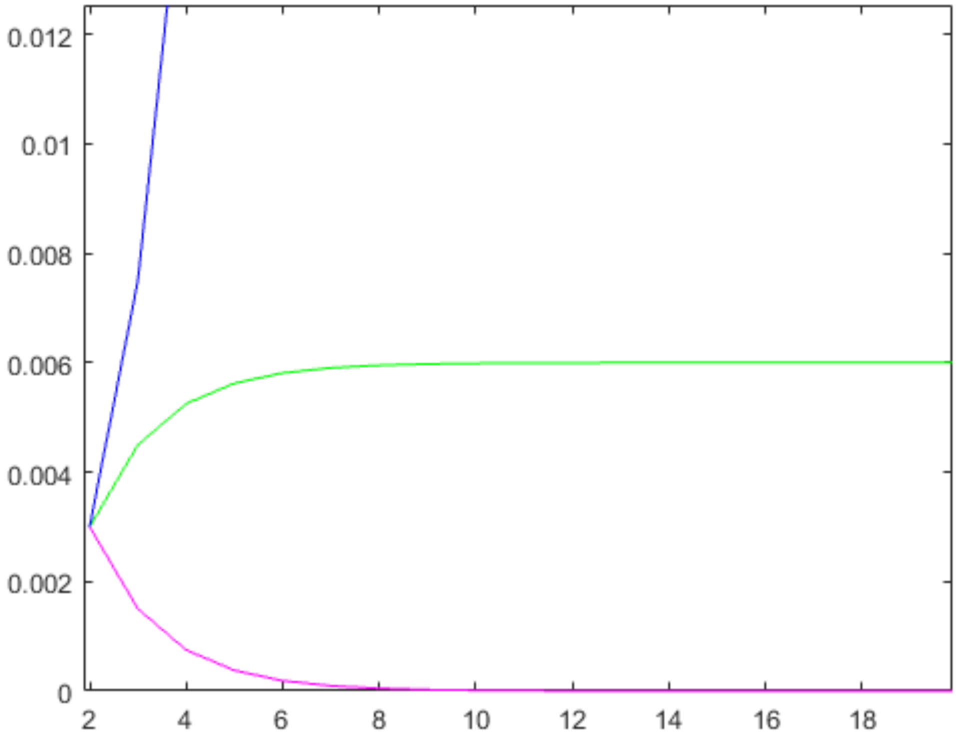

Error R sucesion
× 10^-3
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653



GRÁFICA DE LOS 3 ERRORES JUNTOS

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653



5. Una sucesión de errores es estable y decrece exponencialmente, otra es estable y la tercera es inestable y crece con velocidades exponencial. Identifica estas sucesiones.
Qué método no sería valido para obtener los términos de la sucesión {Xn}={1/2^n}?

La sucesión que crece con velocidades exponenciales es la del error de Xn – Pn, por otro lado la sucesión que decrece exponencialmente y es estable es la sucesión del error Xn-Rn y por último la que es estable es la del error Xn – Qn.
El método que no sería valido para obtener los términos de la sucesión en cuestión sería el que pertenece a la gráfica que crece exponencialmente.

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

3. SOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES

Calcular valores aproximados de la raíz positiva de la ecuación

$$(5\text{-}x)e^x = 5$$

Se pide:

1. **Cuantas soluciones diferentes de x=0 tiene la ecuación $(5\text{-}x)e^x=5$? . Da intervalos que separen las raíces- Justifica tus respuestas.**

$F(x)= (5\text{-}x)e^x -5$ continua en $[-1,1]$
$F(1) = 4e-5 >0$
$F(-1)=6e^{-1}-5<0$ $\Rightarrow \exists X_0 \in (-1,1) / f(x_0)= 0$
Veamos ahora si es única: $f'(x) = -e^x + (5\text{-}x)e^x= -e^x +5e^x -xe^x = 4e^x - xe^x =$
$=(4\text{-}x)e^x$, no es única ya que no siempre es $\neq 0$
$F(0) = 5\text{-}5 = 0$ $\Rightarrow x=0$ es una raíz
Buscamos más
$f(4) = e^4 - 5 >0$
$f(5)= -5 <0$ $\Rightarrow \exists x_0 \in (4,5) / f(x_0)=0$ y $f'(x)=(4\text{-}x)e^x <0$ en $(4,5)$ existe una única raíz.
$F(6)<0$ y a partir de aquí siempre son negativos ya que decrece.
Y si $(4 - x)>0 \Rightarrow x<4$ decrece.
Las raíces son $x_0 \in (-1,1)$ que es $x_0=0$
$x_0 \in (4,5)$ que es $x_0=4{,}96511$

2. **Calcula la raíz positiva no nula (mínimo 6 decimales correctos) para cada uno de los métodos:**

   a. **Método de la bisección . Presenta los resultados en una tabla.**
   b. **Método de la secante . Presenta los resultados en una tabla.**
   c. **Método de Newton. Presenta los resultados en una tabla.**

Para cada método, da los puntos iniciales y el criterio de parada.

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

a) método de bisección

```
clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
%como el intervalo es (4,5)=>
a(1)=4;
b(1)=5;
x(1)=b(1)-a(1);
y(1)=(a(1)+b(1)) ./2;
error= 0.5*(10.^-6);
k=1;
while abs(b-a) > error
     if f(a(k))*f(y(k)) <0
        a(k+1)= a(k);
        b(k+1) =y(k);
        k=k+1;
     else
            a(k+1)=y(k);
            b(k+1)=b(k);
            k=k+1;
       end

     y(k+1)=(a(k)+b(k))./2
     x(k+1)=b(k)-a(k)
end

a=[0,a]
b=[0,b]
n=1:1:length(a);
tabla_resultats=[n; a; b; y; f(y); x]'
```

1.00000	0.00000	0.00000	4.50000	40.00857	1.00000
2.00000	4.00000	5.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3.00000	4.50000	5.00000	4.75000	23.89607	0.50000
4.00000	0.00000	5.00000	2.50000	25.45623	5.00000
5.00000	4.75000	5.00000	4.87500	11.37177	0.25000
6.00000	2.50000	5.00000	3.75000	48.15135	2.50000
7.00000	4.87500	5.00000	4.93750	3.71383	0.12500
8.00000	3.75000	5.00000	4.37500	44.64990	1.25000
9.00000	4.93750	5.00000	4.96875	-0.50478	0.06250
10.00000	4.37500	5.00000	4.68750	28.93168	0.62500
11.00000	4.37500	4.96875	4.67188	30.07590	0.59375
12.00000	4.68750	4.96875	4.82812	16.48032	0.28125
13.00000	4.67188	4.96875	4.82031	17.28194	0.29688
14.00000	4.82812	4.96875	4.89844	8.61751	0.14062
15.00000	4.82031	4.96875	4.89453	9.08613	0.14844
16.00000	4.89844	4.96875	4.93359	4.22235	0.07031
17.00000	4.89453	4.96875	4.93164	4.47507	0.07422
18.00000	4.93359	4.96875	4.95117	1.90139	0.03516
19.00000	4.93164	4.96875	4.95020	2.03255	0.03711
20.00000	4.95117	4.96875	4.95996	0.70910	0.01758
21.00000	4.95020	4.96875	4.95947	0.77590	0.01855
22.00000	4.95996	4.96875	4.96436	0.10487	0.00879
23.00000	4.95947	4.96875	4.96411	0.13858	0.00928
24.00000	4.96436	4.96875	4.96655	-0.19927	0.00439
25.00000	4.96411	4.96875	4.96643	-0.18234	0.00464
26.00000	4.96411	4.96655	4.96533	-0.03013	0.00244
27.00000	4.96411	4.96643	4.96527	-0.02169	0.00232
28.00000	4.96411	4.96533	4.96472	0.05428	0.00122
29.00000	4.96411	4.96527	4.96469	0.05850	0.00116
30.00000	4.96472	4.96527	4.96500	0.01631	0.00055
31.00000	4.96469	4.96527	4.96498	0.01842	0.00058
32.00000	4.96500	4.96527	4.96513	-0.00269	0.00027
33.00000	4.96498	4.96527	4.96513	-0.00163	0.00029
34.00000	4.96498	4.96513	4.96506	0.00786	0.00015
35.00000	4.96498	4.96513	4.96505	0.00839	0.00014
36.00000	4.96506	4.96513	4.96509	0.00312	0.00007
37.00000	4.96505	4.96513	4.96509	0.00338	0.00007
38.00000	4.96509	4.96513	4.96511	0.00074	0.00003
39.00000	4.96509	4.96513	4.96511	0.00087	0.00004
40.00000	4.96511	4.96513	4.96512	-0.00045	0.00002
41.00000	4.96511	4.96513	4.96512	-0.00038	0.00002
42.00000	4.96511	4.96512	4.96511	0.00021	0.00001
43.00000	4.96511	4.96512	4.96511	0.00025	0.00001
44.00000	4.96511	4.96512	4.96511	-0.00008	0.00000
45.00000	4.96511	4.96512	4.96511	-0.00007	0.00000
46.00000	4.96511	4.96511	4.96511	0.00008	0.00000
47.00000	4.96511	4.96511	4.96511	0.00009	0.00000
48.00000	4.96511	4.96511	4.96511	0.00001	0.00000
49.00000	4.96511	4.96511	4.96511	0.00001	0.00000
50.00000	4.96511	4.96511	4.96511	-0.00003	0.00000
51.00000	4.96511	4.96511	4.96511	-0.00003	0.00000
52.00000	4.96511	4.96511	4.96511	-0.00001	0.00000

b) método de la secante

```
clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
x(1)=4;
x(2)=5;
error=0.5*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1)

n=2;
while(abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(f(x(n))) >
error)
  x(n+1)=(x(n)-f(x(n)) .* (x(n)-x(n-1))) ./ (f(x(n))-
f(x(n-1)));
  d(n)=x(n)-x(n-1);
  n=n+1;
  end

n=[1:n];
d=[0,d];
tabla_resultados=[n;x;f(x);d]'
```

tabla_resultados =

1.0000e+00	4.0000e+00	4.9598e+01	0.0000e+00
2.0000e+00	5.0000e+00	-5.0000e+00	1.0000e+00
3.0000e+00	-1.8316e-01	-6.8431e-01	1.0000e+00
4.0000e+00	-8.6429e-01	-2.5291e+00	-5.1832e+00
5.0000e+00	1.4023e+00	9.6231e+00	-6.8114e-01
6.0000e+00	-1.6795e+00	-3.7545e+00	2.2666e+00
7.0000e+00	9.9047e-01	5.7956e+00	-3.0818e+00
8.0000e+00	-1.5166e+00	-3.5699e+00	2.6700e+00
9.0000e+00	1.1176e+00	6.8701e+00	-2.5071e+00
1.0000e+01	-1.6264e+00	-3.6970e+00	2.6341e+00
1.1000e+01	1.1139e+00	6.8379e+00	-2.7439e+00
1.2000e+01	-1.6729e+00	-3.7475e+00	2.7403e+00
1.3000e+01	1.1446e+00	7.1108e+00	-2.7868e+00
1.4000e+01	-1.7397e+00	-3.8167e+00	2.8175e+00
1.5000e+01	1.1666e+00	7.3095e+00	-2.8843e+00
1.6000e+01	-1.8045e+00	-3.8803e+00	2.9063e+00
1.7000e+01	1.1916e+00	7.5382e+00	-2.9711e+00
1.8000e+01	-1.8736e+00	-3.9444e+00	2.9961e+00
1.9000e+01	1.2161e+00	7.7667e+00	-3.0651e+00
2.0000e+01	-1.9452e+00	-4.0071e+00	3.0897e+00
2.1000e+01	1.2411e+00	8.0038e+00	-3.1613e+00
2.2000e+01	-2.0200e+00	-4.0687e+00	3.1863e+00
2.3000e+01	1.2664e+00	8.2468e+00	-3.2611e+00
2.4000e+01	-2.0978e+00	-4.1289e+00	3.2863e+00
2.5000e+01	1.2919e+00	8.4963e+00	-3.3642e+00
2.6000e+01	-2.1788e+00	-4.1875e+00	3.3897e+00
2.7000e+01	1.3176e+00	8.7519e+00	-3.4707e+00
2.8000e+01	-2.2631e+00	-4.2444e+00	3.4964e+00
2.9000e+01	1.3435e+00	9.0136e+00	-3.5807e+00
3.0000e+01	-2.3506e+00	-4.2994e+00	3.6066e+00
3.1000e+01	1.3696e+00	9.2811e+00	-3.6942e+00
3.2000e+01	-2.4416e+00	-4.3524e+00	3.7202e+00
3.3000e+01	1.3958e+00	9.5544e+00	-3.8112e+00
3.4000e+01	-2.5360e+00	-4.4033e+00	3.8374e+00
3.5000e+01	1.4221e+00	9.8332e+00	-3.9318e+00
3.6000e+01	-2.6340e+00	-4.4520e+00	3.9581e+00
3.7000e+01	1.4485e+00	1.0117e+01	-4.0561e+00
3.8000e+01	-2.7356e+00	-4.4983e+00	4.0825e+00
3.9000e+01	1.4749e+00	1.0407e+01	-4.1840e+00
4.0000e+01	-2.8408e+00	-4.5423e+00	4.2105e+00
4.1000e+01	1.5014e+00	1.0701e+01	-4.3157e+00
4.2000e+01	-2.9498e+00	-4.5838e+00	4.3422e+00
4.3000e+01	1.5278e+00	1.1000e+01	-4.4511e+00
4.4000e+01	-3.0626e+00	-4.6229e+00	4.4776e+00
4.5000e+01	1.5543e+00	1.1305e+01	-4.5904e+00
4.6000e+01	-3.1793e+00	-4.6596e+00	4.6169e+00
4.7000e+01	1.5808e+00	1.1613e+01	-4.7336e+00
4.8000e+01	-3.2999e+00	-4.6938e+00	4.7601e+00
4.9000e+01	1.6072e+00	1.1926e+01	-4.8807e+00
5.0000e+01	-3.4246e+00	-4.7257e+00	4.9071e+00
5.1000e+01	1.6336e+00	1.2244e+01	-5.0318e+00
5.2000e+01	-3.5533e+00	-4.7551e+00	5.0582e+00
5.3000e+01	1.6600e+00	1.2566e+01	-5.1869e+00
5.4000e+01	-3.6862e+00	-4.7823e+00	5.2133e+00
5.5000e+01	1.6863e+00	1.2892e+01	-5.3462e+00
5.6000e+01	-3.8234e+00	-4.8072e+00	5.3725e+00
5.7000e+01	1.7125e+00	1.3222e+01	-5.5097e+00
5.8000e+01	-3.9648e+00	-4.8299e+00	5.5359e+00
5.9000e+01	1.7387e+00	1.3556e+01	-5.6773e+00
6.0000e+01	-4.1106e+00	-4.8506e+00	5.7035e+00
6.1000e+01	1.7648e+00	1.3894e+01	-5.8493e+00
6.2000e+01	-4.2609e+00	-4.8693e+00	5.8754e+00
6.3000e+01	1.7908e+00	1.4237e+01	-6.0256e+00
6.4000e+01	-4.4156e+00	-4.8862e+00	6.0517e+00
6.5000e+01	1.8168e+00	1.4583e+01	-6.2064e+00
6.6000e+01	-4.5749e+00	-4.9013e+00	6.2324e+00
6.7000e+01	1.8426e+00	1.4933e+01	-6.3916e+00
6.8000e+01	-4.7388e+00	-4.9148e+00	6.4175e+00
6.9000e+01	1.8685e+00	1.5287e+01	-6.5814e+00
7.0000e+01	-4.9073e+00	-4.9268e+00	6.6073e+00
7.1000e+01	1.8942e+00	1.5646e+01	-6.7758e+00
7.2000e+01	-5.0806e+00	-4.9373e+00	6.8016e+00
7.3000e+01	1.9199e+00	1.6008e+01	-6.9749e+00
7.4000e+01	-5.2587e+00	-4.9466e+00	7.0006e+00
7.5000e+01	1.9456e+00	1.6374e+01	-7.1786e+00
7.6000e+01	-5.4415e+00	-4.9548e+00	7.2043e+00
7.7000e+01	1.9712e+00	1.6744e+01	-7.3871e+00
7.8000e+01	-5.6293e+00	-4.9618e+00	7.4127e+00
7.9000e+01	1.9967e+00	1.7119e+01	-7.6005e+00
8.0000e+01	-5.8219e+00	-4.9679e+00	7.6260e+00
8.1000e+01	2.0222e+00	1.7497e+01	-7.8186e+00
8.2000e+01	-6.0195e+00	-4.9732e+00	7.8441e+00
8.3000e+01	2.0477e+00	1.7880e+01	-8.0417e+00
8.4000e+01	-6.2220e+00	-4.9777e+00	8.0672e+00
8.5000e+01	2.0731e+00	1.8267e+01	-8.2697e+00
8.6000e+01	-6.4296e+00	-4.9816e+00	8.2951e+00
8.7000e+01	2.0985e+00	1.8658e+01	-8.5027e+00
8.8000e+01	-6.6422e+00	-4.9848e+00	8.5280e+00
8.9000e+01	2.1238e+00	1.9053e+01	-8.7406e+00
9.0000e+01	-6.8598e+00	-4.9876e+00	8.7660e+00
9.1000e+01	2.1491e+00	1.9453e+01	-8.9836e+00
9.2000e+01	-7.0825e+00	-4.9899e+00	9.0089e+00
9.3000e+01	2.1744e+00	1.9856e+01	-9.2316e+00
9.4000e+01	-7.3103e+00	-4.9918e+00	9.2568e+00
9.5000e+01	2.1996e+00	2.0264e+01	-9.4846e+00
9.6000e+01	-7.5431e+00	-4.9934e+00	9.5099e+00
9.7000e+01	2.2248e+00	2.0675e+01	-9.7427e+00
9.8000e+01	-7.7811e+00	-4.9947e+00	9.7679e+00
9.9000e+01	2.2500e+00	2.1091e+01	-1.0006e+01
1.0000e+02	-8.0242e+00	-4.9957e+00	1.0031e+01
1.0100e+02	2.2751e+00	2.1511e+01	-1.0274e+01
1.0200e+02	-8.2724e+00	-4.9966e+00	1.0299e+01
1.0300e+02	2.3003e+00	2.1935e+01	-1.0548e+01
1.0400e+02	-8.5256e+00	-4.9973e+00	1.0573e+01
1.0500e+02	2.3253e+00	2.2362e+01	-1.0826e+01
1.0600e+02	-8.7840e+00	-4.9979e+00	1.0851e+01
1.0700e+02	2.3504e+00	2.2794e+01	-1.1109e+01
1.0800e+02	-9.0475e+00	-4.9983e+00	1.1134e+01
1.0900e+02	2.3754e+00	2.3229e+01	-1.1398e+01
1.1000e+02	-9.3161e+00	-4.9987e+00	1.1423e+01
1.1100e+02	2.4004e+00	2.3668e+01	-1.1692e+01
1.1200e+02	-9.5897e+00	-4.9990e+00	1.1717e+01
1.1300e+02	2.4254e+00	2.4110e+01	-1.1990e+01
1.1400e+02	-9.8684e+00	-4.9992e+00	1.2015e+01
1.1500e+02	2.4503e+00	2.4556e+01	-1.2294e+01
1.1600e+02	-1.0152e+01	-4.9994e+00	1.2319e+01
1.1700e+02	2.4752e+00	2.5006e+01	-1.2602e+01
1.1800e+02	-1.0441e+01	-4.9995e+00	1.2627e+01
1.1900e+02	2.5001e+00	2.5458e+01	-1.2916e+01
1.2000e+02	-1.0735e+01	-4.9997e+00	1.2941e+01
1.2100e+02	2.5249e+00	2.5914e+01	-1.3235e+01
1.2200e+02	-1.1033e+01	-4.9997e+00	1.3260e+01
1.2300e+02	2.5498e+00	2.6373e+01	-1.3558e+01
1.2400e+02	-1.1337e+01	-4.9998e+00	1.3583e+01
1.2500e+02	2.5745e+00	2.6835e+01	-1.3887e+01
1.2600e+02	-1.1646e+01	-4.9999e+00	1.3912e+01
1.2700e+02	2.5993e+00	2.7299e+01	-1.4220e+01
1.2800e+02	-1.1960e+01	-4.9999e+00	1.4245e+01
1.2900e+02	2.6240e+00	2.7767e+01	-1.4559e+01

La tabla sigue hasta llegar a las 599 iteraciones.

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

c) método de Newton

```
 clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
df= @(x) (-exp(x) + ((5-x).*(exp(x)))); %derivada
x(1)=2; %con 1 me da error, no puede ser igual a 0
x(2)=x(1) - f(x(1)) ./df(x(1));
error=0.5*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1);

n=2
while (abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(f(x(n))) >
error)
  d(n) = x(n)-x(n-1);
  x(n+1) = x(n)-f(x(n)) ./ df(x(n));
  n=n+1;
  end


n=[1:n];
d =[0,d];
tabla_resultado=[n;x;f(x);d]'
```

```
tabla_resultado =

    1.00000    2.00000   17.16717    0.00000
    2.00000    0.83834    4.62393   -1.16166
    3.00000    0.20591    0.89023   -1.16166
    4.00000    0.01494    0.06010   -0.63243
    5.00000    0.00008    0.00033   -0.19097
    6.00000    0.00000    0.00000   -0.01486
```

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

3. Considera el método iterativo siguiente:

$$X_{n+1} = 5-\left(\frac{5}{e^{Xn}}\right)$$

a. Demuestra la convergencia del método a la raíz no nula de $(5-x)e^x = 5$ sin calcular las iteraciones en Matlab. Da un intervalo que asegure la convergencia del método de la iteración simple.

Dada la función $(5-x)e^x = 5e^x-xe^x=5$ que tenía una raíz en (4,5) podemos despejar $xe^x=5e^x-5$ =>
$X=5-(5/e^x)$ => y proponemos el método
$X_{n+1}= 5 - \frac{5}{e^{xn}}$ => $g(x)= 5 - \frac{5}{e^{xn}}$ => $g'(x)=5e^{-x}$
g en el intervalo (4,5) => (4,5)=> $g'(x) \le k \in (0,1)$
ya que $5e^{-4}=0.0915$
$5e^{-5}=0.03366$ $\frac{5}{e^4}=k$ => verifica las condiciones de convergencia en (4,5) y $g(4,5) \subset (4,5)$

b. Obtenemos el punto fijo con la misma tolerancia previa. Da el punto inicial y el criterio de parada (hasta 6 decimales correctos). Presenta los resultados en una tabla.

```
clear all
format long g

g = @(x)5 - ((5) ./ (exp(x)));
x(1)=4;
x(2)=g(x(1));
error=0.5.*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1);

n=2
while (abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(g(x(n))) >
error)
  d(n)=x(n)-x(n-1);
  x(n+1)=g(x(n));
  n=n+1;
  end

n=[1:n];
d=[0,d];
tabla=[n ; x; g(x); d]'
```

tabla =

1	4	4.90842180555633	0
2	4.90842180555633	4.9630793363118	0.908421805556329
3	4.9630793363118	4.96504317057729	0.908421805556329
4	4.96504317057729	4.96511175263279	0.0546575307554695
5	4.96511175263279	4.96511414525846	0.00196383426549485
6	4.96511414525846	4.96511422872715	6.85820554968686e-05
7	4.96511422872715	4.96511423163902	2.39262567003351e-06

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

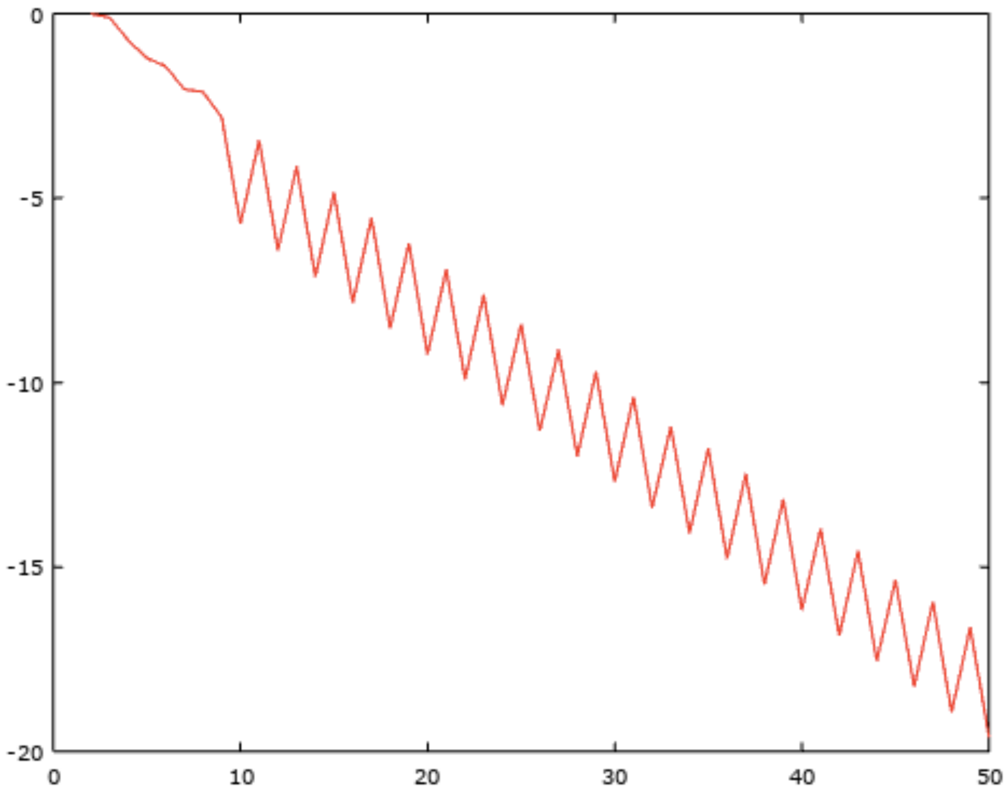
4. Representa en un grafico los logaritmos de los valores absolutos de los errores relativos aproximados:

r n+1 = (x $^{n+1}$ – x $_{n}$) / x $_{n+1}$. **Cada método un color diferente.**

a. Bisección

```
clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
%como el intervalo es (4,5)=>
a(1)=4;
b(1)=5;
x(1)=b(1)-a(1);
y(1)=(a(1)+b(1)) ./2;
error= 0.5*(10.^-6);
k=1;
while abs(b-a) > error
     if f(a(k))*f(y(k)) <0
        a(k+1)= a(k);
        b(k+1) =y(k);
        k=k+1;
     else
            a(k+1)=y(k);
            b(k+1)=b(k);
            k=k+1;
       end

     y(k+1)=(a(k)+b(k))./2
     r(k-1)=(y(k)-y(k-1)) ./y(k);
     x(k+1)=b(k)-a(k)
end

xb=log(r);
bi=k;
hold on
plot(1:(bi-1),xb,'r')

a=[0,a]
b=[0,b]
n=1:1:length(a);
tabla_resultats=[n; a; b; y; f(y); x]'
```

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

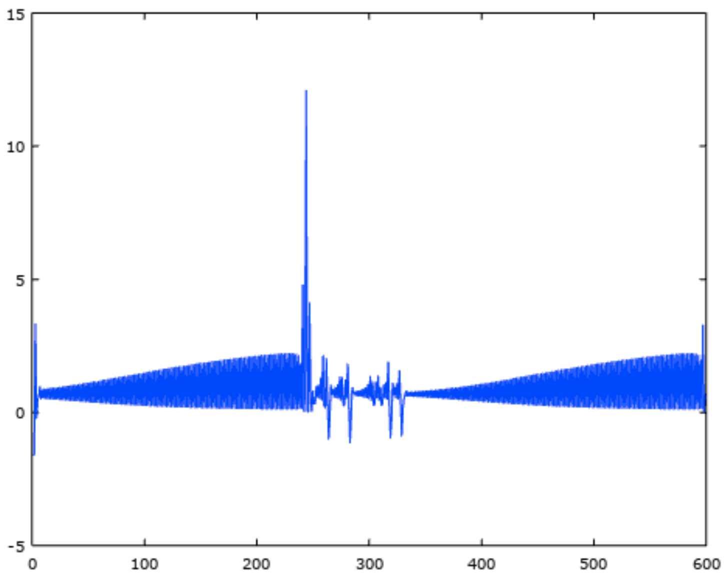


b. Secante

```
clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
x(1)=4;
x(2)=5;
error=0.5*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1);
r(1)=(x(2)-(x(1))) ./ x(2);


n=2;
while(abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(f(x(n))) >
error)
```

Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

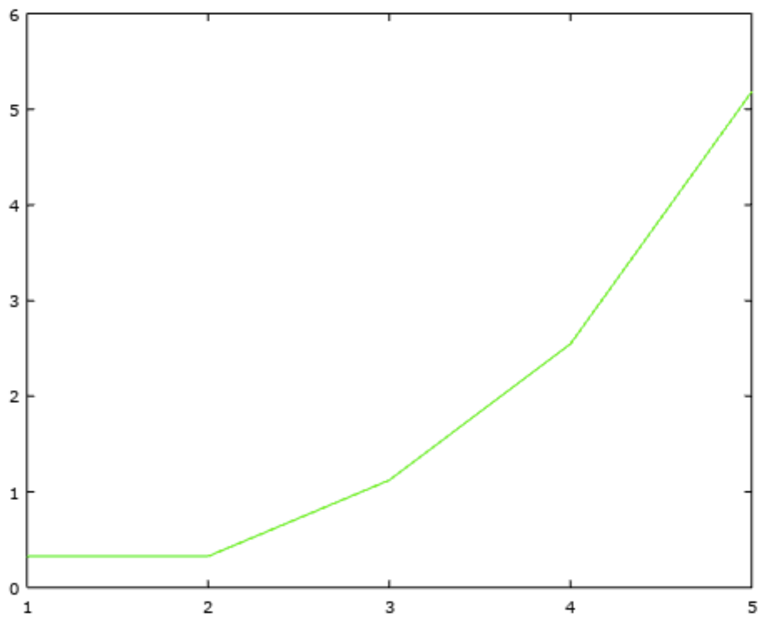
```
  x(n+1)=(x(n)-f(x(n)) .* (x(n)-x(n-1))) ./ (f(x(n))-
f(x(n-1)));
  d(n)=x(n)-x(n-1);
  r(n)=(x(n)-x(n-1)) ./ x(n);
  n=n+1;
  end

xsc=log(r);
s=n;
hold on
plot(1:(s-1),xsc,'b')
n=[1:n];
d=[0,d];
tabla_resultados=[n;x;f(x);d]'
```



Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

c. Newton

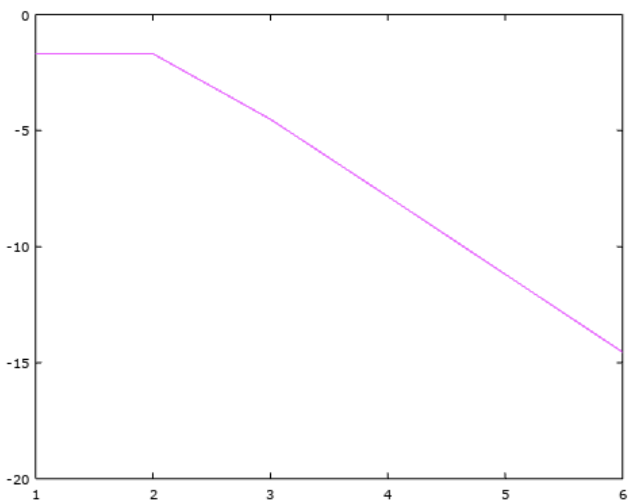
```
clear all
format short
f = @(x)((5-x) .* exp(x)) - 5;
df= @(x) (-exp(x) + ((5-x).*(exp(x))));
x(1)=2;
x(2)=x(1) - f(x(1)) ./df(x(1));
error=0.5.*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1);
r(1)=(x(2)-x(1)) ./ x(2);

n=2
while (abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(f(x(n))) >
error)
  d(n) = x(n)-x(n-1);
  r(n)=(x(n)-x(n-1)) ./x(n);
  x(n+1) = x(n)-f(x(n)) ./ df(x(n));
  n=n+1;
  end

xnw=log(r);
w=n;
hold on
plot(1:(w-1),xnw,'g')
n=[1:n];
d=[0,d];
tabla=[n;x;f(x);d]'
```



Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

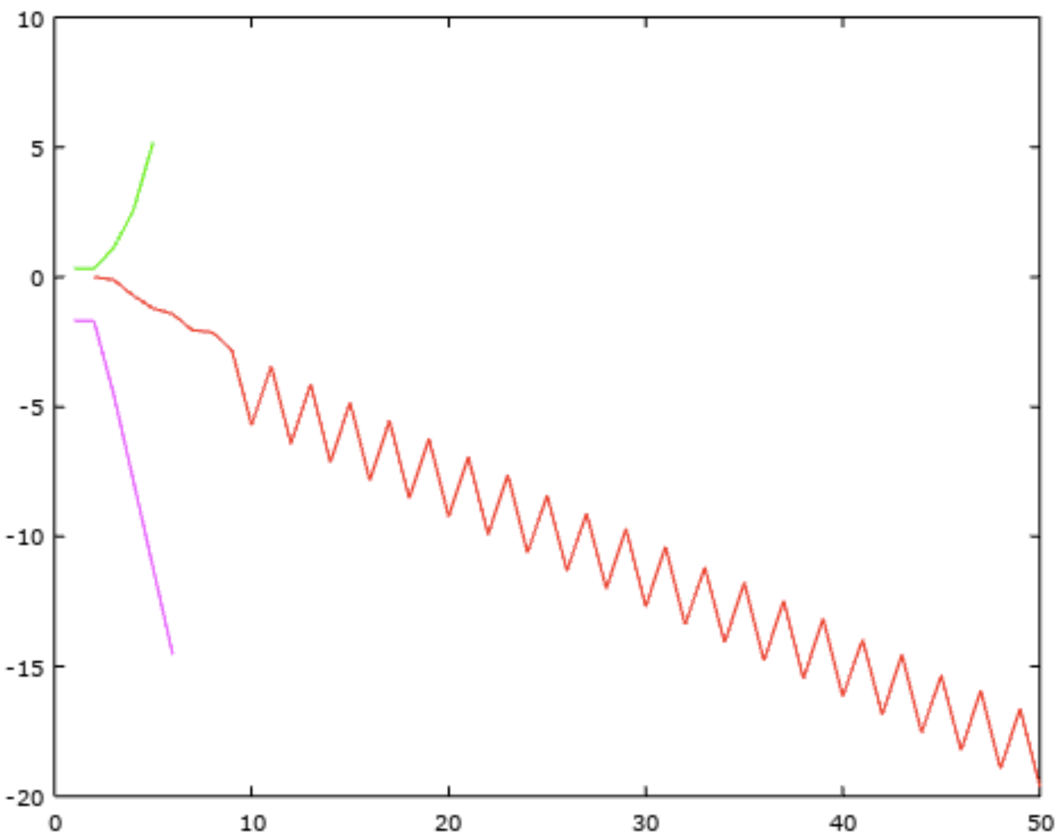
d. Punto Fijo

```
clear all
format long g

g = @(x)5 - ((5) ./ (exp(x)));
x(1)=4;
x(2)=g(x(1));
error=0.5.*(10.^-6);
d(1)=x(2)-x(1);
r(1)=(x(2)-(x(1))) ./ x(2);

n=2
while (abs(x(n)-x(n-1)) > error) & (abs(g(x(n))) >
error)
  d(n)=x(n)-x(n-1);
  r(n)=(x(n)-x(n-1)) ./ x(n);
  x(n+1)=g(x(n));
  n=n+1;
  end


xpf=log(r);
c=n;
hold on
plot(1:(c-1),xpf,'m')
n=[1:n];
d=[0,d];
tabla=[n ; x; g(x); d]'
```



5. A partir de las graficas realizadas , cual sería el mejor procedimiento para obtener la solución positiva de la ecuación (5-x)e^x=5. Razona tus respuestas.

Tanto el método de Bisección como el método del punto fijo decrecen por lo que no las tomaríamos ya como método aceptable para conseguir la solución positiva de la ecuación.
Mientras que los otros dos métodos restantes, Secante y Newton, no decrecen por lo que los tomaremos como los dos posibles métodos.
Entre estos dos escogeremos el método de Newton que crece a medida que sube el número de iteraciones.



Sofía Touceda Suárez
NIUB: 16846653

FORMATOS TABLAS DE RESULTADOS MÉTODOS ITERATIVOS.

TABLA I. Para los métodos iterativos de intervalos encajados o que necesitan dos puntos para comenzar hay que tabular al menos la siguiente información:

N	***número de iteraciones***
A_n	***extremo inferior intervalo***
B_n	***extremo superior intervalo***
X_n	***nueva iterado calculado***
$F(X_n)$	***valor de la función en*** X_n
$(b_n - a_n)/2$	***cota superior error (por bisección)***

TABLA II. Para los métodos iterativos de un punto para comenzar hay que tabular al menos la siguiente información:

N	***número de iteraciones***
X_n	***nuevo iterado calculado***
$F(X_n)$	***valor de la función en*** X_n
$X_n - x_{n-1}$	***diferencia de ordenadas***