

Avaluació de cues amb arribades per lots $G^{[P]}/G/1$

- x_i = temps de servei del paquet i . (INPUT) Cada paquet està compostat per un número aleatori p_i de clients. El client j dins del paquet i ($j = 1, \dots, p_i$) presentarà un temps de servei x_i^j , de forma que $x_i = \sum_{j=1}^{p_i} x_i^j$
- θ_i = instant de sortida del S.E. pel paquet i
- t_i^S = instant d'entrada al S.S. del paquet i . t_i^{Sj} = és l' instant d'entrada en el sistema de servei del client j del paquet i .
- t_i = instant d'entrada al sistema d'espera del paquet i ; s'obté a partir de la seqüència de temps entre arribades $\tau_i = t_{i+1} - t_i$: $t_i = \sum_{\ell=1}^{i-1} \tau_\ell$. (Pot considerar-se un INPUT)
- $w_i = \theta_i - t_i$ = temps de permanència del paquet i al S.E.
- $w_{q,i} = t_i^S - t_i$ temps de permanència del paquet i en la CUA.
- $\mathcal{L}_i = w_i$: contribució del paquet i a l'ocupació.
- $t_0 = -\infty$

El número total de paquets és n i el número total de clients és $N = \sum_{i=1}^n p_i$. Les següents equacions de recurrència permeten anar generant els valors dels instants d'entrada en el sistema de servei t_i^S i de sortida del sistema d'espera θ_i per a $i=1,2,3,4,\dots, n$ paquets i els instants d'entrada al sistema de servei t_i^{Sj} i de sortida θ_i^j per als N clients. En acabar, s'avaluen les mitjanes dels temps de permanència en el sistema i en la cua $\mathcal{W}, \mathcal{W}_q$, així com les longituds $\mathcal{L}, \mathcal{L}_q$ per als paquets (W, W_q, L, L_q per als clients)

Inicialització: $\mathcal{L} = 0; W = 0; \mathcal{L}_q = 0; W_q = 0; \theta_0 = 0, t_1 = 0; N = 0; p_0 = 0; \theta_0^0 = 0$

Per $i = 1, 2, 3, \dots, n$:

1. Generar p_i ; $t_i^{S1} = \max\{\theta_{i-1}^{p_{i-1}}, t_i\}$; $\theta_i^1 = t_i^{S1} + x_i^1$;
2. Per $j = 2, \dots, p_i$ fer:
 $t_i^{Sj} = \max\{\theta_i^{j-1}, t_i\}$; Generar x_i^j ; $\theta_i^j = t_i^{Sj} + x_i^j$;
3. $t_i^S = \max\{\theta_{i-1}, t_i\}$; $x_i = \sum_{\ell=1}^{p_i} x_i^\ell$; $\theta_i = t_i^S + x_i$;
4. Recollida d'estadístics (de clients):
Per $j = 1, \dots, p_i$ fer:
 $L_i^j = \theta_i^j - t_i$; $L = L + L_i^j$; $W = W + L_i^j$
 $L_{q,i}^j = t_i^{Sj} - t_i$; $L_q = L_q + L_{q,i}^j$; $W_q = W_q + L_{q,i}^j$
5. $N = N + p_i$;
6. Si $i < n$ llavors: Generar τ_i ; $t_{i+1} = t_i + \tau_i$.
7. Recollida d'estadístics (de paquets):

$$a) \mathcal{L}_i = w_i = \theta_i - t_i; \mathcal{L} = \mathcal{L} + \mathcal{L}_i; \mathcal{L}_{T_i} = \frac{\mathcal{L}}{t_i - t_1}; \mathcal{W} = \mathcal{W} + w_i$$

$$b) \mathcal{L}_{q,i} = w_{q,i} = t_i^S - t_i; \mathcal{L}_q = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_{q,i}; \mathcal{W}_q = \mathcal{W}_q + w_{q,i}$$

Després del paquet n :

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}/n; \mathcal{W}_q = \mathcal{W}_q/n; \mathcal{L} = \frac{\mathcal{L}}{t_n - t_1}; \mathcal{L}_q = \frac{\mathcal{L}_q}{t_n - t_1}$$

$$W = W/N; W_q = W_q/N; L = \frac{L}{t_n - t_1}; L_q = \frac{L_q}{t_n - t_1}$$

TREBALL DE CURS

Objectiu del treball

Es demana que implementeu un petit programa usant el llenguatge de programació que us sigui més familiar, amb l'anterior recurrència i que permeti avaluar:

1. El factor de càrrega ρ
2. La ocupació mitjana del S.E. \mathcal{L} i de la cua \mathcal{L}_q en número de paquets.
3. La ocupació mitjana del S.E. L i de la cua L_q en número de clients.
4. El temps mig per client de permanència en el S.E \mathcal{W} i en la cua \mathcal{W}_q dels paquets.
5. El temps mig per client de permanència en el S.E W i en la cua W_q dels clients.

Utilitzeu l'aproximació d'Allen Cuneen (o la que considereu convenient) per comparar amb els resultats del vostre programa les magnituds relatives al número de paquets.

Amb l'excepció de mostres de números pseudoaleatoris unif[0,1], es demana que sigui el propi programa el qui generi, sense usar rutines o procediments externs, els números aleatoris necessaris (inputs) que requereix l'anterior relació de recurrència: els temps entre arribades de paquets τ_i i els temps de servei x_i (i també per als clients).

Useu la següent distribució per el número de clients p_i en cada paquet i :

j	$\text{Prob}(p_i = j)$
1	0,125
2	0,275
3	0,350
4	0,250

Es demana que entregueu un petit informe de unes 5 pàgines com molt on es mostri les característiques de la implementació i un llistat amb els resultats d'una execució on hi figurin les anteriors magnituds 1-5 i histogrames de mostres dels temps entre arribades i dels temps de servei de paquets i clients.