

SOLUCIÓN EJERCICIO “Detergentes”

1. A partir de la matriz producto (Diseño $2^{4-1} \times 2^{3-1}$)

Nótese que el diseño de los factores de control 2^{4-1} , es de resolución 4 (confunde las interacciones de 2 con otras interacciones de 2). Siendo el patrón de confusión:

$I + A*B*C*D$
 $A + B*C*D$
 $B + A*C*D$
 $C + A*B*D$
 $D + A*B*C$
 $A*B + C*D$
 $A*C + B*D$
 $A*D + B*C$

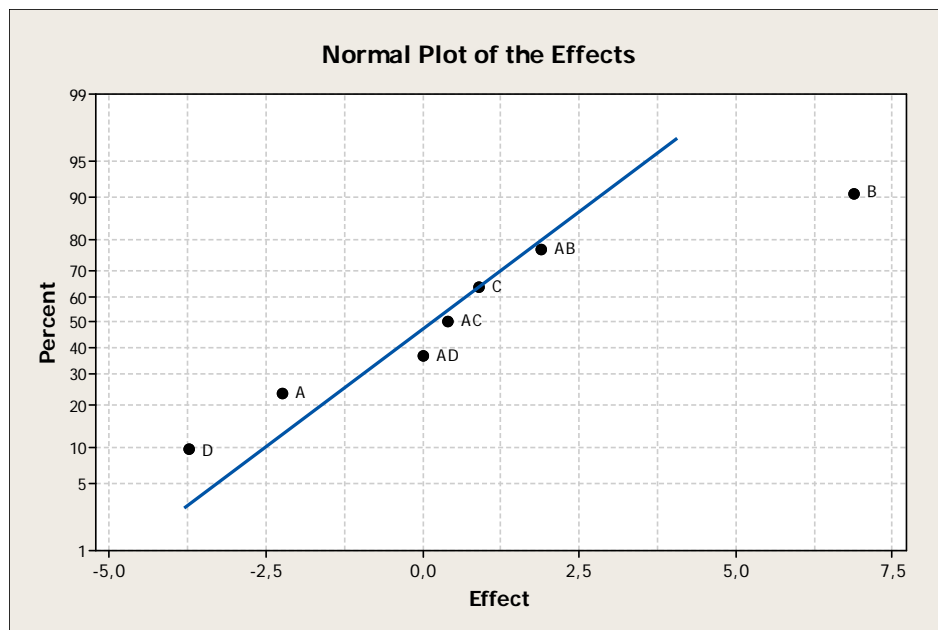
El 2^{3-1} de los factores de ruido es de resolución III, pero no nos preocupa ya que no estamos interesados en estimar su efecto.

La matriz de diseño y la respuesta son:

				T	-1	1	-1	1			
				H	-1	-1	1	1			
A	B	C	D	R	1	-1	-1	1	Media	S	LOG (S)
-1	-1	-1	-1		88	85	88	85	86,50	1,73	0,55
1	-1	-1	1		80	77	80	76	78,25	2,06	0,72
-1	1	-1	1		90	84	91	86	87,75	3,30	1,20
1	1	-1	-1		95	87	93	88	90,75	3,86	1,35
-1	-1	1	1		84	82	83	84	83,25	0,96	-0,04
1	-1	1	-1		85	84	82	82	83,25	1,50	0,41
-1	1	1	-1		91	93	92	92	92,00	0,82	-0,20
1	1	1	1		89	88	89	87	88,25	0,96	-0,04

Efectos sobre la media

Term	Effect	Coef
Constant		86,250
A	-2,250	-1,125
B	6,875	3,437
C	0,875	0,438
D	-3,750	-1,875
A*B	1,875	0,938
A*C	0,375	0,187
A*D	-0,000	-0,000

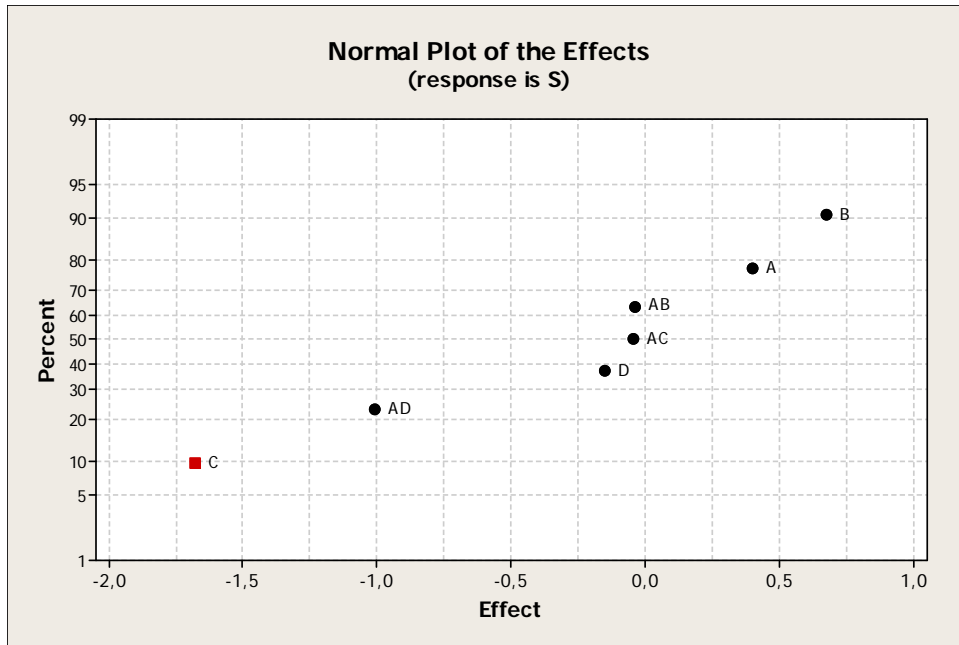


El efecto de B es claramente significativo y los efectos de A y D son dudosos (nótese que el efecto de A = -2.25 no está mucho más alejado de 0 que AB = 1.87). El efecto de B, al estar confundido con interacciones de tres factores y no interaccionar se puede interpretar directamente. Pasar B del nivel bajo al nivel alto hace aumentar la respuesta (el índice de limpieza) en 6.8 unidades.

Efectos sobre la variabilidad (sobre la S y el Log(S))

Análisis de la S

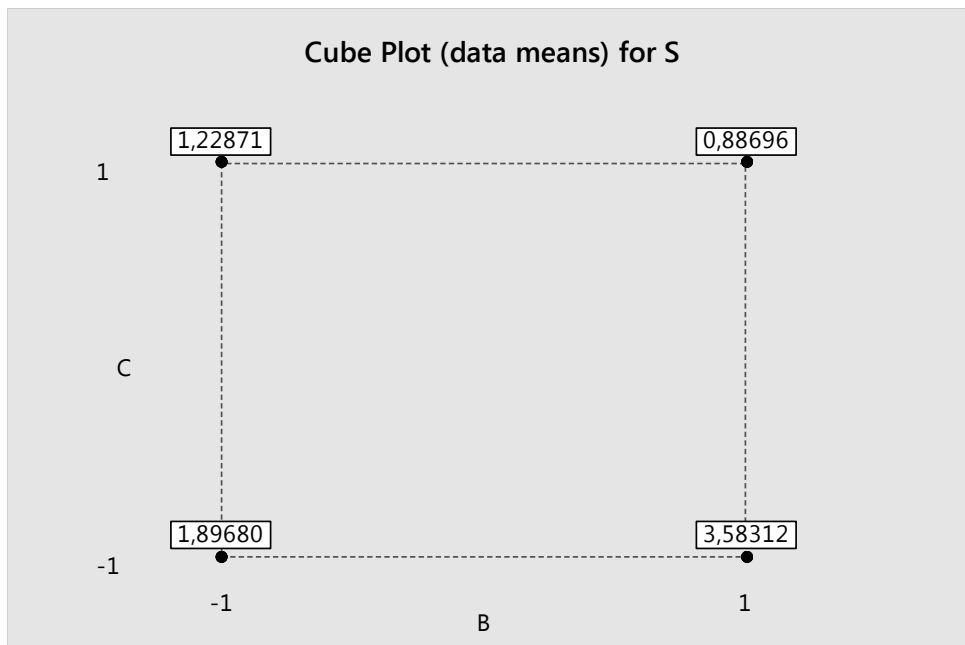
Term	Effect	Coef
Constant		1,8989
A	0,3928	0,1964
B	0,6723	0,3361
C	-1,6821	-0,8411
D	-0,1576	-0,0788
A*B	-0,0432	-0,0216
A*C	-0,0510	-0,0255
A*D	-1,0140	-0,5070



El gráfico indica claramente que C es significativo. La interpretación de C es clara: aumentar el nivel de C del nivel bajo al nivel alto hace bajar la desviación tipo 1,68 unidades.

Plantea dudas sobre la interacción AD que está confundida con BC. Probablemente BC es la responsable de la posible significación (ya que sería muy raro que AD fuese significativa sin serlo ni A ni D).

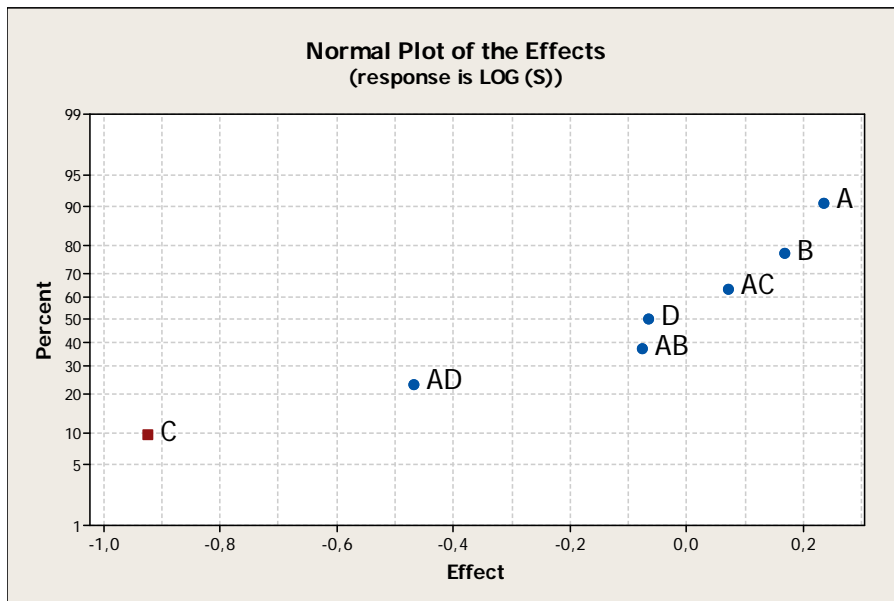
El gráfico de la interacción BC pone claramente de manifiesto que para obtener una S mínima es muy importante que C esté a nivel alto y que entonces el efecto de B es relativamente pequeño aunque parece que es mejor a nivel alto.



Adicionalmente podemos analizar la respuesta Log(S por si nos ayuda a aclarar si la interacción BC es significativa:

Log (S)

Term	Effect	Coef
Constant		0,4919
A	0,2346	0,1173
B	0,1664	0,0832
C	-0,9259	-0,4629
D	-0,0679	-0,0340
A*B	-0,0770	-0,0385
A*C	0,0695	0,0347
A*D	-0,4705	-0,2352



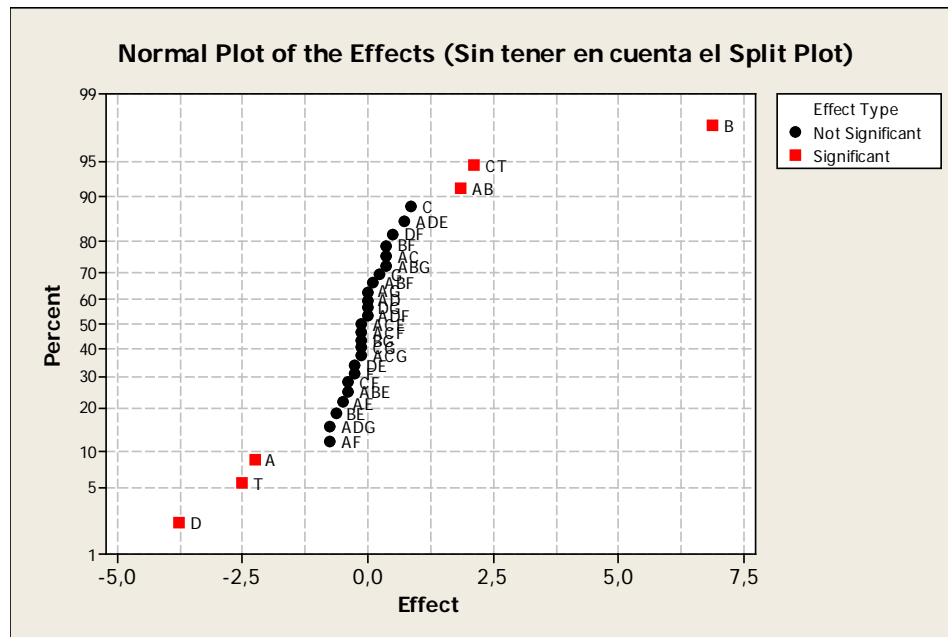
Confirma el efecto de C como altamente significativo.

Parece confirmar que la interacción BC (confundida con AD) sea significativa. Aunque claramente menor que el efecto de C. Vale la interpretación hecha con la S.

2. Matriz desdoblada (considerando el diseño como un 2^{7-2})

Patrón de confusión (en azul los efectos de interés para la robustez)	Los efectos calculados son:	
	Effect	Coef
I + T*H*R	Constant	86,250
A + B*C*D	A	-2,250
B + A*C*D	B	6,875
C + A*B*D	C	0,875
D + A*B*C	D	-3,750
T + H*R	T	-2,500
H + T*R	H	-0,250
R + T*H	R	0,250
A*B + C*D	A*B	1,875
A*C + B*D	A*C	0,375
A*D + B*C	A*D	0,000
A*T + A*H*R	A*T	-0,500
A*H + A*T*R	A*H	-0,750
A*R + A*T*H	A*R	0,000
B*T + B*H*R	B*T	-0,625
B*H + B*T*R	B*H	0,375
B*R + B*T*H	B*R	-0,125
C*T + C*H*R	C*T	2,125
C*H + C*T*R	C*H	-0,375
C*R + C*T*H	C*R	-0,125
D*T + D*H*R	D*T	-0,250
D*H + D*T*R	D*H	0,500
D*R + D*T*H	D*R	-0,000
A*B*T + C*D*T	A*B*T	-0,375
A*C*T + B*D*T	A*C*T	-0,125
A*D*T + B*C*T	A*D*T	0,750
A*B*H + C*D*H	A*B*H	0,125
A*C*H + B*D*H	A*C*H	-0,125
A*D*H + B*C*H	A*D*H	-0,000
A*B*R + C*D*R	A*B*R	0,375
A*C*R + B*D*R	A*C*R	-0,125
A*D*R + B*C*R	A*D*R	-0,750

Y la representación en papel probabilístico normal para ver su significación es:

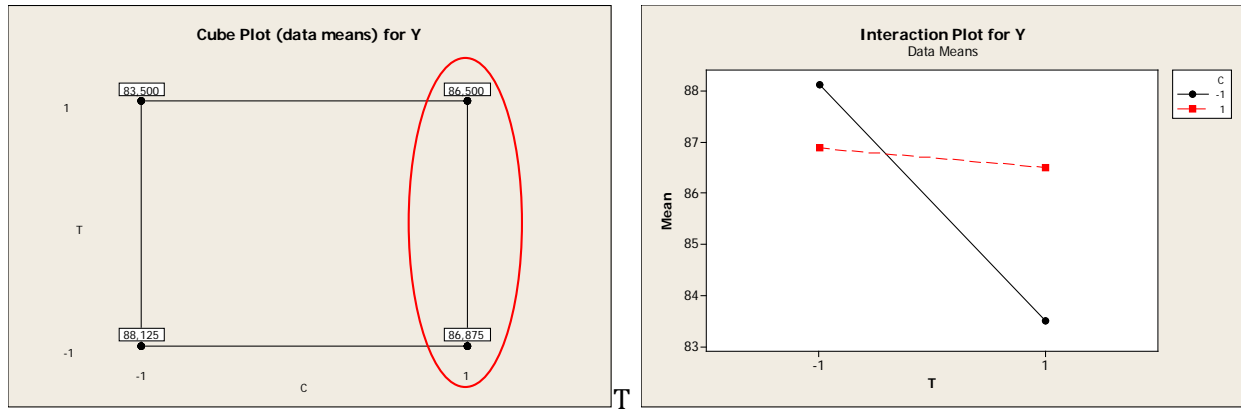


Se ven claramente como significativos los efectos principales de A, B, D y T. Su interpretación es de nuevo directa ya que no están confundidos (sólo lo están con interacciones de orden superior) ni interaccionan. Nótese que los efectos de A, B y D tienen los mismos valores que los hallados con la matriz producto; además de que es lógico que sea así, es fácil ver que los cálculos que se hacen en los dos casos son los mismos. El efecto de T pone de manifiesto que ese factor ruido está efectivamente añadiendo variabilidad a la respuesta, cosa que no hacen los factores de ruido H y R.

También aparecen como significativas las interacciones CT y AB (confundida con CD) aunque con valores mucho menores y por tanto afectando mucho menos a la respuesta.

La aparición de la interacción AB+CD es sorprendente ya que su valor, como no podía ser de otra manera, es el mismo (1.87) que el encontrado al analizar la media de la matriz producto y en ese análisis no aparece en absoluto como significativo. (Veremos más adelante la causa)

La interacción CT (libre de confusiones peligrosas, una ventaja de diseñar los experimentos utilizando la técnica de la matriz producto) pone de manifiesto que el factor de control C puede ser utilizado para minimizar el efecto del factor ruido T. En efecto:



Los gráficos de interacción muestran claramente que con C a nivel alto se minimiza el efecto de T.

Nótese que las conclusiones coinciden, con la diferencia de que el análisis hecho a través de la matriz ampliada tiene la ventaja de que se sabe frente a que ruido “inmuniza” el factor de control C, es la temperatura (T).

3. Análisis de la matriz ampliada (desdoblada) pero teniendo en cuenta que el diseño es un Split-plot, que es como realmente se condujo ese experimento.

Obviamente las confusiones son las mismas que en el análisis anterior, y los efectos de cada factor también. En lo único que difieren los dos análisis es en la forma de ver la significación, y ello es debido a que ahora tendremos en cuenta la existencia de dos variabilidades, la del Whole plot y la del Subplot.

Con variabilidad Whole plot tenemos a los efectos de:

$A + B \cdot C \cdot D$
 $B + A \cdot C \cdot D$
 $C + A \cdot B \cdot D$
 $D + A \cdot B \cdot C$
 $A \cdot B + C \cdot D$
 $A \cdot C + B \cdot D$
 $A \cdot D + B \cdot C$

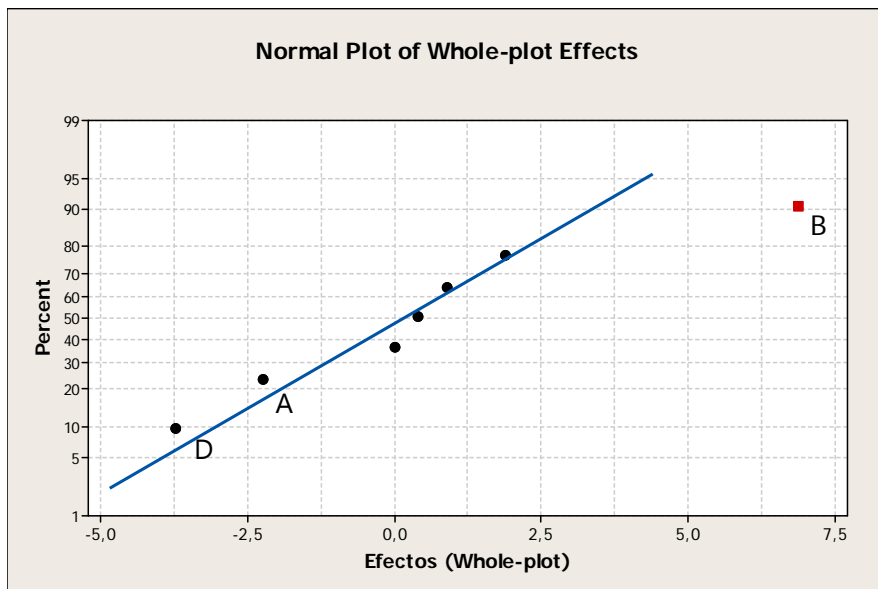
Y con variabilidad subplot es resto, es decir:

$T + H \cdot R$
 $H + T \cdot R$
 $R + T \cdot H$
 $A \cdot B + C \cdot D$
 $A \cdot C + B \cdot D$

$A*D + B*C$
 $A*T + A*H*R$
 $A*H + A*T*R$
 $A*R + A*T*H$
 $B*T + B*H*R$
 $B*H + B*T*R$
 $B*R + B*T*H$
 $C*T + C*H*R$
 $C*H + C*T*R$
 $C*R + C*T*H$
 $D*T + D*H*R$
 $D*H + D*T*R$
 $D*R + D*T*H$
 $A*B*T + C*D*T$
 $A*C*T + B*D*T$
 $A*D*T + B*C*T$
 $A*B*H + C*D*H$
 $A*C*H + B*D*H$
 $A*D*H + B*C*H$
 $A*B*R + C*D*R$
 $A*C*R + B*D*R$
 $A*D*R + B*C*R$

La forma de tener en cuenta estas dos variabilidades es realizando una representación en papel probabilístico normal diferente para cada caso. Como Minitab no lo hace, lo hacemos manualmente: calculamos los efectos como siempre (minitab nos los da) y luego separamos los que tienen variabilidad whole-plot de los que la tienen sub-plot (a mano) y los ponemos en dos columnas diferentes. A continuación usamos la instrucción “probability plot” de Minitab para representarlos en papel probabilístico normal.

Para los efectos con variabilidad Whole plot tenemos:



Que pone de manifiesto que el efecto de B es claramente significativo, los de A y D que en el análisis anterior lo eran claramente, en esta análisis son como mucho dudosos, y no hay ni rastro de la

posible significación de la interacción AB. Es lo mismo que ocurriría en el análisis realizado con la matriz cruzada.

El problema, el análisis que no es correcto, es el realizado al considerar el diseño desdoblado sin tener en cuenta el Split-plot, ya que entonces se representan en el PPN efectos con varianzas diferentes. Y como la varianza de los efectos con variabilidad subplot es menor hace que la recta sea más vertical (recuérdese que la pendiente de la recta es una consecuencia de la variabilidad de los puntos representados) que la que corresponde a los efectos con variabilidad whole plot. Y por lo mismo que sea más horizontal de lo que tocaría a los efectos con variabilidad subplot.

Como consecuencia el PPN del apartado 2) tiende a esconder la significación de los efectos con variabilidad subplot y a exagerar la significación de los que tienen variabilidad whole plot.

Por esto en 2) aparecen como claramente significativos A y D e incluso AB. También da la impresión de que la interacción TC es significativa por poco, cuando una representación correcta, como la que se presenta a continuación y que sólo incluye los efectos con variabilidad subplot, pone claramente de manifiesto la significación de TC.

Para los efectos con variabilidad Subplot tenemos:

