20. Problemas propuestos en clase de óptimos sin restricciones

Problema 20.1 *Clasifica los puntos estacionarios de*

$$f(x)=\frac{6x^3}{x^4+x^2+2}.$$

Problema 20.2 *Hallar la solución del problema*

$$\text{mín} \quad f(x_1,x_2)=x_1^2-x_1x_2+x_2^2-3x_2.$$

Problema 20.3 *Encuentra el mínimo de la función de costes*

$$C(x,y)=\frac{1}{100}x^2-10x+\frac{1}{300}y^3-9y+20600,$$

definida para $x>0$ e $y>0$.

Problema 20.4 *La función de beneficio de una empresa es*

$$B(K,L)=6K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}-0{,}1K-L.$$

Hallar el beneficio máximo.

Problema 20.5 *Cierta compañia se especializa en la producción de dos artículos. Representamos por x e y el número de artículos producidos y vendidos durante un mes. El coste de producción viene dado por*

$$C(x,y)=0{,}01x^2+0{,}05y^2+35x+40y+3000,$$

y, el ingreso correspondiente es

$$I(x,y)=50x+60y.$$

Hallar el nivel de producción (x,y) de los dos artículos que maximizará el beneficio.

Problema 20.6 *Hallar los puntos críticos de la función $f(x_1,x_2)=x_1^3+x_1x_2^2-x_1$ definida en R^2 y determinar la naturaleza de los mismos.*

Problema 20.7 *En la "hora feliz" un bar vende cerveza en jarra y embotellada. Si el propietario cobra x pesetas por la jarra e y pesetas por la botella, estima que venderá $70-5x+4y$ jarras y $80+6x-7y$ botellas. Si cada jarra le cuesta 20 pesetas y cada botella 30 pesetas, ¿a qué precio debe vender cada bebida para obtener una utilidad máxima?.*

Problema 20.8 *La ganancia que se obtiene de una inversión se modela por*

$$B(x,y)=e^{-(x-2)^2-(y-3)^2}$$

donde x es la cantidad invertida en acciones comunes e y es la invertida en bonos municipales. Calcular los valores de x e y que darán lugar a una ganancia máxima.

Problema 20.9 *La producción de una fábrica de muebles se modela por*

$$P(x,y) = 54x^2 - 2x^3 + 198y^2 - 9y^3$$

donde x es la mano de obra e y es la inversión en materia prima y equipo. ¿Qué valores de x e y maximizarán esta producción?

Problema 20.10 *Una empresa produce dos bienes en competencia perfecta. Los precios en este caso se toman exógenos, siendo p_1 y p_2, respectivamente. La función de coste de la empresa viene dada por $C(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$ en donde x_1 y x_2 son las cantidades respectivas de los dos bienes.*

Encontrar una fórmula de las cantidades en función de los precios ($x_1 = x_1(p_1, p_2)$, $x_2 = x_2(p_1, p_2)$) que nos proporciona el máximo beneficio.

Problema 20.11 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = 2 - x_1^2 - x_2^2.$$

Problema 20.12 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2.$$

Problema 20.13 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2.$$

Problema 20.14 *Determinar los puntos críticos de la siguiente función:*

$$f(x_1, x_2) = -x_1^3 + 3x_1x_2 - x_2^3.$$

Problema 20.15 *Determinar los puntos críticos de la función*

$$f(x_1, x_2) = x_1x_2 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2},$$

con dominio en $D = \left\{(x_1, x_2) \in R^2 \mid x_1 \neq 0, x_2 \neq 0\right\}$.

Problema 20.16 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3.$$

Problema 20.17 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2.$$

Problema 20.18 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = x_1x_2^2 + x_2e^{x_1}.$$

Problema 20.19 *Determinar los puntos críticos de la función:*

$$f(x_1, x_2) = x_1x_2 - x_1^3x_2 - x_1x_2^3.$$