

**Problema 1**

S'ha realitzat un experiment amb tres situacions experimentals diferents i tres rèpliques per a cadascuna. Les dades són:

$$\begin{aligned} 1.1, 0.8, 0.9 &\Rightarrow \alpha - \beta \\ 10.5, 9.7, 10.1 &\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ 4.3, 3.9, 4.2 &\Rightarrow \alpha + \beta - \gamma - \delta \end{aligned}$$

Contesteu les següents qüestions:

- (a) Quina condició ha de verificar una funció paramètrica per a que sigui estimable en aquest model?
- (b) Indiqueu si les funcions paramètriques següents són estimables i calculeu l'estimador MQ quan sigui possible:
  - (i)  $\alpha + \beta$       (ii)  $\alpha$
- (c) Calculeu l'estimació de les variàncies dels estimadors lineals òptims dels paràmetres  $\alpha$  i  $\beta$  i la covariància entre ells.
- (d) Feu el contrast de les hipòtesis  $H_0^{(1)} : \alpha = 4$  i  $H_0^{(2)} : \alpha = 4, \beta = 3$ .

**Problema 2**

Les condrites són meteorits no metàl·lics (rocosos) que no han patit processos de fusió o de diferenciació als asteroides de què procedeixen i representen el 85,7% dels meteorits que cauen a la Terra. El seu coneixement aporta claus importants per comprendre l'origen i l'edat del sistema solar, la síntesi de compostos orgànics, l'origen de la vida o la presència d'aigua a la Terra. Una de les seves característiques és la presència de còndruls, que són esferes submil·limètriques formades per diferents minerals, i que solen constituir entre el 20% i el 80% del volum de les condrites. Es diferencien dels meteorits metàl·lics per la seva composició pobra en Fe i Ni.



Les condrites ordinàries conformen el tipus de condrites més comú (condrites O), comprenent el 93,5% de les condrites caigudes. Se les designa amb les lletres H, L i LL segons va minvant el seu contingut en ferro oxidat i metall.

Per a un cert número de condrites s'ha registrat la seva edat a la terra (en anys), el tipus (0 per a les ordinàries i 1 per a la resta) i el grau d'oxidació (*rust*) en tant per cent. Inicialment, la principal investigació és estudiar la dependència de la oxidació per l'edat. A continuació ens preguntem si hi ha diferències entre els dos tipus de condrites, ordinàries o no.

Carregueu les dades de l'arxiu `rust.txt`<sup>1</sup>.

- (a) Feu un gràfic de dispersió de les variables `age` i `rust` per a totes les condrites. Observeu que hi ha dues amb valors estranys. Feu una primera regressió lineal per identificar aquestes dues condrites amb residus molt grans. L'anàlisi dels residus us pot ajudar.  
Com que els valors són clarament absurds les eliminarem de la base de dades.
- (b) Obteniu l'estimació dels paràmetres del model  $(\beta_0, \beta_1, \sigma^2)$  i calculeu el coeficient de determinació. És significativa la regressió?
- (c) La variable resposta és un percentatge, hi ha alguna raó per dubtar de la normalitat dels residus?
- (d) Doneu els intervals de confiança al 99% de  $\beta_0$  i de  $\beta_1$ .

<sup>1</sup>Font: Dr. T.B. Smith, The Open University. <http://statmaster.sdu.dk/courses/st111/data/index.html#rust>

- (e) Contrasteu la hipòtesi  $H_0 : \beta_0 = 23, \beta_1 = 0.0009$ .
- (f) Feu una predicció amb IC al 95% del grau d'oxidació per a la condrita Acfer\_215.
- (g) Ara considerem dues rectes de regressió separades pel tipus de condrita i compareu-les (test de paral·lisme i test de coincidència). Feu els contrastos i els gràfics adients.
- (h) (optatiu) Considereu el model lineal  
`g <- lm(rust ~ age * type, data=rust)`  
Quina és la interpretació dels paràmetres en relació a les dues rectes separades pel tipus de condrita?