

Econometria

Tema 8: Models de variable dependent dicotòmica

Ramon Alemany

Grau Estadística UB-UPC

Curs 2017-18

Presentació

- 1 Bibliografia
- 2 Introducció
- 3 Per què no podem utilitzar un model de regressió lineal?
- 4 Model de probabilitat lineal
- 5 Els Models Probit i Logit
- 6 El Model Probit
- 7 El Model Logit

Bibliografia

- GREENE, W. (1999)
Análisis econométrico. 3a Ed.
Capítol 19
- WOOLDRIDGE, J. (2009)
Introducción a la Econometría. Un enfoque moderno. 4a Ed.
Capítol 17
- STOCK, J. & WATSON, M. (2012)
Introducción a la Econometría. 3a Ed.
Capítol 11

Introducció

1.Introducció:

Què és un model d'elecció discreta per a variables binàries?

- És un model que té com a variable endògena una variable que només pot prendre dos valors (qualitativa discreta dicotòmica). En canvi, les variables explicatives poden ser tant de tipus continu com discret.
- L'interès consisteix a predir quin dels possibles esdeveniments es produirà condicionant-lo al comportament de les variables explicatives.

$$\Pr(\text{esdeveniment } j) = \Pr(Y = j) = f(\text{paràmetres; variables})$$

Introducció

Exemples:

- Comprar o no comprar un cotxe nou
- Aprovar o no aprovar un examen
- Votar o no votar en unes eleccions
- Renovar o no renovar la maquinària
- etc.

Per què no podem utilitzar un model de regressió lineal?

2. Per què no podem utilitzar un model de regressió lineal?

El MRLMG es basa en tot un seguit d'hipòtesis que no es mantindrien a l'analitzar una variable qualitativa discreta dicotòmica:

- Suposem que la variable Y pren valors dins $(-\infty, +\infty)$
- Suposem que la relació entre Y i X és de tipus lineal
- Suposem que els residus de l'estimació MQO es distribueixen segons una distribució normal i que la variància del terme de pertorbació U és constant. (homoscedasticitat)
- El R^2 és un bon indicador de l'ajust del model

Per què no podem utilitzar un model de regressió lineal?

Imaginem un model com el següent:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + u$$

on ara y és una variable dicotòmica ($y = 1$ o $y = 0$).

Com y pot prendre només dos valors, β_j no pot ser interpretat com el canvi que es produeix a y davant d'un increment unitari en x_j .

Si seguim mantenint la hipòtesi que $E(u) = 0$, aleshores:

$$E(y \mid x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

però com y és dictòmica es verificarà que:

$$\Pr(y = 1 \mid x) = E(y \mid x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

Per què no podem utilitzar un model de regressió lineal?

Així, podem interpretar la probabilitat que s'esdevingui que $y = 1$ com una combinació lineal de paràmetres i explicatives.

A més, com les probabilitats han de sumar 1, tindrem que:

$$\Pr(y = 0 \mid x) = 1 - \Pr(y = 1 \mid x)$$

que també serà funció lineal de les x_j .

Aquest és el **MODEL DE PROBABILITAT LINEAL**, en el què els β_j mesuren el canvi en la probabilitat que $y = 1$ quan x_j canvia en una unitat:

$$\Delta \Pr(y = 1 \mid x) = \beta_j \Delta x_j$$

Model de Probabilitat Lineal

3. Model de Probabilitat Lineal

Exemple:

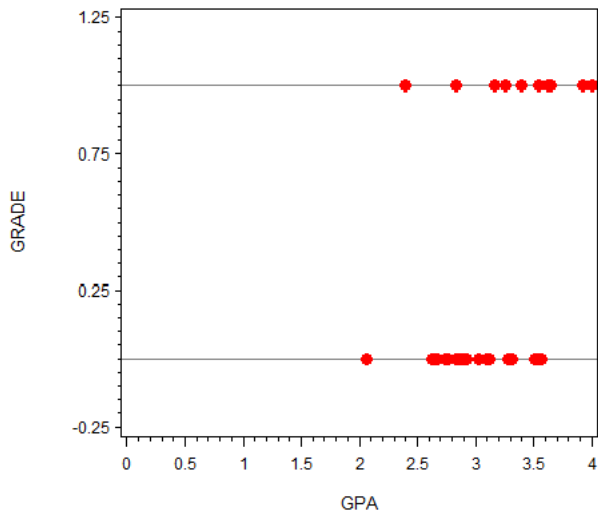
Volem explicar la qualificació obtinguda en una determinada assignatura a partir de la mitjana de l'expedient.

GRADE: pren el valor 1 si la qualificació final va ser una A, 0 si va ser B o C. 11 membres de la mostra (34,38 %) van tenir A i van ser codificats amb 1.

GPA: "Grade point average" Mitjana de l'expedient. Els valors observats van des del 2,06 fins el 4,0 amb mitjana 3,12.

Model de Probabilitat Lineal

Exemple



Model de Probabilitat Lineal

Limitacions

Quines són les limitacions del MPL?

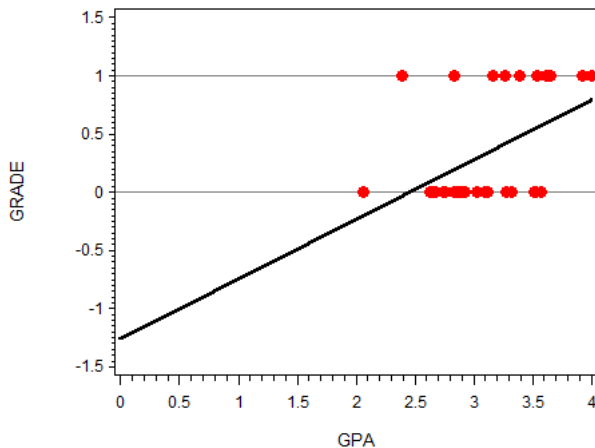
- 1) Estimarem una recta de regressió i per tant, donades certes combinacions dels valors de les variables explicatives, serà possible obtenir valors predits negatius o més grans que 1, que no podran ser doncs interpretats com a probabilitats.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_k x_k$$

$$\hat{y} \in [-\infty, +\infty] \quad \text{però} \quad \Pr(y = 1) \in [0, 1]$$

Model de Probabilitat Lineal

Exemple



Regression Equation:
 $\text{grade} = -1.258567 + 0.514027 \cdot \text{gpa}$

Model de Probabilitat Lineal

Limitacions

- 2) Una probabilitat no pot ser relacionada linealment amb les variables independents per a tots els seus possibles valors.

En l'exemple anterior:

$$\Pr(\text{GRADE} = 1) = \hat{y} = -1,258567 + 0,514027 \text{ GPA}$$

Si GPA augmenta en 2 unitats, ($\Delta \text{GPA} = 2$), aleshores $\Delta \Pr(\text{GRADE} = 1) = 1,028054$, la qual cosa és impossible en termes de probabilitat.

Model de Probabilitat Lineal

Limitacions

- 3) Donada la naturalesa binària de y aleshores no es verificaran dues hipòtesis bàsiques del terme de pertorbació: la normalitat i la homoscedasticitat.

$$\text{Var}(y \mid x) = \text{Pr}(y = 1 \mid x) [1 - \text{Pr}(y = 1 \mid x)]$$

$$\text{Si } y = X\beta + u \quad u = y - X\beta$$

$$y = 1 \quad \implies \quad u = 1 - X\beta$$

$$y = 0 \quad \implies \quad u = -X\beta$$

Model de Probabilitat Lineal

Limitacions

$$\Pr(u = 1 - X\beta) = X\beta \quad \Pr(u = -X\beta) = 1 - X\beta$$

$$\text{Var}(u) = X\beta(1 - X\beta)$$

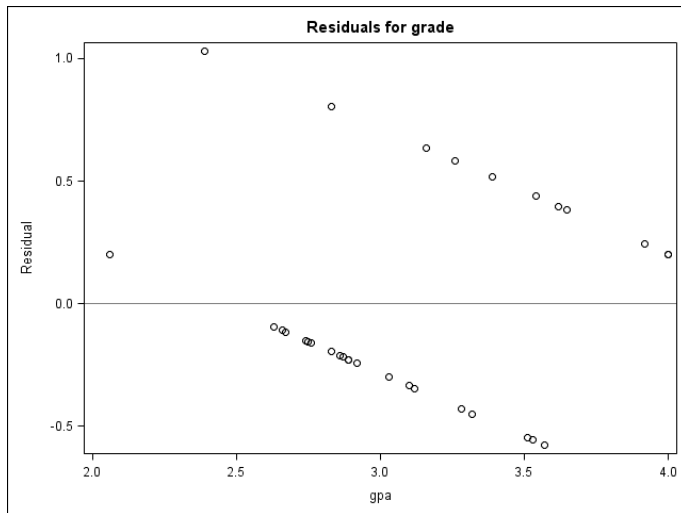
Heteroscedasticitat

No normalitat

Contrastos de significació individual i conjunta no vàlids

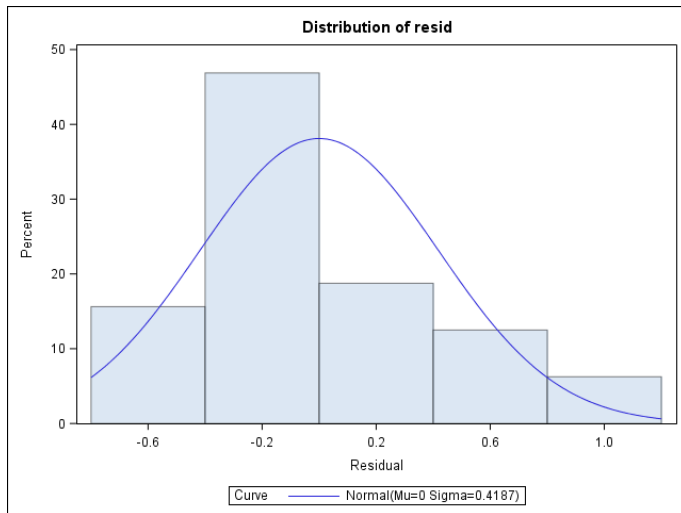
Model de Probabilitat Lineal

Exemple



Model de Probabilitat Lineal

Exemple



Model de Probabilitat Lineal

Limitacions

- 4) El coeficient de determinació R^2 no és representatiu de l'ajust del model.

En tot cas tindria més sentit trobar les prediccions de les decisions individuals fent:

$$\text{Si } \hat{y} \geq 0,5 \quad \implies \quad \tilde{y} = 1$$

$$\text{Si } \hat{y} < 0,5 \quad \implies \quad \tilde{y} = 0$$

i calcular el percentatge de prediccions correctes com a mesura de bondat de l'ajust.

Els Models Probit i Logit

4.Els models Probit i Logit

La idea bàsica és que necessitem trobar una “funció” que relacioni la variable endògena i les variables explicatives de tal manera que no es donin els problemes detectats amb el MRLMG:

- Prediccions negatives
- Prediccions fora de l'interval $[0,1]$
- Linealitat
- Ineficiència
- etc...

Els Models Probit i Logit

Quina funció permet assignar valors des de l'interval $[0,1]$ a valors dins els reals?

Com a mínim, sí que coneixem una funció que actua en la direcció contrària ...

... és la funció de distribució:

A qualsevol valor entre $[-\infty, +\infty]$ li assigna una probabilitat entre 0 i 1.

Els Models Probit i Logit

L'expressió del model seria: $Y = F(X\beta)$

de forma que: $F^{-1}(Y) = X\beta$

Segons quina sigui la distribució de probabilitat tindrem un o altre model:

Model Probit: F de distribució de la normal estàndard

$$F(z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv$$

Model Logit: F de distribució de la logística

$$F(z) = \Lambda(z) = \frac{e^z}{1 + e^z}$$

El Model Probit

5. Formulació del model Probit

Podem deduir el Model PROBIT a partir de considerar un *Model de Variable Latent* subjacent.

Sigui y^* una variable latent, **no observable**, (usualment una utilitat, o diferència d'utilitats, derivada de la decisió individual que volem explicar) que ve determinada per:

$$y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon = \beta_0 + \beta'x + \varepsilon$$

i suposarem que la distribució del terme de pertorbació ε és normal amb mitjana zero i variància 1.

La variable que observem pren valors 0 o 1, d'acord amb:

$$\begin{cases} y = 1 & \text{si } y^* > 0 \\ y = 0 & \text{si } y^* \leq 0 \end{cases}$$

El Model Probit

La hipòtesi de variància unitària d' ε és una normalització que no juga cap paper atès que només observem si y és 0 o 1, depenent únicament del signe de y^* però no de l'escala on es mesuren les dades.

La hipòtesi que el llindar de y^* sigui el 0 tampoc no és rellevant sempre que el model contingui el terme independent.

La probabilitat de l'esdeveniment $y = 1$ és ara:

$$\begin{aligned}\Pr(y = 1) &= \Pr(y^* > 0) = \Pr(\beta_0 + \beta'x + \varepsilon > 0) = \\ &= \Pr[\varepsilon > -(\beta_0 + \beta'x)]\end{aligned}$$

com la distribució normal és simètrica aleshores,

$$\Pr(y = 1) = \Pr(y^* > 0) = \Pr[\varepsilon < (\beta_0 + \beta'x)] = \Phi(\beta_0 + \beta'x)$$

El Model Probit

Estimació del Model PROBIT

Pel que fa a l'estimació, i al tractar-se d'un model no lineal, no es poden aplicar mínims quadrats ordinaris. Cal aplicar mètodes d'estimació basats en la maximització de la funció de versemblança.

Els estimadors màxim versemblants seran no **esbiaixats, consistents, asimptòticament eficients i es distribuiran asimptòticament segons una normal**, el que ens permetrà fer la inferència com hem fet habitualment.

Per obtenir la funció de versemblança considerarem cada observació com una realització mostral d'una variable aleatòria de Bernouilli.

El Model Probit

La probabilitat conjunta o funció de versemblança d'un model amb probabilitat d'èxit ($y = 1$) igual a $\Phi(\beta_0 + \beta'x)$ i n observacions independents serà:

$$\Pr(y_1, \dots, y_n) = \prod_{y=1} [\Phi(\beta_0 + \beta'x)] \prod_{y=0} [1 - \Phi(\beta_0 + \beta'x)]$$

que podem reescriure com:

$$L = \prod_{i=1}^n [\Phi(\beta_0 + \beta'x)]^{y_i} [1 - \Phi(\beta_0 + \beta'x)]^{1-y_i}$$

Prenent logaritmes tindrem:

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \{y_i \ln[\Phi(\beta_0 + \beta'x)] + (1 - y_i) \ln[1 - \Phi(\beta_0 + \beta'x)]\}$$

El Model Probit

La maximització del logaritme de la funció de versemblança és complexa en aquest tipus de models de variable dependent discreta, i més encara en el cas de l'especificació Probit per la presència de la funció de distribució de la normal estàndard.

El procediment més habitual és aplicar mètodes d'optimització numèrics com el **Mètode de Newton** a partir de les condicions de primer ordre i de les derivades segones que conformen el Hessià:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = 0 \quad H = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \beta'}$$

La matriu de variàncies i covariàncies asimptòtica de l'estimador de màxima versemblança es pot estimar a partir de la inversa del Hessià avaluada en l'estimador de màxima versemblança.

El Model Probit

Interpretació dels paràmetres

Donat que en el model Probit $\Pr(y = 1) = \Phi(\beta_0 + \beta'x)$, aleshores valors més elevats de $(\beta_0 + \beta'x)$ impliquen que hi ha una major probabilitat que l'esdeveniment es produeixi, però NO podem interpretar els paràmetres com fèiem fins ara en el MRLM (on una variació unitària d' x implica un canvi de β unitats en la variació de l'endògena).

En el model Probit, l'efecte no és constant al llarg de tot el conjunt de valors sinó que depèn del punt en què l'estiguem avaluant.

El Model Probit

- Efectes marginals al MRLM

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \beta_2$$

- Efectes marginals al Model Probit

$$y_i = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \beta_2 \phi(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})$$

El Model Probit

Per calcular els efectes marginals al Probit, hi ha dos procediments habituals:

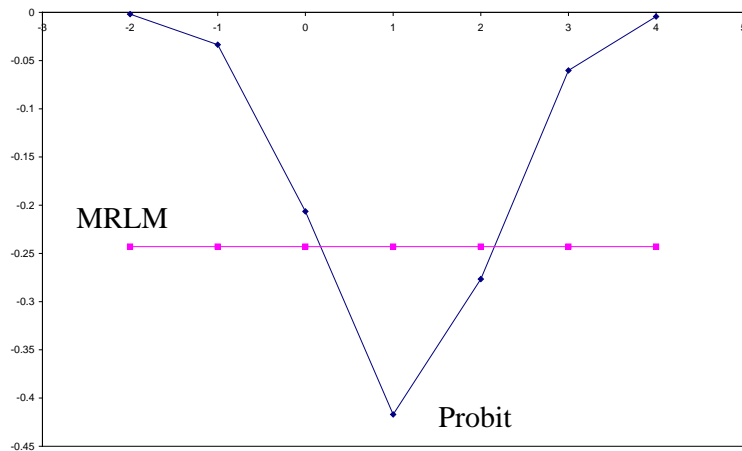
- Els valors de les exògenes es fixen a la mitjana:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = \hat{\beta}_2 \phi(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 + \hat{\beta}_2 \bar{x}_2)$$

- Es permet que les exògenes variïn entre el seu valor mínim i el seu valor màxim i es representen gràficament els resultats (una altra opció és calcular el valor mig d'aquests resultats que seria equivalent a l'anterior si la mostra és prou gran)

El Model Probit

Efectes marginals



El Model Probit

Bondat de l'ajust

- Opció A: Taules de classificació (punt de tall) i calcular el percentatge de prediccions correctes.
- Opció B: Pseudo R^2 de McFadden
Mesura la proximitat del model a les dades observades a partir de la comparació del valor de la funció de versemblança d'un model on només hi ha una constant amb el que es pretén avaluar (està entre 0 i 1)

$$\text{pseudo-}R^2 = 1 - \frac{\ln \{L(\hat{\beta})\}}{\ln \{L(\hat{\beta}_0)\}}$$

$$\ln \{L(\hat{\beta}_0)\} = n[\pi \ln \pi + (1 - \pi) \ln(1 - \pi)]$$

on π és la proporció mostral d'observacions amb $y = 1$.

El Model Probit

Contrastos de restriccions lineals

Contrast de la Raó de Versemblança:

$$LR = -2[\ln L(M_{\text{restringit}}) - \ln L(M_{\text{no restringit}})] \sim \chi_r^2$$

Un equivalent al contrast de significació conjunta seria:

$$-2[\ln L_0 - \ln \hat{L}] \sim \chi_k^2$$

on $\ln \hat{L}$ és la versemblança del model estimat i $\ln L_0$ seria la versemblança del model amb només el terme independent:

$$\ln L_0 = n[\pi \ln \pi + (1 - \pi) \ln(1 - \pi)]$$

on π és la proporció mostral d'observacions amb $y = 1$.

El Model Logit

6. Formulació del model Logit

Podem deduir el Model LOGIT a partir de considerar un *Model de Variable Latent* subjacent.

Sigui y^* una variable latent, **no observable**, (usualment una utilitat, o diferència d'utilitats, derivada de la decisió individual que volem explicar) que ve determinada per:

$$y^* = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon = \beta_0 + \beta'x + \varepsilon$$

i suposarem que la distribució del terme de pertorbació ε és logística.

La variable que observem pren valors 0 o 1, d'acord amb:

$$\begin{cases} y = 1 & \text{si } y^* > 0 \\ y = 0 & \text{si } y^* \leq 0 \end{cases}$$

El Model Logit

La probabilitat de l'esdeveniment $y = 1$ és ara:

$$\begin{aligned}\Pr(y = 1) &= \Pr(y^* > 0) = \Pr(\beta_0 + \beta'x + \varepsilon > 0) = \\ &= \Pr[\varepsilon > -(\beta_0 + \beta'x)]\end{aligned}$$

com la distribució logística és simètrica aleshores,

$$\Pr(y = 1) = \Pr(y^* > 0) = \Pr[\varepsilon < (\beta_0 + \beta'x)] = \Lambda(\beta_0 + \beta'x)$$

$$\Pr(y = 1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta'x)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta'x)}$$

El Model Logit

Estimació del Model LOGIT

D'igual forma que en el Probit, pel que fa a l'estimació, i al tractar-se d'un model no lineal, no es poden aplicar mínims quadrats ordinaris. Cal aplicar mètodes d'estimació basats en la maximització de la funció de versemblança.

Els estimadors màxim versemblants seran no **esbiaixats, consistents, asimptòticament eficients i es distribuïran asimptòticament segons una normal**, el que ens permetrà fer la inferència com hem fet habitualment.

Per obtenir la funció de versemblança considerarem cada observació com una realització mostral d'una variable aleatòria de Bernouilli.

El Model Logit

La probabilitat conjunta o funció de versemblança d'un model amb probabilitat d'èxit ($y = 1$) igual a $\Lambda(\beta_0 + \beta'x)$ i n observacions independents serà:

$$\Pr(y_1, \dots, y_n) = \prod_{y=1} [\Lambda(\beta_0 + \beta'x)] \prod_{y=0} [1 - \Lambda(\beta_0 + \beta'x)]$$

que podem reescriure com:

$$L = \prod_{i=1}^n [\Lambda(\beta_0 + \beta'x)]^{y_i} [1 - \Lambda(\beta_0 + \beta'x)]^{1-y_i}$$

Prenent logaritmes tindrem:

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \{y_i \ln[\Lambda(\beta_0 + \beta'x)] + (1 - y_i) \ln[1 - \Lambda(\beta_0 + \beta'x)]\}$$

El Model Logit

La maximització del logaritme de la funció de versemblança és complexa en aquest tipus de models de variable dependent discreta, tot i que en el Logit no ho és tant com en el Probit.

El procediment més habitual és aplicar mètodes d'optimització numèrics com el **Mètode de Newton** a partir de les condicions de primer ordre i de les derivades segones que conformen el Hessià, que en el Logit són:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^n (y_i - \Lambda_i) x_i = 0 \quad H = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \beta'} = - \sum_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) x_i x_i'$$

La matriu de variàncies i covariàncies asimptòtica de l'estimador de màxima versemblança es pot estimar a partir de la inversa del Hessià avaluada en l'estimador de màxima versemblança.

El Model Logit

Interpretació dels paràmetres

Donat que en el model Probit $\Pr(y = 1) = \Lambda(\beta_0 + \beta'x)$, aleshores valors més elevats de $(\beta_0 + \beta'x)$ impliquen que hi ha una major probabilitat que l'esdeveniment es produeixi, però NO podem interpretar els paràmetres com fèiem fins ara en el MRLM (on una variació unitària d' x implica un canvi de β unitats en la variació de l'endògena).

En el model Logit (com en el Probit), l'efecte no és constant al llarg de tot el conjunt de valors sinó que depèn del punt en què l'estiguem avaluant.

El Model Logit

- Efectes marginals al MRLM

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \beta_1$$

- Efectes marginals al Model Logit

$$y_i = \Lambda(\beta_0 + \beta_1 x_{1i}) = \frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)}}{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \beta_1 \frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)}}{(1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1)})^2} = \beta_1 \Lambda(\beta_0 + \beta_1 x_{1i}) [1 - \Lambda(\beta_0 + \beta_1 x_{1i})]$$

El Model Logit

Per calcular els efectes marginals al Logit, seguim el dos procediments que ja havíem fet servir en el Probit:

- Els valors de les exògenes es fixen a la mitjana:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = \hat{\beta}_1 \Lambda(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x}_1) [1 - \Lambda(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x}_1)]$$

- Es permet que les exògenes variïn entre el seu valor mínim i el seu valor màxim i es representen gràficament els resultats (una altra opció és calcular el valor mig d'aquests resultats que seria equivalent a l'anterior si la mostra és prou gran)

El Model Logit

En el cas del logit és possible calcular l'**odds-ratio**, és a dir, el quocient de probabilitats relatives d'una opció envers l'altra quan s'incrementa en una unitat la variable explicativa, a partir dels coeficients associats a cadascuna de les variables:

$$\text{odds-ratio} = \exp(\beta)$$

$$P_i = \Pr(y = 1) = \frac{e^{(\beta_0 + \beta'x)}}{1 + e^{(\beta_0 + \beta'x)}}$$

$$\text{odd}_i = \frac{P_i}{1 - P_i} = e^{(\beta_0 + \beta'x)} \quad \left(\frac{\text{odd}_i(x_j + 1)}{\text{odd}_i(x_j)} \right) = \exp(\beta_j)$$

El Model Logit

Bondat de l'ajust

- Opció A: Taules de classificació (punt de tall) i calcular el percentatge de prediccions correctes.
- Opció B: Pseudo R^2 de McFadden
Mesura la proximitat del model a les dades observades a partir de la comparació del valor de la funció de versemblança d'un model on només hi ha una constant amb el que es pretén avaluar (està entre 0 i 1)

$$\text{pseudo-}R^2 = 1 - \frac{\ln \{L(\hat{\beta})\}}{\ln \{L(\hat{\beta}_0)\}}$$

$$\ln \{L(\hat{\beta}_0)\} = n[\pi \ln \pi + (1 - \pi) \ln(1 - \pi)]$$

on π és la proporció mostral d'observacions amb $y = 1$.

El Model Logit

Contrastos de restriccions lineals

Contrast de la Raó de Versemblança:

$$LR = -2[\ln L(M_{\text{restringit}}) - \ln L(M_{\text{no restringit}})] \sim \chi_r^2$$

Un equivalent al contrast de significació conjunta seria:

$$-2[\ln L_0 - \ln \hat{L}] \sim \chi_k^2$$

on $\ln \hat{L}$ és la versemblança del model estimat i $\ln L_0$ seria la versemblança del model amb només el terme independent:

$$\ln L_0 = n[\pi \ln \pi + (1 - \pi) \ln(1 - \pi)]$$

on π és la proporció mostral d'observacions amb $y = 1$.

Comparació entre el Model Probit i el Model Logit

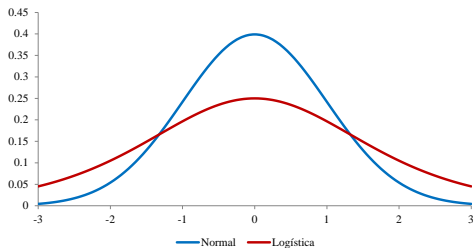
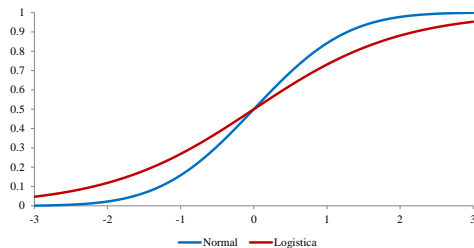
Compàració entre el Model Probit i el Model Logit

La distribució Logística és semblant a la distribució normal, excepte per les seves cues: són més altes a la logística.

La logística s'assembla més a la distribució t-Student amb 7 graus de llibertat.

Per tant, les dues distribucions tendeixen a donar probabilitats molt semblants per a valors intermedis de $\beta'x$.

Comparació entre el Model Probit i el Model Logit



Comparació entre el Model Probit i el Model Logit

Els dos models donaran prediccions diferents si la mostra:

- té poques respostes afirmatives (pocs valors $y = 1$) o poques respostes negatives (pocs valors $y = 0$).
- gran variabilitat en una de les variables explicatives de rellevància.

Comparació entre el Model Probit i el Model Logit

Atès que ambdues distribucions s'assemblen més en el centre de la distribució, és a dir, quan $F = 0,5$ i $\beta'x = 0$, aleshores les densitats respectives seran:

$$\phi(0) = 0,3989 \quad \Lambda(0)(1 - \Lambda(0)) = 0,25$$

i per tant els efectes marginals:

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = \hat{\beta}_{\text{Probit}} \phi(0) = 0,3989 \hat{\beta}_{\text{Probit}}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = \hat{\beta}_{\text{Logit}} \Lambda(0)(1 - \Lambda(0)) = 0,25 \hat{\beta}_{\text{Logit}}$$

que coincidiran si:

$$0,3989 \hat{\beta}_{\text{Probit}} = 0,25 \hat{\beta}_{\text{Logit}} \quad \hat{\beta}_{\text{Logit}} = 1,6 \hat{\beta}_{\text{Probit}}$$

Econometria

Tema 8: Models de variable dependent dicotòmica

Ramon Alemany

Grau Estadística UB-UPC

Curs 2017-18