

22. Problemas propuestos en clase de óptimos con restricciones de igualdad II

Problema 22.1 *Resuelve*

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_3 \\ \text{s.a.} & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 36 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{array}$$

Problema 22.2 *Resuelve*

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 8x_1x_2 - 18x_1x_3 + 8x_2x_3 \\ \text{s.a.} & x_1x_2x_3 = 1500 \\ & x_1 - 2x_3 = 0 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Problema 22.3 *Se desea construir un almacén de x_1 metros de ancho, x_2 metros de alto y x_3 metros de largo con capacidad de 15,000 m³. Los costes de construcción por m² son de 4 um/m² para los muros, 6 um/m² para el techo y 12 um/m² para el suelo. Por razones estéticas, la anchura del almacén debe ser el doble de su longitud. Encontrar las dimensiones óptimas del almacén si se desea minimizar el coste de construcción.*

Problema 22.4 *La producción que realiza una empresa de un determinado bien depende de las cantidades que utiliza de trabajo (x_1), capital (x_2) y energía (x_3) durante el proceso de producción. La función de producción*

$$Q(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2}x_1x_2 + \frac{1}{8}x_3^2 \quad (x_1, x_2, x_3 \geq 0).$$

El coste unitario del factor trabajo es de 1 euro, el de capital 2 euros y el de la energía 5 euros. La empresa tiene una restricción de capacidad que sólo le permite utilizar 120 unidades de factores en total. Si la empresa utiliza toda su capacidad productiva y destina a cubrir los costes de producción un presupuesto de 484 euros. De pide:

- Cantidades óptimas de factores a utilizar.*
- La cantidad producida por la empresa.*
- La naturaleza del óptimo.*
- ¿En cuánto aumenta aproximadamente el valor óptimo cuando la empresa destina 1 euro más a la contratación de factores de producción?*

Problema 22.5 *Una compañía planea gastar 10.000 dólares en publicidad. Cuesta 3.000 dólares un minuto de publicidad en la televisión y 1.000 dólares un minuto de publicidad en la radio. Si la empresa compra x minutos de comerciales en la televisión e y minutos de comerciales en la radio, su ingreso en miles de dólares, está dado por $f(x, y) = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y$. ¿Cómo puede la empresa maximizar su ingreso?*