

**Grau InterUniversitari d'Estadística. UB-UPC.**  
**Teoria de cues i simulació**  
**Examen Parcial Abril de 2012**

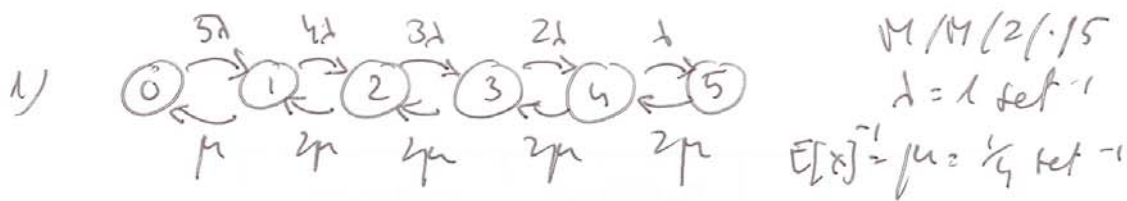
**P1) [7 punts]** Una petita companyia d'explotació d'aparcaments en via pública disposa de 2 parquímetres instal·lats al carrer alimentats per bateries, de les quals en té 5 unitats. Les bateries són canviades en quan s'esgoten per altres amb plena càrrega pels tècnics de l'empresa; les bateries esgotades són portades a un centre de recàrrega per a que puguin tornar-se a posar en servei. En quant una bateria queda carregada es posa en cua preparada per a ser col·locada en un parquímetre que necessiti recàrrega, si és que no ha cap parquímetre que la necessiti. Per mostreig s'ha pogut identificar que el temps que tarda una bateria en descarregar-se un cop ha estat instal·lada en un parquímetre és de 4 setmanes estant aquest temps exponencialment distribuït. Per altre banda el temps que tarda en ser carregada és de 1 setmana també amb distribució exponencial.

Es demana:

- a) **[3 punts]** identificar un model de cues que permeti establir la distribució de probabilitats del número de bateries en funcionament; Presenta el model de cues l'estat estacionari? En cas afirmatiu calculeu la distribució de probabilitats de l'estat estacionari i, en cas negatiu calculeu la taxa mitjana de creixement de l'estat del sistema.
- b) **[1 punt]** Quan un parquímetre funciona se sap que produeix uns ingressos de 180€/dia. Amb el funcionament actual del sistema, per reposició i recàrrega de bateries, calculeu quins han de ser els ingressos promig diaris del conjunt dels dos parquímetres.
- c) **[1 punt]** Calculeu el temps mig que cada bateria espera des que acaba de carregar-se completament fins que és instal·lada en un parquímetre.
- d) **[2 punts]** Calculeu el  $n^0$  mig de bateries que estan sent carregades en el centre de recàrrega. Quina és la probabilitat de que hi hagi només una bateria carregant-se? i dues?

**P2) [3 punts]** Per al mateix sistema descrit en el problema anterior. Suposem que l'empresa contracta un servei que garanteix que sempre es disposarà d'una bateria de recàrrega en quant se'n esgoti la de un parquímetre.

- a) **[0,5]** Quin és el número mig de recanvis que tindrà un parquímetre en mig any?
- b) **[1p]** Quina és la probabilitat de que només tingui 2 recanvis?
- c) **[1,5p]** Quina és la probabilitat de que el tercer recanvi es produeixi després de 10 setmanes?



$$C_1 = \frac{5\lambda}{\mu} = 20, \quad C_2 = 20 \cdot \frac{4}{2} = 160, \quad C_3 = 160 \cdot \frac{3}{2} = 960$$

$$C_4 = 960 \cdot \frac{2}{2} = 3840, \quad C_5 = 3840 \cdot \frac{1}{2} = 7680$$

$$P_0 = [1 + 20 + 160 + 960 + 3840 + 7680]^{-1} = 7.89 \cdot 10^{-5}$$

sempre hi ha una e.e. (n'hi fent d'estats)

2/

$$2.180 \cdot P_0 (1 + \frac{1}{2} C_1) = 0.3127 \text{ €/set perduts}$$

$$2.180 - 0.3127 = 359.68 \text{ €/set d'ingrés.}$$

3,4/

$$L = P_0 (C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5) = 7.89 \cdot 10^{-5} \cdot 96840 =$$

$$= 4.461 \text{ bateries presents en promig al S.E. ;}$$

en el sistema de recàrrega:  $N - L = 5 - 4.461 = \underline{\underline{0.539}}$

$W_q$  = temps mitjà de permanència en cua =

= temps esperant a ocupar un parcímetre =

$$= W - W_s = \frac{L}{\lambda} - E[X] = \frac{4.461}{0.539} - 4 = \underline{\underline{4.27 \text{ set.}}}$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \cdot (N - L) = 1 \cdot 0.539 \text{ set}^{-1}$$

$$P(1 \text{ bat}) = P_4 = P_0 \cdot C_4 = 7.89 \cdot 10^{-5} \cdot 3840 = 0.3032$$

$$P(2 \text{ bat}) = P_3 = P_0 \cdot C_3 = 7.89 \cdot 10^{-5} \cdot 960 = 0.0758$$

(P2)

mig any = 24 setmanes. =  $T$

a)

$$\lambda = \frac{1}{4} \text{ set}^{-1}$$

$N = n^{\circ}$  recanvis a 24 set

$$E[N] = \lambda \cdot T = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6 \text{ recanvis}$$

b)

$$P(N=2) = \frac{e^{-\lambda T} (\lambda T)^2}{2!} = \frac{e^{-6} 6^2}{2!} = 0.0446$$

c)

$T_3$  = instant del 3er recanvi

$T_3 \sim 3$ -Erlang.  $E[\text{etapa}] = 4 \text{ set.}$

$$P(T_3 \geq t) = e^{-\lambda t} \left( 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2} \right) = \sqrt{\quad} \quad t = 10$$
$$= e^{-10/4} \left( 1 + \frac{10}{4} + \frac{(10/4)^2}{2} \right) = 0.54381$$