

Àlgebra lineal. Curs 2015-2016

Llista 1. Sistemes d'equacions lineals.

1. Resoleu els sistemes

$$\begin{array}{ll} i) \quad \begin{cases} x + y = 2 \\ x + z = 2 \end{cases} , & ii) \quad \begin{cases} 3x - 5y + 2z = 1 \end{cases} \\ \\ iii) \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ -2x_1 - 2x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases} , & iv) \quad \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ -x - 2y + z = 0 \\ x - 2y - 2z = 2 \end{cases} \\ \\ v) \quad \begin{cases} 2x + y - 2z = 6 \\ x - y + z = 0 \\ 3x + 3y - 5z = 12 \\ 3y - 4z = 6 \end{cases} , & vi) \quad \begin{cases} x - y + 3z = 4 \\ x + y + z = 6 \\ -x - 5y + 3z = 1 \end{cases} \end{array}$$

2. Resoleu els següents sistemes d'equacions, segons quins siguin els valors de a i de α i β , respectivament.

$$\begin{array}{ll} i) \quad \begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases} , & ii) \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + ax_3 = 0 \\ x_1 - x_3 = a + 1 \\ -ax_1 + x_2 = -a \end{cases} \\ \\ iii) \quad \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + 3z = 4 \\ x - y + z = 6 \\ 2x + 2y + az = 0 \end{cases} , & iv) \quad \begin{cases} x + y + \alpha z = 1 \\ \alpha x + 3y - z = -2 \\ 3x + 4y + z = \beta \end{cases} \end{array}$$

3. Discutiu els sistemes d'equacions següents en funció dels valors dels paràmetres a i b . Calculeu la solució quan sigui possible.

$$\begin{array}{ll} i) \quad \begin{cases} x + y + az = 1 \\ x - ay + z = -1 \\ x + ay + z = b \end{cases} , & ii) \quad \begin{cases} ax + y + az = 1 \\ x - y + z = b \\ ax + (a-1)y - z = -1 \end{cases} \\ \\ iii) \quad \begin{cases} x + y + az = 1 \\ x - ay + z = -1 \\ x + ay + z = b \end{cases} , & iv) \quad \begin{cases} ax + y + az = 1 \\ x - y + z = b \\ ax + (a-1)y - z = -1 \end{cases} \end{array}$$

4. Donat el sistema d'equacions

$$\begin{cases} x & +y & & = 1 \\ & ay & +z & = 0 \\ x+ & (a+1)y & +az & = a+1 \end{cases}$$

trobeu el valor de a en cadascun dels casos següents:

- a) El sistema té sol·lució única.
- b) El sistema té infinites sol·lucions.
- c) El sistema no té sol·lució.

5. Trobeu els polinomis $p(x)$ de grau 3 tals que

$$p(1) = 1, \quad p(-1) = -5, \quad p(2) = 1, \quad p(-2) = -35.$$

Quants polinomis de grau 2 pot haver-hi verificant les condicions anteriors?

6. Trobeu un sistema homogeni de dues equacions amb quatre incògnites tal que $\{x = 1, y = 3, z = -2, t = -1\}$ i $\{x = 3, y = -1, z = 2, t = -2\}$ siguin sol·lucions.

7. Donat el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x & +y & +z & = 1 \\ x & +ay & & = 0 \\ x & +(a-1)y & +az & = a+1 \end{cases}$$

Trobeu els valors de a per als quals el sistema és incompatible. Per als valors de a diferents dels que heu trobat abans, indiqueu si el sistema és compatible determinat o indeterminat.

Considereu la matriu ampliada associada al sistema per al valor de $a = 2$, i trobeu la forma d'Hermite reduïda per files.

8. Donat el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x & -2y & +az & = b \\ x & +3y & +(7+a)z & = 2b-2 \\ & 5y & +(a+1)z & = ab+b-2 \end{cases}$$

Indiqueu per a quins valors de a i b el sistema s incompatible i per a quins valors de a i b s compatible indeterminat.