24. Problemas propuestos en clase de óptimos con restricciones de igualdad IV

Problema 24.1 *Resolver*

$$\begin{array}{ll} opt & x_1^2 + x_2^2 + x_3 \\ & x_3 = 0 \\ & x_3^2 - (x_2 - 1)^3 = 0 \end{array}$$

Problema 24.2 *Consideramos que la relación entre trabajo, capital y producción viene modelizado por una función de Cobb-Douglas, descrita por*

$$Q = AL^c K^d \qquad (c + d = 1,\ 0 < c < 1)\,,$$

donde L, K, Q y A son unidades de trabajo, capital, producto y coeficiente constante respectivamente. Resolver $\max\ Q = 320L^{0,4}K^{0,6}$ *donde el trabajo y el capital tienen un coste de* 30 *euros y* 70 *euros por unidad respectivamente. Teniendo un presupuesto para invertir de* 210,000 *euros.*

Problema 24.3 *Una lata cilíndrica de aluminio con tapas superior e inferior tiene una superficie de C cm^2.*

a) Utilizar el método de Lagrange para encontrar el máximo volumen en función de C. Encuentra el máximo volumen cuando $C = 64$ cm^2.

b) Encontrar el valor del multiplicador de Lagrange en función de C.

c) Encontrar la derivada $\dfrac{dV_m}{dC}$ y compararla co la respuesta de la pregunta anterior.

d) Utilizando el resultado del apartado b), aproxima el incremento del volumen máximo para un incremento de C de 1 cm^2.

f) Usando el apartado a), calcula el máximo volumen cuando la superficie tiene 65 cm^2 y comparar la respuesta con la que obtenemos en el apartado d).

Problema 24.4 *Supuesta la existencia de solución resolver el problema*

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & (x_2 + x_3 - 3)^2 \\ s.a. & x_1^2 + x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1 + x_2^2 + 2x_3 = 2 \end{array}$$

(Las condiciones necesarias tienen dos soluciones. Se puede pensar que una que no resuelve el problema de minimización resuelve el problema de maximización. Probar que esto no ocurre en este caso.)

Problema 24.5 *Un individuo compra cantidades a, b y c de tres bienes distintos cuyos precios son p, q y r respectivamente. La renta (exógena) del consumidor es m con $m > 2p$, y la función de utilidad es $U(a, b, c) = a + \ln(bc)$.*

Hallar la demanda del consumidor de cada uno de los bienes como función de los precios p, q, r y la renta m. Probar que el gasto en cada uno de los bienes segundo y tercero es siempre igual a p.