

## Mètodes Bayesians

Juliol 2015

1. Quina diferència hi ha entre la distribució a priori i la distribució predictiva a priori?
2. Suposa que tens una mostra de 1.000 observacions de la distribució a posteriori d'un paràmetre real,  $\theta$ . Com estimaries la mitjana i la mediana de la distribució a posteriori d'una funció de  $\theta$ ,  $g(\theta)$ , a partir d'aquesta mostra?

L'observatori meteorològic del "Turó de l'Home" ha recollit el nombre de llampecs i la duració en minuts de les quatre darreres tempestes. El meteoròleg vol estimar la freqüència de llampecs per minut ( $\lambda$ ). Les dades es troben a la següent taula:

tempesta	n. llampecs	duració
1	1	20
2	9	40
3	0	25
4	0	15

Sabent que la funció de probabilitat per a una variable aleatòria,  $y$ , que segueix una distribució de Poisson és  $p(y|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^y}{y!}$ , amb  $E[y] = \lambda$  i  $V(y) = \lambda$ , i que la funció de densitat per a una variable aleatòria,  $\lambda$ , que segueix una distribució Gamma és  $p(\lambda|a, b) = \frac{b^a \lambda^{(a-1)} e^{-b\lambda}}{\Gamma(a)}$ , amb  $E[\lambda] = \frac{a}{b}$  i  $V(\lambda) = \frac{a}{b^2}$ :

3. Defineix un Model Bayesià utilitzant una distribució a priori conjugada no informativa.
4. Calcula la funció de versemblança.
5. Calcula de forma analítica la distribució a posteriori per  $\lambda$ .
6. Com triaries entre:  $H_1 : \lambda < 0.01$ ,  $H_2 : 0.01 \leq \lambda < 0.1$  i  $H_3 : \lambda \geq 0.1$  ?
7. Com construiries un interval de credibilitat del 95% per al nombre de llampecs en una tempesta de mitja hora?