



NOM ALUMNE:

Teniu nou articles diferents que caldria enviar per correu, i heu d'empaquetar varis d'ells junts per tal de fer la tramesa. Tanmateix, un paquet no pot superar ni un pes màxim de 36 kgs ni un volum màxim de 90 dm³.

PART A (40%)

L'objectiu és fer una sola tramesa, amb el màxim valor possible corresponent als articles del paquet. A la taula següent trobareu el valor en euros, el pes i el volum de cada article. Supposeu que el volum del paquet coincideix amb la suma dels volums dels articles continguts, i que l'embalatge té un pes negligible:

Article	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Valor (€)	56	71	69	91	70	85	65	80	75
Pes (Kg.)	7	11	4	14	9	2	12	8	13
Volum (dm ³)	21	16	17	28	12	31	19	24	29

- a) Escriviu el problema de programació matemàtica parametritzat que resol el problema anterior.

Variables de decisió: Per cada $j \in N = \{1, \dots, 9\}$ definim

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si s'envia l'article } j \\ 0 & \text{en altre cas} \end{cases}$$

El problema de programació matemàtica parametritzat és:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{j \in N} v_j x_j \\ & \sum_{j \in N} p_j x_j \leq p_{\max} \quad (1) \\ & \sum_{j \in N} vol_j x_j \leq vol_{\max} \quad (2) \\ & x_j \in \{0,1\}, j \in N \end{aligned}$$

On v_j , p_j i vol_j son el valor, el pes y el volum de l'article j , respectivament, i $p_{\max}=36$, $vol_{\max}=90$.

La constricció (1) garanteix que el pes del paquet no excedeix el màxim pes possible (36 Kg) y la constricció (2) que el volum del paquet no excedeix el màxim volum possible 90 dm³.

La funció objectiu maximitza el valor dels articles enviats.

- b) Resoleu aquest problema amb OPTMODEL i indiqueu:

- Quin és el valor òptim de la solució?
El valor òptim de la solució és 317.
- Quins són els articles escollits?
Els articles escollits son 2, 4, 5 i 6.

PART A bis (20%)

Ara heu d'imposar condicions addicionals sobre determinades parelles d'articles. En particular:

- c) Modeleu l'obligació que els articles 1 i 2 o bé s'empaqueten tots dos o be no s'empaqueta ningú.

$$x_1 = x_2$$

- d) Modeleu l'obligació que si s'empaqueta l'article 8 també s'ha d'empaquetar l'article 9.

$$x_8 \leq x_9$$

- e) Modeleu l'obligació que els articles 3 i 5 no es poden empaquetar conjuntament.

$$x_3 + x_5 \leq 1$$



PART B (30%)

En aquest apartat heu d'enviar TOTS els articles, fent servir tants paquets com sigui necessari (per experiència sabeu que no seran necessaris més de quatre paquets). L'objectiu és minimitzar el cost de la tramesa, tenint en compte que el cost d'un paquet consta d'una part fixa de 3 euros, més una part que depèn del pes del paquet (2 euros per kg).

f) Escriviu el problema de programació matemàtica parametritzat que resol la nova versió del problema.

Cal redefinir les variables de decisió per saber a quin paquet s'envia cada article. En concret, per cada $j \in N = \{1, \dots, 9\}$, $k \in K = \{1, \dots, 4\}$, definim

$$x_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si l'article } j \text{ s'envia al paquet } k \\ 0 & \text{en altre cas} \end{cases}$$

També cal definir noves variables de decisió per saber els paquets que realment s'envien. Per cada $k \in K = \{1, \dots, 4\}$, definim

$$z_k = \begin{cases} 1 & \text{si s'envia el paquet } k \\ 0 & \text{en altre cas} \end{cases}$$

El problema de programació matemàtica parametritzat és:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{k \in K} \left(\text{fix } z_k + \text{preu_pes} \sum_{j \in N} p_j x_{jk} \right) \\ & \sum_{j \in N} p_j x_{jk} \leq p_{\max} z_k \quad k \in K \quad (3) \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in N} \text{vol}_j x_{jk} \leq \text{vol}_{\max} z_k \quad k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} x_{jk} = 1 \quad j \in N \quad (5)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\}, j \in N, k \in K$$

$$z_k \in \{0, 1\}, k \in K$$

On v_j , p_j , vol_j , p_{\max} i vol_{\max} són com abans. El coeficient $\text{fix}=3$ és el cost fix per paquet i $\text{preu_pes}=2$ és el cost per kg enviat.

Les constriccions (3) i (4) són similars a (1) i (2), respectivament, però per cada paquet enviat. Cal notar que també garanteixen que no és possible assignar cap article a un paquet que no s'envia ($z_k=0$). Les constriccions (5) garanteixen que tots els articles son enviats.

Cal notar que, degut a les constriccions (5), es pot re-escriure el segon terme de la funció objectiu com $\text{preu_pes} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} x_{jk} = \text{preu_pes} |N| = 9 \text{preu_pes}$, que és constant. Per tant la funció objectiu pot escriure's simplement com a $\text{fix} \sum_{k \in K} z_k$.

g) Resoleu aquest problema amb OPTMODEL i indiqueu:

- Quin és el valor òptim de la solució?
- Com es distribueixen els articles en els paquets que es van a trametre?

Instruccions de lliurament del control:

1. Pengeu al campus digital el fitxer .sas corresponent al seu plantejament i la seva solució (valor de les variables, valor de les restriccions ...). Només per parts A i B (fitxers separats), sense bis.
2. La part de modelització matemàtica es lliura en paper.