23. Problemas propuestos en clase de óptimos con restricciones de igualdad III

Problema 23.1 *Halla la solución de*

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_1 + x_2 \\ s.a. & x_1^2 + x_2 = 1 \end{array}$$

Problema 23.2 *Halla la solución de*

$$\begin{array}{ll} \text{máx}\,(\text{mín}) & x_1 + x_2 \\ s.a. & x_1^2 + 3x_1x_2 + 3x_2^2 = 3 \end{array}$$

Problema 23.3 *Resuelve el problema*

$$\begin{array}{ll} \text{máx}\,(\text{mín}) & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ s.a. & x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ & 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \end{array}$$

Problema 23.4 *Consideramos el problema*

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & x_1^2 + x_2^2 \\ s.a. & x_1 + 2x_2 = a \end{array}$$

(a es constante).

a) Resolver el problema usando primero la resdtricción para eliminar y. Demostrar que se ha hallado realmente el mínimo.

b) Escribir la función Lagrangiana del problema y resolver las condiciones necesarias en este caso.

c) Resolver también el problema estudiando las curvas de nivel de $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ *junto con la gráfica de la recta* $x_1 + 2x_2 = a$ *en el mismno diagrama. Dar una interpretación geométrica del problema. ¿Tiene solución el correspondiente problema de maximización?.*

d) Comprobar la ecuación $\dfrac{\partial f}{\partial a} = -\lambda$ *para este problema.*

Problema 23.5 *Un individuo dispone de 14 milones de pesetas y los desea invertir en tres títulos mobiliarios* $(x_1, x_2, x_3)^T$ *donde* x_1, x_2, x_3 *son las cantidades de los títulos. La rentabilidad esperada por invertir una unidad monetaria en el título es de* $(5, 10, 15)$ *respectivamente. El riesgo en que incurre el individuo al elegir una cartera viene medido por la función*

$$R(\vec{x}) = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

El inversor quiere minimizar el riesgo atendiendo a una rentabilidad total de 145 *unidades monetarias.*