

Llista de problemes (3)

1.2.3 Estudien si són oberts els següents conjunts:

(a) $A = \{(x, y) \mid x > 0, y < x^2\}$,

(b) $B = \{(x, y) \mid x \neq 0, y \neq 0\}$

(c) $C = \mathbb{R}^2 \setminus \{(1, 1)\}$

(d) $D = \{(x, y, z) \mid z > x^2 + y^2\}$

1.2.4 Determineu les fronteres dels conjunts del problema anterior

1.2.5 Calculeu els següents límits (si existeixen)

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos xy}{1+y}$,

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos x - 1}{x^2 + y^2}$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x-y)^2}{x^2 + y^2}$

1.2.6 Calculeu els límits de

(a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x) = (e^{x^2}, 1+x)$ en $x_0 = 2$

(b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = \left(\frac{y}{2 - \sin x}, \arctan(x+y) \right)$ en $(x_0, y_0) = (1, 1)$

1.27 (a) Useu la regla de l'Hôpital per calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3}$

(b) Existeix $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin 2x - 2x + y}{x^3 + y}$?

1.28 Proveu que $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = y e^x + \sin x + (xy)^4$ és contínua.

1.29 Es pot fer $f(x,y) = \frac{\sin(x+y)}{x+y}$ contínua definint-la convenientment en $\{(x,y) \mid x+y=0\}$

1.30 Proveu que si $A: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ és lineal, llavors és contínua