Teoria de Cues i Simulació 2n parcial. Curs 2011-12

Problema 1 (6,0 punts)

En un aeroport, el sistema de revisió de passaports dels passatgers que entren en el país està estructurat en una única cua que és atesa per dos agents. Els passatgers arriben seguint un patró poissonià, amb temps mig entre arribades de 30 segons. Hi ha un 15% dels passatgers que són comunitaris amb un temps de revisió del passaport constant de 20 segons, mentre que el 85% restant (extracomunitaris) tenen un temps de revisió també constant de 30 segons. Se suposa que les dues classes de passatgers arriben barrejats a l'atzar. En aquestes condicions es demana:

a) Caracteritzeu el sistema d'espera que millor s'ajusta a la descripció donada i calculeu els seus paràmetres: coeficient de variació del temps entre arribades i coeficient de variació del temps de serveis per al flux combinat de passatgers comunitaris-extracomunitaris.
b) Utilitzant una fòrmula d'aproximació calculeu: el temps mig d'espera en cua d'un passatger qualsevol i l'ocupació mitjana de la cua.
c) Quina és la probabilitat de que un passatger esperi en cua més de 1 minut?

Se suposa ara que es vol desdoblar el sistema d'espera anterior de forma que hi hagi una cua per comunitaris i un altre cua per als extracomunitaris, de forma que en cada cua hi ha un dels agents atenent-la. Es demana:

d) Model dels sistemes d'espera en aquesta nova situació, indicant el coeficient de variació del temps entre arribades i coeficient de variació del temps de serveis per al flux de passatgers de cada cua.
e) Quin és el temps mig d'un passatger comunitari? i d'un extracomunitari?. Calculeu igualment les ocupacions mitjanes de les dues cues. Quina configuració és preferible?

Problema 2 (3,5 punts)

5221	9876	5305	6365	3369	324	4595	4558	2148	9635
1319	2803	2061	9608	4167	3831	3340	7509	3359	8669
9992	9590	4232	1480	6077	3465	1932	5370	1072	7807
2400	6771	7164	1821	6170	9245	5791	3453	8305	6658
7220	3688	7989	1439	9171	6567	6899	7151	9439	6219
3253	7880	1782	2299	4181	8936	1243	939	7819	0884

(Seleccioneu els n^{os} anteriors per files començant amb el 5221 inicial; accepteu que són una mostra de una distribució uniforme entre 0 i 9999.)

Un magatzem segueix una política (Q,r) per a reabastir-se. Els clients setmanals arriben en n^{o} constant de 3; cada un d'ells demana una unitat la qual és venuda a un preu de 10€. El magatzem, per recuperar el nivell d'inventari, efectua una comanda de 20 unitats quan queda per sota de les r=6 unitats al final de la setmana.
La central serveix les comandes en un temps que es igual a 1 setmana + "retard aleatori", tot expressat en nº enter de setmanes. Se suposa que el terme "retard aleatori *r*" obeeix a una llei $r = \lfloor t \rfloor$, sent t distribuïda 2-Erlang i d'esperança 2 setmanes. Les unitats arriben sempre un dilluns al matí.
Se suposa que només hi ha costs de penalització per no poder servir una venda (penalització de 1€ per cada venda no satisfeta). Se suposa que no hi ha retenció de la demanda. Es demana avaluar el sistema per simulació per a un número *n=12* de setmanes determinat. (utilitzeu la taula de nos aleatoris)

a) Escriure un pseudo-codi que il·lustri la simulació.
b) Avaluar el nivell mig d'inventari durant aquestes *n=12* setmanes i els benefici setmanal mig obtingut. Mostreu en forma de taula en la que, per files hi hagin al final de la setmana i:
   nº de setmana,
   Ni = Existències a l final de la setmana i
   Xi = Demandes durant la setmana i.
   Ingi = ingressos acumulats fins la setmana i
   Peni = penalitzacions acumulades fins la setmana i.
   IR = nº de setmana en el que s'espera la propera recepció d'unitats per la central (=-1 si no se sap)

P1) Temps mig entre arribades poissonià; promig 30 s.
servei: mixtura de dues distribucions degenerades.

$E[X] = 0'15 \cdot 20 + 0'85 \cdot 30 = 28'5$ s.

$Var[X] = 0'15(20-28'5)^2 + 0'85(30-28'5)^2 = 12'75\ s^2$

Coeficient de variació. $C_x = \frac{\sqrt{12'75}}{28'5} = 0'12528$.

Model de S.E. M/G/2, $\rho = \frac{28'5}{2 \cdot 30} = 0'475$

$C_\tau = 1$ (arribades poissonianes)

$\theta = 2\rho = 0'95$; s'aplica aproximació d'Allen Cunneen.

$$C(s,\theta) = \frac{\theta^s / s!(1-\rho)}{\frac{\theta^s}{s!(1-\rho)} + \sum_{l=0}^{s-1} \frac{\theta^l}{l!}} = \frac{1}{1 + \frac{1'95}{0'8595}} = 0'3059$$

$$\frac{\theta^s}{s!(1-\rho)} = \frac{0'95^2}{2 \cdot 0'525} = 0'8595, \quad \sum_{l=0}^{s-1} \frac{\theta^l}{l!} = 1 + 0'95 = 1'95$$

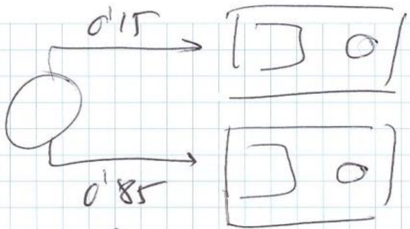
$$W_q \approx \frac{C(s,\theta)(C_\tau^2 + C_x^2)}{2s\mu(1-\rho)} = \frac{0'3059(1 + 0'12528^2)}{\frac{2 \cdot 2}{28'5}(1 - 0'475)} = 4'217 \text{ s.}$$

$$L_q = W_q \cdot \lambda = 4'217\ s \cdot \frac{1}{30} = 0'1405 \text{ pax}$$

c) S'accepta una distr. exponencial com aproximació molt bona.

$$e^{-t/W_q} = e^{-60/4'217} = 6'61 \cdot 10^{-7} \quad (\approx 0)$$

d)



M/D/1

M/D/1

S.E.1 Cua per pax. comunitaris; temps de servei essent igual a 20 s. $\sigma_x = 0$ $C_x = 0$

S.E.2 Cua per pax extracomunitaris; també $\sigma_x = 0$.

S'usarà la fórmula de Pollackzeck-Khintchine.

(1) $L_q = \dfrac{\rho^2}{2(1-\rho)}$ per M/D/1

$$\rho_1 = \frac{1/30 \times 0'15}{1/20} = \frac{2}{3} \cdot 0'15 = 0'1 < 1$$

$$\rho_2 = \frac{1/30 \times 0'85}{1/30} = 0'85 < 1$$

$$L_{q_1} = \frac{0'1^2}{2 \cdot 0'9} = 5'\hat{5} \cdot 10^{-3} \rightarrow W_{q_1} = \frac{5'\hat{5} \cdot 10^{-3}}{1/30 \cdot 0'15} = 1'\hat{1} \text{ s.}$$

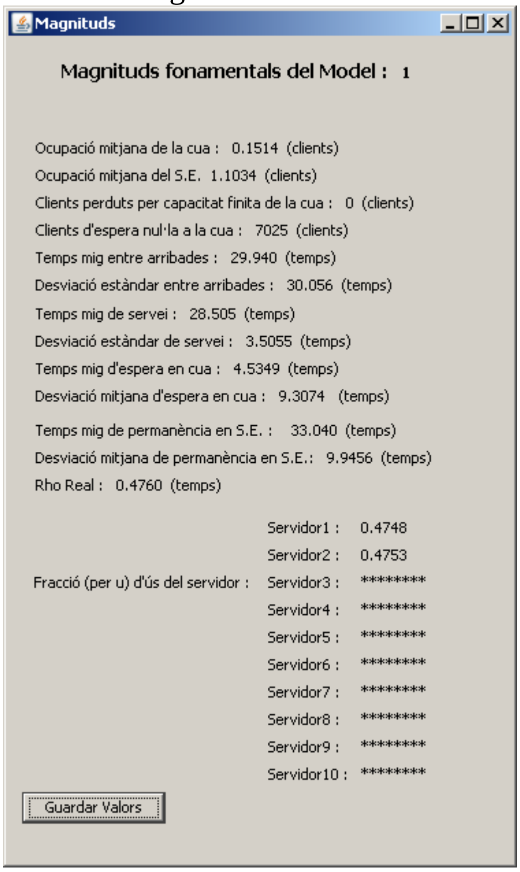
$$L_{q_2} = \frac{0'85^2}{2 \cdot 0'15} = 2'408\hat{3} \rightarrow W_{q_2} = \frac{2'408\hat{3}}{1/30 \cdot 0'85} = 85 \text{ s.}$$

$$W_1 = W_{q_1} + 20\text{s} = 21'\hat{1} \text{ s.}$$

$$W_2 = W_{q_2} + 30\text{s} = 115 \text{ s}$$

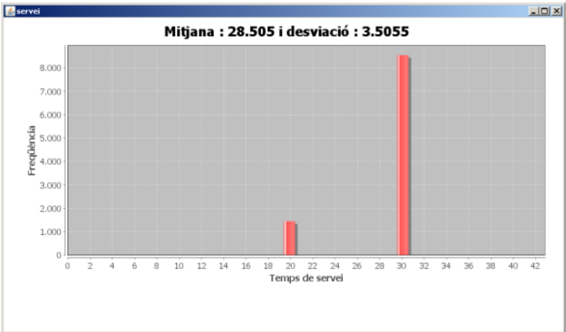
La cua única és la configuració preferible a la vista dels temps de demora. La segona conf. Beneficia als comunitaris i penalitza excessivament

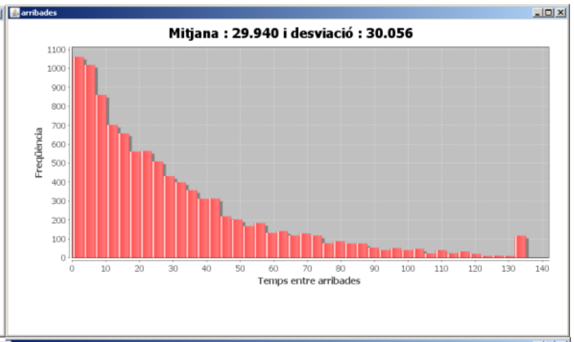
S’adjunta una simulació amb el programa CUES.jar per tal de veure la qualitat en la solució obtinguda usant la fòrmula de Allen-Cuneen

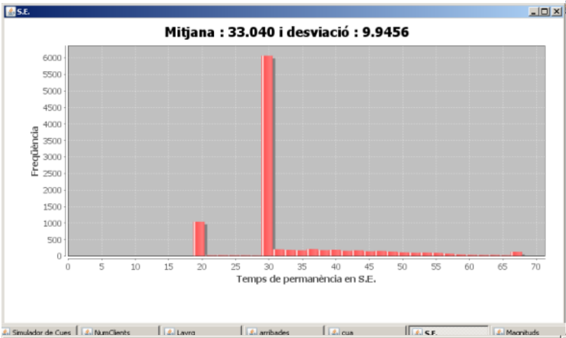


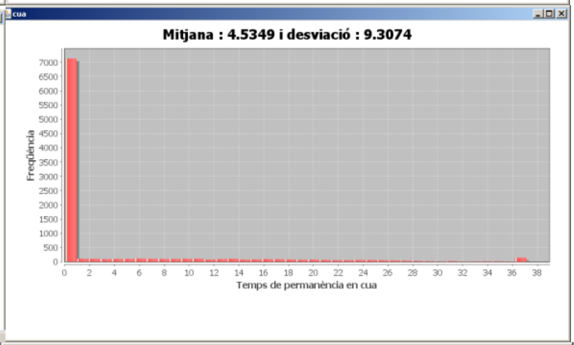

```
Aproximació de la
distribució del temps
de servei

0.001 19.9 0.0
19.9 20.1 0.15
20.1 29.9 0.00
29.9 30.0 0.85
```

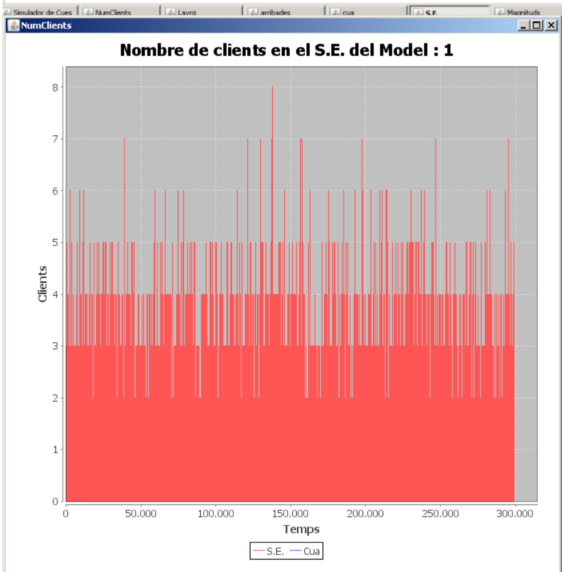
```
Probabilitats d’estat
estacionari

Prob0 : 0.34488
Prob1 : 0.35826
Prob2 : 0.18919
Prob3 : 0.07419
Prob4 : 0.02507
Prob5 : 0.00678
Prob6 : 0.00126
Prob7 : 0.00028
Prob8 : 0.00003
```

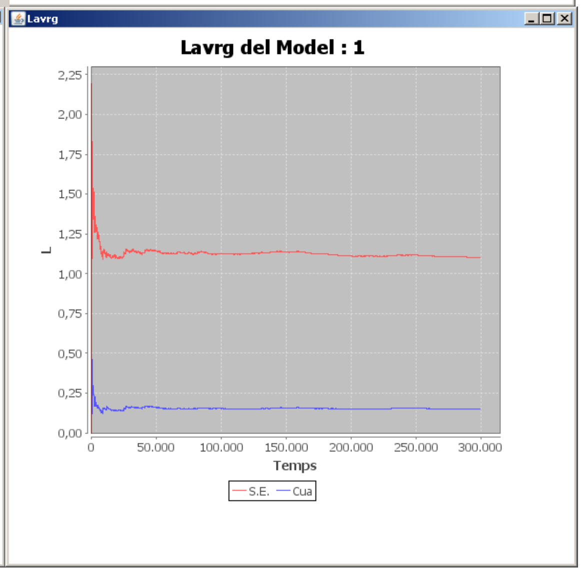

servei
Mitjana : 28.505 i desviació : 3.5055
Freqüència
Temps de servei


arribades
Mitjana : 29.940 i desviació : 30.056
Freqüència
Temps entre arribades


S.E.
Mitjana : 33.040 i desviació : 9.9456
Freqüència
Temps de permanència en S.E.


cua
Mitjana : 4.5349 i desviació : 9.3074
Freqüència
Temps de permanència en cua


NumClients
Nombre de clients en el S.E. del Model : 1
Clients
Temps
S.E.
Cua


Lavrg
Lavrg del Model : 1
L
Temps
S.E.
Cua

P2)

$T_{ak} = 0$; $TR = -1$; $X = 3$; $IR = 0$; $N = 20$;

Per $j = 1 \dots n$ fer

$T_{ck} = j$;

si $T_{ak} = TR + 1$ llavors

$N = N + Q$; $IR = 0$;

fisi

$Vendes = \min\{X, N\}$;

$N = \max\{N - X, 0\}$;

$Ing = Ing + 10 \cdot Vendes$;

$Per = Per + X - Vendes$

si $N < r$ & $IR = 0$ llavors

Generar t; $k = \lfloor t \rfloor$;

$TR = 1 + k + t_{ak}$; $IR = 1$

fisi

Escriure j, N, X, Ing, Per, TR

Fi Per

# Set	N_i	X_i	Ing_i	Pen_i	TR
1	17	3	30	0	−1
2	14	3	60	0	−1
3	11	3	90	0	−1
4	8	3	120	0	−1
→ 5	5	3	150	0	6
6	2	3	170	1	6
7	17	3	200	1	6
8	14	3	230	1	6
9	11	3	260	1	6
10	8	3	290	1	6
→ 11	5	3	320	1	13
12	2	3	340	2	13

$t \sim$ 2-Erlang; temps mig per etapa 1 setmana

$t = t_1 + t_2 = 0'6621$ $\quad t_1 = -1 \ln \frac{5221}{9999} = 0'6497$

$\quad t_2 = -1 \ln \frac{9876}{9999} = 0'01237$

$\lfloor t \rfloor = 0$

Retard 1 set.

$t = t_3 + t_4 = 1'085$ $\quad t_3 = -1 \ln \left(\frac{5305}{9999}\right) = 0'6338$

$\quad t_4 = -1 \ln \left(\frac{6365}{9999}\right) = 0'4516$

$\lfloor t \rfloor = 1$

retard = 2 set

Ingressos mitjos $\quad 340/12 = 28'\hat{3}$ €/set.