INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Examen del 15 de julio de 2014

1. Dado el siguiente modelo de programación lineal (PL):

Cuadro 1.

$$
\begin{array}{|l|}
\hline
\text{Min } Z=2X_1+3X_2 \\
\text{Sujeto a:} \\
2X_2+X_2\geq 3 \\
4X_1+6X_2\geq 24 \\
2X_1+8X_2\geq 16 \\
5X_1+6X_2\leq 60 \\
X_1,\ X_2 \geq 0 \\
\hline
\end{array}
$$

a. Analizad gráficamente y describa la solución o soluciones del modelo del Cuadro 1, en el caso de que existan. (0,75 puntos)

b. Analizad gráficamente y describa la solución o soluciones del modelo del Cuadro 1, en el caso de que existan, suponiendo que el objetivo es de máximo, es decir: (0,5 puntos)

$$\text{Max } Z=2X_1+3X_2$$

c. Escribid el programa de SAS/OR con el que obtendría la solución del modelo planteado al inicio del enunciado. (0,75 punto)

2. Una empresa manufacturera produce dos tipos de mesas: A y B, para ello utiliza tres tipos de máquinas: I, II y III. Los tiempos de producción requeridos (en horas) en cada máquina para cada mesa se muestran en la Tabla 1:

Tabla 1.

Máquina	**Mesa Tipo A**	**Mesa Tipo B**	**Tiempo Total Disponible**
I	1,5	2,0	1.000
II	3,0	4,5	2.000
III	2,5	1,5	1.500

Las mesas del tipo A se venden a 350 € la unidad y las de tipo B a 450€ la unidad. El gerente de la empresa determina que al menos el 20% de las mesas deben ser de tipo A y al menos el 30% de las mesas debe ser de tipo B.

a. Plantead el modelo de programación lineal (PL) que permita determinar cuántas mesas deben producirse de cada tipo, de modo que se maximicen las ventas y se cumplan las restricciones de disponibilidad de horas de producción y exigencias del gerente. (0,75 puntos)

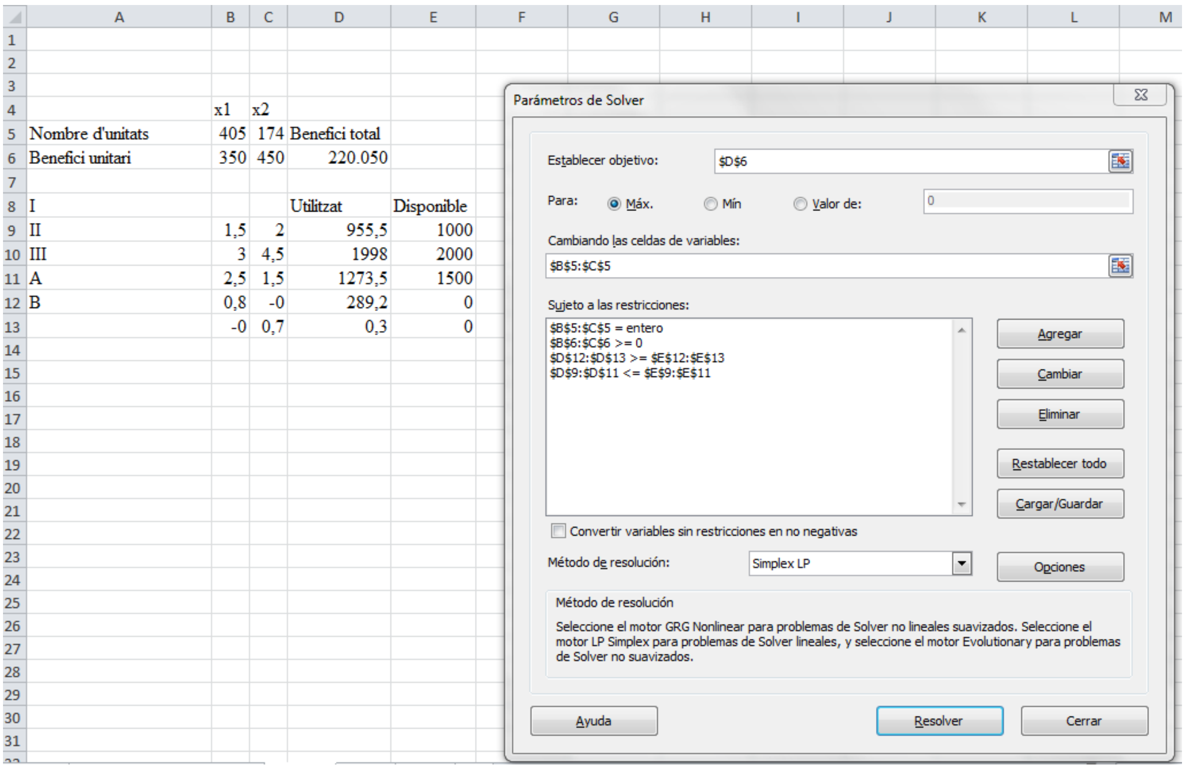
b. La empresa se replantea su único objetivo de maximización de las ventas y a cambio desea determinar cuál es la producción óptima si se quieren alcanzar al máximo posible las siguientes metas:

   I. Alcanzar al menos unas ventas de 250.000 euros.
   II. Cumplir con las exigencias del gerente.
   III. No subutilizar la capacidad de producción de la empresa (horas de trabajo).

   Plantead el modelo de programación por metas. (1 punto)

c. Interpretad los resultados de la Figura 1. Describid el algoritmo de optimización que se ha utilizado para calcular el óptimo. (0,5 puntos)

Figura 1.



3. Una compañía produce dos tipos de cortadoras de césped: eléctricas y de gas. La compañía ha contratado un pedido de 30.000 modelos eléctricos y 15.000 de gas, que está obligada a servir. Sin embargo, la compañía tiene una capacidad de producción limitada, que se resume en la Tabla 2:

Tabla 2: Horas requeridas por cortacésped.

Proceso	**Modelo Eléctrico**	**Modelo de Gas**	**Tiempo Total Disponible**
Producción	0,2	0,4	10.000
Ensamblaje	0,3	0,5	15.000
Embalaje	0,1	0,1	5.000

El coste de producir un cortacésped eléctrico es de 55€ y el de producir un cortacésped de gas es de 85€. Alternativamente, la compañía puede comprar cortacésped eléctricos y de gas a un precio de 67€ y 95€, respectivamente. La compañía quiere saber cuántos cortacéspedes producir y cuantos tiene que comprar a un tercero para satisfacer el pedido. El modelo de PL a resolver es:

Cuadro 2.

$$
\begin{aligned}
&\text{Min } Z=55P_1+85P_2+67C_1+95C_2\\
&\text{Sujeto a:}\\
&P_1+C_1\geq 30.000\\
&P_2+C_2\geq 15.000\\
&0{,}2\ P_1+0{,}4P_2\leq 10.000\\
&0{,}3\ P_1+0{,}5P_2\leq 15.000\\
&0{,}1\ P_1+0{,}1P_2\leq 5.000\\
&P_1,\ P_2,\ C_1,\ C_2\geq 0
\end{aligned}
$$

Donde P_1 y P_2 son, respectivamente, el número de cortacéspedes que se fabrican: eléctricos y de gas; C_1 y C_2 son, respectivamente, el número de cortacéspedes que se compran a un tercero: eléctricos y de gas. A continuación, en las tablas 3 y 4 se muestran los resultados de la solución del modelo de PL anterior en SAS.

Tabla 3.

The LP Procedure

Variable Summary

Col	Variable Name	Status	Type	Price	Activity	Reduced Cost
1	p1	BASIC	NON-NEG	55	30000	0
2	p2	BASIC	NON-NEG	85	10000	0
3	c1		NON-NEG	67	0	7
4	c2	BASIC	NON-NEG	95	5000	0
5	Produccion		SLACK	0	0	25
6	Emsamblaje	BASIC	SLACK	0	1000	0
7	Embalaje	BASIC	SLACK	0	1000	0

Constraint Summary

Row	Constraint Name	Type	S/S Col	Rhs	Activity	Dual Activity
1	coste	OBJECTVE	.	0	2975000	.
2	demandaElec	EQ	.	30000	30000	60
3	demandaGas	EQ	.	15000	15000	95
4	Produccion	LE	5	10000	10000	-25
5	Emsamblaje	LE	6	15000	14000	0
6	Embalaje	LE	7	5000	4000	0

RHS Range Analysis

	-----------Minimum Phi----------			-----------Maximum Phi----------		
Row	Rhs	Leaving	Objective	Rhs	Leaving	Objective
demandaElec	20000	c2	2375000	50000	p2	4175000
demandaGas	10000	c2	2500000	INFINITY	.	.
Produccion	6000	p2	3075000	10800	Emsamblaje	2955000
Emsamblaje	14000	Emsamblaje	2975000	INFINITY	.	.
Embalaje	4000	Embalaje	2975000	INFINITY	.	.

Price Range Analysis

		-----------Minimum Phi----------			-----------Maximum Phi----------		
Col	Variable Name	Price	Entering	Objective	Price	Entering	Objective
1	p1	-INFINITY	.	-INFINITY	62	c1	3185000
2	p2	71	c1	2835000	95	Produccion	3075000
3	c1	60	c1	2975000	INFINITY	.	2975000
4	c2	85	Produccion	2925000	109	c1	3045000
5	Produccion	-25	Produccion	2975000	INFINITY	.	2975000
6	Emsamblaje	-20	Produccion	2955000	INFINITY	.	INFINITY
7	Embalaje	-100	Produccion	2875000	INFINITY	.	INFINITY

Tabla 4.

Obs	_OBJ_ID_	_RHS_ID_	_BASIC_	INVB_R	p1	p2	c1	c2	Produccion	Emsamblaje	Embalaje	PHASE_1_OBJE	coste
1	coste	_rhs_	R_COSTS	.	0	0	7.00	0	25.00	0	0	0	0
2	coste	_rhs_	p1	30000	1	0	1.00	0	0.00	0	0	0	0
3	coste	_rhs_	c2	5000	-0	-0	0.50	1	-2.50	0	0	0	0
4	coste	_rhs_	p2	10000	0	1	-0.50	0	2.50	0	0	0	0
5	coste	_rhs_	Emsamblaje	1000	0	0	-0.05	0	-1.25	1	0	0	0
6	coste	_rhs_	Embalaje	1000	0	0	-0.05	0	-0.25	0	1	0	0
7	coste	_rhs_	PHASE_1_OBJE	0	0	0	0.00	0	0.00	0	0	1	0
8	coste	_rhs_	coste	2975000	-0	-0	-7.00	0	-25.00	0	0	0	1

a. Interprete en términos económicos el modelo planteado al inicio del enunciado (función objetivo y restricciones y sus coeficientes). (0,5 puntos)

b. Interprete en términos económicos la solución óptima (función objetivo, variables de decisión y restricciones). (0,25 puntos)

c. ¿Qué ocurriría con la solución óptima (función objetivo y variables) si la empresa se viera obligada a comprar 1000 cortacéspedes eléctricos?. Justificad la respuesta. (0,5 puntos)

d. ¿Hasta qué valor tendría que aumentar el coste de producción de los cortacéspedes eléctricos para que sea rentable su compra por parte de la empresa proveedora? Justifique la respuesta. (0,75 puntos)

e. ¿Qué ocurriría con la solución óptima (función objetivo y variables) si el tiempo disponible para embalaje pasara a ser de 3.500 horas?. Justifique la respuesta. (1 punto)

NOTA: Si en alguno de los apartados la solución resultante no es factible, no hace falta que calcule la nueva solución, simplemente debe explicar con qué algoritmo la calcularía y cómo lo haría (variable saliente y variable entrante).

4. Una empresa manufactura tres tipos de *chips* para ordenadores, cada tipo de *chip* requiere diferente cantidad de tiempo en tres departamentos distintos que se resumen en la Tabla 5.

Tabla 5.

	Chip A	**Chip B**	**Chip C**	**Total de horas disponibles**
Dept. 1	3	2	4	80
Dept. 2	2	4	3	90
Dept. 3	3	4	2	90

Siendo X_1, X_2 y X_3 el número de unidades de *chips* A, B y C, respectivamente, el beneficio total asociado a cada tipo de *chip* es:

- ✓ para el *chip* A el beneficio es $-0.35X_1^2+8,3X_1+540$
- ✓ para el el *chip* B el beneficio es $-0.60\ X_2^2+9,45X_2+1.108$
- ✓ para el el *chip* C el beneficio es $-0.47\ X_3^2+11,0X_3+850$

a. Plantead el modelo de programación a resolver si el objetivo es maximizar el beneficio sujeto a la disponibilidad de horas en cada departamento. ¿Se trata de un modelo lineal o no lineal? Justifique la respuesta. (0,5 puntos)

b. En la Tabla 6 se muestra algunos resultados relacionados con la solución del modelo obtenida con Excel:

b.1. Interpretad la solución óptima (valores de las variables y las restricciones). (0,5 puntos)

b.2. Interpretad los valores de los multiplicadores de Lagrange. (1 punto)

Tabla 6.

NOM DELS PRODUCTES	A	B	C		
Número de unidades (producción)	9,517618151	6,965183911	9,379194431	Beneficio Total	
Efecto Lineal	8,3	9,45	11	146	
Efecto Cuadrático	-0,35	-0,6	-0,47		
Restricciones				Utilizado	Disponible
Dept. 1	3	2	4	80	80
Dept. 2	2	4	3	75,03355524	90
Dept. 3	3	4	2	75,17197896	90

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Lagrange Multiplicador
E10	Dept. 1 Utilizado	80	0,545888066
E11	Dept. 2 Utilizado	75,03355524	0
E12	Dept. 3 Utilizado	75,17197896	0

c. Escribid el programa de SAS/OR con el que obtendría la solución del modelo de programación que ha planteado en el apartado a.. (0,75 puntos)