PROVA PARCIAL DE MODELS LINEALS **29 d'octubre de 2008**

Problema 1

Amb el model lineal normal

$$\begin{aligned} 3.98 &= 3\alpha - \beta + 2\gamma + \epsilon_1 \\ -3.95 &= \alpha - \beta + \epsilon_2 \\ 4.03 &= \alpha + \gamma + \epsilon_3 \\ 7.94 &= \beta + \gamma + \epsilon_4 \end{aligned}$$

contesteu les següents qüestions:

(a) Quina condició ha de verificar una funció paramètrica per a que sigui estimable en aquest model?

(b) Indiqueu si les funcions paramètriques següents són estimables i calculeu l'estimador MQ quan sigui possible:

(i) $5\alpha - 2\beta + 3\gamma$ (ii) $\alpha + \beta \cdot \gamma$

(c) Calculeu l'estimació de la covariància entre els estimadors lineals òptims de $\alpha - \beta$ i $\beta + \gamma$ i la variància de l'estimador lineal òptim de $2\alpha - \beta + \gamma$.

(d) Feu el contrast de la hipòtesi $H_0 : 2\alpha - \beta + \gamma = 0$.

Problema 2

Ajusteu una recta de regressió als següents punts:

x	1	2	5	10	20
y	0.69	1.43	3.48	6.95	14.09

Es demana:

(a) Obteniu l'estimació dels paràmetres del model (β_0, β_1, σ^2) i calculeu el coeficient de determinació.

(b) Contrasteu les hipòtesis $H_0 : \beta_0 = 0$ i $H_0 : \beta_1 = 1$. Utilitzeu un nivell de significació $\alpha = 0.05$.

(c) Doneu els intervals de confiança al 95% de la resposta mitjana i d'una resposta concreta per a un valor $x_0 = 8$. De què depèn que aquests intervals siguin més o menys amples?

(d) Doneu l'interval de confiança al 95% de $\beta_1 - \beta_0$.

Recordeu que la variància de la suma, o la diferència, de dos estimadors NO és la suma simple de les variàncies respectives.