

Mètodes Bayesians

Juliol 2016

1. Defineix el model estadístic i el model Bayesià.
2. Quina diferència hi ha entre la distribució a priori i la distribució predictiva a priori?
3. Suposa que tens 10.000 simulacions de la distribució a posteriori d'un paràmetre θ . Com calcularies un interval de credibilitat del 90% per a θ^2 a partir d'aquestes simulacions?

El temps en anys que dura una bombeta, x_i , segueix un model *Exponencial*(λ), amb funció de densitat de probabilitat:

$$p(x_i|\lambda) = \lambda e^{-\lambda x_i},$$

per $x_i \geq 0$, i així $E[x_i|\lambda] = 1/\lambda$, i $Var[x_i|\lambda] = 1/\lambda^2$. Es va fer un experiment amb $n = 10$ bombetes, i els temps de durada van ser 2.05, 0.37, 0.47, 6.18, 0.28, 1.24, 3.95, 0.49, 1.33 i 0.90. La suma d'aquestes observacions és 17.26.

Els experts estan d'acord a triar com a distribució a priori per λ una distribució *Gamma*($a = 10, b = 10$), amb funció de densitat de probabilitat:

$$\pi(\lambda) = \frac{b^a \lambda^{(a-1)} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)},$$

i així amb $E[\lambda] = a/b$ i $Var[\lambda] = a/b^2$.

4. Quina és la distribució a posteriori per λ quan s'ha observat una mostra de $n = 10$ temps de durada, amb $\sum_{i=1}^{10} x_i = 17.26$?
5. Com calcularies la probabilitat de que una nova bombeta duri entre 3 i 5 anys?