UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH Departament d'Estadística i Investigació Operativa	Programació Lineal i Entera, curs 2016-17 2on curs Grau en Estadística UB-UPC Primer control de laboratori, 16/03/2017
NOM ALUMNE:	

EXERCICI 1. (Pengeu el fitxer .sas de l'apartat 1.b al campus digital):

La fàbrica de Filats i Teixits SALAZAR requereix fabricar dos teixits de qualitat diferent T_1 i T_2; es disposa de 500 kg de fil classe "a", 300 kg de fil "b" i 108 kg de fil "c". Per obtenir un metre de T_1 es necessiten 125 gr. de "a", 150 gr. de "b" i 72 gr. de "c". Per produir un metre de T_2 es necessiten 200 gr. de fil "a", 100 gr. de "b" i 27 gr. de "c".

El benefici net que s'aconsegueix amb la venda dels teixits produïts és: 4€ per metre de T_1 i 5€ per metre de T_2.

a) **(2.5 pts)** Plantegeu formalment el problema d'optimització parametritzat per tal de planificar la producció dels teixits que maximitza el benefici obtingut.

Conjunts rellevants:

Teixits: tipus de teixit a produir. En aquest cas, {1, 2}.

Fils: classes de fil disponible. En aquest cas, {a, b, c}.

Paràmetres:

$A\{Fils, Teixits\}$; a_{ij} és la quantitat (en grams) de fil de classe i necessari per obtenir un metre de teixit j;

$disp\ \{Fils\}$; $disp_i$ és la disponibilitat (en grams) de fil de classe i;

$b\{Teixits\}$; b_j és el benefici net (en euros) obtingut per metre de teixit j produït;

En aquest cas:

$$A = \begin{bmatrix} 125 & 200 \\ 150 & 100 \\ 72 & 27 \end{bmatrix}$$

$$disp = (500000 \quad 300000 \quad 108000)$$

$$b = [4 \quad 5]$$

Variables de decisió: x_j: metres de teixit de tipus j produït, $j \in Teixits$, $X \geq 0$.

Constriccions:

Limitació de fil de tipus i: $\sum_{j \in Teixits} a_{ij} x_j \leq disp_i$, $i \in Fils$

Funció Objectiu: $Max \sum_{j \in Teixits} b_j x_j$

b) **(2.5 pts)** Resoleu aquest problema amb OPTMODEL i indiqueu:

```
proc optmodel presolver = 0;
/* Paràmetres */
set<string> FILS = {'a', 'b', 'c'};
set<string> TEIXITS = {'T1','T2'};
number Dispon {FILS} = [500 300 108];  /* Kgs */
number Prod {FILS, TEIXITS} =  [ 125 200
                                  150 100
                                   72 27 ];   /*  gr./m  */
number BN {TEIXITS} = [4 5];  /*  €/m  */
var X{TEIXITS} >=0;   /* metros */
max Total_benefici = sum {i in TEIXITS} BN[i]*X[i];
con Consum_recurs {i in FILS}:
      sum {j in TEIXITS} Prod[i,j]*X[j]/1000 <= Dispon[i];
solve;
print X;
print  Consum_recurs.lb  Consum_recurs.body  Consum_recurs.ub  Consum_recurs.dual
Consum_recurs.status;
```

i. La longitud de cada tipus de teixit que cal fabricar, i el benefici total de la solució.
ii. La base òptima $\mathcal{B}^*$ de la forma estàndard del problema resolt.

The OPTMODEL Procedure

Resumen de la solución	
Solver	LP
Algorithm	Dual Simplex
Objective Function	Total_benefici
Solution Status	Optimal
Objective Value	13000
Iterations	6
Primal Infeasibility	0
Dual Infeasibility	0
Bound Infeasibility	0

[1]	X
T1	571.43
T2	2142.86

[1]	Consum_recurs.LB	Consum_recurs.BODY	Consum_recurs.UB	Consum_recurs.DUAL	Consum_recurs.STATUS
a	-1.7977E+308	500	500	20	L
b	-1.7977E+308	300	300	10	L
c	-1.7977E+308	99	108	0	B

571.43 metres de teixit tipus 1, 2142.86 metres de teixit tipus 2. Benefici òptim, 13000€
La base està formada per les variables x_1, x_2 i la folga de la restricció de disponibilitat de fil classe "c".

EXERCICI 2. (Pengeu el fitxer .sas de l'apartat 2.b al campus digital):

Feu una modificació del model anterior per tenir en compte que la quantitat de teixit de tipus 2 no pot superar el doble de la longitud de teixit de tipus 1.

a) **(1.0 pts)** Plantegeu formalment els canvis que cal introduir.

Cal introduir la nova constricció $x_2 \leq 2x_1$.

b) **(1.0 pts)** Resoleu aquest problema amb OPTMODEL i doneu la nova solució.

En OPMODEL s'afegeix la constricció

```
con n2: X['T2']<=2*X['T1'];
```

La nova solució obtinguda és

The OPTMODEL Procedure

Resumen de la solución	
Solver	LP
Algorithm	Dual Simplex
Objective Function	Total_benefici
Solution Status	Optimal
Objective Value	12000
Iterations	5
Primal Infeasibility	0
Dual Infeasibility	0
Bound Infeasibility	0

[1]	X
T1	857.14
T2	1714.29

[1]	Consum_recurs.LB	Consum_recurs.BODY	Consum_recurs.UB	Consum_recurs.DUAL	Consum_recurs.STATUS
a	-1.7977E+308	450	500	0.00	B
b	-1.7977E+308	300	300	0.00	B
c	-1.7977E+308	108	108	111.11	L

Ara la base té dimensió 4: x_1, x_2 i les folgues de les restriccions de disponibilitat de fil classes "a" i "b".

EXERCICI 3. (Pengeu el fitxer .sas de l'apartat 3.b al campus digital):

A continuació es vol considerar el problema des d'un altre punt de vista. Es calculen els costos pel consum dels recursos (els fils): classe "a", 20€/Kg; classe "b", 12€/Kg; classe "c", 19€/Kg. A més a més hem de garantir una producció mínima conjunta superior a 2000 metres de teixit. Per aquest apartat oblideu les modificacions que heu introduït en l'exercici 2.

a) **(1.5 pts)** Plantegeu formalment el nou model per planificar la producció dels teixits en aquesta nova situació per tal de minimitzar els costs dels recursos consumits (ignorant els beneficis).

Nous paràmetres:

Cost{ *Fils* }; $cost_i$ (en euros) és el cost del Kilogram de fil classe *i*; en aquest cas, $Cost = (20 \quad 12 \quad 19)$

demanda; és la quantitat de metres a produir considerant tots els tipus de teixit.

Cal introduir la constricció $\sum_{j \in Teixits} x_j \geq demanda$.

Tenint en compte que la quantitat utilitzada del fil de classe *i* es pot expressar com a $\sum_{j \in Teixits} a_{ij} x_j$, la nova funció objectiu és: $Min \sum_{i \in Fils} cost_i \left[\sum_{j \in Teixits} a_{ij} x_j\right] / 1000$. (el 1000 és per transformar les unitats de pes)

b) **(1.5 pts)** Resoleu aquest problema amb OPTMODEL i indiqueu novament

A OPTMODEL cal afegir els nous paràmetres:

```
number Coste {FILS} = [20 12 19];  /* Kgs */
number Demanda = 2000; /* m */
```

i la nova constricció:

```
con n1: sum {i in TEIXITS} X[i] >= Demanda;
```

A més a més, cal sustituir la funció objectiu per:

```
min Total_cost = sum {i in FILS, j in TEIXITS} Coste[i]*Prod[i,j]*X[j]/1000;
```

i. La producció final i el cost de la solució.

The OPTMODEL Procedure

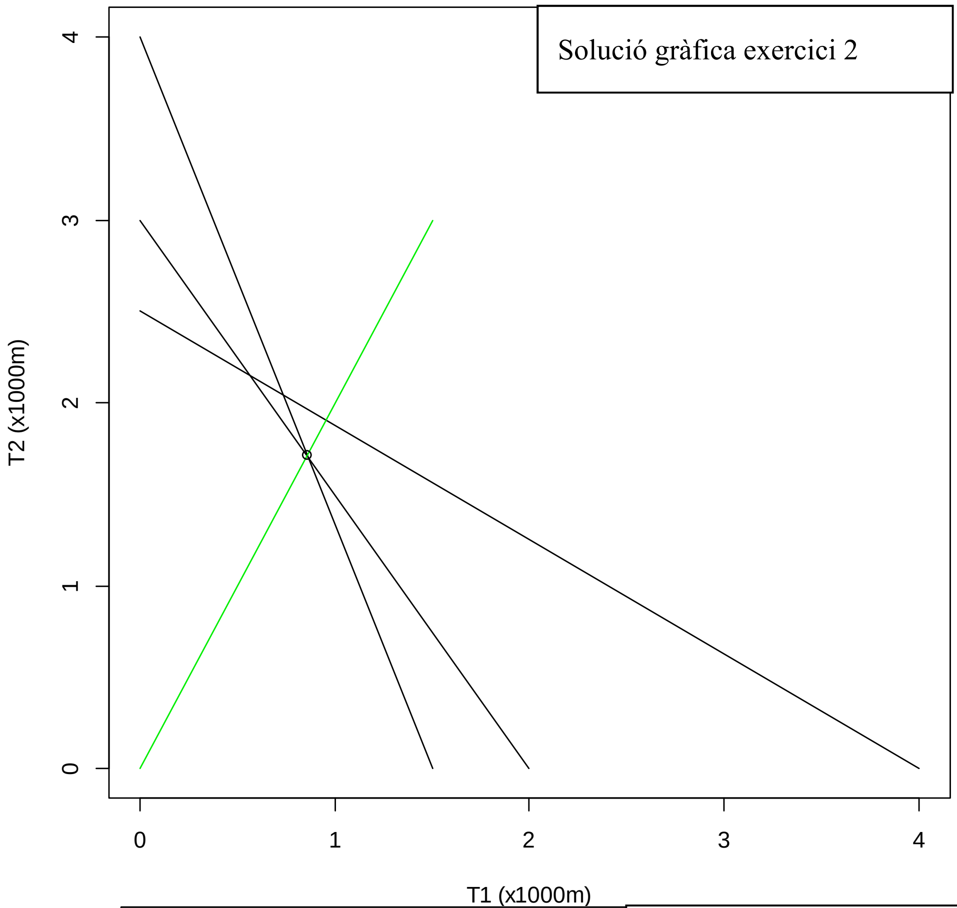
Resumen de la solución	
Solver	LP
Algorithm	Dual Simplex
Objective Function	Total_cost
Solution Status	Optimal
Objective Value	11372
Iterations	5
Primal Infeasibility	0
Dual Infeasibility	0
Bound Infeasibility	0

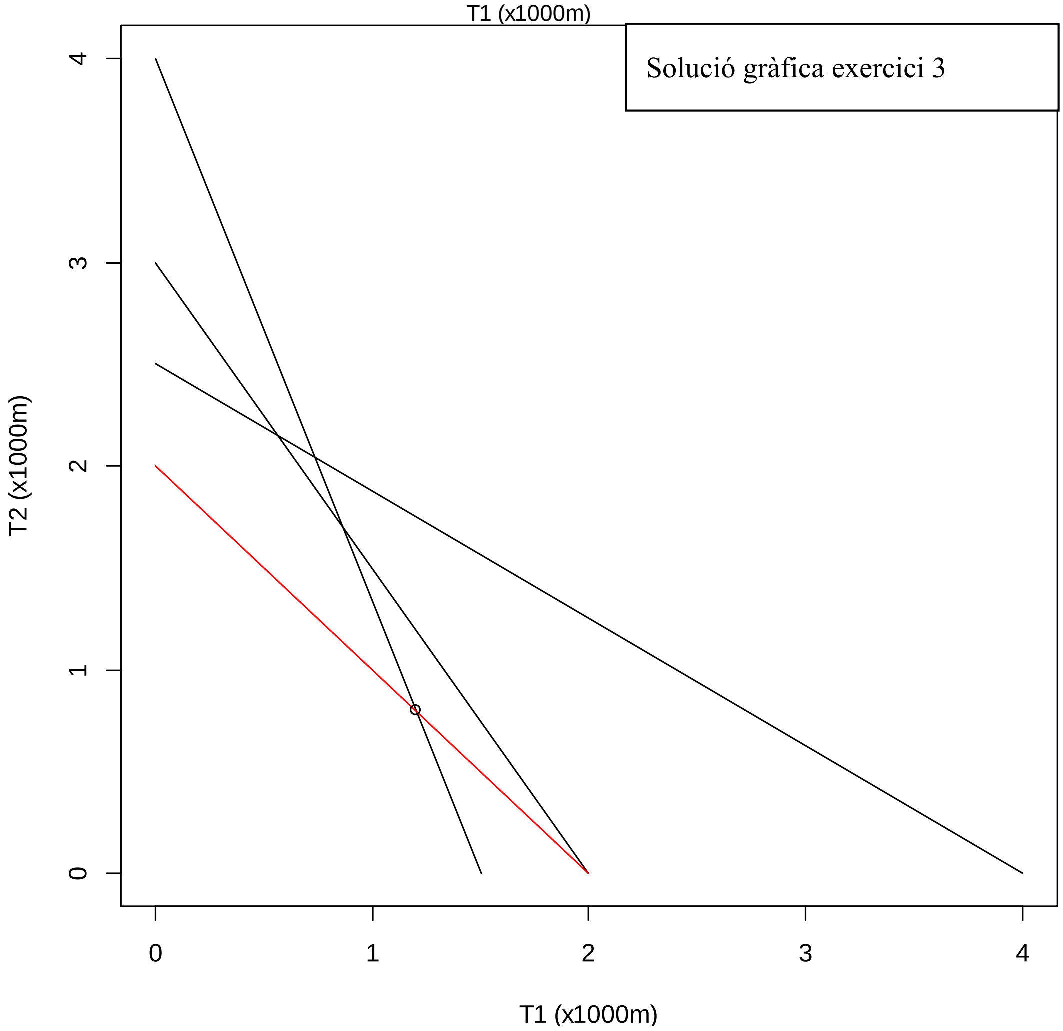
[1]	X.SOL	X.RC
T1	1200	0
T2	800	-0

[1]	Consum_recurs.LB	Consum_recurs.BODY	Consum_recurs.UB	Consum_recurs.DUAL	Consum_recurs.STATUS
a	-1.7977E+308	310	500	0	B
b	-1.7977E+308	260	300	0	B
c	-1.7977E+308	108	108	-1	L

ii. Compareu en termes de benefici net i de cost les solucions trobades als exercicis 1 i 3

	benefici	cost
Solució 1	13000	15481
Solució 3	8800	11372


Solució gràfica exercici 2
T2 (x1000m)
T1 (x1000m)
0
1
2
3
4


Solució gràfica exercici 3
T2 (x1000m)
T1 (x1000m)
0
1
2
3
4