

## Teoria de Cues i Simulació. Grau d'Estadística . Curs 2013-14.

### 2on Examen Parcial

P1) (6 punts) Un negoci d'importació/exportació té un contracte amb un distribuïdor estranger segons el qual se'l subministren caixes d'un producte especial que té bona acollida entre els clients del negoci. Les vendes es fan sense admetre reserves o sigui que si un client fa la petició quan no hi ha existències llavors es recomana anar a un altre establiment dins del mateix grup d'empreses. Se sap que els clients arriben segons un patró Poissonià 1 cada 3 dies i que cada client sempre demana una única unitat. El distribuïdor pot enviar caixes amb  $U=5, 10$  o  $25$  unitats. Inicialment s'escullen les caixes de 5 unitats i s'estableix que el distribuïdor n'envia 1 cada 16 dies, sent aquest temps entre dos lliuraments, constant.

- a) [1.5p] Es demana establir per la situació descrita un model de cues que descriu el número de caixes als magatzems del negoci, identificant els processos d'arribades i serveis i els valors mitjos i desviacions estàndar de les distribucions associades. Presenta estat estacionari el model de cues que heu descrit?
- b) [1p] Quin és el número mig de clients (per unitat de temps) que no podrà obtenir una unitat per trobar el magatzem sense existències?
- c) [1.5p] Calculeu el número mig de caixes que hi haurà al magatzem i el temps mig que una caixa espera al magatzem fins ser oberta.
- d) [1p] Se sap que les unitats d'una caixa no poden aguantar més de 60 dies sense deteriorar-se. Quina és la fracció de caixes que es malmetran en el magatzem?
- e) [1p] Si en un moment determinat es per la regularitat en els enviaments de caixes però es mantén el promig d'un enviament cada 16 dies, com afectarà això al negoci? Es perdran més clients que els calculats a l'apartat b)? Hi haurà més caixes perdudes per deteriorament?

P2) (4 punts)

2400	6771	7164	1821	6170	9245	5791	3453	8305	6658
7220	3688	7989	1439	9171	6567	6899	7151	9439	6219
3253	7880	1782	2299	4181	8936	1243	939	7819	0884
5221	9876	5305	6365	3369	324	4595	4558	2148	9635
1319	2803	2061	9608	4167	3831	3340	7509	3359	8669

( $N^{\text{os}}$  aleatoria entre 0 i 9999; selecció d'esquerra a dreta començant pel 2400)

Per al magatzem de la situació anterior quan les arribades de caixes són regulars cada 16 dies. Es vol usar una simulació orientada a l'ordenació d'events (event-scheduling) per estudiar el comportament del nº de caixes en el magatzem. Sabent que els successos a considerar són: a) l'arribada d'una caixa al magatzem, b) una caixa queda buida i que les variables d'estat són: L'instant de rellotge (Tck), l'estat del servidor i el nº d'existències al magatzem,

- a) [3p] Reproduïu l'evolució de la llista d'events fins que surti la tercera caixa del magatzem a mida que aquests van sent examinats, d'acord amb el procediment:
  - 1- Examinar primer element de la llista. Veure quin tipus de succés és i actualitzar Tck
  - 2- Efectuar acció sobre variables d'estat d'acord amb el tipus de succés i generant nous successos si és el cas; ordenar dins de la llista els nous successos generats.
  - 3- Esborrar el primer element de la llista i declarar com primer element el que era el seu successor. Tornar a 1.
- b) [1p] Dibuixeu la gràfica de  $N(t)$  versus  $t$  fins la sortida de la tercera caixa.

D/E6/1

$$E[z] = 16 \text{ dies}, \quad \sigma_z^2 = 0, \quad C_z = 0$$

$$E[x] = 15 \text{ dies}, \quad \sigma_x^2 = 5 \cdot 3^2 \rightarrow C_x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$x \sim 5\text{-Erlang}$

a)  $\rho = \frac{15}{16} = 0.9375 < 1$  si hi ha una estat estacionari.

b) fracció del temps amb magatzem buit  $\rho_0 = \frac{1}{16}$   
flux de clients perduts  $\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{48}$   $\frac{\text{clients}}{\text{die}}$   
(cada 48 dies es perd un client en promig)

c) Com que  $\rho$  és proper a 1 s'adopta la fórmula

$$L_q = \frac{1}{1-\rho} \left( \frac{C_z^2 + \rho^2 C_x^2}{2} \right) = \frac{16}{2} \frac{\left( \frac{15}{16} \right)^2}{5} = \frac{15^2}{160} \approx 1.406 \text{ caixes}$$

$$W_q = L_q / \lambda = 16 \cdot 1.406 = 22.5 \text{ dies}$$

$$W = W_q + E[x] = 22.5 + 15 = 37.5 \text{ dies}$$

$$L = W \cdot \lambda = \frac{37.5}{16} = 2.34 \text{ caixes}$$

d)  $P(W_q \geq 60) = e^{-60/22.5} = 6.94 \cdot 10^{-2}$  (1 de cada 14.39)  
( $W_q \sim \text{exp}$  ja que  $\rho$  és elevat)

e) Llavors el sistema passaria a tenir  $C_x > 0$ , llavors hi hauria un  $W_q$  més alt per la qual la fracció de caixes deteriorades augmentaria. El n° de clients perduts quedaria igual que abans, encara que si es té en compte que hi hauria més caixes deteriorades augmentaria el n° de clients perduts.



Podem generar abans els temps de servei dels 3 clients (caixes).

$$X_1 = -3 \ln \left[ \frac{2400 \cdot 6771 \cdot 7164 \cdot 1821 \cdot 6120}{9999^5} \right] = 13 \text{ dies}$$

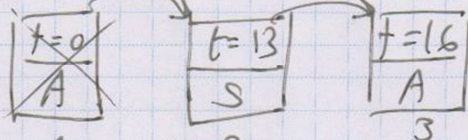
$$X_2 = -3 \ln(0'1022) = 6'84 \text{ dies}$$

$$X_3 = -3 \ln(0'028) = 10'717 \text{ dies}$$

Simulació de la me D/E5/4.

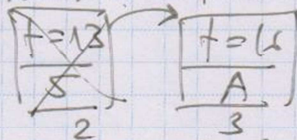
c) Generació de la 1<sup>a</sup> arribada; llista inicialitzada  $t_{ac}=0$   
servidor = buit  $N=0$

1) s'examina 1<sup>er</sup> element de la llista: arribada  $\rightarrow$   
es genera següent arribada.  
com que el servidor està buit es genera la fi de servei.

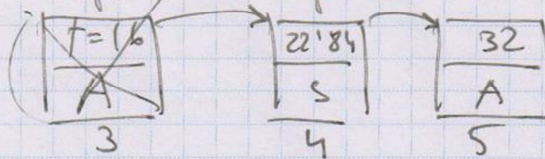


$t_{ac}=16$ ,  $N=1$ , servidor = ocupat

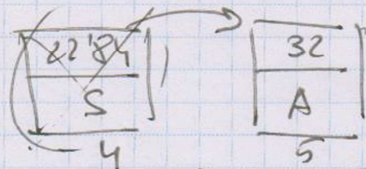
2) s'examina 1<sup>er</sup> element de la llista: fi de servei  $\rightarrow$   
 $\rightarrow N=N-1=0$ , servidor = lliure,  $t_{ac}=13$



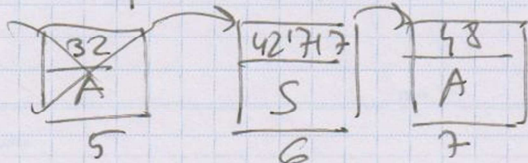
3) s'examina el 1<sup>er</sup> element de la llista: arribada  $\rightarrow$   
 $\rightarrow N=N+1=1$ , servidor = ocupat,  $t_{ac}=16$   
es genera següent arribada; el servidor està buit es genera la fi de servei



4) s'examina 1<sup>er</sup> element de la llista  
 $N=N-1$ ,  $t_{ac}=22'84$ , servidor = buit



5) arribada:  $\rightarrow$   
genera següent arribada  
 $N=0 \rightarrow$  es genera la fi del servei.



servidor = ocupat,  $N=N+1=1$ ,  $t_{ac}=32$

(el 7 correspon a l'arribada del 4<sup>rt</sup> client)

6) Fide servei del 3er client  $\rightarrow N = N - 1 = 0$   
servidor = buit  
acaba la simulació.  
 $t_{qc} = 42'717$

