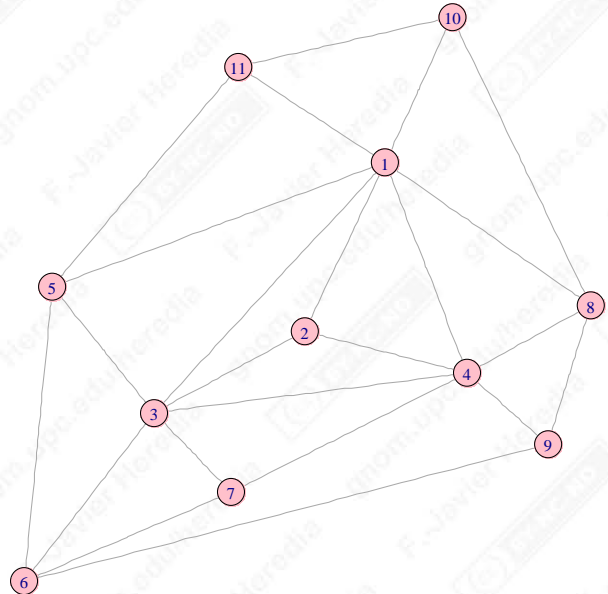


**EXERCICI 1. Escriuiu un informe d'estil professional amb els resultats obtinguts als diferents apartats. Entregueu una còpia impresa d'aquest informe i pengeu un zip amb els fitxers .sas que heu fet servir i una còpia en PDF de l'informe al campus digital abans del dia 30/04/2014.**

Considereu una xarxa de gasoductes per al transport internacional de gas. En aquesta pràctica, modelitzarem la xarxa com un graf on els arcs representen trams de gasoducte, i els nodes representen estacions de redistribució.

Com a conseqüència dels acords que els països tenen amb les distribuïdores de gas, cada tram té una capacitat limitada ( $\text{Mm}^3/\text{d}$ , milions de metres cúbics per dia). Donats dos vèrtexs de la xarxa, I i F (per exemple, 6 i 10 respectivament) es planteja el problema de trobar **quina és la màxima quantitat de gas que es pot transportar del node I al node F**.



- a) (2 pts) Escriuiu la formulació matemàtica parametritzada del problema de flux màxim, i implementeu-la amb OPTMODEL. Podeu fer servir el codi que trobareu a l'Annex I per validar el vostre model amb instàncies petites generades aleatòriament.

En aquest primer apartat considerarem que els arcs són dirigits: és a dir, que l'arc que va de  $i$  a  $j$  és diferent de l'arc que va de  $j$  a  $i$ . En conseqüència, la capacitat d'un i altre pot ser diferent.

- b) (3 pts) Imagineu que treballeu per al consorci gasístic, que us ha proporcionat les dades del seu sistema de transport de gas. Resoleu el problema aprofitant el codi de l'apartat a) i redacteu un informe que inclogui el plantejament del problema, el model matemàtic associat i la solució obtinguda (incloent un gràfic on representeu aquesta solució).

Per a obtenir les dades corresponents al vostre graf particular, seguiu les següents instruccions:

- En un ordinador amb sistema operatiu Windows, obriu R:
- Instal·leu el paquet "igraph":  
`install.packages("igraph")`
- Carregueu la llibreria "igraph":  
`library(igraph)`
- Definiu una variable `niub` amb el valor del vostre Niub (sense lletres).
- Executeu l'ordre:  
`source("http://www-eio.upc.es/~josean/e-status/grafos.R")`
- Veureu un gràfic que representa el graf, podeu salvar el gràfic en un fitxer; la definició del graf (incloent les coordenades dels nodes i la capacitat dels arcs) es troba al fitxer referenciat.

- c) (2 pts) El consorci gasístic que us ha contractat també vol identificar quins son els gasoductes crítics de la seva xarxa. Per *gasoducte crític* entenem aquell que si veiés reduïda la seva capacitat faria reduir ineludiblement la capacitat de la xarxa sencera.

Afortunadament, és molt fàcil determinar quins trams de gasoducte son crítics amb ajuda de les variables duals del vostre model. Concretament, per a cada node de la xarxa diferent de I i de F podeu consultar la variable dual associada a la restricció de balanç d'aquest node. Aquestes variables només poden assolir 2 valors en la solució òptima (típicament 0 i  $\pm 1$ ).

Al següent esquema podeu veure representat el conjunt de nodes del graf en funció del valor de les seves variables duals. La línia divisòria entre aquests dos conjunts s'anomena Tall Mínim i els arcs que la creuen formen un conjunt d'Arcs Crítics.



Representeu gràficament el Tall Mínim associat a la solució que heu trobat a l'apartat b) i comproveu que es compleix el teorema de MaxFlow-MinCut que diu que la suma del flux que passa pel conjunt d'Arcs Crítics és igual al Flux màxim que es pot enviar de I a F.

- d) (2 pts) De cara a resoldre aquest mateix problema en un futur, el consorci gasístic us demana que investigueu quina estratègia computacional és més adient per resoldre el vostre model.

Afegiu al vostre informe una comparativa de les diferents combinacions de *solvers* i *pricing strategies* disponibles amb OPTMODEL amb l'ajuda del codi que trobareu a l'Annex II.

Recolliu els temps i el nombre d'iteracions necessàries per trobar l'òptim de 100 instàncies de 200 nodes generades a l'atzar per a cada combinació de *solver* i *pricetype*, i feu un anàlisi estadístic simple per determinar quina és la combinació més eficient.

*Avís: pot ser que algunes combinacions no funcionin; reviseu sempre el LOG per tal de detectar errors o avisos.*

Un cop fet això, i només per a la combinació més eficient de *solver* i *pricetype*, trobeu experimentalment quina és la mida màxima que pot tenir una instància que s'hagi de resoldre en menys de 0,5 segons. A tal efecte, augmenteu gradualment la mida de la instància al vostre codi fins que el temps de resolució mitjà (sobre un conjunt de 10 instàncies generades a l'atzar) superi aquesta barrera. Incloeu aquesta dada al vostre informe.

- e) (1 pts) Finalment, el consorci us informa que en un futur la llei obligarà a que cada tram del gasoducte pugui portar gas en qualsevol sentit, i amb la mateixa capacitat. Us demana que proposeu un model per contemplar aquesta opció.

Afegiu un annex al vostre informe amb la formulació matemàtica parametritzada del nou model.

## Annex I.

Prova amb una xarxa petita, que pot ajudar a validar el model:

```
proc optmodel presolver=0;

/* PARAMETRES DE LA PRACTICA (ADAPTEU A CONVENIENCIA) *****/
number mida_del_problema = 10; /* Quantitat de nodes del graf */
number DNI_alumne = 1123581321; /* El teu DNI */
/*****/

/* PARAMETRES GENERALS DEL MODEL (NO MODIFIQUEU AQUEST APARTAT) *****/
number nNodes = mida_del_problema; /* Numero de nodes */
number nArcs = ceil(nNodes*(nNodes-1) * 0.5); /* 50% dels arcs possibles */
set <number> Nodes = 1..nNodes; /* Conjunt de nodes */
number Node_inicial = 1;
number Node_final = nNodes;
set <number> Altres_Nodes = Nodes diff {Node_inicial, Node_final};
set <number, number> Arcs; /* Conjunt d'arcs */
number Capacitat{<i,j> in Arcs}; /* Capacitat dels arcs */
/*****/

/* GENERACIO ALEATORIA DE LA INSTANCIA (NO MODIFIQUEU AQUEST APARTAT) *****/
call streaminit(DNI_alumne);

/* Definim un graf dirigit aleatori amb 'nArcs' arcs */
Arcs = {};
number aux_i;
number aux_j;
do while(card(Arcs) < nArcs);
    aux_i = floor(1+nNodes*rand('uniform'));
    aux_j = floor(1+nNodes*rand('uniform'));
    if (aux_i^=aux_j) then Arcs = Arcs union {<aux_i,aux_j>};
end;

/* Definim la capacitat de cada arc aleatoriament */
for {<i,j> in Arcs} Capacitat[i,j] = floor(1+100*rand('uniform'));
/*****/

/* MODEL (DEFINIU AQUÍ EL VOSTRE MODEL) *****/
var NOM_VARIABLE ...;
max NOM_OBJECTIU ...;
con NOM_RESTRICCIO ...;
/*****/

/* RESOLUCIO DEL PROBLEMA (ADAPTEU A CONVENIENCIA) *****/
solve;
/*****/

/* OUTPUT DEL MODEL (ADAPTEU A CONVENIENCIA) *****/
print Capacitat; /* Imprimim la matriu de capacitats per pantalla */

/* Recuperem el conjunt d'arcs actius (= nomes aquells pels que passa flux) */
set <number, number> Arcs_actius;
Arcs_actius = {};
do aux_i=Nodes;
    do aux_j=Nodes;
        if (<aux_i,aux_j> in Arcs) then if (NOM_VARIABLE[aux_i,aux_j].sol > 0) then
            Arcs_actius = Arcs_actius union {<aux_i,aux_j>};
        end;
    end;
end;
number solucio{<i,j> in Arcs_actius} = NOM_VARIABLE[i,j].sol;
/* Imprimim la solucio optima per pantalla */
if card(Arcs_actius)=0 then print "NO es pot enviar flux del node origen al node desti";
else print solucio;

/* Imprimim les variables duals per pantalla */
number Dual_inici = 0; /* Valor teoric corresponent a la variable dual associada al Node_inicial */
number Dual_final = 1; /* Valor teoric corresponent a la variable dual associada al Node_final */
print Dual_inici NOM_RESTRICCIO.dual Dual_final; /* Valor de les variables duals associades a cada node */
/*****/

quit;
```



## Annex II

Esquema per a solució intensiva, amb xarxes generades a l'atzar:

```
proc optmodel printlevel=0 presolver=0;

/* PARAMETRES DE LA PRACTICA (ADAPTEU A CONVENIENCIA) *****/
number mida_del_problema = 200;          /* Minim 5 */
number nombre_d_instancias = 100;        /* Minim 1 */
number DNI_alumne = 1123581321;          /* El teu DNI */
/*****/

/* PARAMETRES DEL MODEL (NO MODIFIQUEU AQUEST APARTAT) *****/
number nNodes = mida_del_problema;       /* Numero de nodes */
number nArcs = ceil(nNodes*(nNodes-1) * 0.4); /* 40% dels arcs possibles */
set <number> Nodes = 1..nNodes;            /* Conjunt de nodes */
number Node_inicial = 1;
number Node_final = nNodes;
set <number> Altres_Nodes = Nodes diff {Node_inicial, Node_final};
set <number, number> Arcs;                /* Conjunt d'arcs */
number Capacitat{<i,j> in Arcs};          /* Capacitat dels arcs */
/*****/

/* MODEL (DEFINIU AQUÍ EL VOSTRE MODEL) *****/
var NOM_VARIABLE ...;
max NOM_OBJECTIU ...;
con NOM_RESTRICCIO ...;
/*****/

/* RUTINA PRINCIPAL *****/
set <number> INSTANCES = 1..nombre_d_instancias;
number iterations{INSTANCES};
number time{INSTANCES};
number objective{INSTANCES};
number ins;
number aux_i;
number aux_j;

do ins=INSTANCES;

    /* GENERACIO ALEATORIA D'INSTANCIES (NO MODIFIQUEU AQUEST APARTAT) *****/
    call streaminit(DNI_alumne+11*ins); /* una llavor diferent cada cop */

    /* Definim un graf dirigit aleatori amb 'nArcs' arcs */
    Arcs = {};
    do while(card(Arcs) < nArcs);
        aux_i = floor(1+nNodes*rand('uniform'));
        aux_j = floor(1+nNodes*rand('uniform'));
        if (aux_i^=aux_j) then Arcs = Arcs union {<aux_i,aux_j>};
    end;

    /* Definim la capacitat de cada arc aleatoriament */
    for {<i,j> in Arcs} Capacitat[i,j] = floor(1+100*rand('uniform'));
    /*****/

    /* RESOLEM LA INSTANCIA (ADAPTEU LES OPTIONS CADA VEGADA) *****/
    solve with LP / solver=DUAL pricetype=DEVEX;

    /* RECOLLIDA DE DADES (NO MODIFIQUEU AQUEST APARTAT) *****/
    objective[ins] = input(scan(symget("_OROPTMODEL"),6,"= "), 10.);
    iterations[ins] = input(scan(symget("_OROPTMODEL"),14,"= "), 10.);
    time[ins] = input(scan(symget("_OROPTMODEL"),18,"= "), 10.10);
    /*****/

end;
create data results from [ins]=INSTANCES iterations objective time;

/*****/

proc print data=results;
run;
```