

## SESIÓN 2 EN EL AULA DE INFORMÁTICA

### INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA.

Curso 2015-2016

11 de abril de 2016.

Un inversor dispone de 800 millones de euros para invertir en cuatro tipos de fondos: A, B, C y D, cuyas respectivas tasas de rendimiento anual son 15%, 8%, 10% y 6%, respectivamente. Estos tres fondos tienen asignados unos factores de riesgo de 1,5%, 0,3%, 0,9% y 0,2%, respectivamente. El inversor decidió invertir un mínimo del 40% de su capital en fondos de menor riesgo (B y D) y un máximo de un 20% en fondos de riesgo elevado (A). También, el inversor desea que el factor de riesgo no supere el 0,6% de la inversión total. El objetivo es determinar cuánto debe invertirse en cada tipo de fondo para maximizar el rendimiento. El modelo de programación lineal que hay que resolver es:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 0,15X_1 + 0,08X_2 + 0,1X_3 + 0,06X_4 \\ \text{Sujeto a:} \\ X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 800 \\ X_2 + X_4 &\geq 320 \\ X_1 &\leq 160 \\ 0,015X_1 + 0,003X_2 + 0,009X_3 + 0,002X_4 &\leq 4,8 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Utilizando el PROC LP de SAS/OR:

- Encontrad la solución óptima del problema e interpretadla (EL PROGRAMA DE SAS COMPLETO SE MUESTRA AL FINAL EN UN ANEXO).

The LP Procedure

Variable Summary

Variable Col	Name	Status	Type	Price	Activity	Reduced Cost
1	x1	BASIC	NON-NEG	0.15	160	0
2	x2	BASIC	NON-NEG	0.08	560	0
3	x3	BASIC	NON-NEG	0.1	80	0
4	x4		NON-NEG	0.06	0	-0.016667
5	riesgo1	BASIC	SURPLUS	0	240	0
6	riesgo2		SLACK	0	0	-0.03
7	riesgotot		SLACK	0	0	-3.333333

Constraint Summary

Constraint Row	Name	Type	S/S Col	Rhs	Activity	Dual Activity
1	Rendimiento	OBJECTIVE	.	0	76.8	.
2	inversion	EQ	.	800	800	0.07
3	riesgo1	GE	5	320	560	0
4	riesgo2	LE	6	160	160	0.03
5	riesgotot	LE	7	4.8	4.8	3.333333

La solución óptima es invertir 160 millones en A, 560 millones en B y 80 millones en C, con una rentabilidad de 76.8 millones.

- b. Obtened los márgenes de variación de los coeficientes de la función objetivo sin que se modifiquen el vector básico de la solución óptima. Interpretad los resultados.

Price Range Analysis

Variable Col Name	-----Minimum Phi----- Price Entering	-----Maximum Phi----- Price Entering	Objective	Objective
1 x1	0.12 riesgo2	72 INFINITY .	INFINITY	INFINITY
2 x2	0.0657143 x4	68.8 0.1 riesgo2	88	88
3 x3	0.08 riesgo2	75.2 0.115 riesgo2	78	78
4 x4	-INFINITY .	76.8 0.0766667 x4	76.8	76.8
5 riesgo1	-0.03 riesgo2	69.6 0.02 riesgo2	81.6	81.6
6 riesgo2	-INFINITY .	76.8 0.03 riesgo2	76.8	76.8
7 riesgo2	-INFINITY .	76.8 3.3333333 riesgo2	76.8	76.8

Los intervalos de variación de los coeficientes de la función objetivo de las variables de decisión básicas y no básicas indican entre que valores se sitúan dichos coeficientes sin que se modifique el vector básico óptimo (EL PROBLEMA SIGUE SIENDO ÓPTIMO). Cuando se trata de una variable básica los cambios en el coeficiente afectan a todos los criterios de optimalidad, cuando se trata de una variable de decisión no básica los cambios únicamente afectan a su criterio de optimalidad. (VEMOS EJEMPLOS EN CLASE)

- c. Obtened los márgenes de variación de los términos independientes de las restricciones sin que se modifiquen el vector básico de la solución óptima. Interpretad los resultados.

RHS Range Analysis

Row	-----Minimum Phi----- Rhs Leaving	-----Maximum Phi----- Rhs Leaving	Objective	Objective
inversion	640 riesgo1	65.6 960 x3	88	88
riesgo1	-INFINITY .	560 riesgo1	76.8	76.8
riesgo2	0 x1	200 x3	78	78
riesgotot	4.32 x3	75.2 6.24 riesgo1	81.6	81.6

Los intervalos de variación de los términos independientes de las restricciones indican entre que valores se sitúan dichos términos sin que se modifique el vector básico óptimo (EL PROBLEMA SIGUE SIENDO FACTIBLE, VEMOS EJEMPLOS EN CLASE)

- d. A partir de los resultados obtenidos para analizar la optimalidad del problema, ¿cuál diría que es la ganancia esperada por cada millón más invertido?  
El resultado se marca en negrita (SE COMENTA EN CLASE):

Constraint Summary

Constraint Row Name	Type	S/S Col	Rhs	Activity	Dual Activity
1 Rendimiento	OBJECTVE	.	0	76.8	.
2 inversion	LE	5	800	800	<b>0.07</b>
3 riesgo1	GE	6	320	560	0
4 riesgo2	LE	7	160	160	0.03
5 riesgotot	LE	8	4.8	4.8 3.3333333	

- e. Si el inversor se viera obligado a invertir 10 millones de euros en fondos tipo D, como se verían afectadas el resto de fondos y la rentabilidad obtenida.

												P	H	R
												r	A	e
												i	S	n
												e	E	d
												s	_	i
												g	1	m
												o	0	e
												t	B	n
												o	J	t
												t	E	o
O	_	_	_	I	x	x	x	x	r	r				
b	D	D	C	_	1	2	3	4	1	2				
s	_	_	_	R										
1	Rendimiento	_rhs_	R_COSTS	.	0	0	-0	-0.01667	0	-0.03	-3.333	0	0	
2	Rendimiento	_rhs_	x3	80.0	0	-0	1	-0.16667	0	-2.00	166.667	0	0	
3	Rendimiento	_rhs_	riesgo1	240.0	-0	-0	-0	0.16667	1	1.00	-166.667	0	0	
4	Rendimiento	_rhs_	x1	160.0	1	0	0	0.00000	0	1.00	0.000	0	0	
5	Rendimiento	_rhs_	x2	560.0	-0	1	-0	1.16667	0	1.00	-166.667	0	0	
6	Rendimiento	_rhs_	PHASE_1_OBJE	0.0	0	0	0	0.00000	0	0.00	0.000	1	0	
7	Rendimiento	_rhs_	Rendimiento	76.8	-0	-0	0	0.01667	0	0.03	3.333	0	1	

El resultado se obtiene a partir de la tabla simplex que se obtiene con la opción `tableauout=libreria.nombre`, restando a los valores de la fila `_BASIC_` (filas de la 2 a la 5 y fila 7) los valores de la columna X4 (filas de la 2 a la 5 y fila 7) multiplicados por 10. Los resultados en **negrita** son:

<u>_BASIC_</u>	X4		
80.0000	-10×	-0.1667	<b>81.6667</b>
240.0000	-10×	0.1667	<b>238.3333</b>
160.0000	-10×	0.0000	<b>160.0000</b>
560.0000	-10×	1.1667	<b>548.3333</b>
76.8000	-10×	0.0167	<b>76.6333</b>

## ANEXO

```
libname pr '.';
data pr.pr2;
  input _row_ $12. x1 x2 x3 x4 _type_ $ _rhs_;
  datalines;
Rendimiento 0.15 0.08 0.1 0.06 MAX .
inversion 1 1 1 1 EQ 800
riesgo1 0 1 0 1 GE 320
riesgo2 1 0 0 0 LE 160
riesgotot 0.015 0.003 0.009 0.002 LE 4.8
;
run;

proc print data=pr.pr2;
run;

proc lp data=pr.pr2 rangerhs rangeprice tableauout=pr.taula_opt;
run;

proc print data=pr.taula_opt;
run;
```