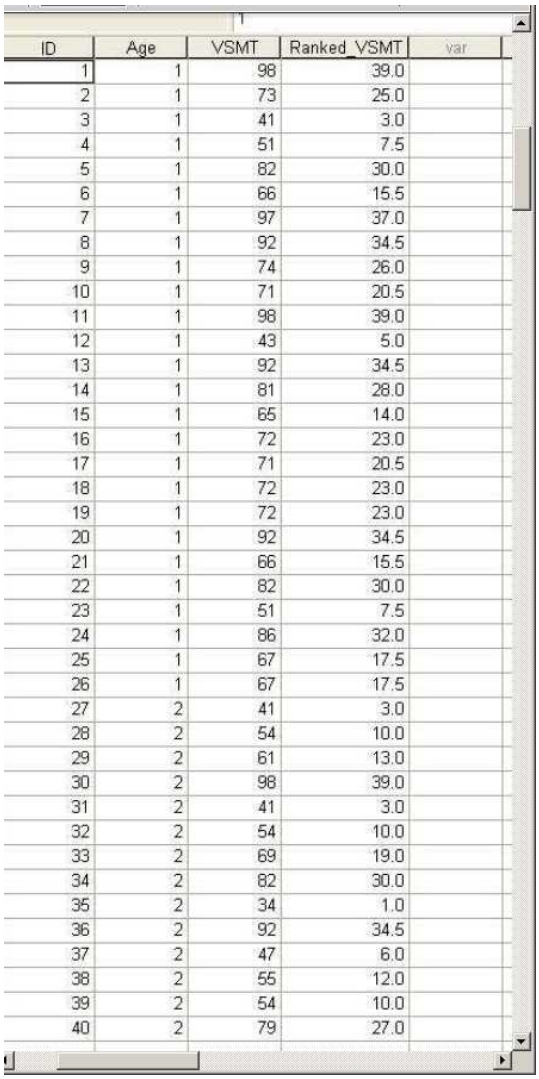
EXAMEN PARCIAL, CURS 2013-2014. *MÈTODES NO PARAMÈTRICS I DE REMOSTREIG*. GRAU EN ESTADÍSTICA. *Totes les preguntes puntuen igual. Respon als mateixos fulls de l'examen.*



ID	Age	VSMT	Ranked_VSMT	var
1	1	98	39.0	
2	1	73	25.0	
3	1	41	3.0	
4	1	51	7.5	
5	1	82	30.0	
6	1	66	15.5	
7	1	97	37.0	
8	1	92	34.5	
9	1	74	26.0	
10	1	71	20.5	
11	1	98	39.0	
12	1	43	5.0	
13	1	92	34.5	
14	1	81	28.0	
15	1	65	14.0	
16	1	72	23.0	
17	1	71	20.5	
18	1	72	23.0	
19	1	72	23.0	
20	1	92	34.5	
21	1	66	15.5	
22	1	82	30.0	
23	1	51	7.5	
24	1	86	32.0	
25	1	67	17.5	
26	1	67	17.5	
27	2	41	3.0	
28	2	54	10.0	
29	2	61	13.0	
30	2	98	39.0	
31	2	41	3.0	
32	2	54	10.0	
33	2	69	19.0	
34	2	82	30.0	
35	2	34	1.0	
36	2	92	34.5	
37	2	47	6.0	
38	2	55	12.0	
39	2	54	10.0	
40	2	79	27.0	

Exercici 1. En un estudi sobre la relació entre envelliment i memòria visual, uns investigadors van mesurar la variable VSMT (Visual Spatial Memory Task) en una mostra formada per 26 dones joves (valor "1" de la variable "Age") i 14 dones grans (valor "2"). A la columna "Ranked_VSMT" s'indiquen els rangs dels 40 valors de VSMT. Com es pot apreciar hi ha alguns empats.

L'objectiu de l'estudi era demostrar una disminució del valor de VSMT amb l'edat i estimar aquest grau de disminució. Es va decidir utilitzar un nivell de significació de 0.05 i un nivell de confiança de 0.95.

Utilitzant si cal els llistats al final d'aquest enunciat[1], respon les següents preguntes :

1) Indica el nom d'una prova d'hipòtesis basada en rangs que sigui apropiada per a intentar demostrar l'existència de l'efecte de l'edat esmentat abans. Explica les suposicions que cal fer per a poder considerar vàlida aquesta prova. Enuncia les hipòtesis nul·la i alternativa associades al problema plantejat.

[1] A tots els exercicis, alguns dels càlculs poden no ser necessaris. Has de triar solament els que serveixen per a la solució.

NOM I COGNOMS: **FIRMA:**

2) Calcula el valor de l'estadístic de test de la prova anterior i la seva conclusió final. Ateses les mides mostrals implicades, segurament hauràs d'utilitzar l'aproximació asimptòtica d'aquest test. **Ignora l'existència d'empats**.

3) Respon les mateixes qüestions de la pregunta anterior, però **ara tenint en compte l'existència d'empats** i fent les correccions adequades.

4) Obté l'estimació puntual i l'interval de confiança, **associats al test anterior**, per a la diferència de medianes entre el grup "1" i el grup "2". (Pel cas de l'interval de confiança **es demana un interval bilateral**, que en realitat estaria associat a una hipòtesi alternativa bilateral al test.)

5) Calcula l'interval de confiança bootstrap-t bilateral per a la diferència entre la mitjana de VSMT al grup "1" i la mitjana al grup "2".

6) Si hi hagués més de 2 grups d'edat (per exemple, "adolescents", "joves", "mitjana edat" i "grans"), indica el nom d'una prova de rangs apropiada per a determinar si hi ha diferències en la mediana de VSMT. Si la prova anterior determinés l'existència de diferències, explica com podríem estudiar quins grups són significativament diferents entre ells, utilitzant també una prova basada en rangs i controlant adequadament l'error de tipus I.

LLISTATS

```
> joves = c(98, 73, 41, 51, 82, 66, 97, 92, 74, 71, 98, 43, 92, 81,
+   65, 72, 71, 72, 72, 92, 66, 82, 51, 86, 67, 67)
> grans = c(41, 54, 61, 98, 41, 54, 69, 82, 34, 92, 47, 55, 54, 79)
>
> Age = factor( c( rep(1, length(joves)), rep(2, length(grans))))
> VSMT = c(joves, grans)
> Ranked_VSMT = rank(VSMT)
> Ranked_VSMT
 [1] 39.0 25.0  3.0  7.5 30.0 15.5 37.0 34.5 26.0 20.5 39.0  5.0 34.5 28.0 14.0
[16] 23.0 20.5 23.0 23.0 34.5 15.5 30.0  7.5 32.0 17.5 17.5  3.0 10.0 13.0 39.0
[31]  3.0 10.0 19.0 30.0  1.0 34.5  6.0 12.0 10.0 27.0
>
> N = length(VSMT)
> N
[1] 40
> n1 = length(joves)
> n1
[1] 26
> n2 = length(grans)
> n2
[1] 14
> n1 * n2 / 2
[1] 182
> n1 * n2 * (n1 + n2 + 1) / 12
[1] 1243.667
>
>
> # Suma i mitjana de rangs dins cada grup d'edat:
> tapply(Ranked_VSMT, Age, sum)
    1     2
602.5 217.5
> tapply(Ranked_VSMT, Age, mean)
       1        2
23.17308 15.53571
>
> # Funció que determina totes les sèries d'empats i la seva llargada per
> # un vector qualsevol 'x':
> ties = function(x) {
+   ti = sapply(lapply(unique(x), function(xi, x) x %in% xi, x),sum)
+   return(ti[ti > 1])
+ }
>
> # Empats a VSMT:
> ti = ties(VSMT)
> ti
 [1] 3 3 2 3 2 4 2 3 2 3
> # Hi ha una primera sèrie de 3 valors empatats, una segona sèrie amb 3
> # valors empatats, una tercera amb 2, etc.
>
> # Calculem totes les possibles diferències entre els valors de VSMT
> # de 'joves' i 'grans' (26x14 = 364 diferències possibles):
> dij = outer(joves, grans, "-")
> # i les ordenem de més petit a més gran:
> sort(dij)
  [1] -57 -55 -51 -49 -47 -47 -41 -41 -41 -39 -38 -36 -33 -32 -32 -31 -31 -31
 [19] -31 -28 -28 -28 -27 -27 -27 -26 -26 -26 -26 -26 -26 -25 -25 -25 -24 -21
 [37] -21 -20 -20 -20 -20 -19 -18 -18 -18 -18 -17 -17 -16 -16 -16 -16 -15 -15
 [55] -14 -14 -13 -13 -13 -13 -13 -12 -12 -12 -12 -11 -11 -11 -11 -11 -11 -10
 [73] -10 -10 -10 -10 -10 -10  -9  -8  -8  -8  -7  -7  -7  -6  -6  -6  -6  -6
 [91]  -6  -5  -4  -4  -4  -4  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -3  -2  -2  -1  -1
[109]   0   0   0   0   0   0   0   0   0   2   2   2   2   2   3   3   3   3
[127]   3   4   4   4   4   4   5   5   5   5   6   6   6   6   7   7   9  10
[145]  10  10  10  10  10  10  10  10  11  11  11  11  11  11  11  11  11  12
[163]  12  12  12  12  12  12  12  12  12  13  13  13  13  13  13  13  13  13
[181]  13  13  13  15  16  16  16  16  17  17  17  17  17  17  17  17  17  17
[199]  17  17  18  18  18  18  18  18  18  18  18  18  18  18  19  19  19  19
[217]  19  19  19  19  20  20  20  20  20  20  21  21  23  23  23  24  24  24
[235]  24  25  25  25  25  25  25  25  25  26  26  26  26  26  27  27  27  27
[253]  27  27  27  28  28  28  28  28  28  28  29  29  30  30  30  30  31  31
[271]  31  31  31  31  31  31  31  31  31  32  32  32  32  32  32  32  33  33
[289]  33  33  34  35  35  36  37  37  37  37  37  37  37  38  38  38  38  38
[307]  38  38  38  38  38  38  38  39  39  40  40  40  41  41  41  41  42  43
[325]  43  43  43  43  44  44  44  44  44  44  45  45  45  45  45  47  48  48
[343]  50  51  51  51  51  51  51  51  51  52  56  56  57  57  57  57  58  58
[361]  58  63  64  64
> # Mediana de les 364 diferències:
> median(dij)
[1] 13
>
> # Càlculs Bootstrap
> # Bootstrap sobre les 26+14 dades, com dos grups independents
> # ============================================================
> # Funció que calcula la diferència de les mitjanes de dues mostres x, y:
> difM = function(x, y) mean(x) - mean(y)
> # Funció que calcula l'error estàndard de la diferència de les mitjanes
> # de dues mostres independents x i y:
```

```
> se.difM = function(x, y) sqrt(var(x) / length(x) + var(y) / length(y))
> #
> # Diferència de mitjanes i el seu error estàndard sobre la mostra original:
> dm = difM(joves, grans)
> dm
[1] 12.42308
> se.dm = se.difM(joves, grans)
> se.dm
[1] 6.139879
> #
> #
> nboot = 10000
> # 'nboot' remostres bootstrap no paramètric dels 40 valors,
> # estratificat per separat dins 'joves' i 'grans'.
> # Per cada remostra calculem el valor de la diferència de mitjanes
> # i el seu error estàndard:
> set.seed(321)
> stats.boot = replicate(nboot,
+ {
+   joves.boot = sample(joves, replace = TRUE)
+   grans.boot = sample(grans, replace = TRUE)
+   c(difM(joves.boot, grans.boot), se.difM(joves.boot, grans.boot))
+ }
+ )
>
> rownames(stats.boot) = c("dm", "se.dm")
>
> # stats.boot és una matriu de 2 files i 10000 columnes. La primera fila conté el valor
> # de diferència de mitjanes per a cada remostra bootstrap. La segona fila conté el
> # seu error estàndard.
> # Valors per les primeres 10 remostres bootstrap:
> stats.boot[,1:10]
          [,1]      [,2]     [,3]      [,4]     [,5]     [,6]      [,7]      [,8]
dm    5.785714 11.423077 5.494505 0.4285714 8.417582 9.351648 13.752747 13.736264
se.dm 6.181236  4.827677 7.467477 5.7361724 6.413677 5.885961  5.521271  5.696065
          [,9]     [,10]
dm    21.291209 21.236264
se.dm  6.027298  5.498451
>
> # Estadístic t estudentitzat per cada remostra bootstrap (vector de 10000 valors):
> t.boot = (stats.boot["dm",] - dm) / stats.boot["se.dm",]
> #
> # Alguns quantils de les dades anteriors:
> quantile(stats.boot["dm",], probs = c(0.025, 0.05, 0.95, 0.975))
      2.5%          5%         95%       97.5%
 0.5489011  2.4557692 21.9450549 23.5989011
> quantile(stats.boot["se.dm",], probs = c(0.025, 0.05, 0.95, 0.975))
    2.5%       5%      95%    97.5%
4.410262 4.671071 6.986974 7.172303
> quantile(t.boot, probs = c(0.025, 0.05, 0.95, 0.975))
     2.5%         5%        95%      97.5%
-1.918217 -1.610007  1.842555  2.280021
> quantile(abs(t.boot), probs = c(0.025, 0.05, 0.95, 0.975))
      2.5%          5%         95%       97.5%
0.03206018 0.06084763 2.10543949 2.41572811
```

Exercici 2. Uns estudiants d'una escola de negocis van realitzar un petit estudi sobre les diferències de preu entre els llibres del seu tema adquirits en una llibreria convencional o a través d'Internet. En una gran llibreria van escollir a l'atzar una mostra de 19 llibres dins la secció d'economia i finances, i van prendre nota del seu preu. Per aquests mateixos llibres van buscar ofertes en línia (del llibre nou, no de segona mà), i es van quedar amb la primera que van trobar. La taula de l'esquerra mostra el preu en dòlars de cada llibre, en llibreria ("bookstore") i "online". Per estar molt segurs de les seves conclusions, van decidir utilitzar un **nivell de significació de 0.01** i un **nivell de confiança 0.99**. Utilitzarem aquests valors **en tot l'exercici**.

Author	Title	Bookstore	Online
Pride	*Business* 10/e	132.75	136.91
Carroll	*Business and Society*	201.50	178.58
Quinn	*Ethics for the Information Age*	80.00	65.00
Bade	*Foundations of Microeconomics* 5/e	153.50	120.43
Case	*Principles of Macroeconomics* 9/e	153.50	217.99
Brigham	*Financial Management* 13/e	216.00	197.10
Griffin	*Organizational Behavior* 9/e	199.75	168.71
George	*Understanding and Managing Organizational Behavior* 5/e	147.00	178.63
Grewal	*Marketing* 2/e	132.00	95.89
Barlow	*Abnormal Psychology*	182.25	145.49
Foner	*Give Me Liberty: Seagull Ed.* (V2) 2/e	45.50	37.60
Federer	*Mathematical Interest Theory* 2/e	89.95	91.69
Hoyle	*Advanced Accounting* 9/e	123.02	148.41
Haviland	*Talking About People* 4/e	57.50	53.93
Fuller	*Information Systems Project Management*	88.25	83.69
Pindyck	*Macroeconomics* 7/e	189.25	133.32
Mankiw	*Macroeconomics* 7/e	179.25	151.48
Shapiro	*Multinational Financial Management* 9/e	210.25	147.30
Losco	*American Government 2010 Edition*	66.75	55.16

Suposem que l'objectiu del seu estudi era **detectar diferències** de preu, sense (com a mínim inicialment) cap idea preconcebuda sobre el signe d'aquestes diferències.

Utilitzant quan calgui els llistats adjunts, respon les següents preguntes[2]:

1) Per una prova d'hipòtesis basada en rangs apropiada per a intentar demostrar l'existència de les diferències de medianes indicades abans, calcula l'estadístic de test i indica la conclusió final.

[2] Com es pot observar, a la columna "Bookstore" hi ha un empat entre els preus de dos llibres. Per simplificar la resolució d'aquesta prova, als llistats hem fet la petita trampa de canviar el preu d'un d'aquests llibres.

2) En les mateixes condicions de l'enunciat, imagina que els estudiants haguessin estudiat més de 2 maneres de comprar els llibres (per exemple, "llibreria", "Internet" i "cooperativa universitària"). Indica el nom d'una prova d'hipòtesis basada en rangs per a intentar demostrar l'existència de diferències de medianes entre els preus segons cada sistema de compra. Indica el nom (o descriu-lo si no en recordes el nom) del disseny experimental sota el qual habitualment aplicaríem aquesta prova.

Independentment que existeixin diferències de preu, o no, entre els llibres en llibreria o en línia, un esperaria que hi hagués un cert grau de dependència entre aquests preus. Per exemple, si un llibre és "car" en llibreria també seria d'esperar que ho fos comprat a través d'Internet.

3) Estima el coeficient tau de Kendall entre les variables "Bookstore" i "Online" i explica'n el significat (la interpretació pràctica, no "significació estadística") del valor obtingut.

4) Determina si el coeficient de Kendall és significativament diferent de zero.

LLISTATS

```
> bookstore = c(132.75, 201.50, 80.00, 153.50, 154.00, 216.00, 199.75, 147.00,
132.00, 182.25, 45.50, 89.95, 123.02, 57.50, 88.25, 189.25, 179.25, 210.25, 66
.75)
> online    = c(136.91, 178.58, 65.00, 120.43, 217.99, 197.10, 168.71, 178.63,
95.89, 145.49, 37.60, 91.69, 148.41, 53.93, 83.69, 133.32, 151.48, 147.30, 55.
16)
>
> d = bookstore - online
> d
 [1]  -4.16  22.92  15.00  33.07 -63.99  18.90  31.04 -31.63  36.11  36.76   7
.90  -1.74 -25.39
[14]   3.57   4.56  55.93  27.77  62.95  11.59
>
> r.bookstore = rank(bookstore)
> r.bookstore
 [1]  9 17  4 11 12 19 16 10  8 14  1  6  7  2  5 15 13 18  3
> r.online = rank(online)
> r.online
 [1] 10 16  4  8 19 18 15 17  7 11  1  6 13  2  5  9 14 12  3
> r.d = rank(d)
> r.d
 [1]  4 12 10 15  1 11 14  2 16 17  8  5  3  6  7 18 13 19  9
> r.abs.d = rank(abs(d))
> r.abs.d
 [1]  3  9  7 14 19  8 12 13 15 16  5  1 10  2  4 17 11 18  6
> r.dades = rank(c(bookstore, online))
> r.dades
 [1] 17 35  8 25 26 37 34 21 16 31  2 11 15  5 10 32 30 36  7 19 28  6 14 38 3
3 27 29 13 20  1 12 23
[33]  3  9 18 24 22  4
>
> x = bookstore
> y = online
>
> n = length(x)
>
> # Taula amb totes les possibles diferències entre x[i] i x[j]:
> difs.x = outer(x,x, "-")
> # Descartem les diferències de la diagonal (i == j) i de la meitat triangula
r superior:
> difs.x = difs.x[ltri <- lower.tri(difs.x)]
> # Totes les possibles diferències entre y[i] i y[j]:
> difs.y = outer(y,y, "-")[ltri]
>
> # No hi ha empats.
> # Diferències que tenen SIGNE DIFERENT, que són discordants, entre x i y:
> sum(difs.x * difs.y < 0)
[1] 28
>
>
> # Coeficient de correlació de Pearson entre rangs de les columnes de 'preus'
> cor(rank(preus[,1]), rank(preus[,2]))
[1] 0.7982456
```