

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

*“Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e  
Grafo de Conexão Serial Para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca  
de Rochas-Reservatório de Petróleo”*

Tese Submetida a Universidade Federal de Santa Catarina Para Obtenção do  
Grau de Doutor em Engenharia Mecânica

Eng. André Duarte Bueno

Florianópolis, Agosto de 2001

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

*"Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e  
Grafo de Conexão Serial Para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca  
de Rochas-Reservatório de Petróleo"*

ENG. ANDRÉ DUARTE BUENO

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

**DOUTOR EM ENGENHARIA**

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. Júlio César Passos, Dr.(Coordenador)

---

Prof. Paulo Cesar Philippi, Dr.Ing.(Orientador)

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Fábio Santana Magnani, Dr. (Relator)

---

Prof. Farid Salomão Shecaira, Ph.D.

---

Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Junior, Ph.D.

---

Prof. Celso Peres Fernandes, Dr.

---

Prof. Paulo Cesar Philippi, Dr Ing.

---

*à Fátima, Júlia e Sofia  
ao Jesus Cristo*

À Paulo Cesar Philippi pelo acompanhamento ao longo do desenvolvimento de todos os trabalhos, sempre indicando o melhor caminho a ser seguido.

Ao professor Roberto Lamberts que me inseriu no meio científico como orientador de mestrado.

Aos professores Celso Peres Fernandes e José Antonio Bellini da Cunha Neto, pelas constantes discussões a respeito dos conceitos da área e aos amigos Nathan Mendes, Liang Zhirong, Luiz Orlando Emerich do Santos, Marcos Cabral Damiani.

Aos professores, Saulo Guths, Vicente de Paulo Nicolau, Jean François Daian.

Aos membros da banca, professores Fábio Santana Magnani, Farid Salomão Shecaira, Amir Antônio Martins de Oliveira Junior, Celso Peres Fernandes.

Ao CENPES/PETROBRAS pelo fornecimento das imagens e dos dados de intrusão de mercúrio e permeabilidade experimental.

Aos membros da *Mesa Redonda*, onde a discussão política e os rumos do país e da pesquisa científica foram traçados; onde o futebol maravilhoso do Palmeiras foi exaltado, onde o jogo de xadrez rolou solto, onde o Windows foi execrado e o Linux idolatrado, onde o C++ foi bendito. Onde milhares de modelos foram concebidos, centenas de algoritmos esboçados, onde dezenas de programas e resultados foram apresentados. Onde a liberdade de expressão e de pensamentos sempre pode ser exercida. Aos seus membros Aldomar Pedrini, Amir Antônio Martins de Oliveira Junior, Anastácio Silva, Adirley André Kramer, Carlos Eduardo Paghi, Carlos Enrique Pico Ortiz, Celso Peres Fernandes, Claudia Lavigne, Diego Silva, Fábio Santana Magnani, Fabiano Gilberto Wolf, Fernando Pires Maluf, Geziel Schaukoski de Oliveira, Henrique Cesar de Gaspari, Jaison Seberino Meiss, Jean François Daian, Luís Adolfo Hegele Júnior, Luis Gustavo Bertezini, José Antonio Bellini da Cunha Neto, Maria Teresa C.M.B, Liang Zhirong, Luiz Orlando Emerich do Santos, Marcos Cabral Damiani, Nathan Mendes, Paulo Cesar Facin, Paulo Cesar Philippi, Saulo Guths, Sávio Leandro Bertoli, Rogério Vilain, Rodrigo Hoffmann, Rodrigo Surmas, Rosiane Martorano, Roberto Barazzetti Junior, Vicente de Paulo Nicolau, Walter Félix Cardoso Neto.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Escopo do Problema . . . . .	1
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	3
1.3	Objetivos . . . . .	9
1.4	Organização do Documento . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Geometria, Morfologia e Topologia do Meio Poroso</b>	<b>13</b>
2.1	Etapas da Análise de Imagens . . . . .	13
2.2	Preparação das Lâminas e Aquisição das Imagens . . . . .	14
2.3	Pré-Processamento . . . . .	14
2.4	Segmentação das Fases . . . . .	16
2.5	Caracterização das Imagens Segmentadas . . . . .	20
2.5.1	Caracterização pela morfologia matemática . . . . .	23
2.5.2	Esqueleto . . . . .	26
2.5.3	Algoritmo de rotulagem tridimensional . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Métodos de Reconstrução Tridimensional</b>	<b>31</b>
3.1	Método de Reconstrução JQA . . . . .	31
3.1.1	Filtro linear . . . . .	32
3.1.2	Filtro não linear . . . . .	32
3.1.3	Solução do problema inverso . . . . .	33
3.2	Método de Reconstrução Misto de Ioannidis <i>et al.</i> (1995) . . . . .	34
3.3	Método de Reconstrução de Liang <i>et al.</i> (1998) . . . . .	35
3.3.1	Parâmetros do método de reconstrução . . . . .	36
3.4	Método de Reconstrução das Esferas Sobrepostas, <i>Santos et al.</i> (2002) . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Estudo das Representações Tridimensionais</b>	<b>41</b>
4.1	Discussão do Método de Reconstrução da Gaussiana Truncada . . . . .	42

4.1.1	Visualização de planos de imagens reconstruídas . . . . .	43
4.1.2	Efeito da discretização . . . . .	46
4.1.3	Visualização tridimensional . . . . .	46
4.1.4	Estudo das propriedades das imagens reconstruídas . . . . .	47
4.2	Discussão do Método de Reconstrução das Esferas Sobrepostas . . . . .	53
4.3	Conclusões Sobre a Representação Tridimensional . . . . .	57
4.4	Rochas Analisadas . . . . .	59
4.4.1	Propriedades das rochas . . . . .	59
4.4.2	Análise geométrica para Berea 500 . . . . .	63
4.4.3	Análise geométrica para P320_K642 . . . . .	65
4.4.4	Análise geométrica para P223_K154 . . . . .	68
4.4.5	Análise geométrica para P275_K316 . . . . .	69
4.4.6	Análise geométrica para P262_K70 . . . . .	70
4.4.7	Análise geométrica para P238_K145 . . . . .	70
4.4.8	Análise geométrica para P262_K441 . . . . .	71
4.4.9	Análise geométrica para P148_K2 . . . . .	72
4.4.10	Análise geométrica para P240_K104 . . . . .	73
5	<b>Configurações de Equilíbrio em Processos Bifásicos de Invasão de Fluidos</b> . . . . .	75
5.1	Conceitos Básicos no Estudo do Fluxo Bifásico . . . . .	75
5.2	Determinação das Configurações de Equilíbrio . . . . .	79
5.2.1	Hipóteses simplificadoras . . . . .	79
5.2.2	Solução geométrica . . . . .	80
5.2.3	Revisão do algoritmo . . . . .	82
5.3	Simulação da Intrusão de Mercúrio . . . . .	82
5.3.1	Porosimetria a mercúrio . . . . .	83
5.3.2	Aspectos computacionais . . . . .	83
5.3.3	Rochas analisadas . . . . .	85
5.3.4	Intrusão de mercúrio para lâmina P262_K70 . . . . .	85
5.3.5	Intrusão de mercúrio para lâmina P275_K316 . . . . .	87
5.3.6	Intrusão de mercúrio para lâmina P320_K642 . . . . .	88
5.3.7	Intrusão de mercúrio para lâmina P223_K154 . . . . .	90
5.3.8	Intrusão de mercúrio para lâmina P238_K145 . . . . .	91
5.3.9	Intrusão de mercúrio para lâmina P240_K104 . . . . .	92
5.3.10	Conclusões a respeito das simulações de intrusão de mercúrio . . . . .	92
5.4	Simulação de Embebição e Drenagem . . . . .	93

5.4.1	Efeito do uso de fator de amplificação 1 e 6 em simulações de embebição e drenagem . . . . .	93
<b>6</b>	<b>Modelo do Grafo de Conexão Serial e Método para Determinação da Permeabilidade</b>	<b>97</b>
6.1	Permeabilidade Intrínseca . . . . .	97
6.2	Modelos Para Determinação da Permeabilidade . . . . .	98
6.3	Modelo do Esqueleto de Liang <i>et al.</i> (1997) . . . . .	102
6.3.1	Discussão do método do esqueleto . . . . .	103
6.4	Conceitos de Grafo, Rede e Esqueleto . . . . .	106
6.5	Modelo do Grafo de Conexão Serial . . . . .	107
6.5.1	Definições relacionadas ao grafo de conexão serial . . . . .	108
6.5.2	Seqüência para determinação do grafo de conexão serial . . . . .	109
6.6	Método Para Determinação da Permeabilidade Com Uso do Grafo de Conexão Serial . . . . .	109
6.6.1	Hipóteses simplificadoras do método de determinação da permeabilidade . . . . .	109
6.6.2	Modelos de cálculo das propriedades das conexões (raio hidráulico, condutâncias) . . . . .	110
6.6.3	Seqüência para determinação da permeabilidade com o grafo de conexão serial . . . . .	112
6.6.4	Discussão do método de determinação da permeabilidade com o grafo de conexão serial . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Resultados Para a Permeabilidade</b>	<b>117</b>
7.1	Aspectos Computacionais . . . . .	117
7.2	Resultados para Berea 500 . . . . .	119
7.3	Resultados para P320_K642 . . . . .	123
7.4	Resultados para P238_K145 . . . . .	125
7.5	Resultados para P262_K70 . . . . .	126
7.6	Resultados para P275_K316 . . . . .	126
7.7	Resultados para P223_K154 . . . . .	127
7.8	Resultados para P262_K441 . . . . .	128
7.9	Resultados para P148_K2 . . . . .	129
7.10	Resultados para P240_K104 . . . . .	129
7.11	Resultados para Berea 200 . . . . .	130

7.12 Comparação dos Resultados de Permeabilidade Obtidos Com o Método do Grafo de Conexão Serial, Com os Métodos do Esqueleto, de Gás em Rede e de Rede de Percolação . . . . .	132
<b>8 Conclusões</b>	<b>135</b>
<b>A Modelagem Computacional do Grafo de Conexão Serial</b>	<b>147</b>
A.1 Sobre a Modelagem Orientada a Objetos . . . . .	147
A.1.1 Etapas da modelagem orientada a objeto . . . . .	147
A.1.2 Definições fundamentais . . . . .	148
A.2 Aspectos Computacionais do Grafo de Conexão Serial . . . . .	148
A.2.1 Especificação . . . . .	149
A.2.2 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TObjetoGrafo . . . . .	149
A.2.3 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TGrafo . . . . .	153
A.2.4 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TPermeabilidade . . . . .	155
<b>B Sobre o Uso do Módulo de Determinação das Curvas de Intrusão de Mercúrio</b>	<b>157</b>
<b>C Avaliação do Comportamento das Representações Tridimensionais Obtidas Com o Método da Gaussiana Truncada Após Eliminação da Aproximação de Adler <i>et al.</i>(1990)</b>	<b>161</b>
C.1 Estudo da Relação Entre Rz e Ry no Método de Reconstrução da Gaussiana Truncada . . . . .	162
C.2 Modificações no Algoritmo de Cálculo do Grafo de Conexão Serial . . . . .	167
C.3 Resultados Para Rocha Reservatório P262_K70 (gt2) . . . . .	168
C.3.1 Análise geométrica para representações do P262_K70 . . . . .	168
C.3.2 Permeabilidade para representações do P262_K70 . . . . .	171
C.3.3 Intrusão de mercúrio para representações do P262_K70 . . . . .	172
C.4 Resultados Para Rocha Reservatório P275_K316 (gt2) . . . . .	175
C.4.1 Análise geométrica para representações do P275_K316 . . . . .	175
C.4.2 Permeabilidade para representações do P275_K316 . . . . .	175
C.4.3 Intrusão de mercúrio para representações do P275_K316 . . . . .	175
C.5 Resultados Para Rocha Reservatório P223_K154 (gt2) . . . . .	178
C.5.1 Análise geométrica para representações do P223_K154 . . . . .	178
C.5.2 Permeabilidade para representações do P223_K154 . . . . .	178
C.5.3 Intrusão de mercúrio para representações do P223_K154 . . . . .	178
C.6 Resultados Para Rocha Reservatório P238_K145 (gt2) . . . . .	181

C.6.1	Análise geométrica para representações do P238_K145 . . . . .	181
C.6.2	Permeabilidade para representações do P238_K145 . . . . .	182
C.6.3	Intrusão de mercúrio para representações do P238_K145 . . . . .	182
C.7	Resultados Para Rocha Reservatório P320_K642 (gt2) . . . . .	184
C.7.1	Análise geométrica para representações do P320_K642 . . . . .	184
C.7.2	Permeabilidade para representações do P320_K642 . . . . .	185
C.7.3	Intrusão de mercúrio para representações do P320_K642 . . . . .	185
C.8	Resultados Para Rocha Reservatório P240_K104 (gt2) . . . . .	187
C.8.1	Análise geométrica para representações do P240_K104 . . . . .	187
C.8.2	Permeabilidade para representações do P240_K104 . . . . .	188
C.8.3	Intrusão de mercúrio para representações do P240_K104 . . . . .	188
C.9	Análise dos Resultados . . . . .	189
C.10	Conclusões Para Gaussiana Truncada 2 . . . . .	193
D	<i>Two Phase Equilibrium Distribution in Three-Dimensional Porous Microstructures</i>	195



# Listas de Figuras

2.1	Etapas fundamentais no processamento digital de imagens, aplicadas ao estudo de lâminas de meios porosos [adaptado de Gonzales e Woods (1992)]. . . . .	15
2.2	Equipamento para polimento, duas lâminas e microscópio ótico com câmara para captura de vídeo. . . . .	15
2.3	Imagen obtida no LMPT (Fonte: Cunha Neto, 2001) . . . . .	17
2.4	Imagen colorida do Berea 200, antes (a) e depois (b) do pré-processamento com filtro passa-baixa. . . . .	17
2.5	Fases HSI. . . . .	18
2.6	Módulo de binarização HSI. . . . .	18
2.7	Imagen colorida do Berea 500, binarizada utilizando-se os algoritmos HSI, RGB e Neural. . . . .	18
2.8	Imagen cinza do Berea 500, binarizada utilizando-se diferentes algoritmos descritos em Parker (1997). . . . .	19
2.9	Função autocorrelação nas direções x e y, e determinada usando FFT. . . . .	21
2.10	Conectividade bidimensional em $c_4$ e $c_8$ e conectividade tridimensional em $c_6$ , $c_{18}$ e $c_{26}$ . . . . .	22
2.11	Operações da morfologia matemática. . . . .	24
2.12	Imagen do esqueleto bidimensional, obtida usando o algoritmo de Zhang-Suen, descrito em Parker (1997), e imagens do esqueleto bidimensional determinadas usando novos algoritmos sobre a IDF. . . . .	26
2.13	Algoritmo de rotulagem. . . . .	29
2.14	Imagen tridimensional rotulada. . . . .	30
3.1	Seções bidimensionais de uma imagem 3D reconstruída pelo método misto de Ioannidis <i>et al.</i> (1995) [Ioannidis <i>et al.</i> (1995)] . . . . .	34
3.2	Seqüência da reconstrução de Liang <i>et al.</i> (1998). . . . .	36
3.3	Imagen reconstruída com o método da gaussiana truncada (fase porosa). . . . .	39
3.4	Imagen reconstruída com o das esferas sobrepostas. . . . .	39

4.1	Visualização dos planos $z_0$ , $z_1$ e $z_{99}$ de representação do Berea 500 gerada com gaussiana truncada usando $n=1$ , $N=100$ . . . . .	43
4.2	Visualização de representações do Berea 500 geradas com gaussiana truncada, usando $n=1$ e dimensão $100^3, 200^3, 300^3$ . . . . .	44
4.3	Comparação dos planos $z_0$ e $z_1$ para representação obtida com gaussiana truncada ( $n=1$ ). . . . .	45
4.4	Comparação dos planos $z_0$ e $z_1$ para representação obtida com gaussiana truncada ( $n=6$ ). . . . .	45
4.5	Visualização do planos $z_0$ , $z_1$ de representação do P223_K154 gerada com gaussiana truncada ( $n=1$ , $N=300$ ). . . . .	46
4.6	Visualização de como uma bola é reconstruída com fator de amplificação 1 e 6. .	46
4.7	Diagrama das escalas, ao gás, ao porosímetro e ao microscópio ótico em (a); e a diferentes fatores de amplificação em (b). . . . .	48
4.8	Função autocorrelação de representações do P262_K70 geradas com gaussiana truncada. . . . .	50
4.9	Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262_K70 geradas com gaussiana truncada. . . . .	50
4.10	Função distribuição de tamanho de poros de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada. . . . .	51
4.11	Visualização dos planos $z_0$ , $z_1$ e $z_{199}$ de representação do P223_K154 reconstruídas com esferas sobrepostas ( $n=1$ , $N=200$ ). . . . .	53
4.12	Visualização de representações do P223_K154 reconstruídas com esferas sobrepostas e dimensão crescente ( $n=1$ $N=100$ a $N=600$ ). . . . .	54
4.13	Função autocorrelação de representações do P223_K154, geradas com esferas sobrepostas. . . . .	55
4.14	Função distribuição de tamanho de poros de representações do P223_K154, geradas com esferas sobrepostas usando $n=1$ $N=100, 600$ . . . . .	56
4.15	Em (a) representação do P223_K154 gerada com gaussiana truncada ( $n=3$ , $np=72$ , $N=300$ ), em (b) a função distribuição de tamanho de poros. . . . .	56
4.16	Visualização 3D de representação do Berea 500, gerada com gaussiana truncada. .	58
4.17	Visualização 3D do Berea 500, gerada com $gt\ n=1\ np=60\ N=200$ . . . . .	58
4.18	Visualização 3D do P223_K154, gerada com esf $n=1\ N=200$ . . . . .	58
4.19	Imagen Berea 500, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	60
4.20	Imagen P320_K642, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	60
4.21	Imagen P275_K316, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	60
4.22	Imagen P223_K154, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	61

4.23 Imagem P262_K70, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	61
4.24 Imagem P238_K145, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	61
4.25 Imagem P262_K441, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	62
4.26 Imagem P148_K2, colorida (a) e binarizada (b). . . . .	62
4.27 Imagem P240_K104 , colorida (a) e binarizada (b). . . . .	62
4.28 Função autocorrelação de representações do Berea 500 geradas com gaussiana truncada, usando $n=1,2,3$ $np=60$ $N=100$ . . . . .	63
4.29 Função autocorrelação de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada, usando $n=1,2,3$ $np=60$ $N=300$ . . . . .	65
4.30 Função autocorrelação para imagem P320_K642 (média). . . . .	66
4.31 Função autocorrelação de representações do P320_K642. . . . .	67
4.32 Função distribuição de tamanho de poros de representações do P320_K642. . . . .	67
4.33 Função distribuição de tamanho de poros de representações do P275_K316. . . . .	69
4.34 Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262_K70. . . . .	70
4.35 Função autocorrelação e função distribuição de tamanho de poros de representações do P238_K145. . . . .	71
4.36 Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262_K441. . . . .	72
4.37 Função distribuição de tamanho de poros de representações do P148_K2 geradas com esferas sobrepostas ( $n=1$ $N=400$ e $N=600$ ). . . . .	73
4.38 Função autocorrelação e distribuição de tamanho de poros de representações do P240_K104. . . . .	74
 5.1 Em (a) a tensão interfacial entre dois fluidos e uma parede sólida, $G$ representa o fluido não molhante e $L$ o fluido molhante. Em (b) ilustra-se os raios de curvatura formados pela água-ar em contato com um sólido (Bear, 1972). . . . .	77
5.2 Curva de embebição e drenagem (Bear, 1972). . . . .	78
5.3 Definição das regiões. . . . .	80
5.4 Visualização 3D da simulação da intrusão de mercúrio (raios 5,4,3). . . . .	84
5.5 Visualização 3D da simulação da intrusão de mercúrio (raios 2,1). . . . .	85
5.6 Intrusão de mercúrio para e função conectividade de representações do P262_K70. .	86
5.7 Intrusão de mercúrio e função conectividade para representações P275_K316. .	87
5.8 Efeito do aumento do fator de amplificação . . . . .	87
5.9 Intrusão de mercúrio para representações do P320_K642. . . . .	89
5.10 Função conectividade e função distribuição de tamanho de poros para representações do P320_K642 ( $gt\ n=1\ np=24\ N=200$ , $gt\ n=2\ np=24\ N=300$ , $esf\ n=1\ N=300$ ). . . . .	89
5.11 Intrusão de mercúrio e função conectividade de representações do P223_K154. .	90

5.12 Intrusão de mercúrio e função conectividade para representações do P238_K145.	91
5.13 Intrusão de mercúrio (a) e função conectividade (b) para representações do P240_K104.	92
5.14 Visualização de planos consecutivos de uma embebição (Berea 500 $n=6$ np=60 N=100).	93
5.15 Visualização 3D da embebição em uma representação do Berea 500 ( $n=6$ np=60 N=50).	94
5.16 Visualização 3D da embebição em uma representação do Berea 500 ( $n=1$ np=60 N=200).	95
 6.1 Valores típicos de permeabilidade e condutividade hidráulica (Bear, 1972).	98
6.2 Esqueleto de representações simples.	105
6.3 Em (a) o esqueleto tridimensional de uma imagem reconstruída, em (b) o esqueleto da mesma representação após aplicação do filtro de fechamento.	105
6.4 Seção de um Berea 500 reconstruído em (a) e esboço em (b) ilustrando a idéia do grafo de conexão serial.	107
6.5 Ilustração do cálculo da área e do perímetro de um objeto discreto em uma seção bidimensional.	110
6.6 Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 1.	111
6.7 Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 2.	111
6.8 Conexão dupla entre dois sítios.	112
6.9 Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 3.	112
6.10 Visualização tridimensional de uma bola (a), seu esqueleto (b) e seu grafo (c).	115
6.11 Visualização tridimensional de uma representação do P262_K70 (a), seu esqueleto (b) e seu grafo (c).	115
6.12 Atenuação da resistência lateral.	115
6.13 Ilustração das regiões de interferência do fluxo lateral.	116
6.14 Simulação de um escoamento com o software LG-FLOW.	116
 7.1 Função distribuição de tamanho de poros de representações do Berea 500 geradas com <i>gaussiana truncada</i> ( $n=1$ np=60 N=350 e $n=2$ np=60 N=300) e <i>esferas sobrepostas</i> ( $n=1$ N=400).	122
7.2 Em (a) o número de sítios do grafo em função da dimensão da representação. Em (b) os tempos de processamento em função da dimensão da representação.	124
7.3 Função autocorrelação e distribuições de tamanhos de poros de representações do Berea 200.	131
 A.1 Tipos de conexões suportadas por um objeto TSitio.	149

A.2 Exemplo de rede com objetos TSitio. . . . .	150
A.3 Tipos de conexões suportadas por um objeto Tligacao. . . . .	150
A.4 Exemplo de rede com objetos Tligacao. . . . .	150
A.5 Exemplo de rede com objetos TSitio e Tligacao. . . . .	151
A.6 Tipos de conexões suportadas por um objeto TComponenteGrafo. . . . .	151
A.7 Exemplo de rede com objetos TComponenteGrafo. . . . .	151
A.8 Hierarquia de Objetos do Grafo. . . . .	152
A.9 Hierarquia de grafos. . . . .	154
A.10 Hierarquia do objeto TPermeabilidadeGrafo. . . . .	156
B.1 Aplicação do filtro de conectividade tridimensional no software desenvolvido. . .	158
B.2 Chamando a função de determinação da intrusão de mercúrio. . . . .	158
B.3 Gráfico com a curva de intrusão de mercúrio. . . . .	159
C.1 Curvas de Rz (exponencial) e Ry (gaussiana) para gt1 e gt2, (Porosidade de 50%).	162
C.2 Relação entre Rz e Ry, determinados com gt1, gt2 e analiticamente, . . . . .	163
C.3 Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 5% a 10% . . . . .	164
C.4 Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 15% a 20% . . . . .	164
C.5 Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 25% a 30% . . . . .	165
C.6 Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 35% a 40% . . . . .	165
C.7 Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 45% a 50% . . . . .	165
C.8 Relação entre o deslocamento u, Ry-gt1 e Ry-gt2 para diferentes valores de porosidade. . . . .	166
C.9 Visualização de representações do P262_K70, obtidas com gt1,2-n1,2-np60-N300-lp. . . . .	169
C.10 Função autocorrelação para representações do P262_K70 obtidas com aplicação do filtro passa baixa (lp) com gt1 e gt2. . . . .	170
C.11 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P262_K70 obtidas com aplicação do filtro passa baixa (lp) com gt1 e gt2. . . . .	171
C.12 Visualização de representações do P262_K70 obtidas com gt2: n1-np60-N300-lp e n1-np60-N300-slp. . . . .	172
C.13 Função autocorrelação para representação do P262_K70 obtidas sem filtro passa baixa e usando gt2. . . . .	173
C.14 Função autocorrelação (a) e Função distribuição de tamanho de poros (b) para representação do P262_K70 obtidas sem filtro passa baixa e usando gt2. . . . .	173
C.15 Função conectividade para representações do P262_K70, incluindo representações geradas com gt2. . . . .	174

C.16 Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P262_K70 geradas usando gt2. . . . .	174
C.17 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P275_K316 geradas usando gt2. . . . .	176
C.18 Função conectividade para representações do P275_K316, incluindo representações geradas com gt2. . . . .	176
C.19 Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P275_K316 geradas usando gt2. . . . .	177
C.20 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P223_K154 geradas usando gt2. . . . .	179
C.21 Função conectividade para representações do P223_K154, incluindo representações geradas com gt2. . . . .	179
C.22 Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P223_K154 geradas usando gt2. . . . .	180
C.23 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P238_K145 geradas usando gt1, gt2, esf. . . . .	181
C.24 Função conectividade para representações do P238_K145, incluindo representações geradas com gt2. . . . .	183
C.25 Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P238_K145 geradas usando gt2. . . . .	183
C.26 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P320_K642 geradas usando gt2. . . . .	184
C.27 Função conectividade para representações do P320_K642 geradas usando gt2. . . . .	186
C.28 Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P320_K642 geradas usando gt2. . . . .	186
C.29 Função distribuição de tamanho de poros para representações do P240_K104 geradas usando gt2. . . . .	187
C.30 Função conectividade (a) e simulações de intrusão de mercúrio (b) para representações do P240_K104 geradas usando gt2. . . . .	189

# Listas de Tabelas

4.1	Resultados de permeabilidade obtidos por Liang (1997) para Berea 500. . . . .	41
4.2	Porosidade em função da dimensão. . . . .	49
4.3	Porosidades conectada $\varepsilon_{c6}$ em função da dimensão $10^3$ a $100^3$ . . . . .	52
4.4	Porosidade conectada $\varepsilon_{c6}$ em função da dimensão $100^3$ a $350^3$ . . . . .	52
4.5	Porosidade total e conectada para representações do P223_K154. . . . .	55
4.6	Propriedades das Rochas. . . . .	59
4.7	Porosidade total e conectada para representações do Berea 500 Efeito do fator de amplificação (np=60 N=100) . . . . .	64
4.8	Porosidade total e conectada para representações do Berea 500 Efeito do fator de amplificação (np=60 N=300). . . . .	65
4.9	Porosidade total e conectada para representações do P320_K642 - Efeito do fator de amplificação (np=24 N=200). . . . .	68
4.10	Porosidade total e conectada para representações do P320_K642 - Efeito da dimensão. . . . .	68
4.11	Porosidade total e conectada para representações do P275_K316. . . . .	69
4.12	Porosidade total e conectada para representações do P262_K70. . . . .	70
4.13	Porosidade total e conectada para representações do P238_K145. . . . .	71
4.14	Porosidade total e conectada para representações do P262_K441 ( $n=5$ , np=75). .	72
4.15	Porosidade total e conectada para representação do P148_K2. . . . .	73
4.16	Porosidade total e conectada para representações do P240_K104. . . . .	74
7.1	Especificações das máquinas Enterprise e Mercúrio. . . . .	118
7.2	Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada usando np=60 N=100. . . . .	119
7.3	Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada usando np=60 N=300. . . . .	120
7.4	Porosidade total e conectada de representação do Berea 500 (gt,n=2, np=60, N=200). . . . .	121

7.5	Efeito da dimensão sobre a permeabilidade de representações do Berea 500 ( $n=2$ np=60). . . . .	121
7.7	Permeabilidade de representações do Berea 500 geradas com esferas sobrepostas usando $n=1$ N=100,600. . . . .	122
7.9	Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do P320_K642, geradas com gaussiana truncada usando np=24 N=200. . . . .	123
7.11	Efeito da dimensão da imagem sobre a permeabilidade de representações do P320_K642, geradas com gaussiana truncada usando $n=2$ . . . . .	124
7.13	Permeabilidade de representações do P320_K642 (esf. $n=1$ , N=100 a N=500). . .	125
7.15	Resultados de permeabilidade para representações do P238_K145. . . . .	125
7.16	Resultados de permeabilidade para representações do P262_K70. . . . .	126
7.17	Resultados de permeabilidade de representações do P275_K316. . . . .	126
7.18	Resultados de permeabilidade para representações do P223_K154, geradas com gaussiana truncada. . . . .	127
7.19	Resultados de permeabilidade para representações do P223_K154 geradas com esferas sobrepostas. . . . .	128
7.21	Resultados de permeabilidade para representações do P262_K441, geradas com gaussiana truncada usando $n=5$ np=75 . . . . .	128
7.22	Resultado de permeabilidade para representação do P148_K2, gerada com esferas sobrepostas. . . . .	129
7.23	Resultados de permeabilidade para representações do P240_K104. . . . .	130
7.24	Porosidade total e conectada de representações do Berea 200. . . . .	130
7.25	Efeito da aplicação do filtro passa-baixa sobre os valores de permeabilidade para representações do Berea 200. . . . .	130
7.26	Comparação dos resultados de permeabilidade (mD) obtidos pelo método do grafo de conexão serial (k-gcs), com os métodos do esqueleto (k-ske), de gás em rede (k-LG) e de rede de percolação (k-rede). . . . .	133
C.1	Porosidade total e conectada para representações do P262_K70 geradas com gt1 e gt2. . . . .	170
C.2	Resultados de permeabilidade para representações do P262_K70 geradas com gt2.171	
C.3	Porosidade total e conectada para representações do P275_K316. . . . .	175
C.4	Porosidade total e conectada para representações do P238_K145. . . . .	182
C.5	Porosidade total e conectada de representações do P320_K642 . . . . .	185
C.6	Permeabilidade de representações do P320_K642. . . . .	185
C.8	Porosidade total e conectada para representações do P240_K104. . . . .	188
C.9	Resultados de permeabilidade para representações do P240_K104. . . . .	188

C.10 Comparação dos resultados de permeabilidade (mD) obtidos pelo método do grafo de conexão serial (k-gcs), com os métodos do esqueleto (k-ske), de gás em rede (k-LG) e de rede de percolação (k-rede). Adaptado de Bueno (2001). . . . 191

## Simbologia

A simbologia é apresentada em ordem alfabética.

### Alfabeto Latino

*a*<sub>1</sub> Coeficiente de uma relação (eq. 3.11).

*a*(*r,s,t*) Coeficientes de uma matriz.

*abe*<sup>EE</sup>(*X*) Operação abertura.

*A* Área da seção perpendicular ao fluxo de massa [*m*<sup>2</sup>].

*A*<sup>*i*</sup> Espaço geométrico ocupado pelo fluido A, no passo *i*.

*b*(*y*),*B*<sub>*m*</sub> Coeficientes de uma relação.

*B*<sup>*i*</sup> Espaço geométrico ocupado pelo fluido B, no passo *i*.

*C*(*u*) Função autocorrelação.

*c*<sub>4</sub>, *c*<sub>8</sub> Conceito de conexão em um espaço bidimensional.

*c*<sub>6</sub>, *c*<sub>18</sub>, *c*<sub>26</sub> Conceito de conexão em um espaço tridimensional.

*c*<sub>*i*</sub> Conteúdo volumétrico do fluido *i* [*m*<sup>3</sup>/*m*<sup>3</sup>].

*C*<sub>*w,nw*</sub> Curvatura entre os fluidos molhante e não molhante [1/*m*].

*dil*<sup>EE</sup>(*X*) Operação dilatação.

*d* Dimensão Euclidiana do espaço.

double Indica o uso de precisão dupla na reconstrução.

*d*<sub>*h*</sub> Diâmetro hidráulico equivalente [*m*].

*EE* Elemento estruturante.

*ero*<sup>EE</sup>(*X*) Operação erosão.

$\text{esferas,esf}$  Indica que a imagem foi reconstruída utilizando o método das Esferas Sobrepostas.

$E_x^i$  Bola de raio  $r^i$ , centrada em x.

$f,\text{float}$  Indica o uso de precisão simples na reconstrução.

$F$  Região fluídica.

$FF(\mathbf{x})$  Função de fase.

$FFA(\mathbf{x})$  Função de fase auxiliar.

$fec^{EE}(X)$  Operação fechamento.

$FDT P(i)$  Função distribuição de tamanho de poros.

$FDT PA(i)$  Função distribuição de tamanho de poros acumulada.

$FNL$  Filtro não linear.

$f_B$  Fator de borda (*esferas sobrepostas*).

$f_S$  Fator de espalhamento (*esferas sobrepostas*).

$G^i$  Região abertura mais a região livre L.

$\underline{G}^i$  Complemento de  $G^i$  em relação a F.

grafo(s) Tempo para determinação do grafo de conexão serial [s].

$g_l$  Condutância de uma ligação [ $m^4 s/kg$ ].

$g_i$  Condutância de um sítio [ $m^4 s/kg$ ].

$Q_{ij}$  O fluxo de massa entre dois sítios [ $m^3/s$ ].

$g$  Gravidade [ $m/s^2$ ].

$g_{ij}$  A condutância total entre dois sítios [ $m^4 s/kg$ ].

$gt,gt1$  Representação tridimensional obtida com o método de reconstrução de Liang *et al.*(1998), com uso de double na determinação da FFT.

$gt2$  Representação tridimensional obtida com o método de reconstrução de Liang *et al.*(1998), com uso de double na determinação da FFT e com eliminação da aproximação da equação 3.11.

---

$H^i$	Região abertura.
$H_m$	Polinômios de Hermite.
IDF	Imagen de distância ao fundo.
$k$	Rótulo de um agrupamento.
k-exp	Permeabilidade determinada com método experimental (dados fornecidos pelo CEN-PES/PETROBRAS) [ $mD$ ].
k-ske	Permeabilidade determinada com o método do esqueleto de Liang <i>et al.</i> (1997) [ $mD$ ].
k-rede	Permeabilidade determinada com o método de rede de percolação descrito em De Gasperi (1999) [ $mD$ ].
k-LG	Permeabilidade determinada com o método de gás em rede (lattice gaz) de Santos <i>et al.</i> (2001) [ $mD$ ].
k-gcs	Permeabilidade determinada com o método do grafo de conexão serial [ $mD$ ].
$K_H$	Condutividade hidráulica [ $m/s$ ].
$K(J,Q)$	Operador união.
L	Região meio livre.
l	Comprimento [ $m$ ].
lp	Indica aplicação do filtro passa baixa com uma máscara 3x3.
M	Região meio poroso.
$N(k)$	Número de elementos do agrupamento $k$ .
$n$	Fator de amostragem (ou amplificação).
$n_e(D)$	Número de esferas de diâmetro $D$ .
$m$	Número de termos da série.
np	Número de pontos utilizados na descrição da curva de autocorrelação.
NPS	O número de termos da série.
$N_{\text{dimensão}}$	Dimensão da imagem reconstruída em píxeis.

NSG	Número de sítios do grafo de conexão serial.
p	Coordenadas de um ponto no domínio da freqüência.
$P(y)$	Função densidade de probabilidade normal.
$\hat{R}_Y(p)$	Função autocovariância normalizada do campo Y transformado.
$P_c$	Pressão capilar [Pa].
$P_w, P_{nw}$	Pressão nas fases molhante e não molhante [Pa].
P	Espaço poroso.
$P_a(D)$	Indica a proporção da área da imagem associada a grãos de diâmetro $D$ .
$P_v(D)$	Indica a distribuição de grãos (em volume) da imagem reconstruída .
q	Densidade de fluxo [m/s].
$R(\mathbf{u})$	Função autocovariância normalizada.
$R_Y(\mathbf{u})$	Função autocovariância normalizada do campo $Y$ para o deslocamento $\mathbf{u}$ .
$r', r''$	Raios de curvatura [m].
$r_m$	Raio equivalente [m].
$r^i$	Raio da bola que satisfaz a equação de Laplace no passo i [m].
$r_h$	raio hidráulico [m].
$S_i$	Saturação do fluido i [ $m^3/m^3$ ].
S	Matriz sólida.
slp	Indica que o filtro passa baixo não foi aplicado.
seed	Semente do gerador de números aleatórios.
T	Paredes da câmara.
T(s)	Tempo de processamento para determinação da permeabilidade [s].
U	Todo o sistema (universo).
$\mathbf{u}$	Vetor deslocamento.

---

$ u $	Norma, ou módulo de $u$ .
$u_A$	Compressibilidade do fluido A ( $u_A=0$ se A for idealmente compressível).
V	Volume [ $m^3$ ].
$V_s(D)$	Volume sobreposto ( <i>esferas sobrepostas</i> ).
$V_e(D)$	Volume excedente ( <i>esferas sobrepostas</i> ).
x	(x,y), (i,j) Coordenadas espaciais de um ponto no espaço bidimensional.
x	(x,y,z), (i,j,k) Coordenadas espaciais de um ponto no espaço tridimensional.
$X(i,j,k)$	Um campo gaussiano não correlacionado, com média zero e variância um.
$Y(i,j,k)$	Um campo gaussiano correlacionado, com média zero e variância um.
$\hat{Y}(p_x, p_y)$	Campo $Y$ no domínio da freqüência.
$Y^i$	Regiões de A isoladas no passo i.
Z	Campo binário com média e correlação desejada.
z	Altura [m].
$w_B$	Molhabilidade do fluido B ( $w_B=1$ , se B é molhante).

## Alfabeto Grego

$\alpha_{,sp}$	Comprimento do pixel [ $\mu m$ ].
$\beta_{,FR}$	Fator de relaxação.
$\delta(i,j)$	Função auxiliar.
$\varepsilon$	Porosidade [ $m^3/m^3$ ].
$\varepsilon_g$	Porosidade experimental obtida pelo método da câmara a gás [ $m^3/m^3$ ].
$\varepsilon_{hg}$	Porosidade experimental obtida por intrusão de mercúrio [ $m^3/m^3$ ].
$\varepsilon_o$	Porosidade obtida pela análise de imagens obtidas por microscopia ótica [ $m^3/m^3$ ].

$\varepsilon_{c6}$	Porosidade conectada usando conexão em c6 [ $m^3/m^3$ ].
$\varepsilon_{a(X,EE_x^i)}$	Porosidade da fase $X$ após aplicação da operação de abertura com um $EE$ circular de raio $i$ centrado em $x$ [ $m^3/m^3$ ].
$\zeta(u)$	Função conectividade.
$\theta$	Ângulo de contato.
$\theta_{nw,w}$	Ângulo de contato na interface entre os fluidos não molhante (nw) e molhante (w).
$\lambda$	Comprimento ou alcance de correlação [ $\mu m$ ].
$\mu$	Viscosidade [ $Ns/m^2$ ].
$\mu$	Média.
$\nu$	Viscosidade cinemática [ $m^2/s$ ].
$w$	Fluido molhante.
$nw$	Fluido não molhante.
$\rho$	Massa específica [ $kg/m^3$ ].
$\sigma_{S,w}$	Tensão interfacial entre o sólido e o fluido molhante (w).
$\sigma_{S,nw}$	Tensão interfacial entre o sólido e o fluido não molhante (nw).
$\sigma_{nw,w}$	Tensão interfacial entre os dois fluidos.
$\sigma_i$	Tensão interfacial do fluido i [ $N/m$ ].
$\sigma$	Desvio padrão.
$\emptyset$	Conjunto vazio.
$\Phi$	Ângulo de fase [rad].

## Outros Símbolos

$\nabla X$  Gradiente de uma função  $X$  qualquer.

$\mathfrak{F}$  Transformada de Fourier.

$\langle \rangle$  Média estatística.

## Abreviaturas e Acrônimos

FFT Transformada de Fourier rápida.

HSI Hue, Saturation, Intensity.

IDF Imagem de distância ao fundo.

IMAGO Software para análise de imagens de meios porosos.

JQA Método de reconstrução de Joshi, Quiblier e Adler.

LIB\_LMPT Biblioteca de algoritmos para estudos de meios porosos, escrita em C++.

LMPT Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas.

LGA Lattice Gás Automata.

LG-FLOW Software para simulação de propriedades físicas em imagens de meios porosos, utilizando modelos de gás em rede.

RGB Red, Gren, Blue.

SME Sistemas Multi-Escala.

UML Universal Modelling Language.

André Duarte Bueno, nasceu em 21 de outubro de 1966 na cidade de Curitiba, capital do estado do Paraná, logo após, mudou-se para Cascavel/PR onde cursou o primeiro grau no Colégio Marista. Em 1983, mudou-se para Florianópolis/SC, onde fez o segundo grau no Colégio Catarinense.

Ingressou no Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina em 1986, graduando-se no primeiro semestre de 1990; neste mesmo ano trabalhou na Empresa SOTEPA quando atuou como engenheiro de estradas.

Iniciou o mestrado em 1991, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil/UFSC; O trabalho com o título "*Transferência de Calor e Umidade em Telhas: Simulação e Análise Experimental*", apresenta um estudo numérico e experimental com o objetivo de avaliar o desempenho higrotérmico de telhas permeáveis e impermeáveis. Foi desenvolvido na área de materiais e construção civil e teve como orientadores os professores Roberto Lamberts e Paulo Cesar Philippi.

Em 1994, entrou no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica/UFSC para desenvolvimento do seu doutoramento, cuja conclusão se deu com a apresentação desta tese, com o título "*Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e Grafo de Conexão Serial para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca de Rochas-Reservatório de Petróleo*", orientada pelo Professor Paulo Cesar Philippi. Ao longo do período atuou como pesquisador no *Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas* (LMPT), nos projetos "*Métodos e software de análise de imagens aplicados a recuperação de petróleo*" de 12/1998 a 12/1999, e "*Estudo para predição de permeabilidade a partir de análise de imagens*" de 12/1999 a 12/2000. Atualmente participa do projeto "*Predição de propriedades petrofísicas de rochas reservatório*".

Ao longo dos últimos anos acumulou experiência nas áreas de ciências dos materiais, envolvendo os meios porosos e suas propriedades termofísicas; de ciências térmicas, energia e conforto ambiental e na área de análise de imagens, envolvendo o desenvolvimento de modelos, algoritmos, sistemas computacionais e softwares.

***“Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e Grafo de Conexão Serial Para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca de Rochas-Reservatório de Petróleo”***

## Resumo

A predição de propriedades hidráulicas de rochas-reservatório, a partir de lâminas delgadas, constitui, atualmente, uma área de intensa pesquisa, apresentando muitas características atrativas, quando considerada como um laboratório petrográfico virtual, de baixo custo, na determinação complementar de propriedades petrofísicas e/ou quando usada para a obtenção de propriedades petrofísicas de amostras danificadas e/ou muito fragmentadas. Adicionalmente, a predição de propriedades hidráulicas de meios porosos a partir, unicamente, do conhecimento de sua microestrutura e das propriedades dos fluidos, é um tema de grande interesse científico.

O presente trabalho objetiva: i) realizar um estudo geométrico das representações tridimensionais obtidas com os métodos da gaussiana truncada e das esferas sobrepostas; ii) o desenvolvimento e validação de um módulo computacional destinado ao engenheiro de petróleo na análise da invasão de fluidos em estruturas porosas e na determinação do comportamento capilar água-óleo de rochas; iii) o desenvolvimento e validação de um método rápido para a previsão da permeabilidade intrínseca de rochas-reservatório, de baixo custo computacional, mas suficientemente preciso, de modo a tornar viável a sua utilização como ferramenta de cálculo na engenharia do petróleo.

O estudo geométrico objetiva estabelecer um conjunto de critérios para seleção da representação tridimensional ideal. Esta etapa é fundamental para obtenção de um meio reconstruído que possa ser efetivamente utilizado em simulações de propriedades físicas.

O módulo computacional de análise de processos de invasão de fluidos foi construído com base no modelo de Magnani *et al.*(2000) (Magnani, F.S; Philippi, P.C; Liang, Z; Fernandes, C.P; 2000, *Modelling two-phase equilibrium in three-dimensional porous microstructures*, Int. J. Multiphase Flow, 26, 99-123), que supõem, que a invasão ocorre de forma quase-estática e entre

estados de equilíbrio. O módulo permite a obtenção de importantes propriedades, freqüentes na rotina diária dos laboratórios de petrografia: curvas de intrusão de mercúrio e de invasão capilar água-óleo.

Em adição, este trabalho propõe um método de baixo custo computacional, para a predição da permeabilidade intrínseca, baseado nas condutâncias hidráulicas das seções associadas ao grafo de conexão entre seções seriais da microestrutura porosa tridimensional. Demonstra-se que, embora baseado num modelo simplificado de condutâncias hidráulicas por seções seriais, o método apresentado é suficientemente preciso e encontra aplicação natural na determinação da permeabilidade intrínseca de rochas com alto comprimento de correlação e/ou baixa porosidade.

Embora obtendo resultados muito expressivos, métodos de predição da permeabilidade intrínseca baseados no campo local de velocidades, como em Santos *et al.*(2001) (Santos, L.O.E; Philippi, P.C; Damiani, M.C; Fernandes, C.P; 2001, *Using three-dimensional reconstructed microstructures for predicting intrinsic permeability of reservoir- rocks based on a boolean lattice gas method*, Submitted to Journal of Petroleum Science and Engineering) , são computacionalmente caros e não se espera que sejam usados na rotina diária da engenharia de petróleo.

A permeabilidade intrínseca é estimada com o novo método, desenvolvido no presente trabalho e resultados de simulações são comparados com dados experimentais para diversas rochas-reservatório.

**Palavras chave:** rochas-reservatório, petróleo, curvas de pressão capilar, permeabilidade intrínseca, grafo de conexão serial.

***“Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e Grafo de Conexão Serial Para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca de Rochas-Reservatório de Petróleo”***

## Abstract

Prediction of hydraulic properties of reservoir-rocks from petrography thin plates has become an active research field, presenting very attractive features, when considered as a complementary low-cost virtual laboratory method of core analysis and, also, when used to obtain petrophysical data from damaged and/or very fragmented core samples. In addition, predicting hydraulic properties of porous media from the solely knowledge of its porous microstructure and fluid properties is of great scientific interest.

This work is devoted to: i) the development of a geometrical study in tridimensional reconstructed images obtained by using gaussian truncated and superposed sphere model; ii) the development of a computational module to be used by petroleum engineers in the analysis of fluid invasion and capillary potential behavior of porous-rocks; iii) the development of a fast method, with low computational requirements, for the prediction of intrinsic permeability of reservoir-rocks, intended to be a valuable and sufficiently accurate predictive tool in petroleum-engineering practice.

The objective of geometrical study is to establish a group of criterion to select the best 3D representation. This step is fundamental to get a tridimensional media to effective simulate the physical properties.

The two-phase fluid invasion computational module was constructed based on the model by Magnani *et al.* (2000) (Magnani, F.S; Philippi, P.C; Liang, Z; Fernandes, C.P; 2000, *Modeling two-phase equilibrium in three-dimensional porous microstructures*, Int. J. Multiphase Flow, 26, 99-123). By assuming the fluid invasion to proceed following quasi-static steps between equilibrium states, making it possible to obtain important properties of the daily petrography laboratory routine: the mercury intrusion and water-oil capillary curves.

In addition, this work proposes a method with low computational cost for predicting intrinsic permeability, based on the sectional hydraulic conductances associated to the connection graph between serial sections of the 3D porous microstructure. It is shown that, although based on a very simplified model of sections hydraulic conductances arranged in series, the presently proposed method is sufficiently accurate and finds its natural application field in the prediction of intrinsic permeability of highly correlated and/or low porosity porous structure.

Although giving very accurate results, methods for predicting intrinsic permeability based on local velocity fields, like the methods presented by Santos *et al.*(2001) (Santos, L.O.E; Philippi, P.C; Damiani, M.C; Fernandes, C.P; 2001, *Using three-dimensional reconstructed microstructures for predicting intrinsic permeability of reservoir- rocks based on a boolean lattice gas method*, submitted to Journal of Petroleum Science and Engineering), are computationally expensive and are not expected to be used in the daily petroleum engineering routine.

Intrinsic permeability is predicted using the method developed in this work and then compared with measurement for several petroleum reservoir-rocks.

**Keywords:** reservoir-rocks, petroleum, capillary curves, intrinsic permeability, graph of serial connection.

# Capítulo 1

## Introdução

*No presente trabalho desenvolve-se um estudo das representações reconstruídas em 3D, um novo algoritmo para determinação das configurações de equilíbrio em processos bifásicos de invasão de fluidos e um método para determinação da permeabilidade através do Modelo do Grafo de Conexão Serial; Valida-se os modelos e algoritmos desenvolvidos contra dados experimentais de intrusão de mercúrio e de permeabilidade de rochas reservatório de petróleo.*

### 1.1 Escopo do Problema

Nos últimos anos, vários modelos teóricos foram desenvolvidos com o objetivo de determinar as propriedades macroscópicas, a partir de uma representação simplificada da microestrutura do meio poroso.

Com o desenvolvimento de novas tecnologias de microscopia ótica e eletrônica e com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, hoje, é possível a obtenção de imagens da estrutura porosa que podem ser processadas em computadores.

Estas inovações tecnológicas possibilitaram o surgimento da área de análise de imagens de materiais, uma área recente, ainda que muitos problemas teóricos e técnicos restem a serem resolvidos. Como exemplo, pode-se citar o processo de obtenção das amostras e das lâminas do meio poroso, os requisitos de amostragem, a seleção do tipo de fluido para impregnação da amostra, os problemas de definição da resolução da imagem e de obtenção de imagens com contraste adequado, a necessidade do pré-processamento e o entendimento de seus efeitos, a seleção do método de segmentação, a opção pela interferência ou não do usuário.

A geração de uma representação tridimensional da estrutura porosa, denominada reconstrução, pode ser realizada com o método da gaussiana truncada de Liang *et al.*(1998), um método recente e que ainda não foi suficientemente investigado: é preciso definir o tipo de meio que pode ser reconstruído, quais suas limitações e suas vantagens. Existe ainda, o problema

da reconstrução de meios porosos com baixa porosidade e/ou alto comprimento de correlação, que não conseguem ser bem representados com este modelo.

Os métodos de determinação de propriedades físicas sobre as imagens reconstruídas ainda são muito recentes. O método do esqueleto de Liang *et al.*(1997), usado para cálculo da permeabilidade intrínseca de rochas reservatório de petróleo, apresentou resultados de permeabilidade insatisfatórios, que se devem à geração de um número excessivo de sítios. Adicionalmente, o método tem tempos de processamento elevados. Isto levou à necessidade de se revisar o método do esqueleto e substituí-lo por outro, aqui proposto.

Para a determinação das configurações de equilíbrio, etapa fundamental para a determinação das curvas de permeabilidade relativa; utilizou-se o método de Magnani *et al.*(2000), aprofundando-se o mesmo através de testes e validações, para diferentes rochas encontradas em território nacional e de interesse estratégico para a indústria de petróleo.

**O problema tecnológico.** Melhorar a capacidade de extração de um reservatório passa por conhecê-lo em detalhes e dispor de ferramentas computacionais, corpo técnico e materiais para a realização de transformações no processo que refletam em melhorias na capacidade de extração. O problema é vasto e complexo e para que se consiga resolvê-lo, o mesmo é dividido em suas diversas áreas e etapas.

Uma das etapas da engenharia de petróleo é a recuperação secundária, que é realizada através da perfuração de poços onde se injeta um fluido sobre pressão, com o objetivo de recuperar o petróleo aprisionado nos interstícios da rocha. As principais variáveis que influenciam na recuperação secundária, são as propriedades físicas do óleo, a forma do reservatório, a posição dos pontos de injeção e a microgeometria da rocha. Para a simulação em grande escala da extração secundária, utiliza-se a equação de Darcy, que descreve a vazão do fluido como função do potencial de pressão e da permeabilidade do material, ou seja, é necessário o conhecimento das *curvas de pressão capilar* e de *permeabilidade*, normalmente obtidas por experimentos.

A determinação experimental das curvas de permeabilidade passa pela obtenção de amostras de jazida (chamadas testemunhos), realizada através da testemunhagem, um processo caro, lento e difícil de ser realizado.

No processo de perfuração dos poços de petróleo, a sonda em movimento circular, arranca pequenas partículas das rochas que são denominadas amostras de calha. As amostras de calha não têm tamanho adequado para a realização do ensaio de permeabilidade; entretanto, em alguns casos, pode-se, aproveitá-las para obtenção de lâminas e destas imagens do meio poroso que serão utilizadas para obtenção das propriedades físicas através dos modelos de análise de imagens.

Com o uso das amostras de calha e da análise de suas imagens, pode-se reduzir o número de

ensaios de permeabilidade, reduzindo os custos envolvidos. Testemunhos danificados também podem ser utilizados.

A *metodologia* para obtenção das curvas de pressão capilar e de permeabilidade utilizando as amostras envolve as etapas: obter as amostras, preparar as amostras para microscopia ótica ou eletrônica através de processo de impregnação e polimento, obter as imagens em diferentes escalas, segmentar as imagens, caracterizar (ou medir) um conjunto de propriedades geométricas de forma a poder reconstruir a estrutura porosa em três dimensões. Pode-se, então, realizar a simulação de processos de transferência e obter as configurações de equilíbrio e os valores de permeabilidade.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Nesta revisão bibliográfica apresenta-se o uso da teoria da percolação e de análise de imagens, os métodos de reconstrução tridimensional, a determinação das configurações de equilíbrio em processos bifásicos de invasão de fluidos e os métodos de determinação da permeabilidade intrínseca.

**Classificação das sub-áreas e tipos de abordagens de meios porosos.** Adler (1992), apresenta como problemas da área de meios porosos a *determinação da geometria* do meio poroso com o objetivo de simular *processos de transferência*. Isto, considerando duas abordagens uma *macroscópica* e outra *microscópica*.

A *abordagem macroscópica* é descrita por modelos fenomenológicos como os de Darcy, Philip e De Vries (1957) e De Vries (1958); utilizando esta abordagem pode-se citar Fernandes (1990), Cunha Neto (1992), Bueno (1994), Mendes (1997).

Na *abordagem microscópica* procura-se visualizar o material numa escala menor. Focaliza-se a microgeometria do material e desenvolvem-se modelos para representar esta microgeometria e algoritmos para a simulação de processos de transferência.

Ao final dos processos procura-se descrever os resultados usando-se variáveis macroscópicas, de forma que, mesmo utilizando-se uma abordagem microscópica para determinação das características do meio poroso, a descrição final usualmente adotada é a macroscópica.

**Teoria da percolação.** Como exemplos de modelos que se utilizam da abordagem microscópica pode-se citar os modelos baseados na teoria da percolação, que descreve os processos de transferência no meio poroso, criando uma estrutura auxiliar de sítios e/ou ligações conectados, que preservam parâmetros físicos como a distribuição de tamanho de poros e as informações de conectividade. A teoria foi desenvolvida por Broadbent e Hammersley (1957) e por autores

como Staufer (1985) e Hammersley (1983). A teoria da percolação tem um enfoque universal, seus conceitos e métodos podem ser utilizados por diversas áreas e processos; como por exemplo a determinação da permeabilidade de meios porosos, fluxos em rede, problemas de dispersão de pigmentos, problemas de difusão. Entre os problemas encontrados pelas redes de percolação clássica pode-se citar: a não consideração da correlação espacial entre os sítios e as ligações e a dificuldade em se definir um número de coordenação médio ou uma distribuição do número de coordenação que seja representativo do material. Para solucionar o problema da falta de correlação das redes de percolação, diversos modelos têm sido desenvolvidos, muitos deles criando uma correlação entre sítios e ligações próximos. Costuma-se utilizar informações estatísticas da distribuição de poros, obtidas através da porosimetria a mercúrio (descrita em Brakel *et al.*(1981)), no ajuste dos parâmetros da rede. Entre os trabalhos utilizando redes de percolação clássica pode-se citar Philippi e Souza (1995), que usam a distribuição de tamanho de poros de uma argamassa de cimento (obtidas com isotermas de adsorção e análise de imagens), para gerar uma rede de percolação onde se simula processos de embebição e drenagem e se determina a condutividade hidráulica.

**Análise de imagens.** Recentemente, tem-se intensificado o uso da abordagem microscópica com a introdução da análise de imagens de estruturas porosas. Estes estudos utilizam os conceitos de processamento digital de imagens vistos em Castleman (1979), Gonzales e Woods (1993), Gomes e Velho (1994), Coster e Chermant (1989), Cocquerez e Philipp (1995), Serra (1982), Moscheto (1991), Pieritz e Philippi (1995), Bush(1992), Facon (1996).

Em Gomes e Velho (1994), apresentam-se os conceitos de imagem digital, os fundamentos dos sistemas de cor, além da definição e exemplos de aplicação das operações de filtragem num formato bastante claro.

Castleman (1979) apresenta uma abordagem bastante completa da transformada de Fourier e de suas propriedades direcionada a análise de imagens. A transformada de Fourier é discutida com exemplos em Sneddon (1995).

Coster e Chermant (1989) descrevem os aspectos métricos e topológicos e conceitos de morfologia matemática e esqueletização.

Cocquerez e Philipp (1995) apresentam um conjunto de definições da área abordando o pré-processamento e a detecção de contorno.

Parker (1997) apresenta uma coletânea de algoritmos para binarização, identificação de contornos, cálculo da transformada de Fourier e determinação do esqueleto de imagens bidimensionais.

Descreve-se a seguir algumas etapas relacionados à seqüência usual da análise de imagens de meios porosos.

A primeira etapa dos trabalhos desenvolvidos é a *obtenção da imagem*. Usualmente passa-se pelos processos de *impregnação* e *polimento* das amostras e pela obtenção das imagens utilizando-se a *microscopia ótica ou eletrônica*. Em Yunes (1993) encontra-se uma descrição das dificuldades encontradas e técnicas que podem ser adotadas para obtenção de imagens com resolução e contraste adequado. Técnicas avançadas de obtenção de imagens tridimensionais como a *microtomografia*, têm sido utilizadas, Spanne *et al.*(1994), Hazlett (1995), Coles *et al.*(1998), mas têm como inconveniente um custo elevado e a obtenção de imagens com baixa resolução. Outra possibilidade é a obtenção das informações do meio tridimensional a partir da análise das *seções seriadas*, Koplik *et al.*(1984), Kwiecien *et al.*(1990).

A seguir realiza-se a *digitalização da imagem*, que consiste em obter uma representação da imagem que possa ser manipulada em computadores, Bush (1992).

Pode-se ainda realizar um *pré-processamento das imagens*. Gonzales e Woods (1993), Gomes e Velho (1994) e Parker (1997) apresentam um conjunto de filtros para pré-processamento como o passa baixa e o mediano.

A próxima etapa é a *segmentação*, que procura separar a fase porosa da fase sólida, mantendo os aspectos geométricos, a morfologia (que envolve a determinação da distribuição de tamanho de poros) e a topologia (relacionada à conectividade entre os poros). Na prática a segmentação consiste na aplicação dos algoritmos de binarização, cujos conceitos são descritos em Gonzales e Woods (1993) e a aplicação em Parker (1997).

A *caracterização das imagens* é realizada utilizando-se conceitos geométricos como os descritos por Moschette (1991) e as operações da morfologia matemática. Serra (1982), apresenta um desenvolvimento conceitual da morfologia matemática. Facon (1996), usa uma linguagem mais simples para descrever as operações de erosão, dilatação, abertura, fechamento e as operações correlatas “*hit-miss*”, afinamento e espessamento.

**Reconstrução Tridimensional.** Esta etapa envolve a obtenção de uma *representação 3D do material*, realizada utilizando-se, os modelos multi-escala e mono-escala.

Nos *modelos multi-escala*, Fernandes *et al.*(1996) e Daian (1992), cada escala é composta por regiões da mesma ordem de grandeza e a composição das diversas escalas permite obter um meio representativo, que preserva a informação da distribuição de tamanho de poros da imagem original. Um exemplo aplicado é encontrado em Fernandes *et al.*(1995), através da simulação da intrusão de mercúrio numa argamassa de cal e cimento.

Como *modelos mono-escala* pode-se citar o método de reconstrução JQA, inicialmente desenvolvido por Joshi (1974) para imagens bidimensionais e estendido para 3D por Quiblier (1984) e Adler *et al.*(1990). O método gera um conjunto tridimensional de dados, distribuídos de acordo com uma gaussiana não correlacionada  $X(x)$  com média zero e variância um. Depois

aplica-se um filtro linear que leva  $X(\mathbf{x}) \rightarrow Y(\mathbf{x})$ , sendo  $Y(\mathbf{x})$  um campo gaussiano correlacionado. O truncamento é feito com um filtro não linear que leva  $Y(\mathbf{x}) \rightarrow Z(\mathbf{x})$ , sendo  $Z(\mathbf{x})$  correlacionada e com a porosidade desejada.

Outro método mono-escala é o método da gaussiana truncada de Ioannidis *et al.*(1995), que substitui parcialmente a aplicação do filtro linear pelo uso da transformada de Fourier. A imagem reconstruída em 3D é obtida a partir de uma série de imagens reconstruídas em 2D, mas não correlacionadas entre si. Um filtro linear é usado para correlacionar essas imagens na direção z.

Liang *et al.*(1998), desenvolvem outro método baseado na transformada de Fourier, que difere do método de Ioannidis *et al.*(1995), pela obtenção direta da imagem reconstruída em 3D, ou seja, substitui totalmente a aplicação do filtro linear pela uso da transformada de Fourier. O método inicia com a determinação da função autocovariância  $R_Y(\mathbf{u})$  a partir da função autocorrelação da imagem bidimensional; depois realiza-se a transformada de Fourier de  $R_Y(\mathbf{u})$  para obter o espectro de potência  $|\hat{Y}(p)|^2$ . Através da geração randômica do ângulo de fase, obtém-se  $\hat{Y}(p)$ . Realiza-se então a transformada de Fourier inversa para obter  $Y(\mathbf{x})$  e finalmente aplica-se um filtro não linear  $Z(\mathbf{x}) = FNL(Y(\mathbf{x}))$ , para obter a função de fase desejada. Com este método conseguiu-se reduzir significativamente o tempo de processamento. Outra inovação do método de Liang *et al.*(1998) é a utilização da transformada de Fourier para determinação da função autocorrelação. A vantagem associada é a redução das oscilações nas curvas de autocorrelação em função do aumento de estatística.

Recentemente, Santos *et al.*(2002) desenvolveram o método das esferas sobrepostas, que consiste em recuperar a distribuição de sólidos sobrepondo-se bolas. O método gera as bolas maiores preservando a sua distribuição; a seguir vai acrescentando as bolas menores.

**Configurações de equilíbrio.** Para a simulação do fluxo bifásico dentro da estrutura reconstruída em 3D, é necessário obter as regiões ocupadas por cada fluido dentro do espaço poroso, ou seja, localizar geometricamente as fases molhante e não molhante. O problema é complicado pela dificuldade em se determinar as interfaces de equilíbrio, considerando-se as instabilidades dinâmicas devido as competições entre, as forças inerciais, de tensão superficial e viscosas.

Magnani *et al.*(2000) desenvolvem um método para determinação das configurações de equilíbrio em estruturas porosas reconstruídas em 3D. Os autores admitem que os processos são quase-estáticos e entre estados de equilíbrio. Desta forma, o problema da invasão dinâmica é simplificado, possibilitando o uso da equação de Young-Laplace como condição do equilíbrio mecânico, permitindo transformar o problema físico num problema geométrico, cuja solução é obtida com a extensão das operações de abertura da morfologia matemática para imagens

tridimensionais. Os autores conseguem determinar as configurações de equilíbrio sem simplificar a geometria, ou seja, levando em conta as rugosidades e irregularidades superficiais. O método permite o estudo de processos de invasão de fluidos molhantes e não molhantes, sejam eles compressíveis ou incompressíveis.

O método de Magnani *et al.*(2000) será utilizado para obtenção das configurações de equilíbrio em processos de invasão.

Recentemente através do projeto *RHAE*, “*Métodos e Softwares de Análise de Imagens APLICADOS A RECUPERAÇÃO DE PETRÓLEO*” os algoritmos desenvolvidos por Magnani *et al.*(2000), foram remodelados, utilizando-se uma formulação orientada a objeto (UML e C++). Uma descrição detalhada das inovações desenvolvidas é encontrada em Bueno (1999) e a simulação de alguns casos de intrusão de mercúrio, embebição e drenagem em Philippi *et al.*(2000).

A determinação experimental das *curvas de intrusão de mercúrio* e uma discussão da metodologia é apresentada em Brakel *et al.*(1981). A determinação experimental é realizada em Cunha Neto (1992) e Bueno (1994). As curvas de intrusão de mercúrio podem ser obtidas através da simulação numérica, como em Fernandes (1995) que simula a intrusão de mercúrio utilizando modelos multi-escala, ou como em Philippi e Souza (1995) e Souza (1993), que utilizam modelos de redes de percolação.

**Permeabilidade intrínseca.** As permeabilidades intrínseca e relativa são importantes em uma série de estudos e aplicações da engenharia, Berryman *et al.*(1986), seja no estudo dos mecanismos de recalque em solos, Caputo (1987), ou no comportamento de rochas reservatórios, Bear (1972), Ioannidis *et al.*(1996), De Gasperi (1999), Santos *et al.*(2001), na avaliação do efeito dos processos de infiltração no solo, Pinto *et al.*(1976), na captação de águas subterrâneas, poços artesianos e galerias, Neves (1960) e em processos de secagem de grãos (escoamento água-ar).

Já existem vários modelos e algoritmos para a determinação da permeabilidade de meios porosos. Segundo Dullien (1992) estes modelos podem ser classificados em determinísticos, capilares, estatísticos, empíricos e de redes. Os modelos mais simples são geralmente mais rápidos, mas costumam retornar valores não realísticos de permeabilidade. Em alguns casos os parâmetros dos modelos foram ajustados a alguns materiais o que possibilita a rápida determinação da permeabilidade. Na outra ponta estão modelos detalhados, geralmente complexos, tanto sobre o aspecto teórico como em termos de algoritmos computacionais, pois requerem equipamentos com alto desempenho, muita memória e tempo de processamento.

Os primeiros modelos desenvolvidos para cálculo da permeabilidade intrínseca são modelos simples como o modelo de tubos paralelos, Bear (1972), Dullien (1992), Sahimi (1993), Mendes (1997).

Koplik *et al.*(1984), através de seções seriais analisa em detalhe um arenito de *Massilon*,

o qual é representado por uma rede de cilindros que supõe equivalente, permitindo obter a permeabilidade através de uma analogia a circuitos elétricos, usando um modelo de diâmetro médio efetivo.

De Gasperi (1999), utiliza modelos de rede: as redes são geradas tendo como base as propriedades de imagens reconstruídas, ou seja, determina as propriedades geométricas do meio reconstruído, gerando a seguir uma rede de percolação que considera equivalente e onde a permeabilidade intrínseca é determinada.

Para Berryman *et al.*(1986), os modelos empíricos (tipo Karman-Kozeny) e de rede obtém estimativas apenas para a ordem de grandeza. Os autores apresentam um modelo híbrido, baseado nos modelos variacionais (medição de propriedades estatísticas do meio poroso) e usando processamento de imagens onde valores de porosidade e superfície específica são combinados com valores do fator de formação para estimação da permeabilidade.

Ioannidis *et al.*(1996), determinam a permeabilidade de um conjunto de amostras de rochas (com porosidade e permeabilidade variável) usando o conceito de “Integral Correlation Scale”.

Em Singh e Mohanty (2000) avalia-se a condutividade hidráulica de um meio correlacionado exponencialmente e utiliza-se o modelo de Carmam-Kozeny para avaliar a permeabilidade do meio.

A permeabilidade da microestrutura porosa em três dimensões pode ser obtida a partir das equações de Navier-Stokes utilizando-se métodos numéricos como os volumes finitos. Os maiores problemas do método estão relacionados ao modelamento do meio e às necessidades de memória e tempo de processamento. Adler *et al.*(1990) aplica as equações de Stokes em um meio 3D reconstruído, os resultados obtidos para um “Fontainebleau Sandstone” são sub-estimados por um fator de 5.

Em Santos *et al.*(2001), a permeabilidade é simulada utilizando-se modelos de gás em rede. Os modelos desenvolvidos apresentam valores de permeabilidade bastante próximos dos experimentais. O alto custo computacional pode ser contornado com a paralelização dos algoritmos, possibilitando a determinação da permeabilidade de representações tridimensionais com grande dimensão linear.

Em Liang *et al.*(1997) a permeabilidade intrínseca é determinada com o método do esqueleto. Os autores usam o algoritmo de Ma (1995) para obter o esqueleto geométrico, a seguir realizam uma classificação dos sítios e das ligações e, através de uma analogia a circuitos elétricos, associam condutâncias aos sítios e as ligações, obtendo um sistema de equações que é resolvido; possibilitando a determinação dos fluxos e da permeabilidade do meio.

No presente trabalho, a permeabilidade é determinada utilizando-se os conceitos da teoria dos grafos, que fornece um conjunto de ferramentas para a construção de modelos e resolução de problemas relacionados com um arranjo de objetos discretos. É normalmente aplicada no estudo

de transmissão de informações e de fluxos de redes; relaciona-se com as áreas de matrizes, análise numérica, probabilidade e topologia. De uma maneira geral, o que distingue o grafo da rede, é que o grafo envolve apenas a representação dos objetos e de suas interações (ligações) enquanto a rede tem, adicionalmente, informações armazenadas em seus objetos [Rabuske (1992)].

### 1.3 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são:

⇒Fazer um estudo das representações tridimensionais obtidas com o método da gaussiana truncada e com o método das esferas sobrepostas, com o objetivo de estabelecer uma metodologia para seleção da representação tridimensional.

⇒Desenvolver um conjunto de algoritmos para determinação das configurações de equilíbrio utilizando o método de Magnani *et al.*(2000), um importante instrumento de cálculo em Engenharia do Petróleo, para a validação dos métodos e algoritmos, comparando-se os resultados simulados com os dados experimentais.

⇒O método do esqueleto, desenvolvido por Liang *et al.*(1997) para a predição da permeabilidade intrínseca, mostrou-se insuficientemente preciso quando de sua aplicação para rochas-reservatório com microestruturas complexas. Problemas associados a determinação do esqueleto geométrico (de Ma (1995)), ao número excessivo de bifurcações em paralelo e ao número excessivo de nodos, inviabilizaram o uso do método como método rápido de cálculo da permeabilidade. Objetiva-se substituir o método do esqueleto, por um método novo, mais rápido, econômico e preciso. O método se baseia na construção de um grafo de conexão serial, que é obtido avaliando-se as seções seriais da estrutura tridimensional reconstruída. O método simplifica os fluxos desconsiderando as resistências laterais e a geometria dos objetos, reduzindo-se o número de nós e evitando-se bifurcações em paralelo.

A *originalidade do tema* esta associada à determinação da permeabilidade usando o método do grafo de conexão serial, que ainda não foi realizada da forma como aqui proposta, na identificação dos problemas dos métodos de reconstrução da gaussiana truncada e das esferas sobrepostas, no estabelecimento de uma metodologia para seleção da representação ideal. Destaca-se ainda o desenvolvimento de algoritmos para: rotulagem bidimensional e tridimensional, reconstrução com a gaussiana truncada, e determinação das configurações de equilíbrio, todos desenvolvidos utilizando modelagem orientada a objeto (UML) em C++.

## 1.4 Organização do Documento

No Capítulo 2, “Geometria, Morfologia e Topologia do Meio Poroso”, apresenta-se a seqüência usual da análise de imagens de estruturas porosas: a obtenção da amostra, impregnação e polimento, a obtenção da imagem, o pré-processamento, a segmentação e a caracterização com a morfologia matemática e a transformada de Fourier. A obtenção do esqueleto em imagens bidimensionais e o novo algoritmo de rotulagem tridimensional.

No Capítulo 3, “Reconstrução”, apresenta-se a reconstrução geométrica tridimensional a partir de imagens bidimensionais pelos métodos JQA, de Joshi (1974), Quiblier (1980) e Adler *et al.*(1990), pelo método misto de Ioannidis *et al.*(1995), com uso da transformada de Fourier discreta e de filtro linear; e o método de Liang *et al.*(1998), totalmente baseado na transformada de Fourier. Apresenta-se ainda o método de reconstrução das esferas sobrepostas de Santos (2001).

No Capítulo 4, “Estudo das Representações Tridimensionais”, analisa-se o comportamento das imagens reconstruídas através da visualização de planos consecutivos e da visualização tridimensional. Estuda-se o comportamento da porosidade, da função autocorrelação, da distribuição de tamanho de poros e da conectividade dos objetivos com o objetivo de identificar a dimensão linear e o fator de amplificação ideal. Finalmente, selecionam-se, através de análises geométricas, as imagens reconstruídas que melhor representam as lâminas fornecidas pelo CENPES/PETROBRAS.

No Capítulo 5, “Configurações de Equilíbrio em Processos Bifásicos de Invasão de Fluidos”, apresentam-se os conceitos físicos relacionados ao estudo do fluxo bifásico, como a tensão interfacial e a equação de equilíbrio mecânico de Young-Laplace. Apresenta-se a seguir o método de determinação das configurações de equilíbrio em meios reconstruídos tridimensionais, desenvolvido por Magnani *et al.*(2000). Descreve-se brevemente as inovações no algoritmo de determinação das configurações de equilíbrio e o uso do método para determinação das curvas de intrusão de mercúrio. Finalmente, apresenta-se o resultado de um conjunto de simulações de intrusão de mercúrio em imagens fornecidas pelo CENPES/PETROBRAS.

No Capítulo 6, “Modelo do Grafo de Conexão Serial e Método para Determinação da Permeabilidade”, apresentam-se a metodologia e a seqüência para determinação do grafo de conexão serial e da permeabilidade intrínseca.

No Capítulo 7, “Resultados para a Permeabilidade”, apresenta-se as simulações de permeabilidade realizadas com o método do grafo de conexão serial. O objetivo é avaliar o comportamento do método e dos modelos de cálculo das condutâncias. Para a imagem Berea 500, analisa-se o efeito do fator de amplificação e das dimensões das imagens nos resultados de permeabilidade; o mesmo tipo de análise é realizado para imagem P320\_K642. A seguir são apresentados os resultados das simulações de permeabilidade para as imagens P275\_K316, P223\_K154,

P238\_K154, P262\_K70, P262\_K70, P262\_K441, P313\_K35, P306\_K8, P148\_K2 e Berea 200. Finalmente, compara-se os resultados do método do grafo de conexão serial com os métodos do esqueleto de Liang *et al.*(1998), de gás em rede de Santos *et al.*(2001) e de rede de percolação de De Gasperi (1999).

No capítulo 8, apresentam-se as “Conclusões” e sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

Apresenta-se a seguir as “Referências Bibliográficas” e os “Apêndices”:

Apêndice\_A: “*Aspectos Computacionais do Grafo de Conexão Serial*”, onde se descreve a formulação orientada a objeto utilizada para descrição do grafo de conexão serial. São duas hierarquias, uma de objetos de grafos e grafos, a outra de métodos para a determinação da permeabilidade.

Apêndice\_B: “Sobre o Uso do Método de Determinação das Curvas de Intrusão de Mercúrio”.

Apêndice\_C: “Avaliação do Comportamento das Representações Tridimensionais Obtidas Com o Método da Gaussiana Truncada Após Eliminação da Aproximação de Adler *et al.*(1990)”.

Apêndice\_D: *Artigo*, “*Two Phase Equilibrium Distribution in Three-Dimensional Porous Microstructures*”, um artigo de Philippi *et al.*(2000).



# Capítulo 2

## Geometria, Morfologia e Topologia do Meio Poroso

O grande avanço dos computadores no que se refere à velocidade de processamento e à memória residente e o avanço das técnicas de aquisição de imagens (microscopia ótica e eletrônica, microtomografia), tem permitido o uso do processamento e análise de imagens para obtenção de informações acerca do meio poroso. De fato, a informática passou a ser um instrumento essencial na análise de um conjunto enorme de problemas; sua importância hoje é tão grande que o desenvolvimento de novos modelos, consideram a priori as condições impostas pela capacidade dos sistemas computacionais.

Levando-se estes aspectos em conta apresenta-se neste capítulo a seqüência usual da análise de imagens de estruturas porosas: a obtenção da amostra, impregnação e polimento, a obtenção da imagem, o pré-processamento, a segmentação e a caracterização com a morfologia matemática e a transformada de Fourier. Apresenta-se ainda a obtenção do esqueleto em imagens bidimensionais e o novo algoritmo de rotulagem tridimensional.

Este capítulo apresenta conceitos padrões da área e que foram aqui incluídos por serem utilizados nos demais capítulos. O objetivo é tornar a apresentação do assunto completa.

### 2.1 Etapas da Análise de Imagens

Apresenta-se na Figura 2.1 as etapas fundamentais no processamento digital de imagens, adaptadas ao estudo de lâminas de meios porosos. Dentre as vantagens do uso da análise de imagens para a determinação das propriedades físicas das rochas destacam-se a possibilidade de análise de grande quantidade de amostras a um custo reduzido e o uso de amostras de calha e de testemunhos danificados.

## 2.2 Preparação das Lâminas e Aquisição das Imagens

O primeiro passo é a obtenção da amostra obedecendo critérios estatísticos como a representatividade da amostra. Se a amostra é uma rocha reservatório, a mesma é submetida a um processo de limpeza com solventes orgânicos, para remoção dos hidrocarbonetos. Depois, realiza-se a impregnação da amostra utilizando-se resinas especiais, obtendo-se uma bolacha cilíndrica. A seguir, realizam-se polimentos grosseiros com lixas de carbeto de silício e limpeza com ultrasom para remoção dos abrasivos. Inicia-se então um processo de polimento e limpeza com ultra-som, utilizando-se pastas de diamantes com diâmetros 9, 6, 3 e 1 micrômetro. Uma descrição detalhada é encontrada em Yunes (1992). A imagem é obtida com o microscópio ótico ou eletrônico em diferentes ampliações. A Figura 2.2 ilustra o equipamento utilizado no processo de polimento, duas lâminas fornecidas pelo CENPES/PETROBRAS e o microscópio ótico (com a câmara para captura de vídeo) utilizado na obtenção da imagem.

Na Figura 2.3 a imagem é obtida utilizando-se microscópio ótico. Observe que a imagem é uma montagem de diversas regiões da lâmina e apresenta problemas de iluminação.

A imagem também pode ser obtida através da microscopia eletrônica de varredura (MEV); utiliza-se o modo “*backscattering-(BSSEM)*”, quando a informação desejada é um maior contraste entre a fase porosa e sólida.

As resoluções<sup>1</sup> das imagens dependem das características dos equipamentos utilizados; o critério fundamental para definição da resolução é a preservação na imagem dos objetos relacionados à propriedade que se deseja determinar.

Técnicas avançadas de obtenção de imagens tridimensionais como a *microtomografia* têm sido utilizadas, Spanne *et al.*(1994), Hazlett (1995), Coles *et al.*(1998), mas têm como inconveniente um alto custo e a baixa resolução da imagem obtida. Outra possibilidade é a obtenção das informações do meio tridimensional a partir da análise das seções seriais, Koplik *et al.*(1984), Kwiecien *et al.*(1990).

## 2.3 Pré-Processamento

Se a imagem apresentar algum tipo de irregularidade, de forma que a mesma não possa ser utilizada para a realização das próximas etapas, pode-se aplicar um pré-processamento sobre a imagem com o objetivo de corrigí-la, Gonzales e Woods (1992).

Se a imagem obtida apresentar problemas de iluminação, pode-se corrigí-la com a aplicação de um filtro de equalização que compense a irregularidade da iluminação da amostra. Se a imagem apresentar um excesso de pontos isolados que não são importantes para o estudo em

---

<sup>1</sup>Dimensão em micrometros de cada pixel da imagem.

Figura 2.1: Etapas fundamentais no processamento digital de imagens, aplicadas ao estudo de lâminas de meios porosos [adaptado de Gonzales e Woods (1992)].

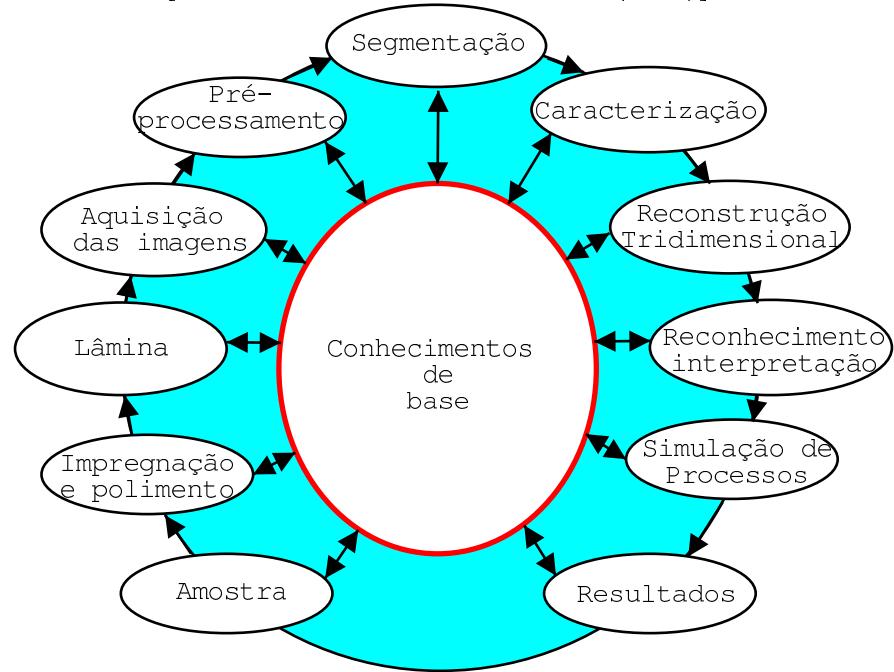


Figura 2.2: Equipamento para polimento, duas lâminas e microscópio ótico com câmera para captura de vídeo.



questão, pode-se eliminá-los com a aplicação de um filtro passa baixa.

Entretanto, a aplicação do pré-processamento deve ser realizada com cuidado, de forma a garantir que nenhuma informação importante seja perdida.

A Figura 2.4 mostra uma imagem do Berea 200 colorida em (a) e depois da etapa de pré-processamento com o filtro passa baixa em (b). Observe a redução do contraste e um certo embaçamento da imagem.

O filtro passa baixa é um filtro espacial que consiste na aplicação da operação de convolução de uma máscara de coeficientes positivos ( $=1$ ) com a imagem. Para uma máscara  $3 \times 3$ , consiste em realizar um média considerando a cor do pixel e de seus 8 vizinhos. O efeito da aplicação do filtro é a atenuação das altas freqüências e a redução de contrastes [Gonzales e Woods (1993)]. A aplicação do filtro passa baixa deve ser realizada com cuidado. Se a imagem apresentar freqüências muito altas, o erro de truncamento gera efeitos de “ringing” [Gomes e Velho (1994)].

Um conjunto de filtros para pré-processamento foram disponibilizados nos módulos computacionais desenvolvidos. Outros filtros podem ser aplicados utilizando-se softwares comerciais, como o Corel PhotoPaint da Corel, ou softwares livres como o GIMP (GNU Image Manipulation Program) da GNU.

## 2.4 Segmentação das Fases

O objetivo da segmentação de imagens de estruturas porosas é transformar uma imagem em níveis de cinza ou colorida em uma imagem binária; que separa a fase sólida da fase porosa, preservando as informações morfológicas e topológicas. Uma descrição dos conceitos de segmentação pode ser encontrada em Gonzalez e Woods (1992), Gomes e Velho (1994) e a implementação em Parker (1997). Alguns algoritmos para segmentação descritos em Parker (1997) foram implementados usando UML e C++.

Os algoritmos de segmentação tem como fonte uma imagem em tons de cinza ou colorida. A Figura 2.5 mostra as fases H.S.I de uma imagem colorida. A Figura 2.6 mostra o módulo de binarização HSI.

A imagem colorida da Figura 2.4 (a), foi binarizada utilizando-se os módulos HSI, RGB e Neural, os resultados são apresentados na Figura 2.7. A intenção é mostrar a variação dos resultados em função do método utilizado e a necessidade de se avançar nos estudos de segmentação de imagens de meios porosos.

A Figura 2.8 apresenta a binarização de uma imagem do Berea 500 em tons de cinza, utilizando-se os diferentes algoritmos apresentados por Parker (1997)<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>A ordem dos algoritmos utilizados é, da esquerda para a direita e de cima para baixo: thrrelax, thrrdd, thrfuz, thrgl, thrjoh, thrkapur, thrme, thrmean, thrussel, thrpun. O significado dos códigos é encontrado em

Figura 2.3: Imagem obtida no LMPT (Fonte: Cunha Neto, 2001)

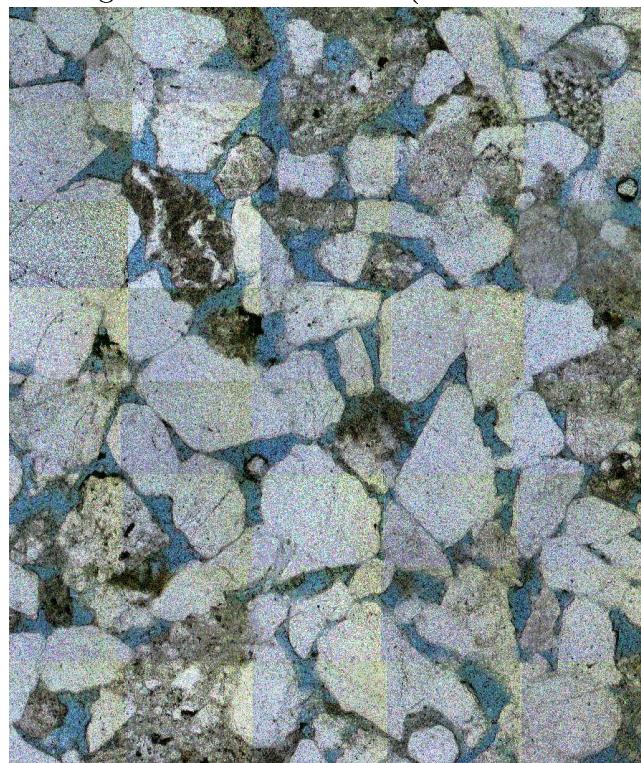


Figura 2.4: Imagem colorida do Berea 200, antes (a) e depois (b) do pré-processamento com filtro passa-baixa.

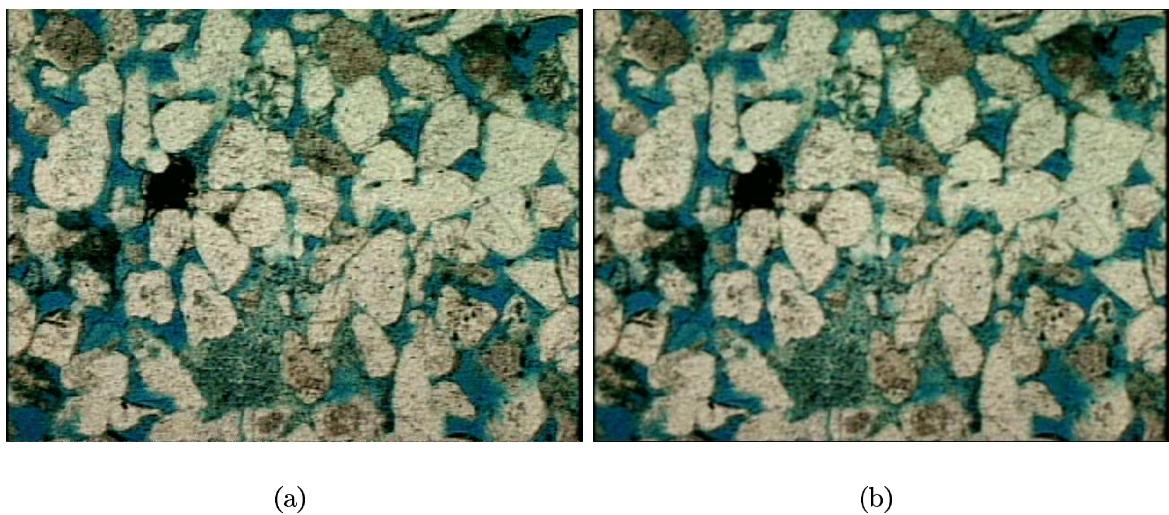


Figura 2.5: Fases HSI.

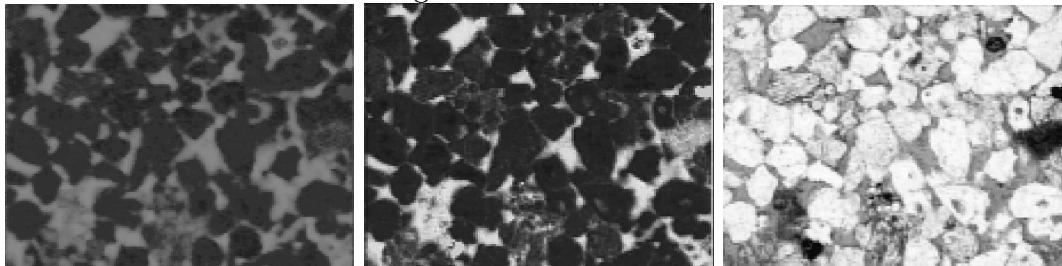


Figura 2.6: Módulo de binarização HSI.

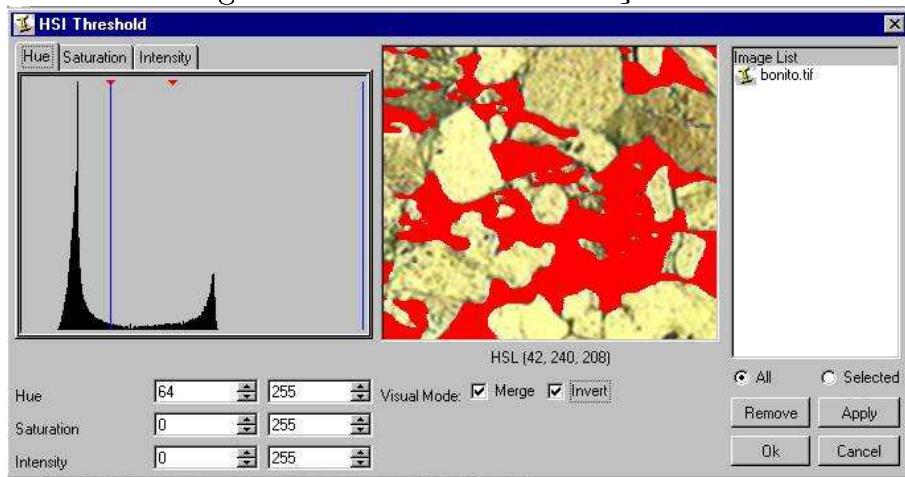


Figura 2.7: Imagem colorida do Berea 500, binarizada utilizando-se os algoritmos HSI, RGB e Neural.

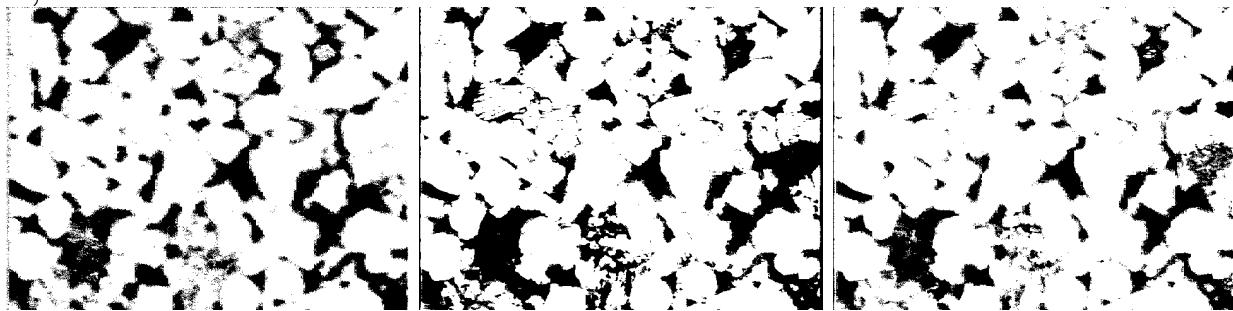
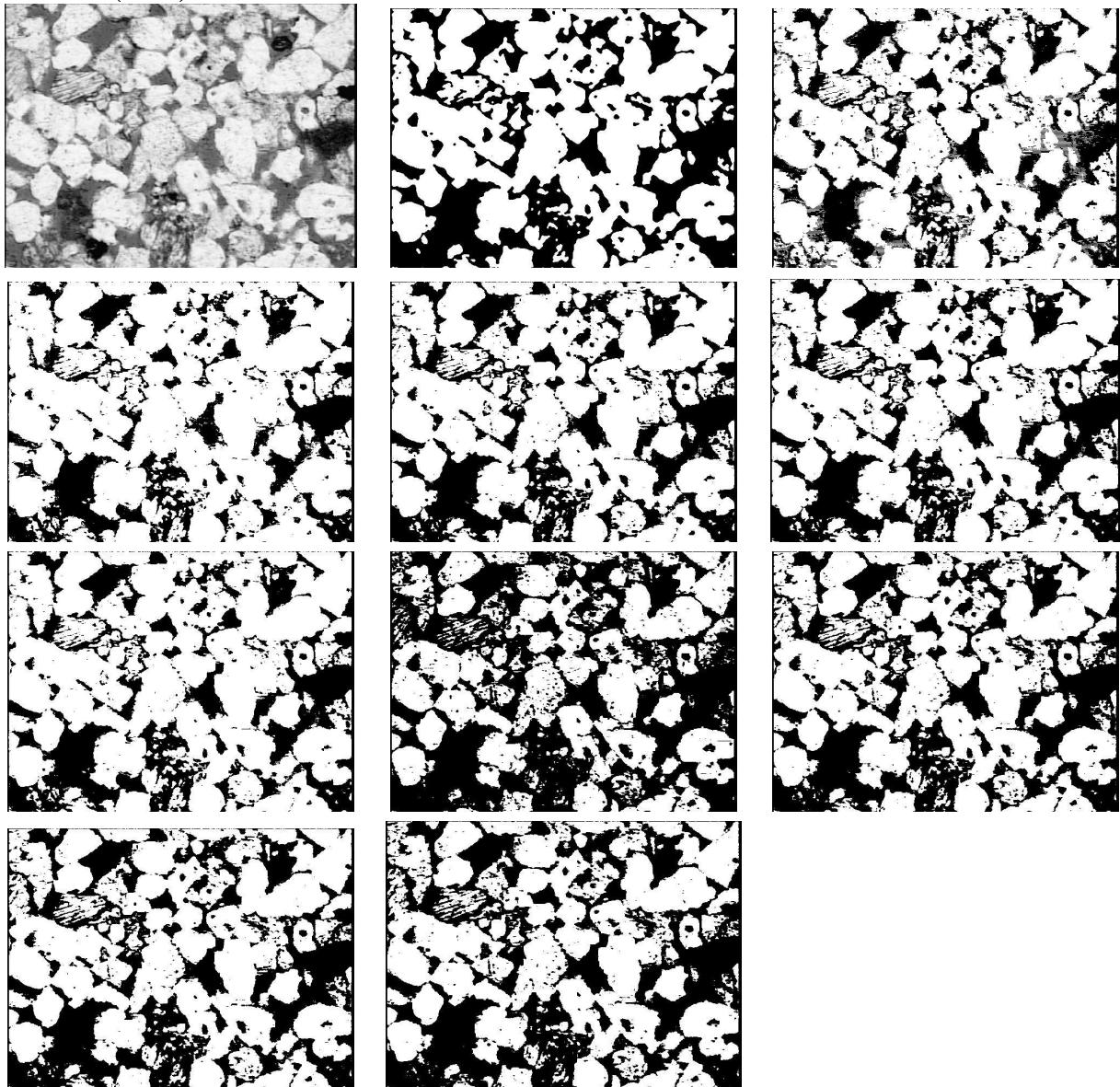


Figura 2.8: Imagem cinza do Berea 500, binarizada utilizando-se diferentes algoritmos descritos em Parker (1997).



A imagem segmentada é a base para as etapas seguintes da caracterização e reconstrução tridimensional; se a segmentação não for bem realizada comprometem-se todos os processos.

## 2.5 Caracterização das Imagens Segmentadas

A caracterização tem como objetivo identificar parâmetros geométricos do material em estudo. Em uma imagem bidimensional já segmentada procura-se determinar a porosidade, a distribuição de tamanho de poros, a função autocorrelação, a função conectividade, o número de objetos, a área dos objetos e fatores de forma. Alguns destes parâmetros são descritos a seguir.

Seja  $\mathbf{x}$  um ponto de coordenada  $(x,y)$  onde  $x,y$  são valores inteiros num espaço discreto bidimensional. Pode-se definir a função de fase  $FF(\mathbf{x})$  pela relação:

$$FF(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} \text{ pertence ao espaço poroso} \\ 0 & \text{se } \mathbf{x} \text{ não pertence ao espaço poroso} \end{cases} \quad (2.1)$$

**Porosidade.** A porosidade é definida por:

$$\varepsilon = \langle FF(\mathbf{x}) \rangle \quad (2.2)$$

onde  $\langle \rangle$  representa a média estatística.

O resultado de porosidade obtido pela aplicação da equação 2.2, depende da correta segmentação da imagem (colorida/tons de cinza) e está associada aos poros que foram acessados pela resina, ou seja, aos poros conectados na escala da resina. Usualmente é comparada com valores experimentais, cuja determinação pode ser realizada por diferentes métodos.

As porosidades das amostras de rochas, analisadas neste trabalho, foram obtidas com o método da expansão a gás ( $\varepsilon_g$ ), em que a amostra de volume conhecido é colocada em uma câmara de 2 compartimentos. O equipamento utilizado controla os volumes e pressões nas câmaras e através da lei dos gases ideais possibilita a determinação do volume poroso, De Gasperi (1999).

Dullien (1992), diz que o espaço poroso é formado por duas regiões: a primeira totalmente interconectada, formando uma fase contínua que conecta todas as fases do meio (porosidade interconectada ou efetiva), a segunda, não conectada às faces, constituída por regiões isoladas. Pode-se admitir ainda uma terceira região, associada a poros do tipo “dead end” que estão conectados a apenas uma das faces.

**Autocorrelação.** A função autocorrelação é definida pela relação,

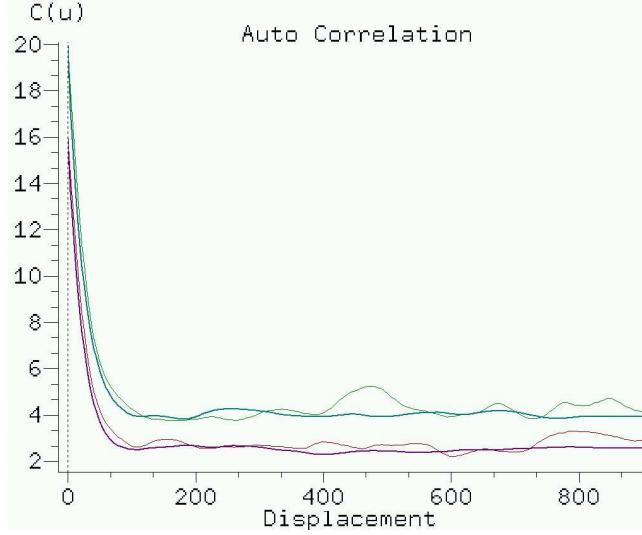
$$C(\mathbf{u}) = \langle [FF(\mathbf{x})] [FF(\mathbf{x} + \mathbf{u})] \rangle \quad (2.3)$$

onde  $\mathbf{u}$  é o vetor deslocamento. Observe que a função autocorrelação fornece a probabilidade de intersecção na direção  $\mathbf{u}$  de dois pontos na fase porosa separados pela distância  $|\mathbf{u}|$ . A função *autocovariância normalizada* é dada por:

$$R(\mathbf{u}) = \frac{\langle [FF(\mathbf{x}) - \varepsilon] [FF(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - \varepsilon] \rangle}{(\varepsilon - \varepsilon^2)} \quad (2.4)$$

Na Figura 2.9 compara-se a função autocorrelação obtida com o uso da transformada de Fourier e de método de interpolação, com aquela obtida pelo método tradicional nas direções x e y. Observa-se que com o uso da transformada de Fourier, as flutuações são reduzidas. Definições da transformada de Fourier aplicadas aos problemas da análise de imagem são encontradas em Gonzalez e Woods (1992), Castleman (1979), Parker (1997) e Liang *et al.*(1998).

Figura 2.9: Função autocorrelação nas direções x e y, e determinada usando FFT.



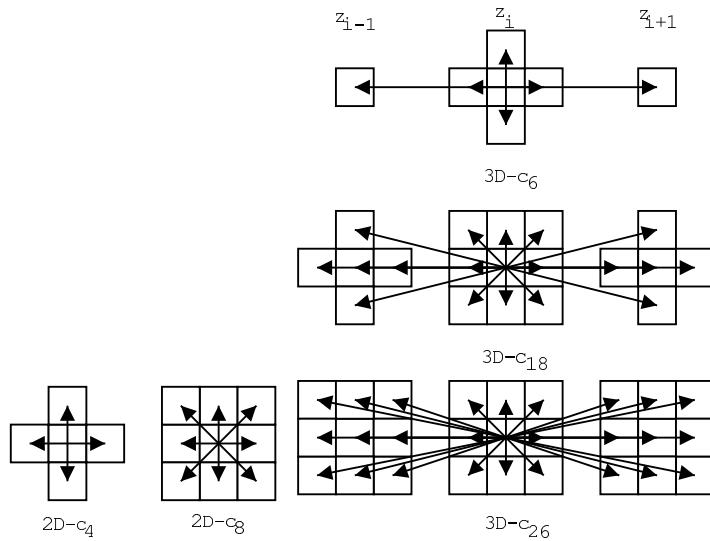
A curva de autocorrelação assume um máximo para  $|\mathbf{u}| = 0$ , e decresce a medida que  $|\mathbf{u}|$  cresce. Para determinado valor de  $|\mathbf{u}|$ ,  $C(\mathbf{u})$  assume um mínimo, denominado comprimento de correlação ( $\lambda$ ). O comprimento de correlação (ou alcance de correlação) representa a distância a partir da qual o meio não está mais correlacionado. Após o comprimento de correlação, aparecem flutuações nos valores de  $C(\mathbf{u})$  que podem estar associadas a efeitos de ordem. O aumento da dimensão da imagem reduz estas oscilações em função do aumento de estatística.

**Conektividade.** O termo conectividade é utilizado nas áreas de topologia, teoria da percolação, de análise de imagens e de meios porosos; assumindo em cada uma destas áreas uma

conotação semelhante. Apresentam-se a seguir estas definições.

O primeiro conceito de *conectividade*, e o mais básico é oriundo da *análise de imagens* e está associado a um conceito de intersecção entre pixels<sup>3</sup>. O conceito de conectividade depende do tipo de relação de vizinhança utilizada, veja Gonzales e Woods (1993), Gomes e Velho (1994). Em imagens bidimensionais costumam-se usar relações de vizinhança 4 conectada ( $c_4$ ) e 8 conectada ( $c_8$ ), ilustradas na Figura 2.10. Para imagens tridimensionais, pode-se utilizar as relações de vizinhança  $c_6$ ,  $c_{18}$  e  $c_{26}$ , ilustradas na Figura 2.10.

Figura 2.10: Conectividade bidimensional em  $c_4$  e  $c_8$  e conectividade tridimensional em  $c_6$ ,  $c_{18}$  e  $c_{26}$ .



Estabelecida a forma de conexão dos pixels, pode-se definir o segundo conceito de *conectividade*, oriundo da *teoria da percolação*.

Pode-se separar os diversos agrupamentos de pixels interligados que compõem a imagem, e rotulá-los com o algoritmo de agrupamentos múltiplos de Hoshen e Kopelman (1976) (descrito na seção 2.5.3). Após a rotulagem, cada agrupamento tem todos os seus pixels com o mesmo rótulo  $k$ . Pode-se definir uma função de fase auxiliar  $FFA(\mathbf{x})$ , que assume o valor  $k$  se o ponto  $\mathbf{x}$  pertence ao objeto  $k$ .

$$FFA(\mathbf{x}) = \begin{cases} k & \text{se } \mathbf{x} \text{ pertence ao objeto } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.5)$$

A função conectividade  $\zeta(\mathbf{u})$  pode então ser definida pela relação:

---

<sup>3</sup>Não se deve confundir o conceito de conectividade (um conceito geométrico que estabelece se dois pixels da mesma cor estão unidos), com o conceito de métrica (que envolve a definição de conceitos matemáticos como distâncias).

$$\zeta(\mathbf{u}) = \langle \delta(FFA(\mathbf{x}), FFA(\mathbf{x} + \mathbf{u})) \rangle \quad (2.6)$$

com

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \neq 0 \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.7)$$

O terceiro conceito de *conectividade* é oriundo da *topologia*. A conectividade é um parâmetro topológico que mede o número de caminhos fechados, não redundantes, através do qual a fase porosa pode ser acessada. A conectividade está associada ainda ao conceito de *genus*; o *genus* de um meio é o número máximo de cortes que podem ser feitos na fase de interesse sem que ocorra a divisão do mesmo (Coster e Chermant, 1989).

### 2.5.1 Caracterização pela morfologia matemática

A morfologia matemática objetiva descrever os diversos objetos que compoem uma imagem, através de um conjunto de parâmetros criados e utilizados para sua representação. Foi desenvolvida a partir da teoria dos conjuntos para uso em imagens discretas, veja Serra (1982), Facon (1996), Moschetto (1991), Coster e Chermant (1989).

As operações da morfologia matemática são usadas em diversas etapas da análise de imagens bidimensionais e tridimensionais reconstruídas.

O princípio básico da morfologia matemática é extrair informações morfológicas e topológicas dos objetos que compoem uma imagem, baseado em um elemento de análise denominado elemento estruturante (*EE*). Um elemento estruturante é um objeto discretizado, com forma e tamanho adequados, para a comparação com os objetos que compoem a imagem.

O resultado da aplicação das operações da morfologia matemática depende, fundamentalmente, do *EE*, ou seja, a forma geométrica do *EE* (esférica, retangular) interfere nos resultados obtidos.

As principais operações da morfologia matemática são a erosão, a dilatação, a abertura e o fechamento, descritos brevemente a seguir.

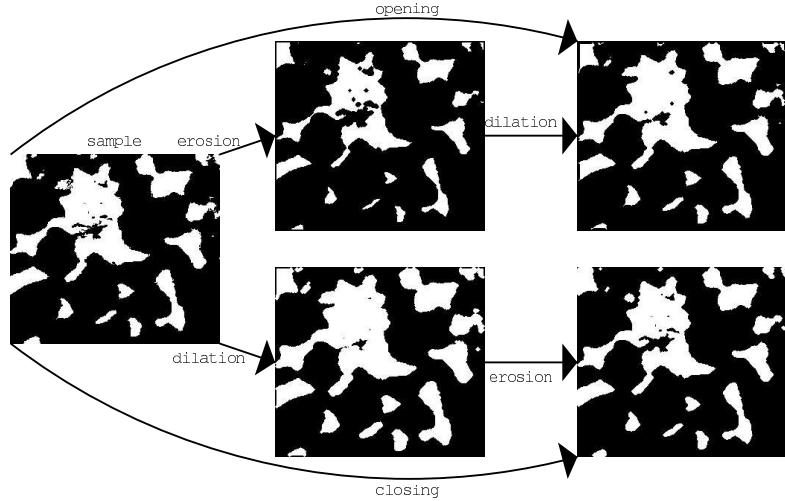
A *erosão* de um conjunto discreto *X* (sendo *X* a fase de interesse) por um elemento estruturante *EE*, representada por  $ero^{EE}(X)$ , é dada por:

$$ero^{EE}(X) = e(X, EE) = \{\mathbf{x} \in X \rightarrow EE_{\mathbf{x}} \subset X\} \quad (2.8)$$

O termo  $ero^{EE}(X)$  representa a imagem erodida,  $EE_{\mathbf{x}}$  o elemento estruturante centrado em  $\mathbf{x}$ , sendo  $\mathbf{x}$  um ponto do conjunto *X*. Se o *EE* centrado em  $\mathbf{x}$  está totalmente contido em *X*, então este ponto  $\mathbf{x}$  pertence a região erodida.

A Figura 2.11 ilustra o efeito da operação de erosão. Como efeitos da erosão, os objetos da imagem serão reduzidos, os furos interiores aos objetos são aumentados, os objetos ligados com elementos menores que o elemento estruturante serão separados.

Figura 2.11: Operações da morfologia matemática.



A *dilatação* de um conjunto  $X$  por um elemento estruturante  $EE$ , representada por  $dil^{EE}(X)$  é dada por:

$$dil^{EE}(X) = d(X, EE) = \{\mathbf{x}' \in X' \rightarrow (X \cup (EE_{(\mathbf{x}')} \cap X \neq \emptyset))\} \quad (2.9)$$

onde  $\emptyset$  representa o conjunto vazio,  $X'$  é o complemento de  $X$  e  $\mathbf{x}'$  um ponto de  $X'$ . A equação acima nos diz que o resultado da operação de dilatação é a imagem original ( $X$ ) unida a região dada por  $(EE_{(\mathbf{x}')} \cap X \neq \emptyset)$ , ou seja, a todos os pontos em que o  $EE$  centrado em  $\mathbf{x}'$  tem conexão não nula com a fase  $X$ .

A Figura 2.11 ilustra o efeito da operação de dilatação. Os efeitos da dilatação são o aumento dos objetos que pertencem a imagem, o preenchimento de buracos e a conexão de grãos próximos.

A operação da *abertura* é a operação de erosão seguida da operação de dilatação. O objetivo inicial da operação da abertura é eliminar “ruídos” que seriam as partículas menores que o  $EE$ , sem alterar os objetos maiores.

A operação de abertura  $abe^{EE}(X)$  é definida por:

$$abe^{EE}(X) = a(X, EE) = d(e(X, EE), EE) \quad (2.10)$$

De uma maneira geral, com a operação da abertura ocorre um nivelamento dos contornos pelo interior, os objetos menores que o  $EE$  são eliminados, os objetos maiores que o  $EE$  são reduzidos na erosão e reconstituídos na dilatação, retornando a sua forma inicial. Depois da operação de abertura a imagem é mais regular e menos rica em detalhes.

O *fechamento* binário é a operação dual da abertura, na abertura realiza-se a erosão e depois a dilatação, no fechamento realiza-se a dilatação e depois a erosão. O fechamento de um conjunto  $X$  pelo elemento estruturante  $EE$ ,  $fec^{EE}(X)$  é dado por:

$$fec^{EE}(X) = f(X, EE) = e(d(X, EE), EE) \quad (2.11)$$

Alguns efeitos do fechamento são a suavização das fronteiras pelo exterior, o preenchimento dos buracos menores que o  $EE$  no interior dos objetos, a conexão de partículas próximas. Após o fechamento a imagem é mais regular, porém ocorre perda de detalhes.

Diversos filtros da morfologia matemática foram implementados como parte dos trabalhos desenvolvidos e utilizados nos algoritmos para determinação das configurações de equilíbrio (descritos no capítulo 5).

### Distribuição de tamanho de poros

A operação de abertura é usada na determinação da distribuição de tamanho de poros de imagens de seções bidimensionais já segmentadas.

Define-se  $\varepsilon_{a(X, EE_x^i)}$  como a porosidade da imagem  $X$  após aplicação da operação de abertura com um  $EE$  circular de raio  $i$ , centrado em  $x$ ;  $i$  assume valores inteiros positivos. Assume-se que:

$$\varepsilon_{a(X, EE_x^0)} = \varepsilon \quad (2.12)$$

A função distribuição de tamanho de poros, para um dado raio de bola  $i$  é dada por:

$$FDTP(i) = \varepsilon_{a(X, EE_x^{i-1})} - \varepsilon_{a(X, EE_x^i)} \quad (2.13)$$

A função distribuição de tamanho de poros acumulada ( $FDTPA$ ) é dada por:

$$FDTPA(i) = \sum_{k=0}^i FDTP(k) \quad (2.14)$$

## 2.5.2 Esqueleto

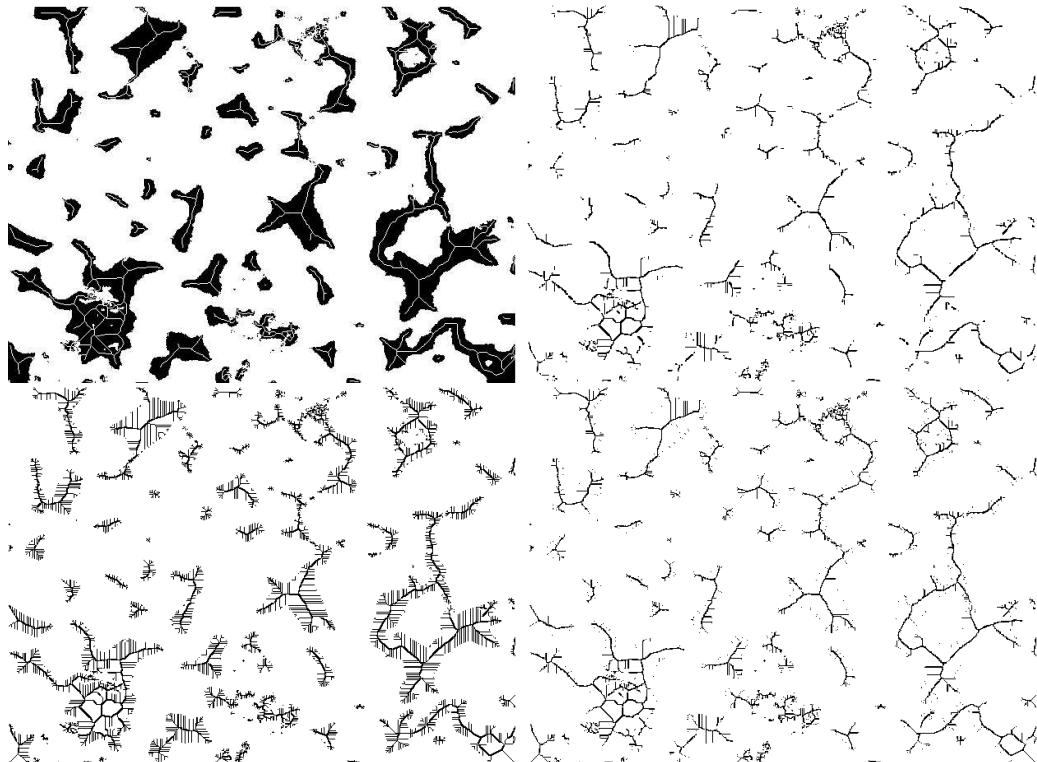
Dada uma imagem bidimensional segmentada, ou uma estrutura porosa reconstruída em 3D, pode-se obter uma nova representação do meio poroso, denominada de esqueleto. Veja uma definição do conceito do esqueleto em Coster e Chermant (1989), Liang *et al.*(1997).

O esqueleto da fase sólida pode representar uma estrutura de resistência a esforços de deformação. Se o esqueleto é da fase porosa, pode-se admitir que ele representa os caminhos preferenciais por onde ocorrerá o escoamento de fluidos. A grande vantagem do esqueleto é que ele é uma representação econômica do meio poroso, que preserva as informações de conectividade, levando em conta as irregularidades do meio.

Pode-se determinar o esqueleto de uma imagem bidimensional com as operações iterativas da morfologia matemática, Facon (1996) e algoritmos como os de Zhang-Suen (1984), Zhang-Suen/Stentiford/Holt segundo Parker (1997).

Na Figura 2.12, apresenta-se o esqueleto da fase preta de uma imagem bidimensional, determinada com o algoritmo de Zhang-Suen (canto superior esquerdo). A título ilustrativo, apresenta-se algumas tentativas de se determinar o esqueleto a partir de imagens de distância ao fundo, os resultados apresentados mostram ser viável a utilização futura destes algoritmos.

Figura 2.12: Imagem do esqueleto bidimensional, obtida usando o algoritmo de Zhang-Suen, descrito em Parker (1997), e imagens do esqueleto bidimensional determinadas usando novos algoritmos sobre a IDF.



Determinar o esqueleto de uma estrutura porosa tridimensional é uma tarefa complexa; em Liang (1997) apresenta-se uma breve descrição do algoritmo de Ma (1995), que determina o esqueleto de estruturas tridimensionais.

### 2.5.3 Algoritmo de rotulagem tridimensional

Apresenta-se nesta seção, um novo algoritmo de rotulagem desenvolvido usando uma variação do algoritmo de Hoshen e Kopelman (1976), este algoritmo apresenta um desempenho superior e retorna uma imagem final com rótulos seqüenciais, diminuindo o número de verificações a serem realizadas nas etapas posteriores à rotulagem. Este algoritmo é utilizado tanto no módulo de determinação das configurações de equilíbrio como no módulo de determinação das permeabilidades.

**O algoritmo de rotulagem de Hoshen & Kopelman.** O algoritmo permite a determinação dos agrupamentos de sítios e o cálculo do ponto de percolação crítica em uma rede de percolação; é apresentado em artigo de 1976 através da simulação de um cristal bi-molecular. Embora o algoritmo tenha sido desenvolvido no contexto da teoria da percolação, ele se aplica diretamente no processamento de imagens.

O objetivo do algoritmo é determinar para cada pixel  $i,j$  da imagem, o rótulo do agrupamento ao qual ele pertence. O mesmo trabalha sobre uma imagem binária em que cada pixel que faz parte do fundo é considerado inativo e ativo caso contrário. Utiliza-se um índice  $k$  para identificar o rótulo do agrupamento e um vetor  $N[k]$  que indica o número de pixels que fazem parte do agrupamento  $k$  (ou seja,  $N[k]$  é o tamanho do agrupamento).

O procedimento de rotulagem consiste em percorrer toda a imagem e definir para cada pixel (posição  $i,j$ ) um rótulo. Faz-se  $k=1$  e escolhe-se uma direção de varredura. Ao encontrar um pixel ativo, dá-se a este o rótulo  $k$ . Pula-se para o próximo pixel ( $Pixel_{(i,j)}$ ), verificando se o mesmo está ativo. Se não ativo, o  $Pixel_{(i,j)}$  é pulado. Se o  $Pixel_{(i,j)}$  é ativo verifica-se o pixel anterior ( $Pixel_{(i-1,j)}$ ). Se o  $Pixel_{(i-1,j)}$  é ativo, o  $Pixel_{(i,j)}$  recebe o mesmo rótulo deste e o vetor  $N[k]$ , com o tamanho do agrupamento  $k$  é incrementado ( $N[k]=N[k]+1$ ). Se o  $Pixel_{(i,j)}$  for ativo e o  $Pixel_{(i-1,j)}$  não, incrementa-se  $k$  ( $k=k+1$ ) e o  $Pixel_{(i,j)}$  recebe este novo rótulo  $k$ , e  $N[k]$  é igualado a 1.

Quando um  $Pixel_{(i,j)}$  une dois agrupamentos distintos (por exemplo  $Pixel_{(i-1,j)}, Pixel_{(i,j-1)}$ ), este recebe o rótulo do menor.

$$Pixel_{(i,j)} = rotuloMenor \quad (2.15)$$

e o número total de pixeis com rótulo menor é dado por:

$$N[\text{rotuloMenor}] = N[\text{Pixel}_{(i,j-1)}] + N[\text{Pixel}_{(i-1,j)}] + 1 \quad (2.16)$$

$N$  é definido desta forma, somando o valor de  $N$  dos pixeis vizinhos +1, porque o pixel atual **aglutinou** o agrupamento do  $\text{Pixel}_{(i,j-1)}$  e o agrupamento do  $\text{Pixel}_{(i-1,j)}$ .

O número  $N$  do rótulo maior é dado por.

$$N[\text{rotuloMaior}] = -\text{rotuloMenor} \quad (2.17)$$

O sinal negativo indica aos pixeis com este rótulo que eles foram aglutinados, passando a fazer parte de um novo agrupamento. Os valores são armazenados com sinal negativo para diferenciar o tamanho do agrupamento  $N[k]$ , positivo; do rótulo do pixel aglutinador armazenado no próprio vetor  $N[k]$ , mas com sinal negativo.

Com o uso deste mecanismo ( $N[k]$  positivo  $\Rightarrow$  rótulo válido e  $N[k]$  negativo  $\Rightarrow$  rótulo indireto), após a primeira passagem, todos os pixeis da imagem terão um rótulo temporário (e positivo). Numa segunda passagem sobre a imagem, os rótulos definitivos são encontrados pesquisando-se os valores do vetor  $N[k]$ . Observe que esta pesquisa pode ser lenta, pois se o  $\text{Pixel}_{(i,j)}$  tem  $N[\text{Pixel}_{(i,j)}]$  negativo, deve-se verificar o valor de  $N[-N[\text{Pixel}_{(i,j)}]]$  e assim sucessivamente, até encontrar um valor positivo.

A grande vantagem do algoritmo é a classificação e rotulagem de toda imagem com somente duas passagens; carregando-se apenas as linhas  $i$  e  $i+1$  (de imagens bidimensionais), o que permite o tratamento de imagens grandes.

Uma desvantagem do algoritmo é a ocorrência de falhas na seqüência que implicam em verificações adicionais, ou seja, a manipulação da imagem rotulada é mais complexa; outro problema está no cálculo da equação 2.15, o algoritmo faz uma pesquisa no vetor  $N[k]$  para encontrar o menor rótulo positivo.

**Novo algoritmo de rotulagem para imagens bidimensionais e tridimensionais.** Com o objetivo de aperfeiçoar o algoritmo de Hoshen e Kopelman e o ampliá-lo para 3D, foram construídos dois objetos de rotulagem, um para imagens bidimensionais e outro para imagens tridimensionais.

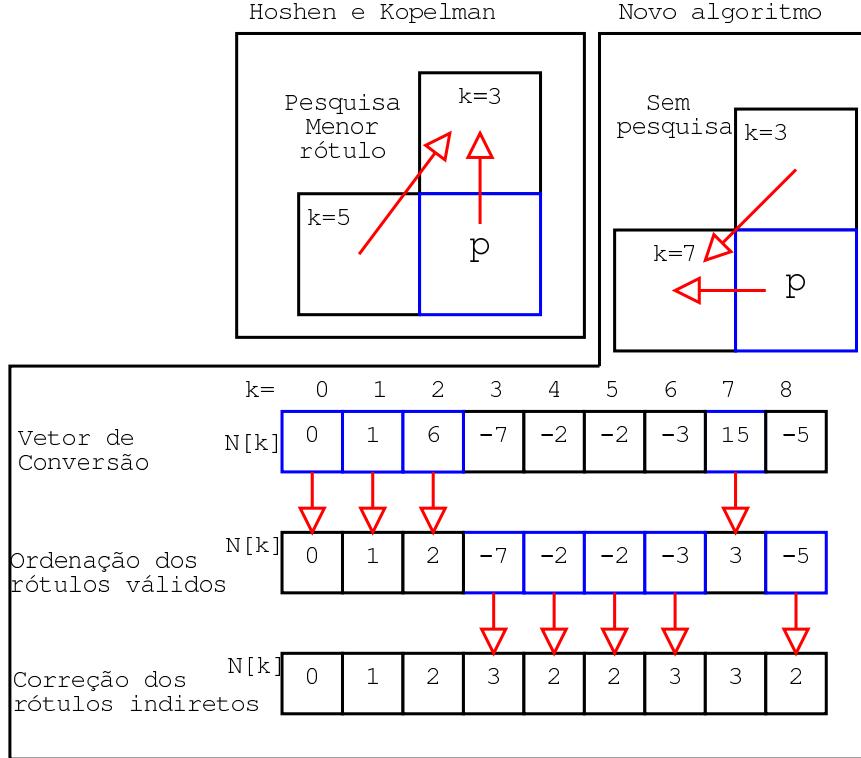
As inovações do algoritmo são:

- Incremento do rótulo  $k$  a cada linha, eliminando-se a pesquisa para achar o menor rótulo na primeira passagem (eq.2.15).
- A seleção e ordenação dos rótulos válidos diretamente no vetor de conversão, garantindo que os rótulos sejam seqüenciais (1,2,3,4,...).

- A correção dos rótulos indiretos diretamente no vetor de conversão, eliminando a pesquisa pelo rótulo correto na segunda passagem<sup>4</sup>. Possibilidade de trabalhar com imagem de distância ao fundo<sup>5</sup>.

A Figura 2.13 mostra a aplicação do algoritmo.

Figura 2.13: Algoritmo de rotulagem.



O algoritmo executa quatro funções: A primeira função percorre toda a imagem, definindo para cada pixel um rótulo  $k$  (sem pesquisa pelo menor valor). A segunda função percorre o vetor de conversão a procura dos rótulos válidos deixando ao final todos os rótulos válidos ordenados. A terceira função elimina os rótulos indiretos (negativos), deixando somente rótulos válidos e diretos. A última função varre toda a imagem, definindo os rótulos finais.

As principais vantagens do novo algoritmo são: a utilização do próprio vetor de conversão para encontrar os rótulos válidos e colocá-los em ordem crescente e para substituir os rótulos indiretos por rótulos diretos. A utilização de vetores e funções específicas para determinação da área, perímetro e raio hidráulico dos objetos e a determinação de toda rotulagem com

<sup>4</sup>O módulo computacional desenvolvido em UML/C++ inclui ainda: Objetos para verificação da conectividade (2D/3D). Atributos e funções para determinação da área, perímetro, raio hidráulico e centro de massa dos objetos.

<sup>5</sup>A imagem de distância ao fundo (IDF) é uma imagem em que o valor de cada pixel da fase porosa é dado pela menor distância a fase de sólidos.

rótulos válidos e ordenados em somente duas passagens com um ganho de desempenho, além da possibilidade de se trabalhar com imagens binárias ou de distância ao fundo.

A Figura 2.14 apresenta nove planos de uma imagem tridimensional rotulada usando conectividade em  $c_6$ . Observe que os rótulos são seqüenciais, iniciando em 0 e terminando em 9.

Figura 2.14: Imagem tridimensional rotulada.

P3

10 10 10 65000				
$z_0$	$z_3$	$z_6$	$z_9$	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 0 9 9 9 9 0 9 9 9 9 0 9 9 9 9	0 0 0 0 0 0 9 9 9 9 0 9 0 9 9 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 0 9 0 0 9 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 9 0 9 9 0 0 0 9 0 0 9 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 9 0 9 9 0 0 0 9 0 0 9 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 9 0 9 9 0 0 0 9 0 0 9 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 0 9	0 9 0 9 9 0 0 0 9 0 0 9 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	4 4 0 4 4 4 0 0 0 0 0 9	4 0 8 0 9 0 9 0 0 0 9	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	
$z_1$	$z_4$	$z_7$	$z_9$	
9 0 9 0 0 9 0 0 9 9 9 9	9 9 9 0 0 0 9 9 9 9 9 9	0 5 0 6 0 9 9 9 9 9 9		
0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 0 0 0 9 0 0 0 9 0 0	0 0 0 0 9 0 0 0 9 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 9		
0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9		
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	4 4 0 4 0 0 0 0 0 0 9	0 8 8 0 9 9 9 0 0 0 9		
$z_2$	$z_5$	$z_8$	$z_9$	
9 0 9 0 0 9 0 0 9 9 9 9	0 0 0 0 2 0 0 0 9 0 9	0 0 0 0 0 0 9 9 9 9 9		
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 9 0 3 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 9		
0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 0 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 0	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9	0 9 0 0 9 0 0 9 0 0 9		
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9		
0 4 4 4 4 4 4 4 0 0	4 0 0 0 9 9 9 9 9 9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9		

# Capítulo 3

## Métodos de Reconstrução Tridimensional

O objetivo da reconstrução geométrica tridimensional é obter uma estrutura porosa em 3D que seja representativa do meio original. A justificativa para se trabalhar em 3D e não em 2D se encontra na descrição da função conectividade, que não consegue boa representação em estruturas bidimensionais.

Apresenta-se neste capítulo a reconstrução geométrica tridimensional a partir de imagens bidimensionais pelos métodos JQA de Joshi (1974), Quiblier(1984) e Adler *et al.*(1990), que usa um filtro linear e um filtro não linear; pelo método misto de Ioannidis *et al.*(1995), com uso da transformada de Fourier discreta e de filtro linear; pelo método de Liang *et al.*(1998), totalmente baseado na transformada de Fourier e pelo método das esferas sobrepostas de Santos *et al.*(2002), um método baseado na sobreposição de esferas para preservação da função distribuição de tamanho de sólidos.

A hipótese de base dos métodos de reconstrução admite que a gênese do meio poroso é um processo estocástico, que pode ser representado pelos diversos momentos da função de fase. Os métodos da gaussiana truncada admitem, adicionalmente, que a estrutura porosa possa ser representada pelos dois primeiros momentos da função de fase, a porosidade e a função autocorrelação.

### 3.1 Método de Reconstrução JQA

O método de Joshi (1994) para meios bidimensionais, foi estendido para meios tridimensionais por Quiblier (1984) e Adler *et al.*(1990).

Resumidamente, o método parte de um campo gaussiano  $X$ , realiza uma convolução com uma matriz  $a(r,s,t)$  para obter um campo  $Y$  correlacionado e a seguir trunca o campo gaussiano  $Y$  para obter o campo  $Z$ , binário e correlacionado. A seqüência abaixo apresenta o método.

### 3.1.1 Filtro linear

Parte-se de um campo gaussiano não correlacionado  $X(i,j,k)$ , com média 0 e variância 1, sendo  $(i,j,k)$  a posição no espaço discreto. A seguir aplica-se um filtro linear, que pode ser apresentado como uma operação de convolução, em que o campo  $Y(i,j,k)$  é obtido pela convolução do campo inicial  $X(i,j,k)$ , com uma matriz de coeficientes  $a(r,s,t)$ , onde  $r$ ,  $s$  e  $t$  estão definidas para um cubo 3D limitado por  $[0, N]^3$ , sendo  $N$  a dimensão máxima do cubo. Fora do cubo  $a(r,s,t)$  assume valores nulos. A representação fica da forma:

$$Y(i,j,k) = \sum_{r,s,t \in [0,N]^3} a(r,s,t)X(i+r, j+s, k+t) \quad (3.1)$$

O campo  $Y(i,j,k)$  tem distribuição normal, com média 0 e variância 1. Admitindo-se que o meio é isotrópico (o que implica que  $u = |\mathbf{u}|$  e  $R_Y(\mathbf{u}) = R_Y(u)$ ), a função autocorrelação normalizada do campo  $Y(i,j,k)$  para um deslocamento  $u$ ,  $R_Y(u)$  é dada por [Adler *et al.*(1990)]:

$$R_Y(u) = \sum_{r,s,t \in [0,N]} a(r,s,t)a(r+u, s, t) \quad (3.2)$$

A equação 3.2 fornece um sistema de equações, que resolvido retorna os valores de  $a(r,s,t)$ , os coeficientes  $a(r,s,t)$  podem ser aplicados em 3.1 para determinação de  $Y$ .

### 3.1.2 Filtro não linear

O filtro não linear (*FNL*) é definido da forma:

$$Z = FNL(Y) \quad (3.3)$$

com

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{se } P(y) \leq \varepsilon \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

e

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (3.5)$$

A distribuição de probabilidade da função autocovariância normalizada do campo  $Y$ , é dada por  $P(y)$  uma distribuição normal, pois  $Y(\mathbf{x})$  é normal com média zero e variância um; sua função autocorrelação é a própria função autocovariância normalizada.

O filtro não linear transforma o campo  $Y$  (normal, correlacionado, definido para os reais), em um campo  $Z$  (binário, com média igual a porosidade  $\varepsilon$ , e variância igual a  $\varepsilon - \varepsilon^2$ ).

É necessário obter  $R_Y(u)$  (Eq.3.2), o que é feito relacionando-se as funções autocovariâncias normalizadas dos campos  $Z$  e  $Y$  através de uma série da forma, Adler *et al.*(1990):

$$R_Z(u) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m^2 R_Y^m(u) \quad (3.6)$$

onde  $m$  é o número de pontos da série e os coeficientes  $B_m$  são dados por

$$B_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi m!}} \int_{-\infty}^{+\infty} b(y) e^{-\frac{y^2}{2}} H_m(y) dy \quad (3.7)$$

$b(y)$  por

$$b(y) = \begin{cases} \frac{\varepsilon-1}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}} & \text{se } P(y) \leq \varepsilon \\ \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}} & \text{se } P(y) > \varepsilon \end{cases} \quad (3.8)$$

e os polinômios de Hermite  $H_m(y)$  por

$$H_m(y) = (-1)^m e^{\frac{y^2}{2}} \frac{d^m}{dy^m} e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (3.9)$$

### 3.1.3 Solução do problema inverso

Para a realização da reconstrução, deve-se determinar a função autocovariância normalizada  $R_Y(u)$  e em seguida os coeficientes  $a(r,s,t)$ . Este problema é denominado problema inverso, pois para obtenção da estrutura porosa reconstruída em 3D necessita-se antes determinar os coeficientes  $a(r,s,t)$ .

Pode-se obter a relação entre as autocovariâncias dos campos  $Y$  e  $Z$ , utilizando-se a eq. 3.6.

Com os valores de  $R_Y(u)$  pode-se determinar os coeficientes de  $a(r,s,t)$  usando-se (para um meio isotrópico) a equação 3.2. Como o sistema obtido da equação 3.2 é não linear, o mesmo precisa ser resolvido através de um método numérico, este é o procedimento mais lento do método JQA.

Determinados os coeficientes  $a(r,s,t)$ , pode-se determinar o campo  $Y$  com a equação 3.1, e com o filtro não linear o campo  $Z$  (eq.3.4).

Uma descrição mais detalhada e o uso do método é encontrado em Fernandes (1994).

## 3.2 Método de Reconstrução Misto de Ioannidis *et al.*(1995)

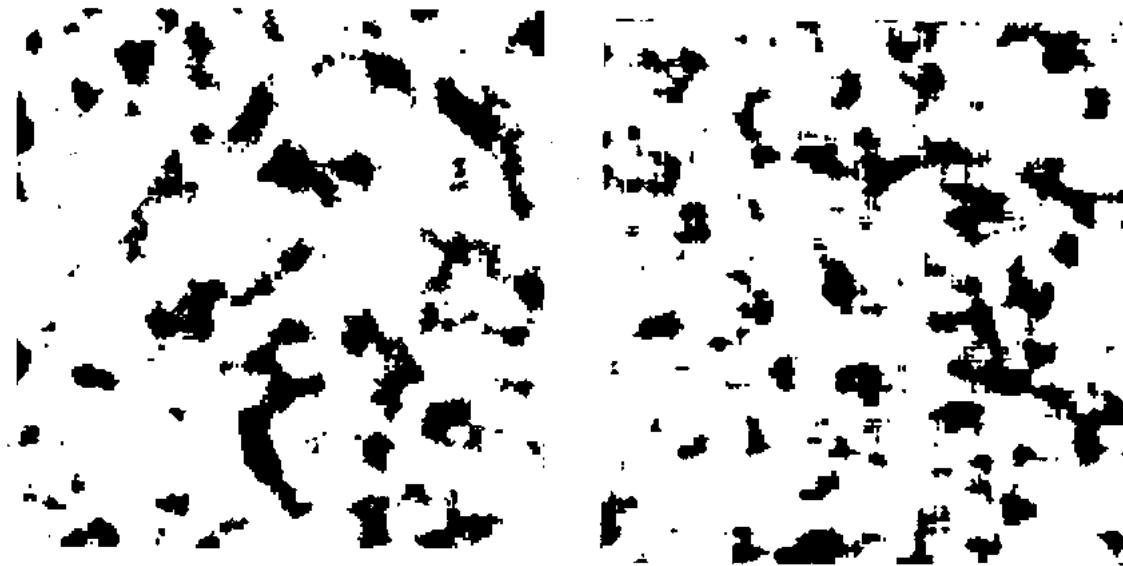
O método de reconstrução misto de Ioannidis *et al.*(1995), substitui parcialmente a aplicação do filtro linear pelo uso da transformada de Fourier. Adotam uma abordagem mista na reconstrução, usam a transformada de Fourier discreta para obtenção de seções bidimensionais com a função autocorrelação desejada e um filtro linear para correlacionar as imagens na direção z. Ou seja, a imagem reconstruída em 3D é obtida a partir de uma série de imagens reconstruídas em 2D.

A seqüência do método misto de Ioannidis *et al.*(1995) é dada por:

- Determinação de  $R_Y(u)$  (eq.3.6).
- Cálculo para obter  $|\hat{Y}|^2$  a partir de  $\hat{R}_Y(p) = \Im(R_Y(u)) = |\Im(Y)|^2 = |\hat{Y}|^2$ .
- A seguir obtém  $\hat{Y}(p_x, p_y)$  a partir de  $|\hat{Y}|$  e de ângulos de fase randômicos (ao utilizar ângulos randômicos garante que  $Y(x, y)$  seja gaussiano).
- Realiza a transformada de Fourier inversa para obter  $Y(x, y)$  a partir de  $\hat{Y}(p_x, p_y)$  .
- Usa um filtro linear para correlacionar as imagens bidimensionais obtidas na direção z, e assim, obter a representação 3D desejada.

A Figura 3.1 mostra seções bidimensionais de uma estrutura porosa reconstruída em 3D, utilizando o método misto de Ioannidis *et al.*(1995).

Figura 3.1: Seções bidimensionais de uma imagem 3D reconstruída pelo método misto de Ioannidis *et al.*(1995) [Ioannidis *et al.*(1995)] .



### 3.3 Método de Reconstrução de Liang *et al.*(1998)

A maior dificuldade do método JQA é resolver o sistema de equações obtido pela aplicação do filtro linear. O método misto de Ioannidis *et al.*(1995), substitue parcialmente a aplicação do filtro linear. Estendendo o método de Ioannidis *et al.*(1995), Liang *et al.*(1998), substituem totalmente a aplicação do filtro linear pelo uso da transformada de Fourier. As novidades do método envolvem o uso da transformada de Fourier discreta para obter  $C(\mathbf{u})$  e a obtenção de  $Y(\mathbf{x})$  a partir de  $R_z(\mathbf{u})$  sem a necessidade de se gerar  $X(\mathbf{x})$ . O uso da transformada de Fourier como formulado por Liang *et al.*(1998) traz como benefícios a obtenção da estrutura reconstruída com menos tempo de processamento, mas com um custo adicional em termos de memória. A seqüência do método é apresentada na Figura 3.2 e descrita a seguir.

O método de Liang *et al.*(1998) se fundamenta numa relação entre o módulo da transformada de Fourier de um campo e a transformada de Fourier da função autocovariância normalizada do mesmo campo. Esta relação é conhecida como teorema de Wiener-Khintchine:

$$\hat{R}_Y(\mathbf{p}) = \Im(R_Y(\mathbf{u})) = |\Im(Y)|^2 = |\hat{Y}|^2 \quad (3.10)$$

A leitura da equação acima nos informa que a transformada de Fourier da função autocovariância normalizada esta relacionada ao módulo do campo Y transformado ao quadrado.

Determina-se  $C_z(\mathbf{u})$  usando a transformada de Fourier discreta, com a vantagem de se reduzir as oscilações na curva de autocorrelação (Figura 2.9). A seguir determina-se a autocovariância  $R_z(\mathbf{u})$  pela equação 2.4. Calcula-se  $R_Y(u)$  a partir de  $R_z(u)$  com uso da equação 3.6.

O cálculo dos coeficientes  $B_m$  envolve a solução da integral 3.7, que é realizada numericamente com o método de Simpson; a integral é avaliada no intervalo -10 a +10 e a série limitada a 35 termos.

No intervalo em que  $R_Y > 0.90$ , utiliza-se a aproximação [Adler *et al.*(1990)];

$$R_z = 1 - a_1(1 - R_Y)^{1/2} \quad (3.11)$$

onde  $a_1$  é determinado para  $R_Y = 0.9$ . A determinação de  $R_Y(\mathbf{u})$  é dada por

$R_Y(i, j, k) = R_Y(\sqrt{i^2 + j^2 + k^2}) = R(u)$ , para os valores não inteiros utiliza-se uma interpolação.

O próximo passo envolve a determinação da transformada de Fourier (eq. 3.10) que é realizada utilizando-se o algoritmo de Singleton, que apresenta como vantagem um processamento rápido e a não limitação da malha a potências de dois.

Outra característica do método, é que a transformada de Fourier de uma função real  $f(\mathbf{x})$ - $\widehat{>f(\mathbf{p})}$ , é uma função Hermitiana, com a parte real par e a imaginária ímpar. A partir desta

propriedade, a determinação da transformada de Fourier é realizada em somente uma parte da matriz 3D, os demais coeficientes são determinados por considerações de simetria que são decorrentes das características da função Hermitiana.

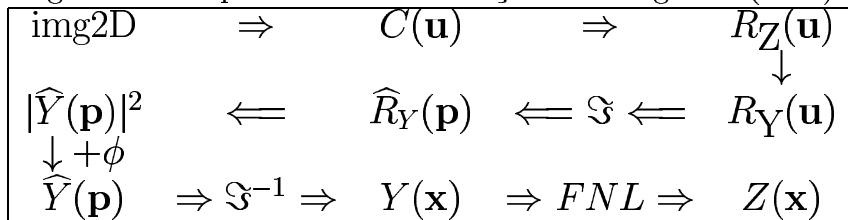
Com a geração de ângulos de fase randômicos no intervalo entre 0 e  $2\pi$  [rad] e a transformada de Fourier inversa de  $\hat{Y}(\mathbf{p})$  obtém-se o campo  $Y(\mathbf{x})$ .

Finalmente, usa-se o filtro não linear (eq. 3.3) para obter o campo  $Z(\mathbf{x})$ .

Segundo os autores, a grande vantagem do método é a busca redução do tempo de processamento. Para gerar uma estrutura porosa com dimensão de  $100^3$  em uma workstation IBM RISC System/6000-410 o método JQA demora 480 minutos, contra 5 minutos do método de Liang *et al.*(1998).

A Figura 3.2 mostra toda a seqüência do método de Liang *et al.*(1998). A Figura 3.3 apresenta uma imagem da estrutura porosa reconstruída com o método de Liang *et al.*(1998).

Figura 3.2: Seqüência da reconstrução de Liang *et al.*(1998).



Uma característica do método de reconstrução da gaussiana truncada é que quanto mais aleatório for o meio a ser reconstruído, melhores serão os resultados; do outro lado, estão os meios bem comportados, com geometrias simples (esferas, quadrados), estes não poderão ser reconstruídos utilizando-se a metodologia da gaussiana truncada.

### 3.3.1 Parâmetros do método de reconstrução

Os parâmetros que podem ser alterados no método de reconstrução de Liang *et al.*(1998) são:

- n** O fator de amostragem  $n$  indica a discretização adotada na descrição da função autocorrelação. O fator de amostragem interfere fortemente nos resultados obtidos, ou seja, na imagem tridimensional retornada pelo método.
- np** O número de pontos utilizados para descrição da função autocorrelação. Deve-se garantir que o comprimento de correlação esteja no intervalo definido por  $n$  e np.
- seed** A semente do gerador de números aleatórios.
- N** A dimensão da imagem reconstruída.

NPS      O número de termos da série.

### 3.4 Método de Reconstrução das Esferas Sobrepostas, *Santos et al.*(2002)

Apresenta-se nesta seção o método de reconstrução das esferas sobrepostas, de *Santos et al.*(2002). Este trabalho utiliza as imagens reconstruídas pelo método em função dos excelentes resultados obtidos, principalmente na recuperação da função distribuição de tamanho de poros e na preservação da porosidade nas imagens conectadas em  $c_6$ . Outra grande vantagem do método é a possibilidade de gerar imagens com fator de amostragem  $n=1$  e dimensões elevadas ( $600^3$ ).

O objetivo de um método de reconstrução tridimensional é gerar uma estrutura 3D que preserve as características medidas na imagem bidimensional. No método das esferas sobrepostas procura-se preservar a distribuição de diâmetro de grãos através da geração de esferas. São dados de entrada do método a distribuição de diâmetro de grãos e a porosidade (da fase porosa).

Para representar a distribuição de diâmetros de grãos na imagem 2D, utiliza-se a função  $P_a(D) \in [0, \varepsilon - 1]$ , que indica a proporção da área da imagem associada a grãos de diâmetro  $D$ . A função  $P_v(D) \in [0, \varepsilon - 1]$  indica a distribuição de grãos (em volume), da imagem reconstruída, e é dada por:

$$P_v(D) = \frac{n_e \pi D^3}{6N^3} \quad (3.12)$$

onde  $n_e = n_e(D)$  indica o número de esferas de diâmetro  $D$  que deverão ser geradas.

Como a distribuição de grãos obtida em 2D deve ser recuperada em 3D, iguala-se  $P_v(D)$  à  $P_a(D)$ , obtendo-se o número de esferas de diâmetro  $D$  a serem geradas:

$$n_e(D) = \frac{6N^3}{\pi D^3} \quad (3.13)$$

Antes de descrever o processo de cálculo, descreve-se dois fatores utilizados pelo método: o *fator borda* ( $f_B$ ) e o *fator de espalhamento* ( $f_S$ ).

No contínuo, a fronteira de um sólido não tem volume, entretanto, em um espaço discreto a fronteira é definida por um conjunto de pixéis com volume. Considerar os pixéis da fronteira como fazendo parte do sólido leva a uma superestimação do volume dos objetos. Para contornar este problema foi introduzido o *fator de borda* que permite que se escolha entre considerar os pixéis do contorno ( $f_B=1$ ), desconsiderá-los ( $f_B=0$ ), ou considerar uma fração dos pixéis da borda como parte do sólido. O algoritmo gera um número aleatório que é comparado com o

valor de  $f_B$ , se menor, considera-se o pixel da borda como fazendo parte da esfera.

O *fator de espalhamento* ( $f_S \in [1, N]$ ), permite que se controle a interseção ou sobreposição das esferas geradas, fazendo com que seja possível uma atuação sobre a conectividade da imagem gerada. Um fator de espalhamento alto implica na geração de esferas conectadas umas com as outras, e um fator de espalhamento baixo implica na geração de uma imagem onde a disposição dos objetos é aleatória.

**Processo.** Cada passo do looping corresponde a um diâmetro de esfera, começando com as esferas de maior diâmetro. A primeira esfera e as esferas de diâmetro  $D \geq f_S$  são geradas numa posição aleatoria, as esferas de diâmetro  $D < f_S$  são geradas de forma a sobrepor uma das esferas anteriormente geradas.

Ao fim de um passo do looping gerou-se  $n_e(D)$  esferas de diâmetro  $D$ .

Como as esferas são geradas em posição aleatória, ocorrem sobreposições e o volume sobreposto, denotado por  $V_s(D)$ , precisa ser corrigido. As esferas geradas para corrigir o efeito da sobreposição tem um volume dado por  $V_c(D)$ .

Entra-se então num sub-looping em que determina-se o valor de  $n_e(D)$  residual, associado a  $V_s(D)$ , e geram-se novas esferas. Este sub-looping é executado até que  $V_s(D) \leq V_c(D)$ , determinando-se a seguir o volume excedente,  $V_e(D)$  dado por:

$$V_e(D) = V_c(D) - V_s(D) \quad (3.14)$$

Retorna-se então para o looping principal, para a geração das esferas de diâmetro  $D - 1$ .

Ao término da geração das esferas de diâmetro  $D - 1$ , faz-se  $V'_s(D-1) = V_s(D-1) + V_e(D)$ , sendo  $V'_s(D-1)$  o volume que será utilizado na etapa de correção do volume sobreposto das esferas de volume  $D - 1$ .

A medida que os diâmetros das esferas são menores, os volumes excedentes também o são, isso faz com que, no fim do looping de geração das esferas, os erros remanescentes sejam pequenos.

Seguindo este procedimento obtém-se uma estrutura tridimensional que possui, aproximadamente, a mesma distribuição de volume de grãos que é medida nas imagens 2D.

Apresenta-se na Figura 3.4 uma imagem reconstruída com o método das esferas sobrepostas.

Figura 3.3: Imagem reconstruída com o método da gaussiana truncada (fase porosa).

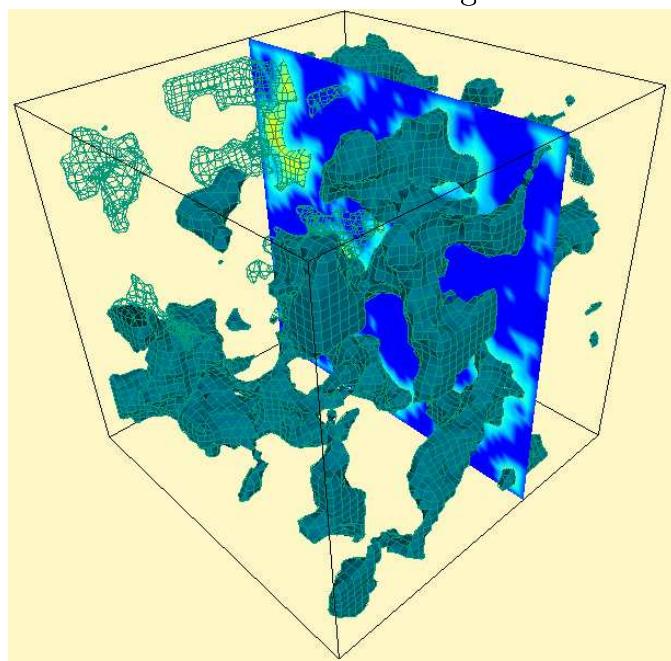
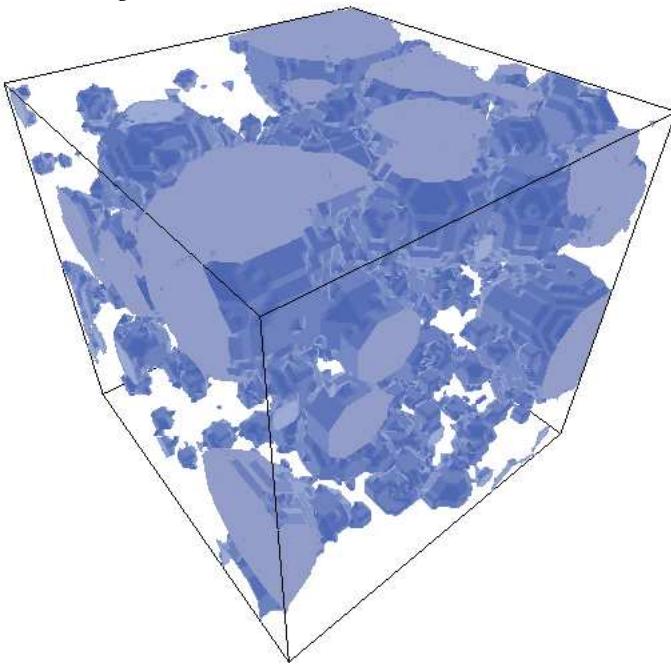


Figura 3.4: Imagem reconstruída com o das esferas sobrepostas.





# Capítulo 4

## Estudo das Representações Tridimensionais

Apresenta-se neste capítulo um estudo aplicado sobre as representações tridimensionais, avaliando-se seu comportamento com a alteração do fator de amplificação e da dimensão. Inicialmente, faz-se uma análise visual, a seguir avalia-se a discretização da imagem e o comportamento da porosidade e das curvas de autocorrelação e distribuição de tamanho de poros. Ao longo do texto são definidos critérios para seleção da imagem reconstruída que melhor representa o meio original.

Apresenta-se ainda uma breve discussão das representações obtidas com os métodos da gaussiana truncada e das esferas sobrepostas.

Em Liang (1997), a análise geométrica para seleção da representação 3D que melhor representa o meio poroso é feita considerando-se a função autocorrelação e a função distribuição de tamanho de poros acumulada. A Tabela 4.1, mostra os resultados de permeabilidade intrínseca obtidos por Liang (1997) para um conjunto de representações do Berea 500. Observe que o fator de amplificação varia de 4 a 8 e que resultados para fator de amplificação mais baixo não foram apresentados. Segundo o autor, o método de seleção da melhor representação tridimensional indica o uso de um fator de amplificação entre 5 e 6. Será demonstrado, através do estudo realizado neste capítulo, que os critérios utilizados por Liang (1997) são insuficientes e tendem a indicar o uso de uma representação com fator de amplificação superestimado.

Tabela 4.1: Resultados de permeabilidade obtidos por Liang (1997) para Berea 500.

$n$	dimensão	k-ske (mD)	$n$	dimensão	k-ske (mD)	$n$	dimensão	k-ske (mD)
4	100	384.9	5	100	467.1	6	100	665.8
4	150	337.5	5	150	447.2	6	120	639.5
4	200	340.6				8	80	1489.3

O objetivo do estudo realizado neste capítulo é a definição de um conjunto de critérios para a correta seleção da imagem reconstruída. Embora o enfoque seja dado a representações obtidas com o método da gaussiana truncada e com o método das esferas sobrepostas, os critérios aqui definidos, se aplicam a imagens obtidas por outros métodos de reconstrução.

Considera-se que os requisitos necessários para a obtenção de uma representação tridimensional, como, representatividade da rocha, número de lâminas e de imagens, a correta segmentação e caracterização das imagens tenham sido realizadas.

## 4.1 Discussão do Método de Reconstrução da Gaussiana Truncada

O método de reconstrução da gaussiana truncada é construído sobre conceitos matemáticos conhecidos, ou seja, se forem respeitadas as hipóteses simplificadoras (homogeneidade, isotropia) e que o meio seja descrito pelos dois primeiros momentos da função de fase, o método retorna uma representação cuja porosidade e função autocorrelação estão de acordo com os valores fornecidos<sup>1</sup>. Por outro lado, se o meio poroso não respeita as condições de homogeneidade e isotropia, a imagem tridimensional obtida, certamente, não representará bem o meio poroso.

Em análise desenvolvida por Liang (1997), verificou-se que a alteração da *semente* do gerador de números aleatórios não altera de forma significativa as propriedades do meio gerado, sendo parâmetros fundamentais do método, a dimensão da imagem e o fator de amplificação.

O aumento da *dimensão* atua de forma favorável na obtenção de um meio mais representativo, ainda que com aumento de memória e tempo de processamento.

De uma maneira geral, o uso de *fator de amplificação* alto implica em uma imagem mais discretizada e a representação obtida será, para cada acréscimo do fator de amplificação, menos representativa. Por outro lado, o uso de fator de amplificação baixo, tem gerado, na maioria dos casos, representações pobres, que estão associados a fatores como:

- falta de representação estatística nas imagens bidimensionais, ou seja, o número de imagens obtidas não foi suficiente para recuperar todas as informações relevantes.
- mesmo sendo homogêneo e isotrópico, o meio poroso pode não ser completamente representado com somente dois momentos da função de fase.
- efeitos de discretização e aproximações numéricas (uso da equação 3.11 para valores de  $R_Y$  acima de 0.9).

---

<sup>1</sup> Considera-se que pequenas oscilações podem ocorrer em função do uso de variáveis discretas.

Com o objetivo de compreender melhor os efeitos da alteração do fator de amplificação e da dimensão da imagem, apresenta-se a seguir uma análise das representações tridimensionais obtidas variando-se estes parâmetros.

### 4.1.1 Visualização de planos de imagens reconstruídas

Esta seção apresenta uma análise visual das imagens reconstruídas. Primeiro comparam-se os planos consecutivos na imagem reconstruída.

Apresenta-se na Figura 4.1 a imagem Berea 500 reconstruída com fator de amplificação 1 na dimensão  $100^3$ . São apresentados os planos  $z_0$ ,  $z_1$  e  $z_{99}$ .

Figura 4.1: Visualização dos planos  $z_0$ ,  $z_1$  e  $z_{99}$  de representação do Berea 500 gerada com gaussiana truncada usando  $n=1$ ,  $N=100$ .



Os planos  $z_0$  e  $z_1$  são semelhantes e as alterações quando se muda do plano  $z_0$  para o plano  $z_1$  são visualmente pequenas. Nota-se ainda, que o plano  $z_{99}$  apresenta basicamente os mesmos objetos do plano  $z_0$ ; ou seja, o método da gaussiana truncada gera uma imagem reconstruída em que o plano  $z_0$  é uma continuação do plano  $z_{99}$  (periodicidade).

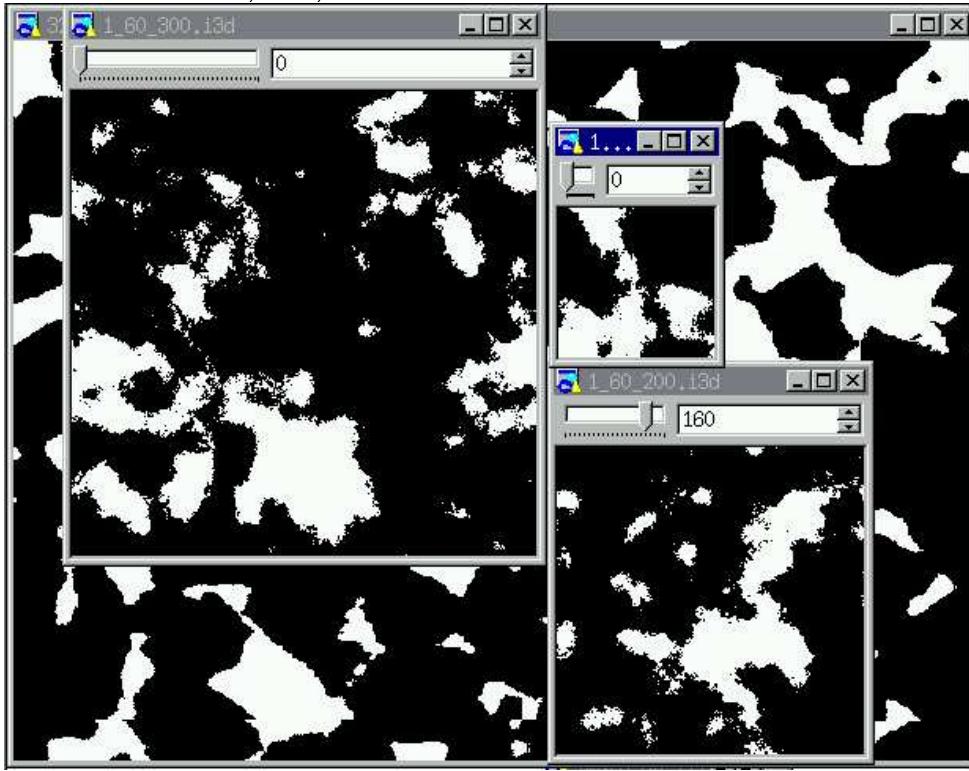
A Figura 4.2 apresenta imagens do Berea 500 reconstruídas com fator de amplificação 1, número de pontos 60 e dimensão variando entre  $100^3$  e  $300^3$ . Para todas as imagens, os objetos têm tamanho da mesma ordem de grandeza que os visualizados na imagem bidimensional (no fundo). Verifica-se ainda que existem pequenos objetos isolados, geralmente próximos aos objetos maiores.

Verifica-se que alguns objetos da imagem com dimensão  $200^3$  e  $300^3$  não podem ser incluídos na imagem com dimensão  $100^3$ . Ou seja, visualmente observa-se que a imagem com dimensão  $100^3$  não preserva a função distribuição de tamanho de poros.

Pode-se verificar o comportamento da imagem caminhando-se pelos planos na direção z (quando se visualiza os planos  $z_0$ ,  $z_1$ ,  $z_2$ , ...). A medida que se caminha pela imagem reconstruída, tem-se uma noção da forma dos objetos e da alteração para cada novo valor de z.

Para ilustrar este comportamento foram criadas imagens do plano  $z_0$  e  $z_1$ , a imagem  $z_0$  foi invertida e as duas somadas. Apresenta-se, na Figura 4.3 (a) a imagem Berea 500  $n1\text{-}np60$ -

Figura 4.2: Visualização de representações do Berea 500 geradas com gaussiana truncada, usando  $n=1$  e dimensão  $100^3, 200^3, 300^3$ .



N350. Observe que os objetos são bem formados, embora haja uma certa dispersão de objetos menores ao redor dos objetos maiores. A Figura 4.3 (b) apresenta as diferenças entre o plano  $z_0$  e  $z_1$ . Observe que os objetos maiores são preservados, as diferenças estão nos contornos, estes sofrem grandes descontinuidades a cada novo valor de  $z$ .

A Figura 4.4 (b) apresenta as diferenças entre os planos  $z_0$  e  $z_1$  para imagem reconstruída com fator de amplificação 6 ( $n=6$ ,  $np=60$ ,  $N=100$ ). Observe que as diferenças não se restringem apenas aos contornos, objetos inteiros sumiram e novos surgiram. Embora a visualização impressa não mostre isto claramente, a descontinuidade é grande.

Imagens com comprimento de correlação grande, geram, para  $n=1$ , um conjunto muito grande de objetos pequenos, distribuídos de forma aleatória, veja ilustração na Figura 4.5.

De uma maneira geral, imagens com comprimento de correlação grande apresentam um grau de ordem, que não pode ser recuperado pelo método da gaussiana truncada; o que não significa porém que se o comprimento de correlação for pequeno o método conseguirá uma boa representação.

A conclusão que se chega, generalizando, é que a imagem reconstruída com fator de amplificação baixo parece preservar os objetos maiores, mas gera um excesso de objetos pequenos; quanto maior o comprimento de correlação maior o erro associado. A imagem reconstruída com

Figura 4.3: Comparação dos planos  $z_0$  e  $z_1$  para representação obtida com gaussiana truncada ( $n=1$ ).

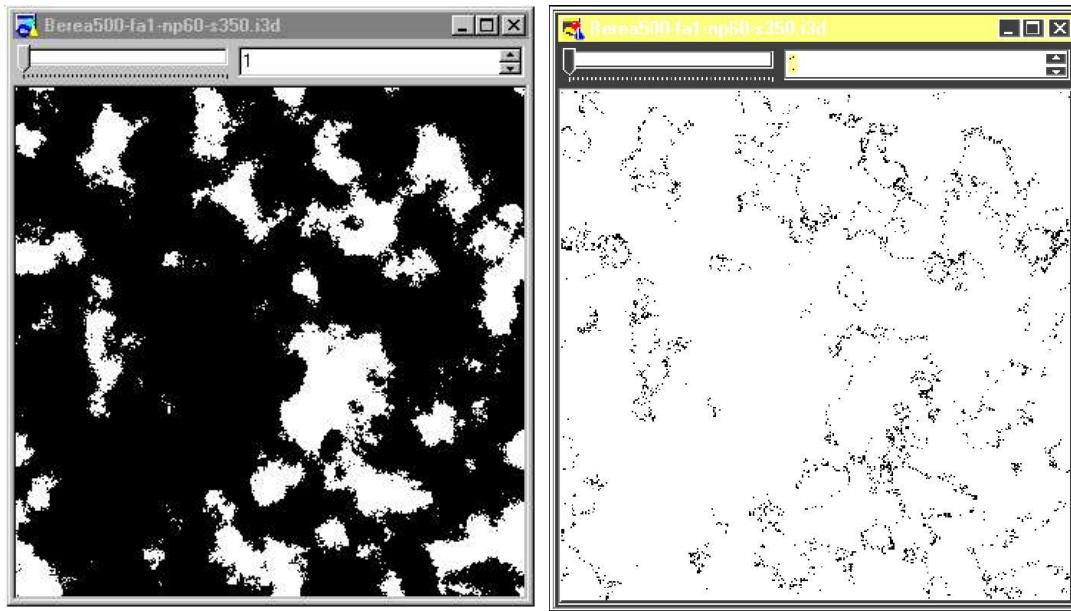


Figura 4.4: Comparação dos planos  $z_0$  e  $z_1$  para representação obtida com gaussiana truncada ( $n=6$ ).

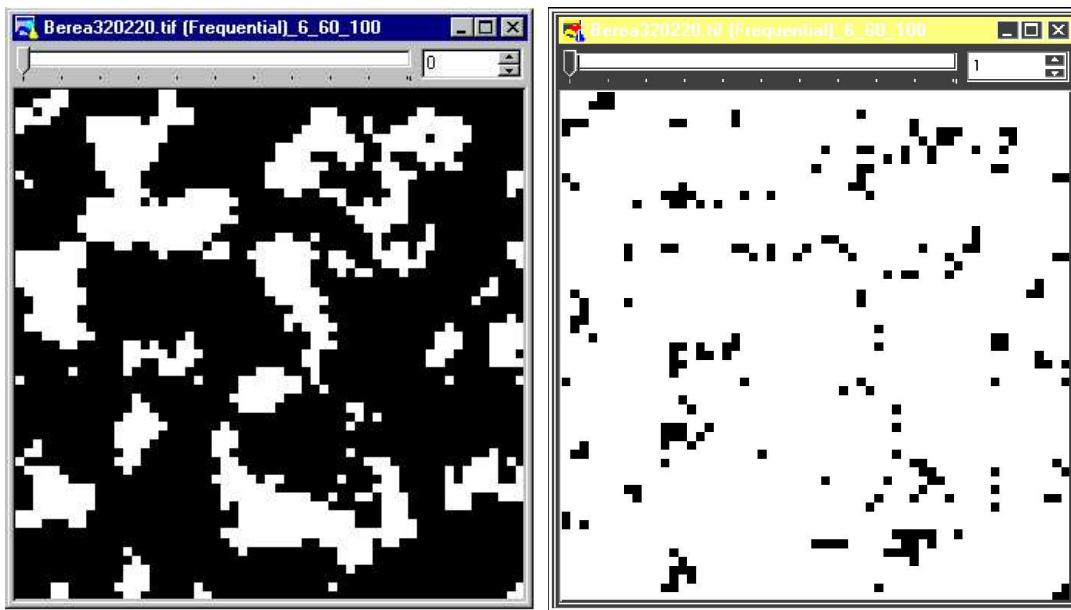
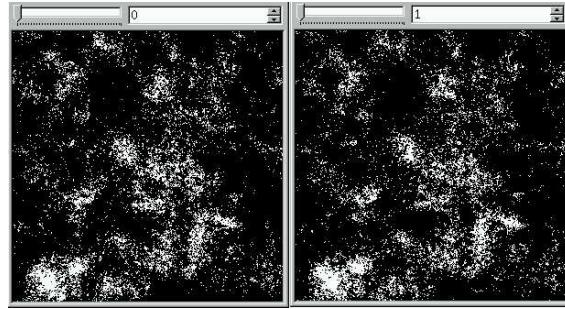


Figura 4.5: Visualização dos planos  $z_0, z_1$  de representação do P223\_K154 gerada com gaussiana truncada ( $n=1$ ,  $N=300$ ).



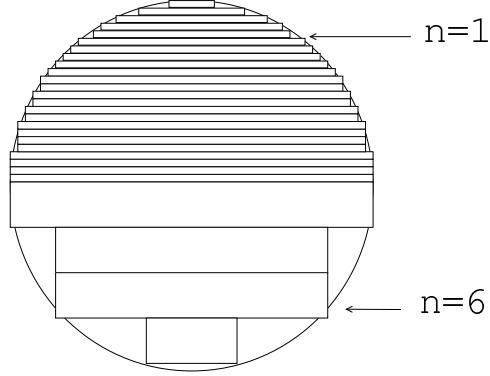
fator de amplificação alto é uma representação grosseira do meio poroso real.

*A análise dos planos das imagens reconstruídas é um instrumento que pode ser utilizado para descartar algumas representações, ainda que não sendo suficiente para seleção da melhor representação.*

#### 4.1.2 Efeito da discretização

A Figura 4.6 apresenta a visualização de como uma bola estaria sendo reconstruída com fator de amplificação 1 e 6 (a imagem é gerada sobre uma grade; para  $n=1$  a grade tem dimensões  $1 \times 1$ , para  $n=6$  a grade tem dimensões  $6 \times 6$ ). Observe que para fator de amplificação 6, os grãos utilizados para construir o objeto são grandes, deformando o meio que se deseja reconstruir; o mesmo ocorre com fator de amplificação 1 mas o erro na discretização é menor.

Figura 4.6: Visualização de como uma bola é reconstruída com fator de amplificação 1 e 6.



#### 4.1.3 Visualização tridimensional

Além da visualização dos planos da imagem reconstruída, algumas imagens foram reconstruídas e visualizadas em 3 dimensões, esta seção apresenta estas visualizações. O objetivo

é verificar o comportamento das rugosidades do meio, da conectividade entre os poros e a representatividade da imagem em função de sua dimensão.

Apresenta-se na Figura 4.16 (a) a visualização da imagem Berea 500  $n=1$   $np=60$   $N=50$ . Observe que existe um poro no centro, com ramificações para os cantos da imagem. As rugosidades são bem representadas. A imagem carece de representatividade em função da pequena dimensão, ou seja, o número de objetos representados é pequeno.

Apresenta-se na Figura 4.16 na página 58 (b) a visualização da imagem Berea 500  $n=6$   $np=60$   $N=50$ . Observe que a imagem tem a mesma dimensão,  $50^3$ , mas com o uso de fator de amplificação 6, o número de objetos é grande, o que fica evidenciado por uma certa confusão visual.

Isto mostra algumas limitações da visualização tridimensional. A mesma só apresenta resultados satisfatórios quando a imagem a ser visualizada não é muito *cheia*. Adicionalmente, a representação impressa não consegue fornecer diversos aspectos, que só podem ser percebidos com a utilização dos recursos de rotação, translação e zoom.

Apresenta-se na Figura 4.17 na página 58 a visualização em 3 ângulos diferentes da imagem Berea 500  $n=1$   $np=60$   $N=200$ , observe o detalhamento das rugosidades<sup>2</sup>.

*A visualização tridimensional é importante e deve ser realizada para análise da recuperação da estatística do meio; embora esteja limitada a imagens pequenas (cerca de  $200^3$ ), e não se aplique eficientemente para imagens muito cheias.*

#### 4.1.4 Estudo das propriedades das imagens reconstruídas

Depois da etapa de análise visual, apresenta-se uma discussão das propriedades caracterizadas nas imagens reconstruídas. O objetivo é verificar se a representação obtida preserva as propriedades de interesse.

##### Amostragem

A primeira observação está relacionada à definição da dimensão necessária, para que a imagem reconstruída consiga representar corretamente os parâmetros que se deseja preservar.

Claramente, a dimensão necessária para recuperação de determinada propriedade do meio é diretamente proporcional à complexidade desta informação, e aumenta com o grau do momento associado à propriedade. Assim, a função autocorrelação requer uma dimensão linear superior a da porosidade, o mesmo ocorrendo para a função distribuição de tamanho de poros em relação a autocorrelação. A preservação da conectividade requer uma dimensão linear superior

---

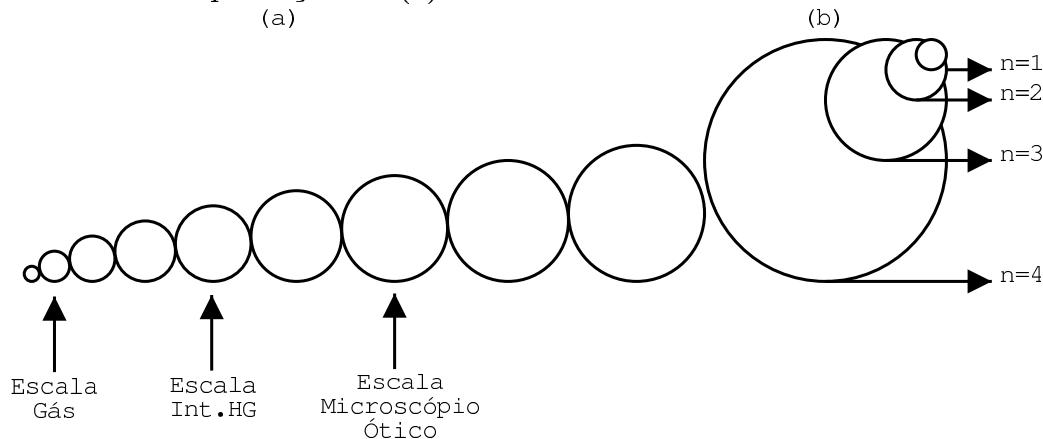
<sup>2</sup>Esta imagem só pode ser visualizada em máquinas de grande desempenho gráfico, como a Enterprise E450.

as anteriores, visto que, é necessário recuperar além dos objetos, suas conexões (informações topológicas).

**Sobre a imagem obtida com o microscópio ótico.** Outro aspecto relacionado à amostragem, é o da imagem da lâmina obtida por microscopia ótica. Foi observado, para uma dada resolução  $r$  do microscópio ótico, que se a rocha-reservatório tem uma fase sólida heterogênea, isto é, uma quantidade apreciável de material fino, a porosidade do espaço de vazios recuperado pelo microscópio ótico ( $\varepsilon_o$ ), é, em muitos casos,显著mente menor que a porosidade experimental  $\varepsilon_g$  isto é, determinada pelo método da expansão a gás. Devido à baixa pressão imposta à resina e sua alta viscosidade, a resina epoxy preenche todos os poros cujo acesso não é restrito por constrições muito pequenas, ou seja, a resina não ocupa as regiões de microporosidade. Deste modo, pode-se admitir que todos os poros preenchidos pela resina estão conectados na escala de acessibilidade da resina, que se admite ser equivalente à do microscópio. O método de reconstrução fornece um meio tridimensional não totalmente conectado, de forma que é importante avaliar a relação entre a porosidade conectada da representação tridimensional e a porosidade ótica, dada por  $(\varepsilon_o - \varepsilon_{c6})/\varepsilon_o$ . Esta relação é um importante critério na definição da representação ideal (veja Tabela 4.6).

O meio poroso pode ter uma distribuição de tamanho de poros bastante extensa, e os resultados numéricos obtidos para porosidade, intrusão de mercúrio e permeabilidade relativa são bastante dependentes das escalas que puderam ser alcançados com o microscópico (visualizados). A Figura 4.7 (a) apresenta uma visualização destas escalas. Observe na Figura 4.7 (b) que o aumento do fator de amplificação equivale, sobre certos aspectos, a uma redução da resolução obtida na captura da imagem.

Figura 4.7: Diagrama das escalas, ao gás, ao porosímetro e ao microscópio ótico em (a); e a diferentes fatores de amplificação em (b).



## Porosidade

A Tabela 4.2 apresenta a porosidade de imagens reconstruídas com dimensão variando de  $10^3$  a  $100^3$ . Todas as imagens apresentam flutuações nos valores de porosidade, mas as imagens com dimensão maior apresentam uma flutuação menor. A porosidade média é de 22.2% e o desvio padrão de 1.25%.

Tabela 4.2: Porosidade em função da dimensão.

N	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	$\mu$	$\sigma$	máx	mín
$\varepsilon_o$	23.2	22.8	20.1	21.6	23.8	21.0	22.3	21.2	23.9	21.5	22.2	1.25	23.8	20.1

Todas as imagens apresentam valores de porosidade próximos da imagem bidimensional (22.14%), o que indica que a dimensão utilizada é suficiente para representação da porosidade.

## Função autocorrelação

A Figura 4.8 mostra a função autocorrelação para representações do P262\_K70 reconstruídas com  $n=1,2,3$  e dimensão variando de  $100^3$  a  $300^3$ .

Verifica-se que a alteração na dimensão da imagem com fator de amplificação 1, provoca pequenas mudanças na função autocorrelação, o mesmo ocorre para outros fatores de amplificação, ou seja, o aumento da dimensão da representação tridimensional não altera de forma significativa a função autocorrelação. *A comparação das funções autocorrelação das imagens reconstruídas com diferentes fatores de amplificação é um instrumento que pode ser utilizado para definição do fator de amplificação ideal, mas não pode ser utilizado para definição da dimensão da imagem reconstruída.*

## Função distribuição de tamanho de poros<sup>3</sup>

A Figura 4.9 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P262\_K70.

Observe que para fator de amplificação 3, ocorre o melhor ajuste da função distribuição de tamanho de poros da imagem bidimensional (curva média), com a da representação tridimensional, demonstrando que *a função distribuição de tamanho de poros pode ser utilizada como critério para definição do fator de amplificação ideal*. Observe que a dimensão não altera de forma significativa as curvas.

A Figura 4.10 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para imagem do Berea 500 geradas com  $n=1$  np=60 N=100 a N=300. Verifica-se que na faixa de  $15 \mu\text{m}$  a  $45 \mu\text{m}$

<sup>3</sup>A função distribuição de tamanho de poros das representações tridimensionais é determinada realizando-se uma média sobre as diversas funções distribuição de tamanho de poros das seções bidimensionais.

Figura 4.8: Função autocorrelação de representações do P262\_K70 geradas com gaussiana truncada.

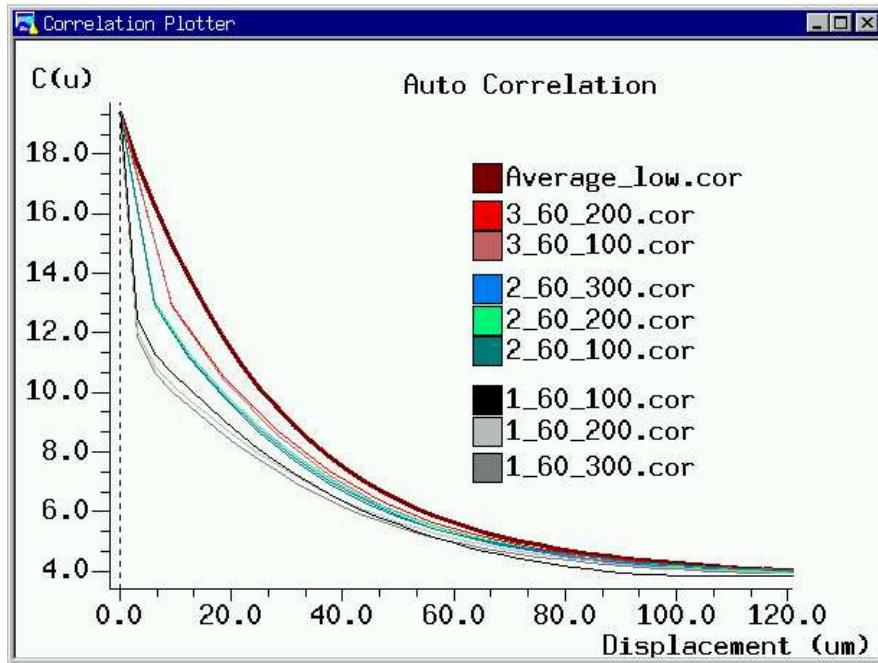
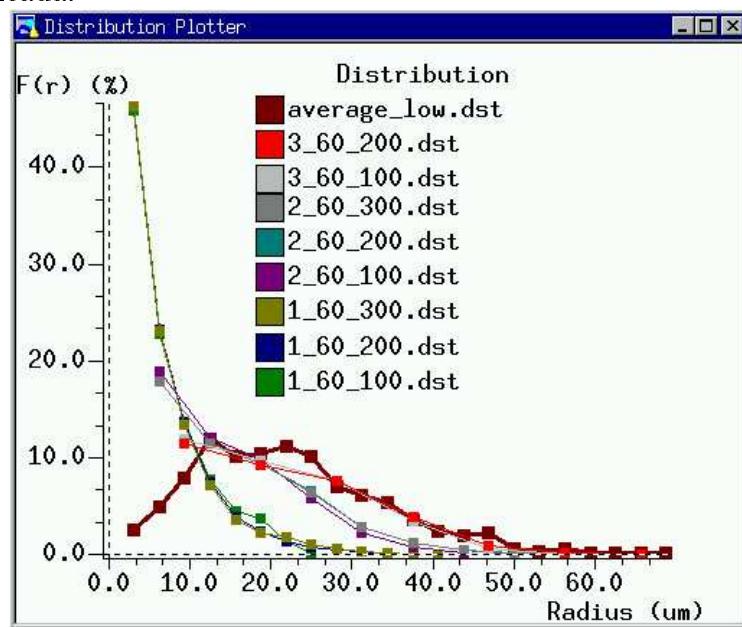
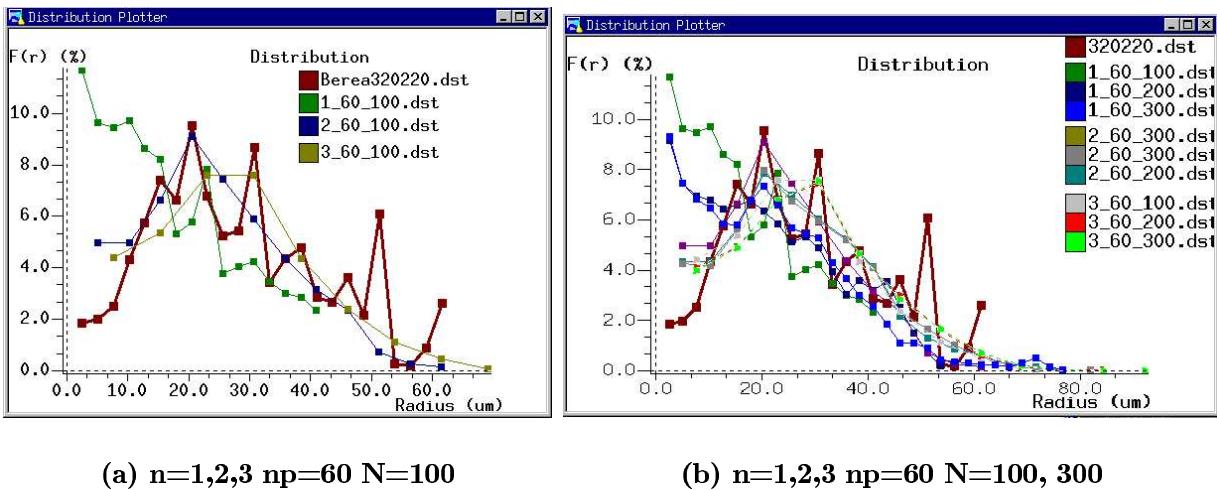


Figura 4.9: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262\_K70 geradas com gaussiana truncada.



os objetos da imagem são bem reproduzidos. Para dimensão  $200^3$  a função distribuição de tamanho de poros apresenta objetos maiores que os encontrados na imagem com dimensão  $100^3$ ; entretanto, para determinada dimensão, este aumento do tamanho dos objetos se estabiliza.

Figura 4.10: Função distribuição de tamanho de poros de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada.



Para imagem Berea 500  $n=2$   $np=60$   $N=100$ , o objeto de maior dimensão tem raio de  $60 \mu m$ , já para imagens reconstruídas com dimensão  $300^3$ , são gerados objetos com raio de até  $80 \mu m$ . A geração de objetos maiores está associada à falta de representatividade estatística em função do uso de uma única imagem do Berea 500.

Quando a representação tridimensional preserva a função de distribuição de tamanho de poros e tem dimensão suficiente para preservação da conectividade dos objetos, a mesma poderá ser utilizada. Caso contrário, deve-se obter uma representação com outro método de reconstrução.

### Porosidade Conectada

A Tabela 4.3 apresenta as porosidades conectadas em  $c_6$  de imagens reconstruídas com dimensão variando de  $10^3$  a  $100^3$ . Para baixas dimensões, a porosidade conectada varia muito, a medida que a dimensão cresce, tende a se estabilizar, vide a coluna das diferenças. Observe que para a dimensão  $40^3$ , a imagem é totalmente desconectada. Quando se altera a dimensão de  $90^3$  para  $100^3$  a diferença da porosidade conectada é de 3.08, o que indica a necessidade de um aumento da dimensão linear.

A Tabela 4.4 apresenta a porosidade e a porosidade conectada ( $\varepsilon_{c6}$ ) de um conjunto de representações do Berea 500 geradas com fator de amplificação 1 e 6 e dimensão variando de

$100^3$  a  $350^3$ . A porosidade da imagem bidimensional é de 22.14%. Observa-se que as imagens apresentam valores de porosidade conectada próximos da imagem bidimensional, o que indica que a dimensão utilizada é suficiente para representação da conectividade.

Tabela 4.3: Porosidades conectada  $\varepsilon_{c6}$  em função da dimensão  $10^3$  a  $100^3$ .

dimensão	$\varepsilon_{c6}$	diferenças
10	14.10	7.25
20	21.35	16.02
30	5.33	5.33
40	0.00	-22.54
50	22.54	3.82
60	18.72	5.2
70	13.52	-7.39
80	20.91	-2.63
90	23.54	3.08
100	20.46	

Tabela 4.4: Porosidade conectada  $\varepsilon_{c6}$  em função da dimensão  $100^3$  a  $350^3$ .

dimensão	$n=6$	$n=6$	$n=1$	$n=1$
np=60	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$
N=100	22.27	20.36	21.52	20.46
N=150	22.18	20.82	22.88	21.51
N=200	21.99	20.68	22.00	21.09
N=250	22.43	21.13		
N=300	22.85	21.66	23.22	21.41
N=350			22.04	21.07
média	22.34	21.00	22.33	21.31
desvio padrão	0.32	0.41	0.70	0.72

Para determinado valor do fator de amplificação e de dimensão, todos os objetos poderão ser representados. Neste caso, o aumento da dimensão da imagem reconstruída está associado, unicamente, ao aumento da conectividade dos objetos da imagem e, quando não ocorre mais variação da porosidade conectada, todas as informações topológicas foram recuperadas.

Os efeitos de aleatoriedade na distribuição dos objetos da imagem reconstruída são pouco importantes para imagens com dimensão grande, mas são importantes para imagens pequenas, principalmente na distribuição dos pequenos objetos, que vão formar, em última instância, as restrições principais ao fluxo de massa. Ou seja, em uma imagem grande, o número de ligações com dado diâmetro é de tal ordem que a eliminação de uma ligação não causa grandes oscilações nos resultados de permeabilidade; já para imagens pequenas a eliminação de uma única ligação pode implicar em fortes alterações nos resultados.

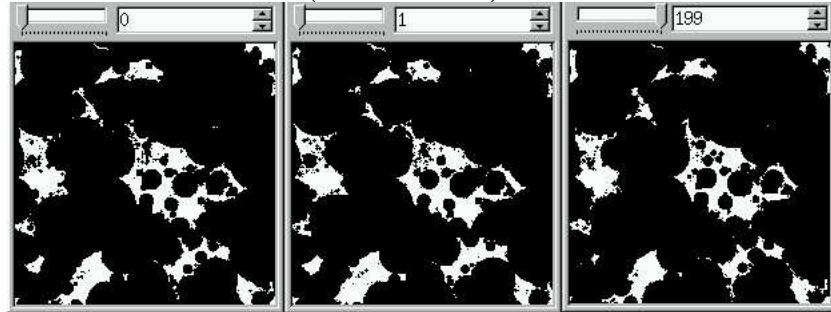
## 4.2 Discussão do Método de Reconstrução das Esferas Sobrepostas

O método de reconstrução das esferas sobrepostas é muito recente. Este é o primeiro estudo sobre as representações obtidas com este método, devendo ser considerado um estudo preliminar.

Apresentam-se algumas visualizações de representações tridimensionais obtidas para a lâmina P223\_K154. A imagem P223\_K154 é complexa e não consegue boa representação quando gerada com o método da gaussiana truncada.

A Figura 4.11 mostra os planos  $z_0$ ,  $z_1$  e  $z_{199}$  da imagem P223\_K154 gerada com o método das esferas sobrepostas com  $n=1$   $N=200$ . Verifica-se que a representação é periódica, ou seja,  $z_0$ , é uma continuação de  $z_{199}$ . A descontinuidade entre o plano  $z_0$  e  $z_1$  é pequena (veja Figura 4.5, com a mesma imagem gerada usando gaussiana truncada).

Figura 4.11: Visualização dos planos  $z_0$ ,  $z_1$  e  $z_{199}$  de representação do P223\_K154 reconstruídas com esferas sobrepostas ( $n=1$ ,  $N=200$ ).



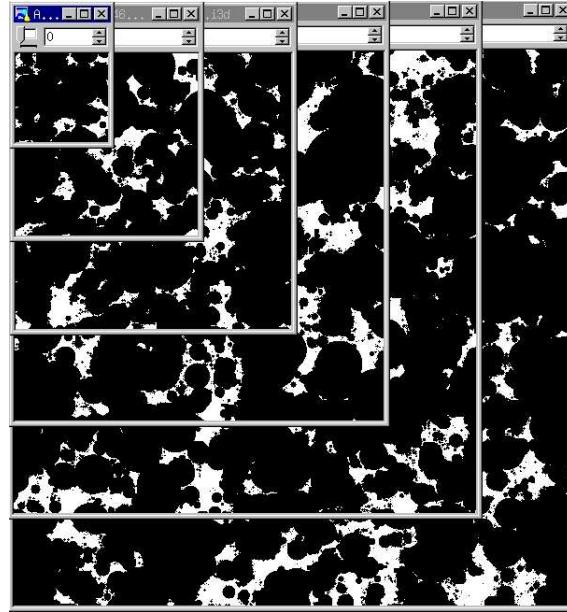
Foi observado que quando a representação tridimensional tem fator de amplificação 1, o método da gaussiana truncada gera um excesso de objetos pequenos; ora envolvendo os objetos maiores (Figura 4.2), ora totalmente dispersos (Figura 4.5). Isto também ocorre com as representações obtidas com o método das esferas sobrepostas, mas o número de objetos pequenos é menor.

Outro aspecto importante é a preservação da porosidade da representação conectada em  $c_6$ . Para imagens reconstruídas com o método da gaussiana truncada ocorre uma perda considerável da porosidade. De um modo geral, a perda de porosidade das representações geradas com o método das esferas sobrepostas é significativamente menor.

A Figura 4.12 mostra imagens do P223\_K154 reconstruídas com dimensão linear de  $100^3$  a  $600^3$ . Constatata-se que a medida que a dimensão linear aumenta a representatividade da imagem é visualmente maior. Embora o método seja rápido e exija pouca memória, a partir de determinada dimensão todos os objetos e suas conexões serão recuperados, sendo desnecessário

o uso de representações com dimensão linear maior.

Figura 4.12: Visualização de representações do P223\_K154 reconstruídas com esferas sobrepostas e dimensão crescente ( $n=1$  N=100 a N=600).



A Figura 4.18 mostra visualizações tridimensionais da imagem P223\_K154 reconstruídas com dimensão  $200^3$ . Observa-se que o número de objetos representados é razoável, mas não é possível afirmar que para esta dimensão as informações topológicas estejam suficientemente representadas.

A Figura 4.13 mostra a função autocorrelação para representações do P223\_K154 geradas com o método das esferas sobrepostas. Observe que o aumento da dimensão provoca uma aproximação das curvas de autocorrelação das imagens tridimensionais com a curva de autocorrelação da imagem bidimensional média (average.dst). A partir de determinada dimensão, esta aproximação cessa.

A Figura 4.14 mostra a função distribuição do tamanho de poros de um conjunto de representações do P223\_K154, geradas com o método das esferas sobrepostas. Observe que a representação com dimensão  $100^3$  é a mais pobre, para dimensão  $200^3$  a curva se aproxima da curva de average.dst. Verifica-se ainda, que para dimensão  $400^3$ ,  $500^3$ ,  $600^3$  as curvas são iguais; o que indica que  $400^3$  é suficiente.

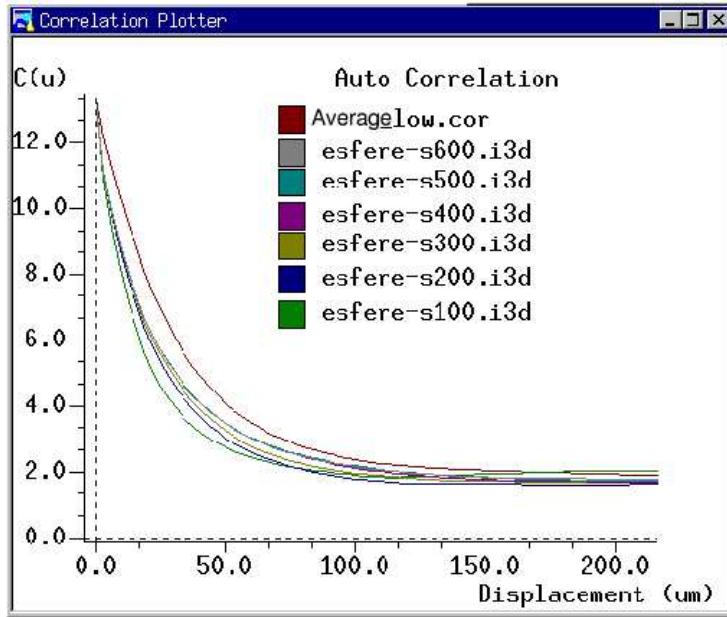
A Tabela 4.5 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. Esta é uma imagem cuja obtenção de uma representação tridimensional adequada é bastante complexa. Quando se obteve a imagem P223\_K154 (gerada com gaussiana truncada usando  $n=6$  np=72 N=100) após a passagem do filtro de conectividade em  $c_6$  obteve-se uma imagem vazia, ou seja, a imagem não é conectada em  $c_6$ . Para representação gerada usando  $gt$   $n=3$  np=72 N=300-double a

porosidade passa de 12.77% para 4.38%, uma redução de 65%.

Tabela 4.5: Porosidade total e conectada para representações do P223\_K154.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$n=3$ np=72 N=300 double	12.77	4.38	8.4	65
esferas N=100	13.35	12.46	0.89	6.7
esferas N=200	13.24	13.07	0.17	1.28
esferas N=300	13.20	13.02	0.18	1.36
esferas N=400	13.11	12.98	0.13	0.99
esferas N=500	13.10	12.98	0.12	0.91
esferas N=600	13.13	12.99	0.14	1.06

Figura 4.13: Função autocorrelação de representações do P223\_K154, geradas com esferas sobrepostas.



Como a redução da porosidade é muito grande, a solução adotada foi gerar uma representação tridimensional utilizando-se o método das esferas sobrepostas. Para a imagem obtida com o método das esferas sobrepostas, com  $N=100$  a perda de porosidade é de 6.7%, caindo para 1.28% para  $N=200$ .

A Figura 4.15 (b) mostra a função distribuição de tamanho de poros, para representações do P223\_K154. Compara-se a representação obtida com o método das esferas sobrepostas (esf-N600.dst) e com o método da gaussiana truncada (gt-n3-np72-N300.dst), com a média das imagens bidimensionais (average.dst).

Figura 4.14: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P223\_K154, geradas com esferas sobrepostas usando  $n=1$   $N=100,600$ .

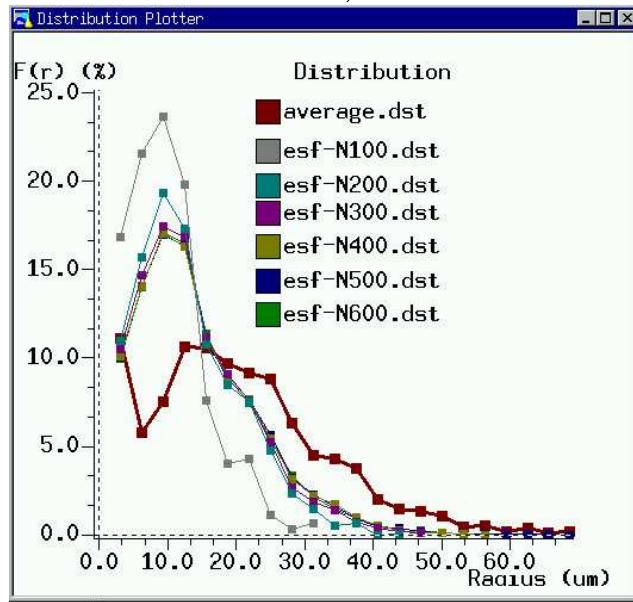
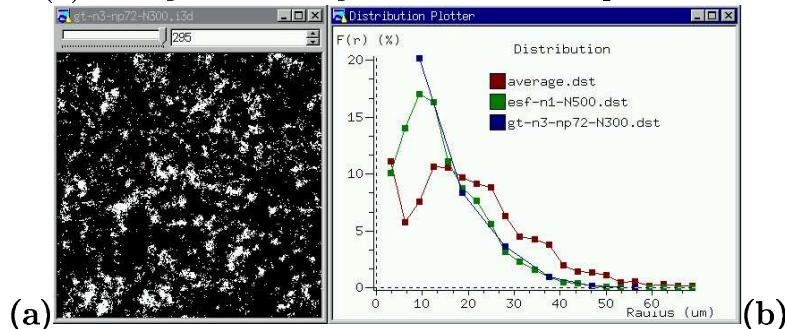


Figura 4.15: Em (a) representação do P223\_K154 gerada com gaussiana truncada ( $n=3$ ,  $np=72$ ,  $N=300$ ), em (b) a função distribuição de tamanho de poros.



A representação obtida com o método da gaussiana truncada ( $n=3$ ), o que fica evidenciado pelo baixo número de pontos na curva; apresenta ainda um excesso de objetos com raio abaixo de  $20 \mu m$ . A representação obtida com o método das esferas sobrepostas também não consegue recuperar corretamente a região acima de  $20 \mu m$ , ficando abaixo de 'average.dst'. Entretanto, esta representação tem objetos menores que  $12 \mu m$ .

O método das esferas sobrepostas consegue gerar imagens com fator de amplificação 1 (com detalhes no nível da resolução do microscópio ótico) e com uma melhor representação da função distribuição de tamanho de poros.

### 4.3 Conclusões Sobre a Representação Tridimensional

Ao longo deste capítulo, além da definição de um conjunto de critérios para seleção da representação tridimensional ideal, ou seja, aquela que melhor representa o meio original; foi possível fazer um estudo do método de reconstrução da gaussiana truncada e do método de reconstrução das esferas sobrepostas, cujas principais conclusões são dadas a seguir.

**Gaussiana truncada<sup>4</sup>.** O método de reconstrução da gaussiana truncada é adequado para geração de imagens com alto grau de desordem. Meios com comprimento de correlação alto, meios fissurados e meios com comprimento de correlação baixo mas com grande ordem (ex, conjunto de esferas), não conseguem boa representação com o método da gaussiana truncada.

Foi verificado, Philippi (2001), que com precisão simples (float na linguagem C) o método de reconstrução de Liang *et al.*(1998) só consegue boas representações para dimensão linear até  $200^3$ , acima desta dimensão deve-se utilizar dupla precisão (double na linguagem C).

O problema associado à reconstrução em dupla precisão é um aumento considerável no consumo de memória e no tempo de processamento da reconstrução.

O método da gaussiana truncada, não consegue, na maioria dos casos, gerar representações adequadas com fator de amplificação 1, o que é importante quando se deseja determinar propriedades relacionadas às rugosidades do meio, ou à forma dos objetos, como os fatores de forma, as configurações de equilíbrio e as curvas de permeabilidade relativa.

Quando a dimensão linear não é satisfatória para a recuperação da conectividade, deve-se descartar a representação obtida e usar outro método de reconstrução, como o método das esferas sobrepostas.

Em resumo, quando há algum tipo de ordem, quando o comprimento de correlação é grande, o método da gaussiana truncada não deve ser utilizado.

**Esferas sobrepostas.** Embora o número de representações obtidas e de rochas analisadas seja pequeno, os resultados obtidos com o método de reconstrução das esferas sobrepostas são bastante otimistas, principalmente, na capacidade de se gerar representações com alto comprimento de correlação e/ou baixa porosidade. O método das esferas sobrepostas apresentou bons resultados e tem características interessantes, cabendo destacar:

- Capacidade de gerar imagens com grande dimensão linear.
- Requer pouca memória e é extremamente rápido.

---

<sup>4</sup>No Apêndice C apresenta-se uma discussão da eliminação da aproximação de Adler *et al.* (1990), dada pela equação 3.11.

- Preservação da porosidade na representação conectada em  $c_6$ .
- Capacidade de gerar meios com comprimento de correlação relativamente grande.

Figura 4.16: Visualização 3D de representação do Berea 500, gerada com gaussiana truncada.



Figura 4.17: Visualização 3D do Berea 500, gerada com gt  $n=1$  np=60 N=200.

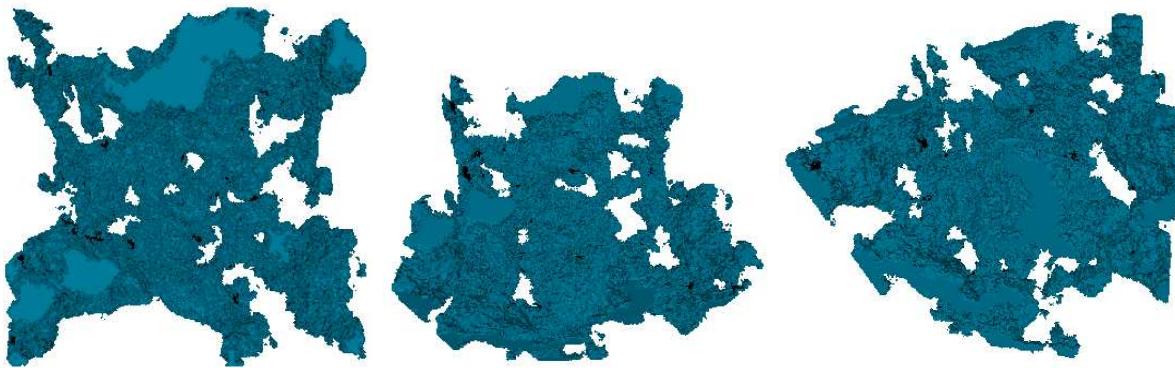
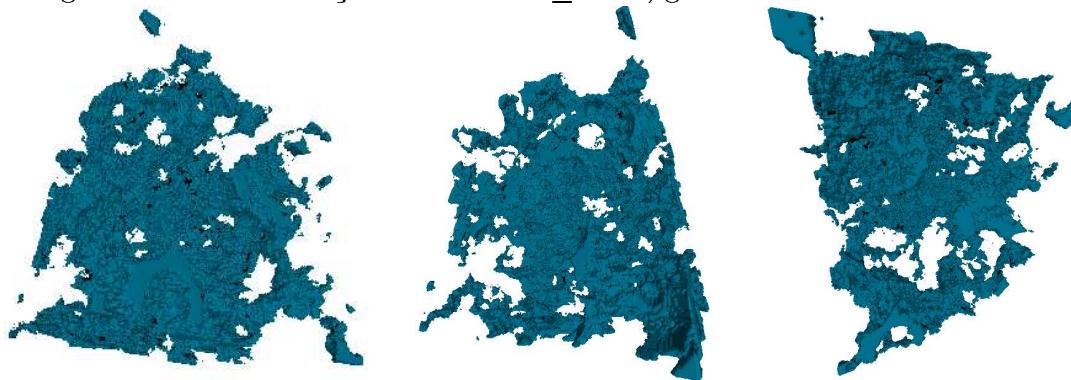


Figura 4.18: Visualização 3D do P223\_K154, gerada com esf  $n=1$  N=200.



## 4.4 Rochas Analisadas

Apresentam-se as rochas analisadas (lâminas fornecidas pelo CENPES/PETROBRAS); a seguir, realiza-se uma análise geométrica, que objetiva selecionar a melhor representação tridimensional.

### 4.4.1 Propriedades das rochas

As imagens foram reconstruídas usando o método da gaussiana truncada desenvolvido por Liang *et al.*(1998), descrito na seção 3.3 e o método das esferas sobrepostas, de Santos *et al.*(2002), descrito na seção 3.4.

Apresenta-se na Tabela 4.6 as propriedades das lâminas selecionadas. São apresentados a dimensão do pixel  $\alpha [\mu m]$ , a porosidade a gás  $\varepsilon_g$ , a porosidade ótica  $\varepsilon_o$ , [ $m^3/m^3$ ], a permeabilidade experimental  $k[mD]$ , além do número de imagens bidimensionais usadas na determinação da função autocorrelação média e distribuição de tamanho de poros média (N.Imagens).

O formato utilizado para nomear as imagens reconstruídas é Modelo\_de\_reconstrução-nA-npB-NC. Primeiro o modelo utilizado (gt,esf), a seguir o fator de amplificação (A), o número de pontos usados na descrição da curva de autocorrelação (B) e a dimensão da imagem (C). Podem aparecer ainda os termos float e double, que indicam a precisão numérica usada na determinação da FFT, no algoritmo de reconstrução da gaussiana truncada.

Tabela 4.6: Propriedades das Rochas.

Propriedade	Berea 500	Berea 200	P275_K316	P223_K154	P262_K70
$\alpha[\mu m]$	2.56	2.56	3.125	3.125	3.125
$\varepsilon_g[m^3/m^3]$			27.5/27.2	22.3/22.2	26.2/26.7
$\varepsilon_o[m^3/m^3]$			18.9	12.8	18.3
$k[mD]$	500	200	316/275	154/132	69.7/66.8
N.Imagens	1	1	20	20	20
Propriedade	P238_K145	P320_K642	P262_K441	P148_K2	P240_K104
$\alpha[\mu m]$	3.125	4.545	6.00	4.545	4.545
$\varepsilon_g[m^3/m^3]$	23.8/23.7	32.0	26.2	14.8	24.0
$\varepsilon_o[m^3/m^3]$	19.2	32.0	15.6	3.37	20.8
$k[mD]$	145/121	642	441	1.8	104
N.Imagens	20	10	10	6	10

As imagens coloridas e binarizadas foram agrupadas para facilitar a cópia da tese.

Figura 4.19: Imagem Berea 500, colorida (a) e binarizada (b).

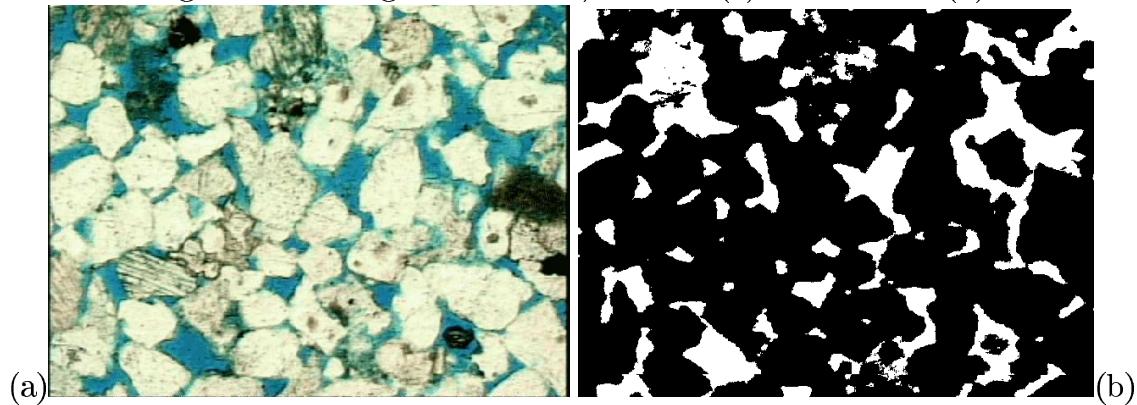


Figura 4.20: Imagem P320\_K642, colorida (a) e binarizada (b).

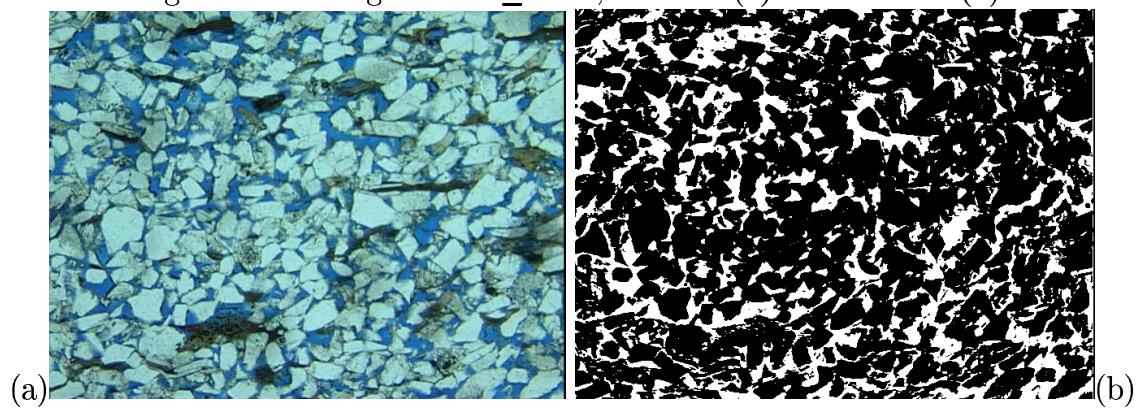


Figura 4.21: Imagem P275\_K316, colorida (a) e binarizada (b).

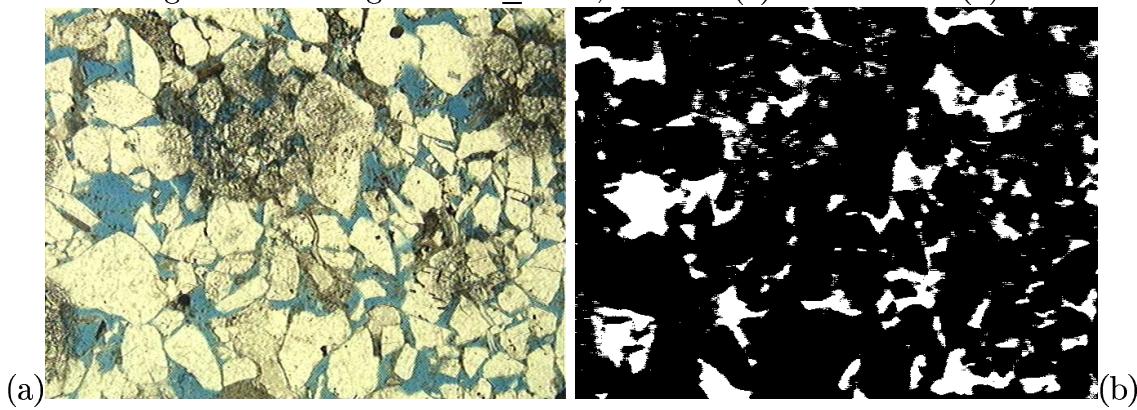


Figura 4.22: Imagem P223\_K154, colorida (a) e binarizada (b).

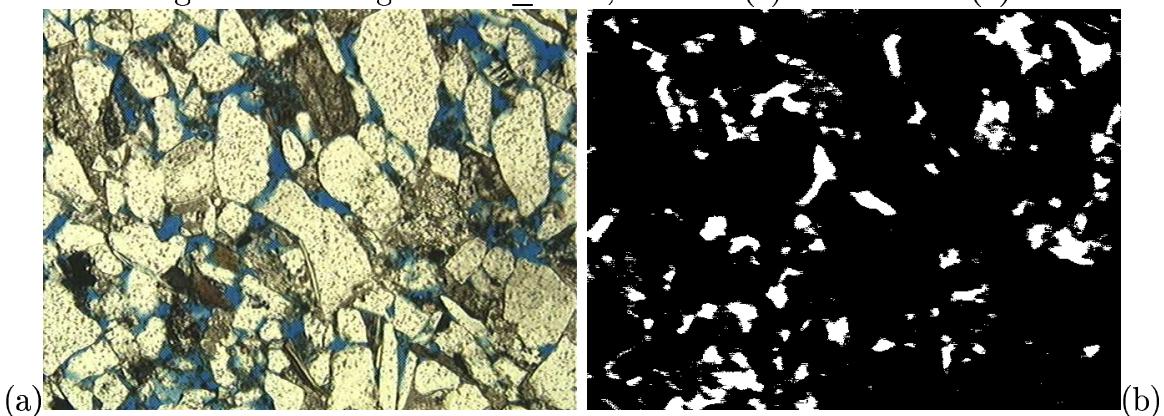


Figura 4.23: Imagem P262\_K70, colorida (a) e binarizada (b).

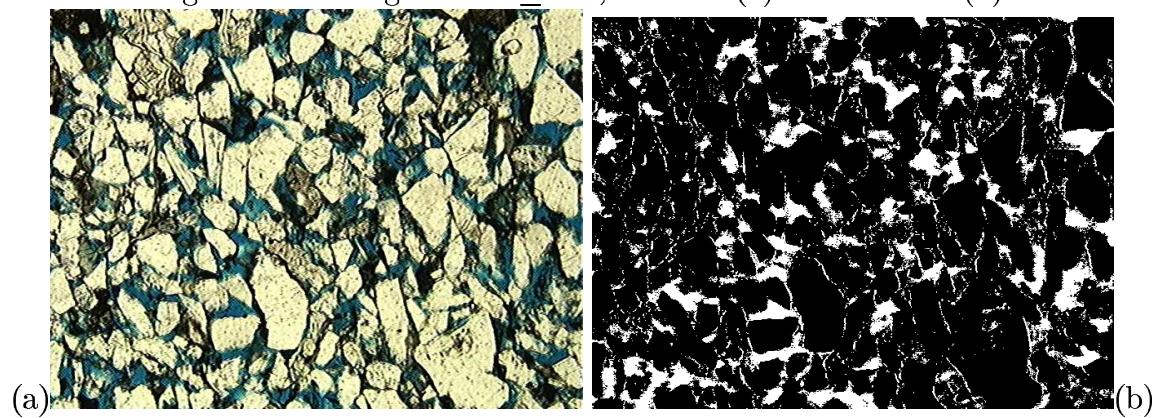


Figura 4.24: Imagem P238\_K145, colorida (a) e binarizada (b).

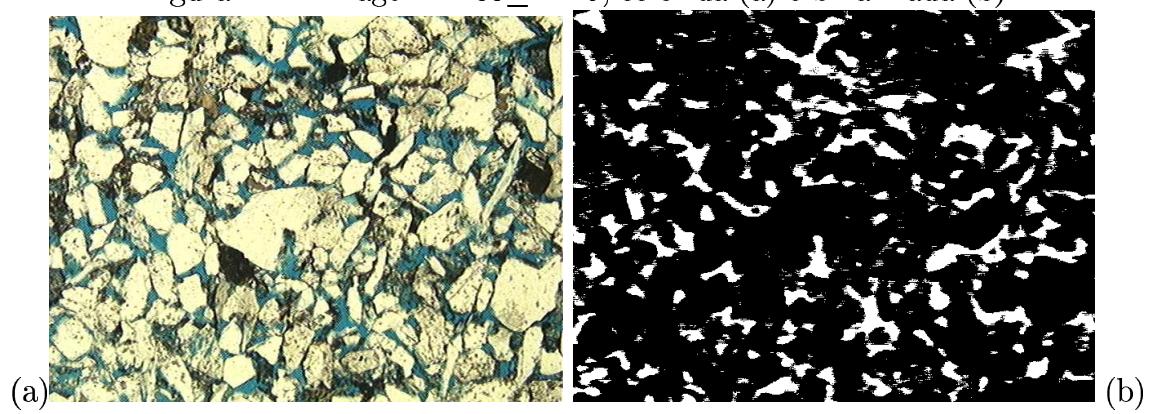


Figura 4.25: Imagem P262\_K441, colorida (a) e binarizada (b).

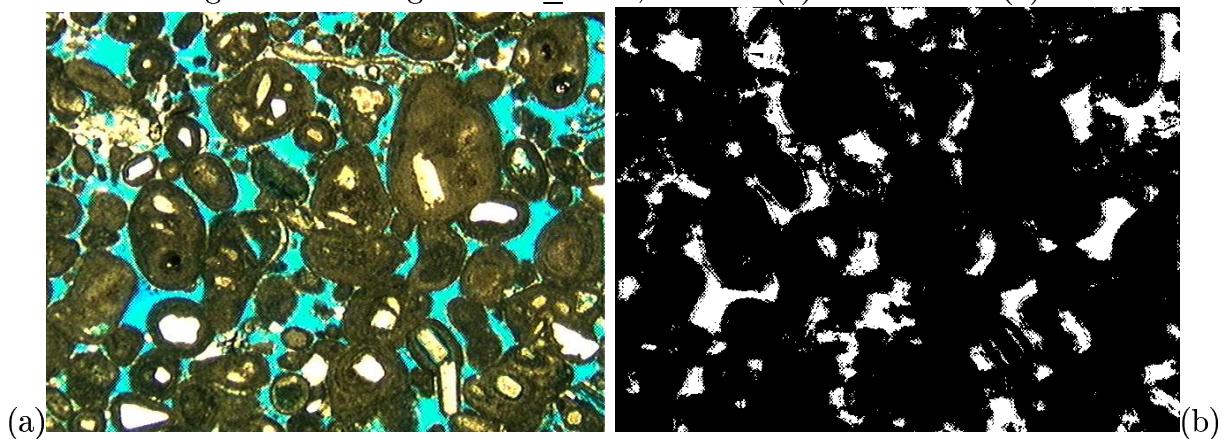


Figura 4.26: Imagem P148\_K2, colorida (a) e binarizada (b).

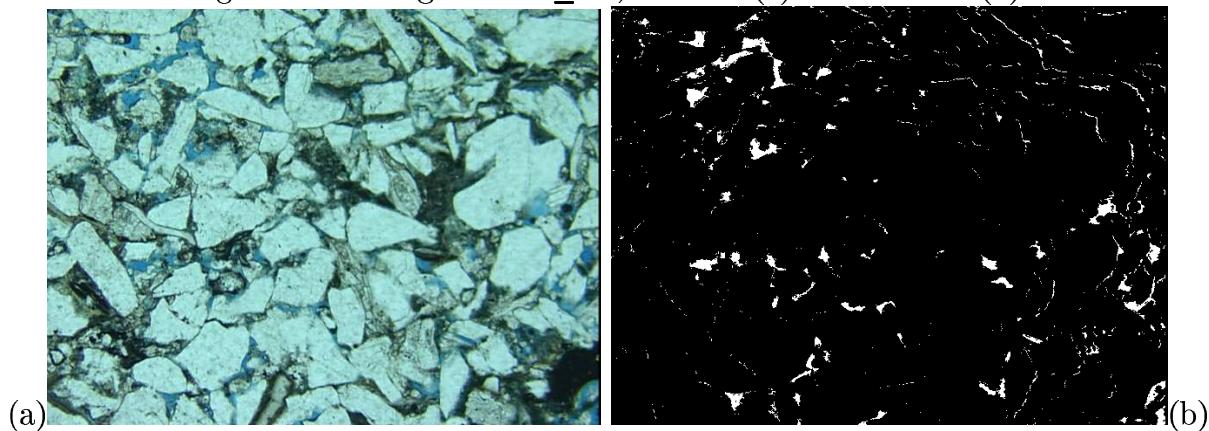
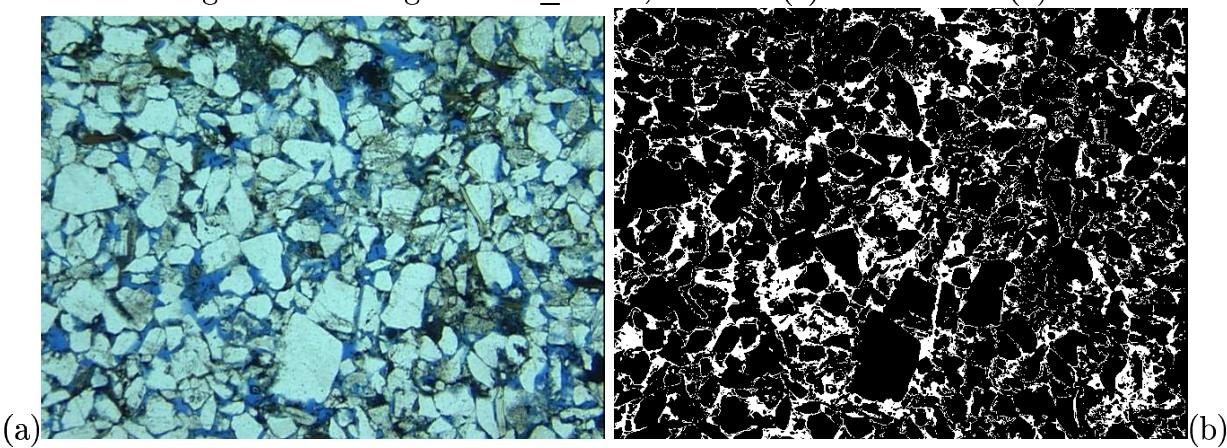


Figura 4.27: Imagem P240\_K104 , colorida (a) e binarizada (b).



Apresenta-se a seguir a análise geométrica das imagens reconstruídas para as diferentes rochas descritas na Tabela 4.6;

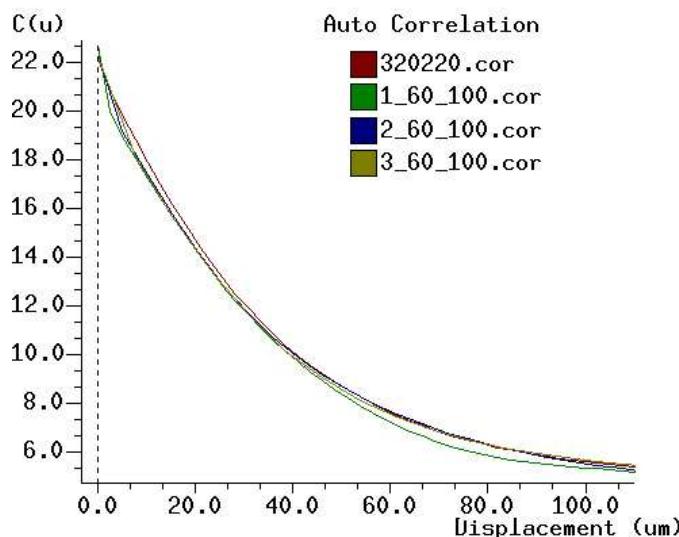
#### 4.4.2 Análise geométrica para Berea 500

Apresenta-se na Figura 4.19 a imagem Berea 500 colorida (a) e binarizada (b). As propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6.

##### Representações com dimensão $100^3$

Apresenta-se na Figura 4.28 as curvas de autocorrelação das imagens reconstruídas com fator de amplificação 1,2,3. Observa-se que a curva de autocorrelação para imagem com fator de amplificação 1 é a mais distante da curva de autocorrelação da imagem bidimensional. Com o aumento do fator de amplificação ocorre uma aproximação das curvas. As curvas para  $n=2$  e  $n=3$  estão muito próximas da obtida para imagem bidimensional, dificultando a definição do fator de amplificação ideal através da comparação das curvas de autocorrelação.

Figura 4.28: Função autocorrelação de representações do Berea 500 geradas com gaussiana truncada, usando  $n=1,2,3$  np=60 N=100.



A Figura 4.10 (a) apresenta a função distribuição de tamanho de poros para imagem Berea 500  $n=1,2,3$  np=60 e N=100. Para  $n=1$ , verifica-se a presença de um excesso de pixeis isolados abaixo de  $15 \mu m$ ; o maior objeto criado tem raio de  $40 \mu m$ , ou seja, a imagem reconstruída com  $n=1$  não consegue recuperar toda a extensão da função distribuição de tamanho de poros. Como existe na imagem bidimensional objetos com mais de  $60 \mu m$ , a imagem com  $n=1$  deve ser desconsiderada. O fator de amplificação ideal fica entre 2 e 3; Até cerca de  $30 \mu m$  a função distribuição de tamanho de poros para  $n=3$  está abaixo de  $n=2$ , acima de  $30 \mu m$  a curva para  $n=3$  está acima da curva para  $n=2$ ;

Na Tabela 4.7, comparam-se as porosidades das imagens antes e depois de passar o filtro de conectividade em  $c_6$ . Para  $n=1$  a porosidade é de 21.52%, para  $n=2$  de 21.74%, para  $n=3$  de

22.03%, para  $n=4$  de 22.21%, para  $n=5$  de 22.27% e para  $n=6$  de 22.27%, todos próximos do valor da porosidade da imagem original que é de 22.14%. A porosidade da imagem conectada apresenta valores próximos da imagem reconstruída, indicando que para Berea 500 a perda de porosidade quando se usa conectividade em  $c_6$  é pequena. A menor redução da porosidade ocorre para imagem com  $n=1$ , passando de 21.52% para 20.46% com uma variação de 4.9%. A maior perda de porosidade ocorre para  $n=2$ , quando a porosidade passou de 21.74% para 19.81% com uma variação de 8.9%.

A comparação das porosidades conectadas (Tabela 4.7) não permite a definição do fator de amplificação ideal. Nestes casos, quando a uma indefinição no fator de amplificação, ou seja as curvas de autocorrelação, função distribuição de tamanho de poros e a comparação das porosidades conectadas não são suficientes para definir o fator de amplificação ideal, deve-se optar pelo menor fator de amplificação, ou seja,  $n=2$ .

Tabela 4.7: Porosidade total e conectada para representações do Berea 500  
Efeito do fator de amplificação ( $np=60$   $N=100$ )..

$n$	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
1	21.52	20.46	1.06	4.9
2	21.74	19.81	1.93	8.9
3	22.03	20.21	1.82	8.2
4	22.21	20.44	1.77	7.9
5	22.27	20.58	1.69	7.6
6	22.27	20.36	1.63	7.4
$\mu$	22.00	20.31		
$\sigma$	0.31	0.27		

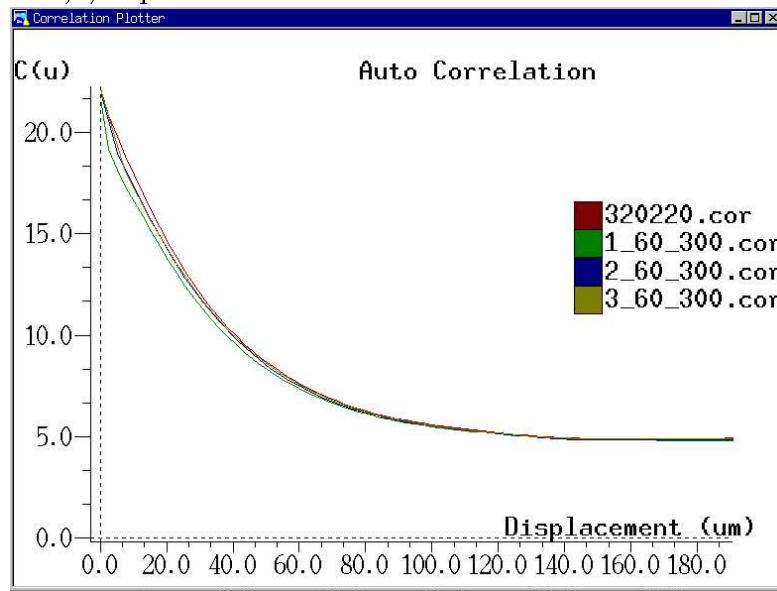
### Representações com dimensão $300^3$

Observa-se na Figura 4.29, que as curvas de autocorrelação das imagens reconstruídas com dimensão  $N=300$  e fator de amplificação 1, 2 e 3 estão muito próximas, dificultando a definição do fator de amplificação ideal.

Analizando-se as curvas de distribuição de tamanho de poros (Figura 4.10 b), verifica-se que  $n=1$  gera um excesso de poros com raios inferiores a  $15 \mu m$ , sendo descartada. Para  $n=2$  e  $n=3$  consegue-se uma boa representação da função distribuição de tamanho de poros na faixa de 15 a  $60 \mu m$ . Segundo os critérios anteriormente definidos, conclui-se que o fator de amplificação ideal para dimensão  $300^3$  é 2.

A Tabela 4.8 apresenta as porosidades totais e conectadas, das imagens Berea 500 reconstruídas com dimensão  $300^3$ . Para todos os casos a redução da porosidade é pequena atingindo um máximo de 5.4% para  $n=5$ . A menor diferença ocorre para imagem com fator de am-

Figura 4.29: Função autocorrelação de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada, usando  $n=1,2,3$  np=60 N=300.



plificação 2 passando de 22.96% para 22.26%, uma diferença de 0.70 (ou 3.0%). Os valores de porosidade em  $c_6$  estão muito próximos da porosidade da imagem bidimensional que é de 22,14%.

Tabela 4.8: Porosidade total e conectada para representações do Berea 500 Efeito do fator de amplificação (np=60 N=300).

$n$	$\varepsilon$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon} \%$
1	22.87	21.99	0.88	4.0
2	22.96	22.26	0.70	3.0
3	22.89	22.04	0.85	3.7
4	22.86	21.79	1.07	4.9
5	22.85	21.66	1.19	5.4
6	23.22	22.41	0.81	3.5
$\mu$	22.94	22.03		
$\sigma$	0,142	0,280		

#### 4.4.3 Análise geométrica para P320\_K642

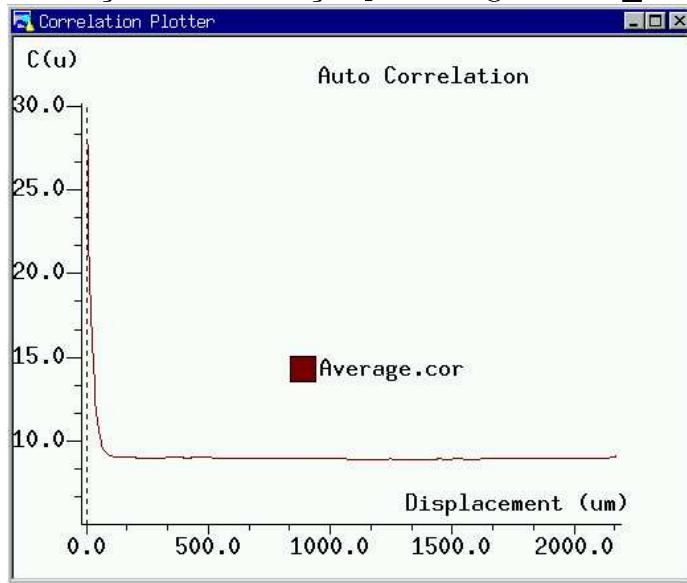
Apresenta-se nesta seção a análise geométrica das representações do P320\_K642.

Apresenta-se na Figura 4.20 uma imagem P320\_K642, colorida (a) e binarizada (b). A imagem é ilustrativa pois a curva de autocorrelação e a curva de distribuição de tamanho de poros efetivamente utilizada na geração da representação tridimensional é uma curva média

determinada sobre as 10 imagens desta lâmina. As propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6.

De uma maneira geral a imagem P320\_K642 é uma imagem muito favorável, a binarização é relativamente fácil, o comprimento de correlação é pequeno e a porosidade alta. Apresenta-se na Figura 4.30 a curva de autocorrelação média obtida a partir das imagens bidimensionais.

Figura 4.30: Função autocorrelação para imagem P320\_K642 (média).

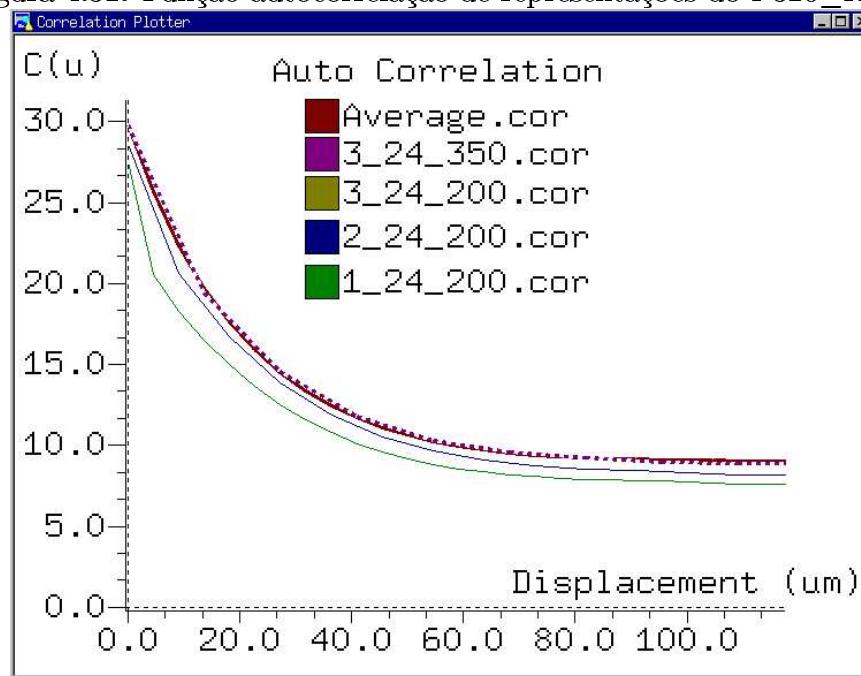


Na Figura 4.31 são apresentadas as curvas de autocorrelação para as imagens reconstruídas com fator de amplificação  $n=1,2,3$ . Observe que foi feito um *zoom* na região que vai até  $100 \mu m$ , o objetivo é identificar mais claramente as diferenças entre as curvas. A curva de autocorrelação para imagem reconstruída com  $n=1$ , foge um pouco da curva de autocorrelação da imagem bidimensional (representada na Figura por Average.cor). Para  $n=2$  as curvas já estão bastante próximas,  $n=3$  ultrapassa em algumas regiões a curva bidimensional. Considerando-se as curvas de autocorrelação o fator de amplificação ideal é 3.

A Figura 4.32 apresenta a comparação da distribuição de tamanho de poros da imagem bidimensional com as reconstruídas. Na Figura, a legenda Average.dst se refere a função distribuição de tamanho de poros média das imagens bidimensionais. Observe que para fator de amplificação 1 a função distribuição de tamanho de poros tem objetos com dimensão até  $50 \mu m$ . Para  $n=2$ , a função distribuição de tamanho de poros está bastante próxima da bidimensional na faixa acima de  $25 \mu m$ .

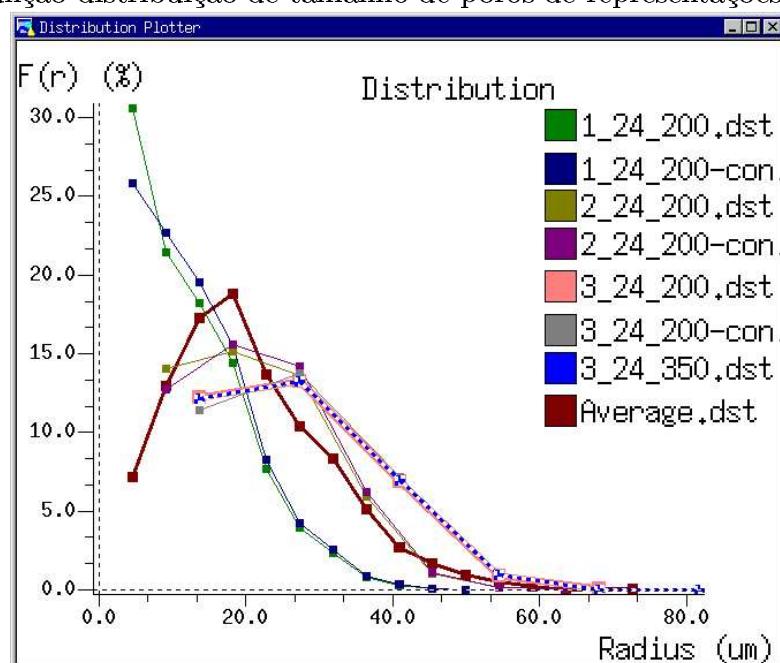
Visualmente  $n=2$  é satisfatório e quando se compara as porosidades tanto faz  $n=2$  ou  $n=3$ . A autocorrelação indica o uso de  $n=3$ , enquanto que a função distribuição de tamanho de poros o uso de  $n=2$ . Adota-se então  $n=2$  como fator de amplificação ideal.

Figura 4.31: Função autocorrelação de representações do P320\_K642.



Observe na Figura 4.32, que são apresentadas as funções distribuições de tamanho de poros para as representações conectadas (na legenda aparece o termo -con para indicar que é uma representação conectada em  $c_6$ ). As diferenças são pequenas, o efeito da aplicação do filtro de conectividade em  $c_6$  é uma redução no número de objetos pequenos.

Figura 4.32: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P320\_K642.



A Tabela 4.9 apresenta a porosidade total e conectada para representações do P320\_K642. A menor redução da porosidade ocorre para imagem com fator de amplificação 2, passando de 29.81% para 28.6% uma diferença de 1.21% que corresponde a uma variação percentual de 4%. A maior redução ocorre para fator de amplificação 6, passando de 29.81% para 26.55% uma diferença de 3.26% que correspondendo a uma variação percentual de 11%.

Tabela 4.9: Porosidade total e conectada para representações do P320\_K642 - Efeito do fator de amplificação ( $np=24$   $N=200$ ).

$n$	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
1	29.65	27.54	2.11	7.1
2	29.81	28.60	1.21	4.0
3	29.82	28.53	1.22	4.1
4	29.83	28.09	1.74	5.8
5	29.80	27.35	2.45	8.2
6	29.81	26.55	3.26	11
$\mu$	29.79	27.78		
$\sigma$	0.68	0.79		

A Tabela 4.10 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas com dimensão crescente. Para todos os casos as reduções nas porosidades são pequenas, sempre abaixo de 4%. Os resultados indicam que a representação com dimensão  $200^3$  é suficiente para preservação da conectividade.

Tabela 4.10: Porosidade total e conectada para representações do P320\_K642 - Efeito da dimensão.

dimensão	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$n=2$ $np=24$ $N=150$	29.82	28.68	1.14	3.8
$n=2$ $np=24$ $N=200$	29.81	28.60	1.21	4.0
<i>esferas</i> $n=1$ $N=200$	30.25	30.12	0.13	0.4
<i>esferas</i> $n=1$ $N=300$	30.28	30.18	0.1	0.3

#### 4.4.4 Análise geométrica para P223\_K154

Apresenta-se na Figura 4.22 a imagem P223\_K154 colorida (a) e binarizada (b). As propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6. A imagem é ilustrativa pois a curva de autocorrelação e a curva de distribuição de tamanho de poros efetivamente utilizadas na geração das representações tridimensionais é uma curva média determinada sobre as 20 imagens desta lâmina. As Figura 4.13 e 4.14, mostram a função autocorrelação e distribuição do tamanho de poros para representações do P223\_K154. A melhor representação é obtida com o método das

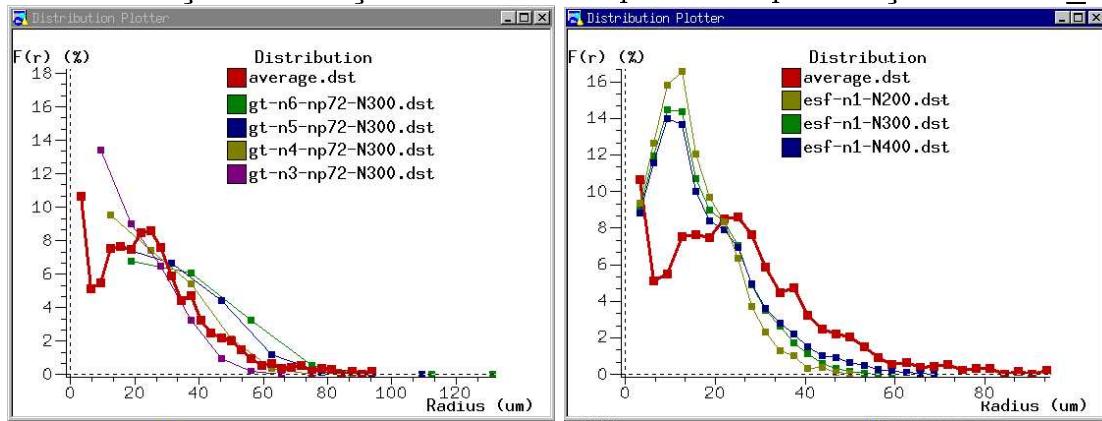
esferas sobrepostas com  $n=1$  N=400, N=500 e N=600 apresentam a mesma função distribuição de tamanho de poros. A representação gerada pelo método da gaussiana truncada ( $n=3$ , np=72, N=300) tem 20% dos seus objetos com raio abaixo de  $10\mu m$ , um excesso de objetos pequenos, conforme observado na Figura 4.15 (a).

#### 4.4.5 Análise geométrica para P275\_K316

Apresenta-se na Figura 4.21 a imagem P275\_K316 colorida (a) e binarizada (b). As propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6, e deve-se lembrar que a imagem é ilustrativa, pois as curvas obtidas são uma média de 20 imagens.

A Figura 4.33 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para as representações do P275\_K316. A melhor representação é obtida com gaussiana truncada, usando  $n=4$ .

Figura 4.33: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P275\_K316.



A Tabela 4.11 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade bidimensional média é de 27.5%. A perda de porosidade para representações obtidas com gaussiana truncada fica em 9.64% para  $n=3$  e 7.85% para  $n=4$ . Já para representações obtidas com o método das esferas sobrepostas, a perda de porosidade fica sempre abaixo de 1%.

Tabela 4.11: Porosidade total e conectada para representações do P275\_K316.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$n=3$ np=72 N=300 double	28.1	25.39	2.71	9.64
$n=4$ np=72 N=300 double	28.14	25.93	2.21	7.85
esferas $n=1$ N=200	27.29	27.12	0.17	0.62
esferas $n=1$ N=300	27.17	26.98	0.19	0.70
esferas $n=1$ N=400	27.17	27.03	0.14	0.52

#### 4.4.6 Análise geométrica para P262\_K70<sup>5</sup>

Apresenta-se na Figura 4.23 a imagem P262\_K70 colorida (a) e binarizada (b). Observe em (b) que a binarização pegou o contorno dos grãos. As propriedades da imagem estão na Tabela 4.6. Observa-se na imagem muitos objetos alongados (fissuras) que não conseguem boa representação com o método da gaussiana truncada.

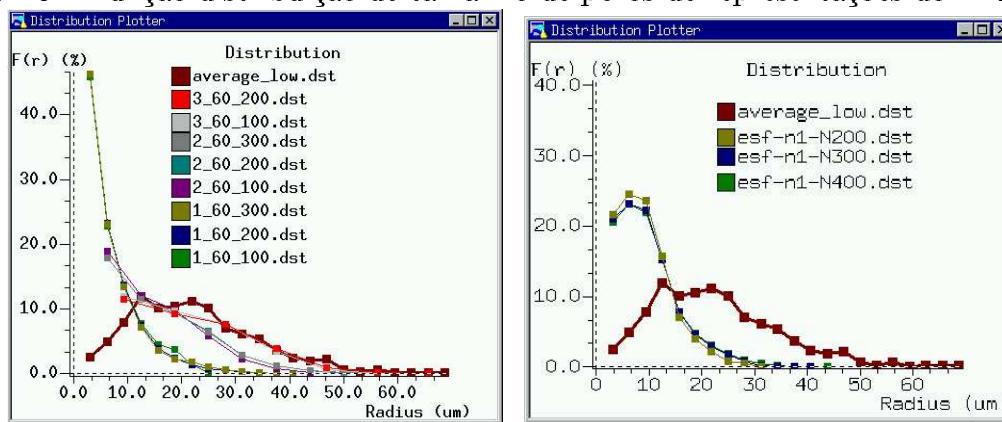
Apresenta-se na Figura 4.8 a função autocorrelação, para as representações tridimensionais geradas com  $n=1, 2, 3$  e  $N=100, 200, 300$ . A Figura 4.34 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para diversas representações do P262\_K70. A melhor representação é obtida com gaussiana truncada, usando  $n=3$ .

A Tabela 4.12 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade média da imagem bidimensional é de 18.25%. A redução nas porosidades são semelhantes, da ordem de 12-14% para  $N=200$  e  $N=300$ .

Tabela 4.12: Porosidade total e conectada para representações do P262\_K70.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$n=3$ np=60 N=100 double	18.34	14.27	4.09	22.19
$n=3$ np=60 N=200 double	18.28	15.73	2.55	13.94
$n=3$ np=60 N=300 double	18.99	16.8	2.3	12.5

Figura 4.34: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262\_K70.



#### 4.4.7 Análise geométrica para P238\_K145

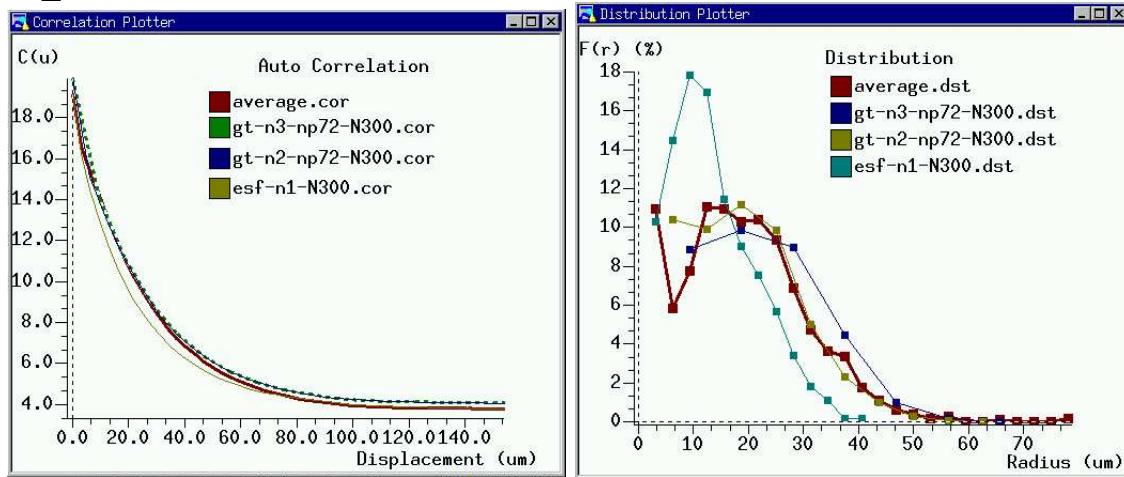
Apresenta-se na Figura 4.24 a imagem P238\_K145 colorida (a) e binarizada (b), as propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6. A imagem é ilustrativa pois a curva

<sup>5</sup>No Apêndice C, apresenta-se uma análise de representações do P262\_K70 obtidas com o método da gaussiana truncada, sem o uso da aproximação de Adler et al. (1990), dada pela equação 3.11.

de autocorrelação efetivamente utilizada na geração das representações tridimensionais é uma curva média determinada sobre as 20 imagens desta lâmina.

A Figura 4.35 (a) mostra a função autocorrelação para representações do P238\_K145 geradas com gaussiana truncada ( $n=2,3$  e  $N=300$ ) e esferas sobrepostas ( $n=1$ ,  $N=300$ ). A Figura 4.35 (b) apresenta a função distribuição de tamanho de poros. A melhor representação é obtida com o método da gaussiana truncada, com  $n=2$ .

Figura 4.35: Função autocorrelação e função distribuição de tamanho de poros de representações do P238\_K145.



A Tabela 4.13 apresenta a porosidade total e conectada das representações obtidas para o P238\_K145. A porosidade média da imagem bidimensional é de 19.18%. Observe que a perda de porosidade na representação conectada é de 10.38% (gt-n3-np72-N150-double).

Tabela 4.13: Porosidade total e conectada para representações do P238\_K145.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt n=3 np=72 N=150 double	19.17	17.19	1.98	10.38
gt n=2 np=72 N=300	19.95	18.45	1.5	7.52
gt n=3 np=72 N=300	19.93	18.26	1.67	8.38
esf n=1 N=300	19.16	19.00	0.16	0.83

#### 4.4.8 Análise geométrica para P262\_K441

Apresenta-se na Figura 4.25 a imagem P262\_K441 colorida (a) e binarizada (b), as propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6. A imagem é ilustrativa pois a curva de autocorrelação e a curva de distribuição de tamanho de poros efetivamente utilizadas na geração das representações tridimensionais é uma curva média determinada sobre as 10 imagens desta lâmina.

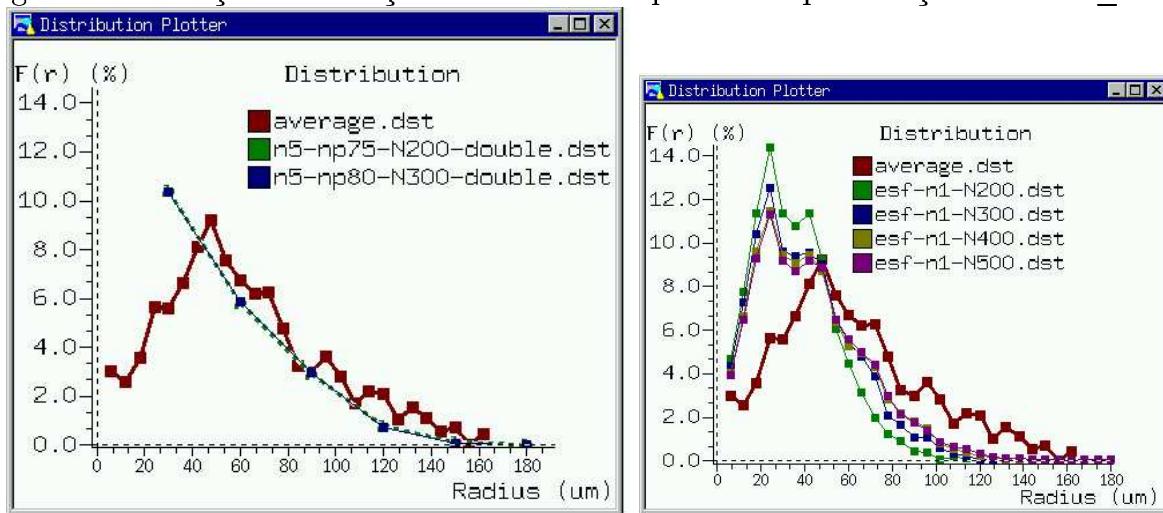
A Figura 4.36 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para diversas representações do P262\_K441. A melhor representação é obtida com o método da gaussiana truncada, com  $n=5$ , pode-se usar  $N=200$  ou  $N=300$ .

A Tabela 4.14 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade média da imagem bidimensional é de 15.56%. Para imagem  $n=5$   $np=75$   $N=100$  a porosidade cai de 15.60% para 5.94% uma redução de 9.66 pontos ou 62%, uma redução extremamente elevada sendo a representação descartada. Para imagem  $n=5$   $np=75$   $N=200$  a porosidade cai de 15.66% para 10.78% uma redução de 4.9 pontos, ou 31%. Para imagem  $n=5$   $np=80$   $N=300$  a porosidade cai de 15.56% para 10.78% uma redução de 4.8 pontos, ou 31%. Observe que quando se aumenta a dimensão linear da imagem reconstruída de  $N=200$  para  $N=300$ , os valores de porosidade são praticamente os mesmos.

Tabela 4.14: Porosidade total e conectada para representações do P262\_K441 ( $n=5$ ,  $np=75$ ).

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$N=100$	15.60	5.94	9.66	62
$N=200$ double	15.66	10.78	4.9	31
$N=300$ double	15.56	10.78	4.8	31

Figura 4.36: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P262\_K441.



#### 4.4.9 Análise geométrica para P148\_K2

Apresenta-se na Figura 4.26 a imagem P148\_K2 colorida (a) e binarizada (b), as propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6. A imagem é ilustrativa pois a curva de autocorrelação e a curva de distribuição de tamanho de poros efetivamente utilizadas na ge-

ração das representações tridimensionais é uma curva média determinada sobre as 6 imagens desta lâmina.

A Figura 4.37 mostra a função distribuição de tamanho de poros de duas representações do P148\_K2, ambas geradas com o método das esferas sobrepostas com N=400 e N=600. N=400 representa os mesmos resultados de N=600. A Tabela 4.15 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade média da imagem bidimensional é de 4.1%. Observe que mesmo usando o método das esferas sobrepostas, a perda de porosidade é elevada, 21%. Representações obtidas com gaussiana truncada são totalmente desconectadas.

Figura 4.37: Função distribuição de tamanho de poros de representações do P148\_K2 geradas com esferas sobrepostas ( $n=1$  N=400 e N=600).

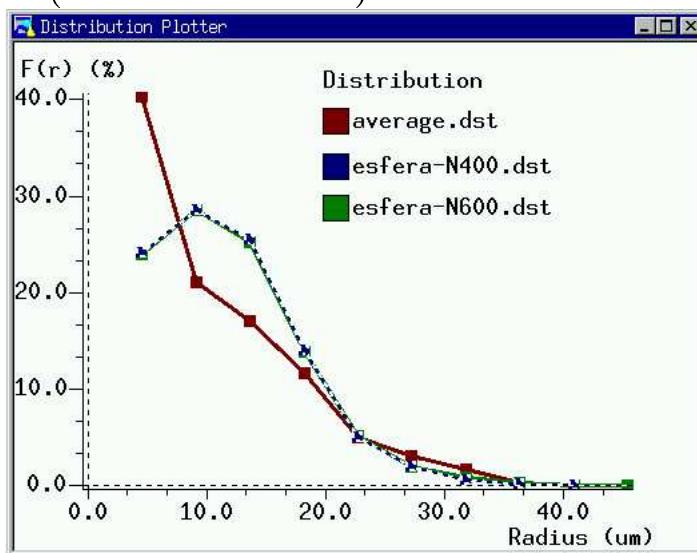


Tabela 4.15: Porosidade total e conectada para representação do P148\_K2.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
esferas N=400	4.146	3.262	0.88	21

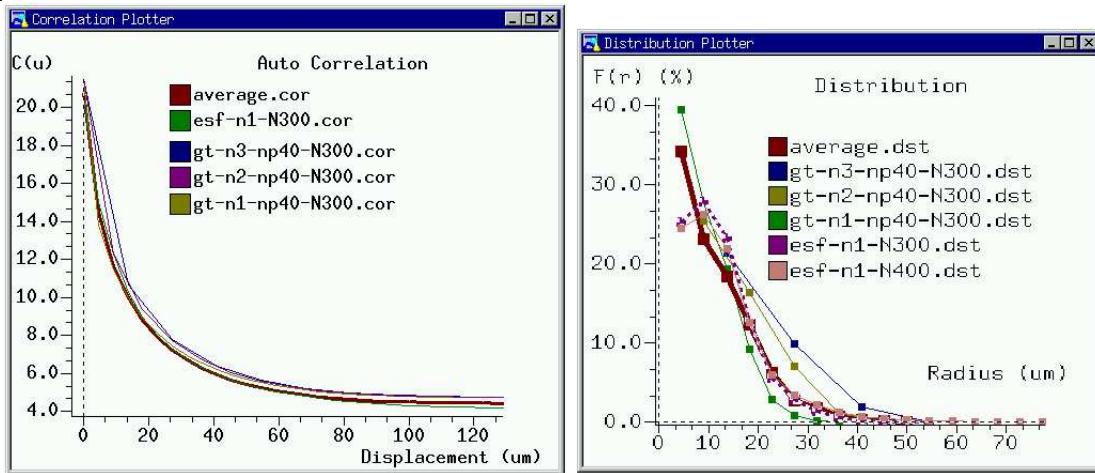
#### 4.4.10 Análise geométrica para P240\_K104

Apresenta-se na Figura 4.27 a imagem P240\_K104 binarizada, as propriedades da imagem são detalhadas na Tabela 4.6. A imagem é ilustrativa pois a curva de autocorrelação e a curva de distribuição de tamanho de poros efetivamente utilizadas na geração das representações tridimensionais é uma curva média determinada sobre as 10 imagens desta lâmina.

A Figura 4.38 (a) mostra a função autocorrelação de cinco representações da lâmina P240\_K104. A melhor concordância ocorre para representação obtida com esferas sobrepostas

e gaussiana truncada com fator de amplificação 1. A Figura 4.38 (b) mostra a função distribuição de tamanho de poros de cinco representações da lâmina P240\_K104; duas geradas com o método das esferas sobrepostas com  $n=1$   $N=300$  e  $n=1$   $N=600$  e três geradas com gaussiana truncada com  $n=1$   $np=40$   $N=300$ ,  $n=2$   $np=40$   $N=300$  e  $n=3$   $np=40$   $N=300$ . A melhor representação é obtida com esferas sobrepostas.

Figura 4.38: Função autocorrelação e distribuição de tamanho de poros de representações do P240\_K104.



A Tabela 4.16 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade média da imagem bidimensional é de 20.77%, a porosidade experimental é de 24%. Para representação obtida com gaussiana truncada e  $n=1$   $np=40$   $N=300$  a porosidade cai de 21.49% para 18.71% uma redução de 2.78 pontos ou 12.93%. Para representação obtida com gaussiana truncada e  $n=2$   $np=40$   $N=300$  a porosidade cai de 21.49% para 17.92% uma redução de 3.57 pontos, ou 16.61%. Para representação obtida com gaussiana truncada e  $n=3$   $np=40$   $N=300$  a porosidade cai de 21.49% para 16.33% uma redução de 5.16 pontos, ou 24.01%. Para representação 3D obtida com esferas sobrepostas ( $n=1$ ,  $N=300$ ), a porosidade cai de 20.46% para 20.00% uma redução de 0.46 pontos ou 2.24%.

Tabela 4.16: Porosidade total e conectada para representações do P240\_K104.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt $n=1$ $np=40$ $N=300$ double	21.49	18.71	2.78	12.93
gt $n=2$ $np=40$ $N=300$ double	21.49	17.92	3.57	16.61
gt $n=3$ $np=40$ $N=300$ double	21.49	16.33	5.16	24.01
esf $n=1$ $N=300$	20.46	20.00	0.46	2.24

# Capítulo 5

## Configurações de Equilíbrio em Processos Bifásicos de Invasão de Fluidos

Apresentam-se neste capítulo os conceitos físicos relacionados ao estudo do fluxo bifásico (tensão interfacial e a equação de equilíbrio mecânico de Young-Laplace), o método de determinação das configurações de equilíbrio em meios reconstruídos tridimensionais (desenvolvido por Magnani *et al.*(2000)) e as inovações no algoritmo de determinação das configurações de equilíbrio.

A seguir, descreve-se os resultados de simulações de intrusão de mercúrio realizadas com as representações obtidas no capítulo 4. Os resultados simulados são comparados com valores experimentais fornecidos pelo CENPES/PETROBRAS. Finalmente, apresenta-se a visualização de simulações de embebição e drenagem.

No Apêndice B, apresenta-se os aspectos computacionais relacionados a obtenção das curvas de intrusão de mercúrio.

### 5.1 Conceitos Básicos no Estudo do Fluxo Bifásico

Quando se estuda a transferência de massa de dois fluidos em um sistema trifásico, necessita-se definir alguns conceitos relacionados à interação entre os fluidos e a matriz sólida.

Define-se a *porosidade* ( $\varepsilon$ ) ou porosidade volumétrica como a razão do volume do espaço poroso  $V_P$  pelo volume total do meio poroso  $V_M$ :

$$\varepsilon = \frac{V_P}{V_M} = \frac{V_P}{V_S + V_P} \quad (5.1)$$

onde,  $V_M$  é o volume de todo o meio poroso [ $m^3$ ],  $V_P$  o volume do espaço poroso [ $m^3$ ] e  $V_S$  o volume da matriz sólida [ $m^3$ ]. Se o espaço de vazios do meio poroso está tomado por dois ou

mais fluidos, pode-se definir o *conceito de saturação* ( $S_i$ ) (ou grau de saturação), como a relação do volume ocupado pelo fluido  $i$  em relação ao volume do espaço poroso:

$$S_i = \frac{V_i}{V_P} \quad (5.2)$$

$$\sum_i S_i = 1 \quad (5.3)$$

onde  $V_i$  é o volume ocupado pelo fluido  $i$  [ $m^3$ ], e  $S_i$  a saturação do fluido  $i$  [ $\frac{m^3}{m^3}$ ].

O *conteúdo volumétrico do fluido  $i$*  ( $c_i$ ) é a relação do volume ocupado pelo fluido  $i$  em relação ao volume total do meio poroso:

$$c_i = \frac{V_i}{V_M} = \varepsilon S_i \quad (5.4)$$

$$\sum_i c_i = \varepsilon \quad (5.5)$$

**Tensão interfacial.** Quando dois fluidos *miscíveis* entram em contato, ocorre uma difusão de um pelo outro, provocando a completa mistura (dissolução) dos dois, não existindo uma interface clara de separação. Quando dois fluidos *imiscíveis* entram em contato, forma-se uma interface de equilíbrio decorrente do processo de contato entre os dois fluidos (Figura 5.1(a)). Esta interface é função das características moleculares dos fluidos envolvidos. A tensão interfacial surge em função de forças associadas à interação das moléculas dos fluidos e do sólido.

Na interface de contato, a diferença de pressão, denominada *pressão capilar*  $P_c$ [Pa], é dada por:

$$P_c = P_{nw} - P_w \quad (5.6)$$

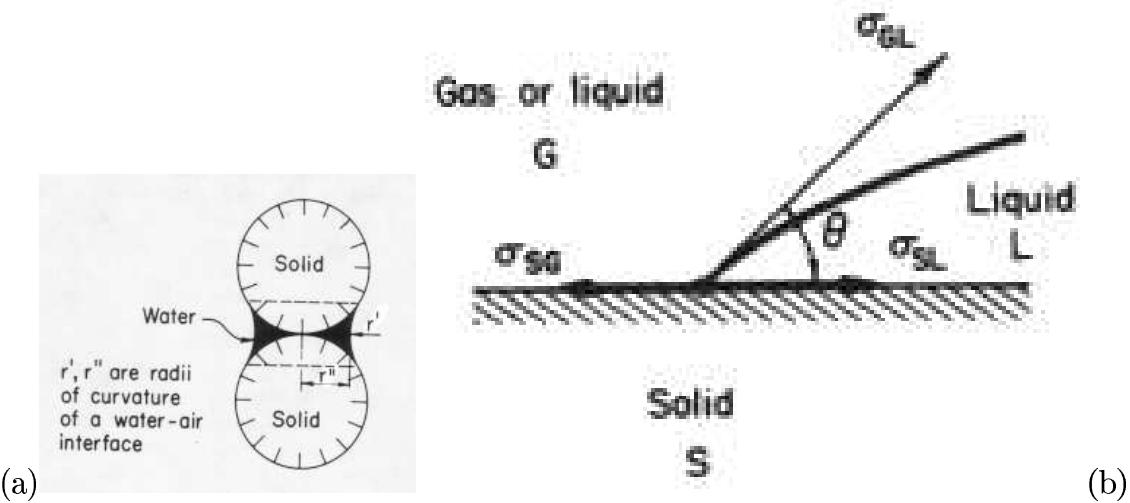
sendo  $P_{nw}$  a pressão do fluido não molhante e  $P_w$  a pressão do fluido molhante.

Na ausência de condições externas, isto é, gravidade ou condições de contorno impostas por superfícies sólidas, uma interface entre 2 fluidos tende a minimizar sua energia livre de superfície pela adoção de uma forma com curvatura constante. De fato, demonstra-se que a superfície de separação é de tal modo que a curvatura média  $C_{w,nw}$ , da interface entre os fluidos  $w$  e  $nw$  no estado imperturbado é constante, Everet & Haynes (1972).

A curvatura média  $C_{w,nw}$  [1/m] é definida por:

$$C_{w,nw} = \frac{1}{r''} + \frac{1}{r'} = \frac{2}{r_m} \quad (5.7)$$

Figura 5.1: Em (a) a tensão interfacial entre dois fluidos e uma parede sólida,  $G$  representa o fluido não molhante e  $L$  o fluido molhante. Em (b) ilustra-se os raios de curvatura formados pela água-ar em contato com um sólido (Bear, 1972).



onde  $r'$  e  $r''$  [m] são os raios de curvatura da superfície e  $r_m$  um raio de curvatura equivalente. Por convenção o raio de curvatura é positivo se o vetor raio de curvatura aponta para a fase molhante. Na Figura 5.1 (a)  $r'$  e  $r''$  são positivos. O equilíbrio desta superfície é dado pela equação de *Young-Laplace*.

$$P_c = \frac{2(d-1)\sigma}{r_m} \quad (5.8)$$

sendo  $\sigma$  a tensão superficial [N/m] e  $d$  a dimensão Euclidiana do espaço. Para o mercúrio a 20°C a tensão superficial é de 0.465 [N/m].

**Ângulo de contato.** Na presença de uma superfície sólida, a interface entre 2 regiões fluídicas, toma configurações, cujo equilíbrio e estabilidade, dependem das energias livres das interfaces de separação entre as várias fases.

Em sistemas trifásicos compostos por uma matriz sólida ( $S$ ), e dois fluidos ( $nw, w$ ), Figura 5.1 (b), o ângulo de contato formado pelas três interfaces é dado por:

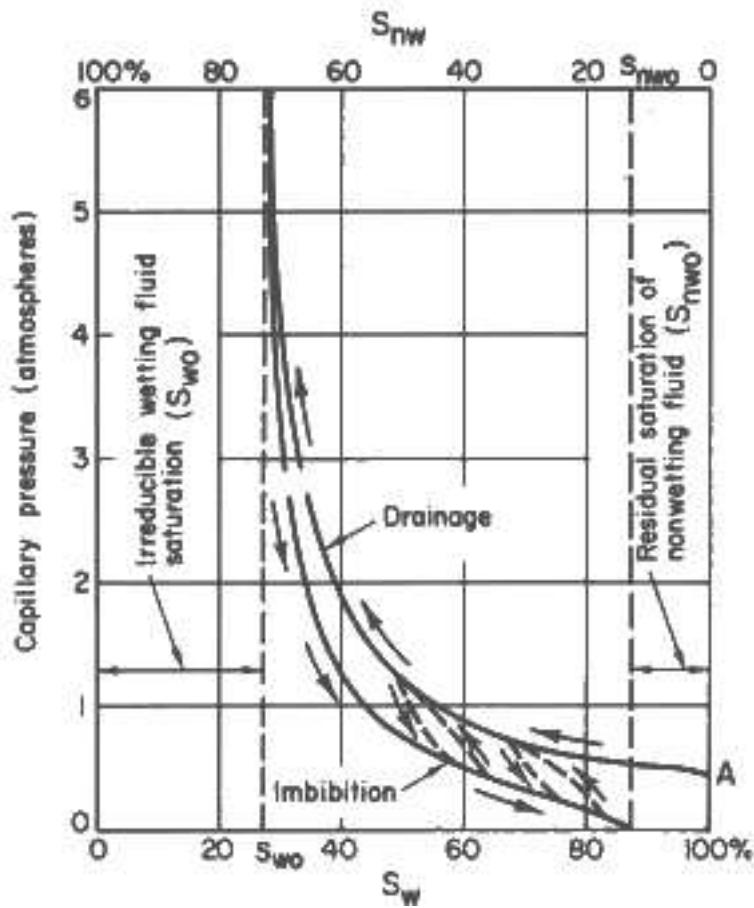
$$\theta_{nw,w} = \arccos \left( \frac{(\sigma_{S,w} - \sigma_{S,nw})}{\sigma_{nw,w}} \right) \quad (5.9)$$

sendo  $\theta_{nw,w}$  o ângulo de contato na interface entre os fluidos não molhante ( $nw$ ) e molhante ( $w$ ) [rad],  $\sigma_{S,w}$  a tensão interfacial entre o sólido e o fluido  $w$ ,  $\sigma_{S,nw}$  a tensão interfacial entre o sólido e o fluido  $nw$ ,  $\sigma_{nw,w}$  a tensão interfacial entre os dois fluidos. Para o mercúrio o ângulo de contato é de aproximadamente 140°.

Um fluido é definido como *molhante* se o ângulo de contato ( $\theta$ ), entre a interface de separação dos fluidos e a fase sólida for menor que  $90^\circ$  ( $\theta$  é ilustrado na Figura 5.1-b), sendo *não molhante*, se este ângulo for maior que  $90^\circ$ .

**Embebição e drenagem:** Um processo de invasão num meio poroso é denominado *de drenagem* quando o meio poroso está inicialmente saturado com um fluido molhante, e *de embebição* quando um fluido molhante desloca um fluido não molhante que inicialmente está saturando o meio poroso, veja Figura 5.2. Quando se realiza a drenagem, um volume residual de fluido molhante permanece no material, a este volume denomina-se *saturação irredutível*. Na embebição quando a saturação do fluido molhante não consegue atingir a porosidade do material, a diferença entre a saturação máxima atingida pelo fluido molhante e a porosidade é denominado de *saturação residual*, Bear (1972).

Figura 5.2: Curva de embebição e drenagem (Bear, 1972).



## 5.2 Determinação das Configurações de Equilíbrio

Apresenta-se a metodologia de determinação das configurações de equilíbrio em estruturas porosas reconstruídas desenvolvida por Magnani *et al.*(2000). Os autores apresentam uma metodologia para determinação das interfaces dos fluidos molhante e não molhante, dentro do espaço poroso tridimensional, para um dado estado de equilíbrio. O método foi desenvolvido a partir da transformação do problema físico em um problema geométrico. A solução passa a ser a determinação das regiões que respeitam determinadas condições geométricas relacionadas ao problema físico em questão. A solução é encontrada com o emprego da operação de abertura da morfologia matemática.

### 5.2.1 Hipóteses simplificadoras

Para Magnani *et al.*(2000), a estrutura porosa é indeformável, os poros não identificados pelo microscópio são considerados como parte da matriz sólida. Observadas estas hipóteses o meio é considerado deterministicamente conhecido, sem simplificação das irregularidades do mesmo.

*Os fluidos* utilizados são considerados idealmente compressíveis se  $\partial P/\partial V = 0$ , ou seja, a pressão não varia com a variação do volume. Será idealmente incompressível se  $\partial V/\partial P = 0$ , ou seja, o volume não varia com a variação da pressão. Os autores desconsideraram os processos de mudança de fase, admitindo que o tempo necessário para que o fluido entre em equilíbrio é pequeno, em relação ao necessário para que ocorra mudança de fase em volume significativo. Os fluidos em estudo serão ainda imiscíveis, ou seja os fluidos não se misturam, ou o tempo necessário para que ocorra a mistura é muito maior que o tempo necessário para que o sistema entre em equilíbrio mecânico. Desconsideram os efeitos da gravidade, de interação química e a atuação de campos de força magnéticos.

*Os processos* estudados envolvem um ou dois fluidos, são processos primários<sup>1</sup> e isotérmicos (espacial e temporalmente), de *invasão*, que ocorrem de uma forma *quase-estática*. A pressão de um fluido *A* em determinado instante *t*, é igual em todos os pontos. Nos processos de invasão o fluido adentrante esta sempre conectado às câmaras. Nos processos estudados assume-se que as condições de equilíbrio são atingidas instantaneamente. Despreza-se os efeitos gravitacionais a nível de poro e a nível de sistema. Como os efeitos gravitacionais são desprezados, a curvatura de uma interface é dada pela equação 5.8. A relação 5.8 é usada mesmo quando a parede não é plana.

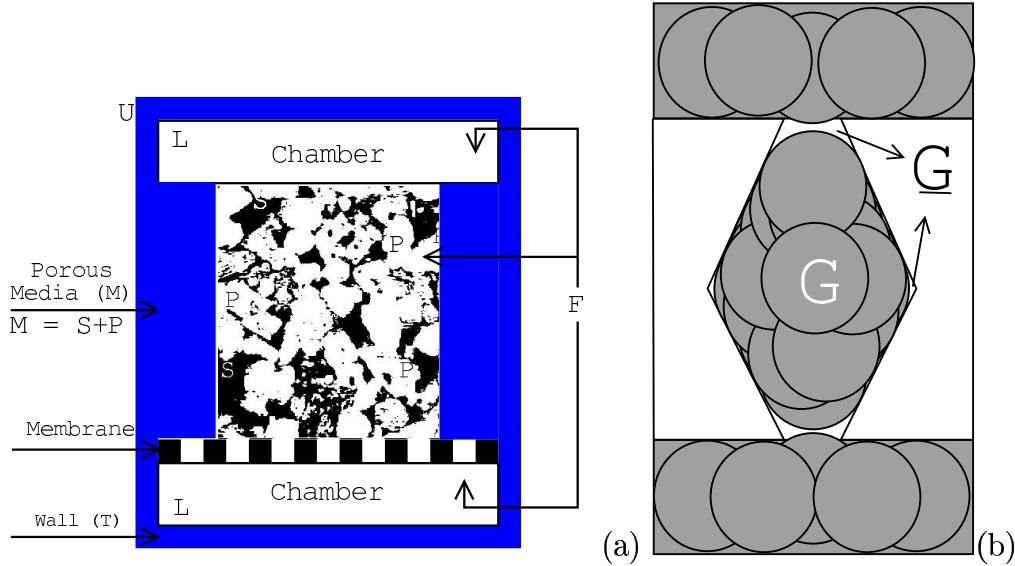
---

<sup>1</sup>Processos primários são aqueles em que um dos fluidos preenche totalmente os interstícios do meio poroso, e na medida que o processo evolue o fluido adentrante jamais retrocede.

### 5.2.2 Solução geométrica

Apresentam-se a seguir as definições das regiões geométricas ilustradas na Figura 5.3(a).  $U$  é o sistema composto pela amostra de meio poroso ( $M$ ), as paredes da câmara ( $T$ ) onde a amostra é colocada e a região livre das câmaras  $L$ .  $L$  é o meio livre, compreende todo o espaço de vazios das câmaras,  $L = U - (M \cup T)$ .  $M$  é todo o meio poroso, ou a união da matriz sólida  $S$ , e do espaço poroso  $P$ ,  $M = S \cup P$ ,  $M \subset U$ .  $F$  é a região fluídica, compreende os vazios do meio poroso mais os vazios da câmara  $F = U - (T \cup S)$ .

Figura 5.3: Definição das regiões.



Num processo de invasão, um fluido  $B$  expulsa um fluido  $A$ . Para cada passo  $i$  do processo,  $B^i$  é o espaço geométrico ocupado por  $B$ . No passo  $i = 0$ ,  $B^0$  obedece  $B^0 \cap P = \emptyset$ , ou seja inicialmente o fluido  $A$  ocupa todo o espaço poroso  $S$ . Para cada passo  $i$ ,  $B^i$  forma uma única região totalmente conectada, já  $A^i$  é a união de todas as regiões  $k$  ocupadas pelo fluido  $A$ .

$$A^i = A_o^i + \bigcup_{k=1}^{n(i)} A_k^i \quad (5.10)$$

Pode-se definir ainda uma região isolada  $Y^i$  da forma:

$$Y^i = A_o^i - A^i \quad 1 \leq i \leq p \quad (5.11)$$

onde  $p$  representa o número de regiões de  $A^i$  que ficam isoladas durante a invasão. Para cada passo  $i$  da invasão, pode-se definir  $E_x^i$  como uma bola de raio  $r^i$ , centrada em  $x$ , em que cada  $x$  pertence a região fluídica  $F$ . O raio  $r^i$  é dado pela equação de Young-Laplace:

$$r^i = \left| \frac{(d-1) \cdot \sigma_{AB}}{P_{A_o^i} - P_{B^i}} \right| \quad (5.12)$$

onde  $d$  é a dimensão Euclidiana do espaço,  $\sigma_{AB}$  a tensão interfacial entre os fluidos  $A$  e  $B$ ,  $P_{A_o^i}$  a pressão no fluido  $A$  conectado a região livre  $L$  e  $P_{B^i}$  a pressão do fluido  $B$  no passo  $i$ . Define-se ainda a bola  $E_x^{*i}$ ,

$$E_x^{*i} = \begin{cases} E_x^i & \text{se } d_x \geq r^i \\ \emptyset & \text{se } d_x < r^i \end{cases} \quad (5.13)$$

onde  $d_x$  é o infimum das distâncias entre o ponto  $x$  e o contorno de  $F$ , veja Magnani *et al.*(2000) para uma descrição detalhada deste ponto.

Define-se a seguir uma região abertura, dada por:

$$H^i = \bigcup E_x^{*i} \quad x \in F \quad (5.14)$$

onde  $H^i$  é a união de todas as bolas de raio  $r^i$  que satisfazem a equação acima.

Pode-se definir (veja Figura 5.3(b))

$$G^i = L \cup H^i \quad (5.15)$$

e seu complemento

$$\underline{G}^i = F - G^i \quad (5.16)$$

A região  $G^i$  é a região abertura mais a região livre  $L$ , ou seja, as câmaras sempre farão parte de  $G^i$ . Esta solução impede que o fluido molhante utilize as câmaras como meio de invasão.

Seja  $J$  e  $Q$  duas regiões quaisquer de  $F$  e faça  $K(J, Q)$  um operador união definido como a união dos componentes  $J_j$  conexos com intersecção nula com  $Q$ ,

$$K(J, Q) = \bigcup_{k=1}^{n(J)} \begin{cases} J_j & \text{se } J_j \cap Q \neq \emptyset \\ \emptyset & \text{se } J_j \cap Q = \emptyset \end{cases} \quad (5.17)$$

Pode-se, finalmente, escrever a região solução  $B^i$  pela expressão:

$$B^i = \Omega_{w_B}^i - u_A Y^i \quad (5.18)$$

sendo  $u_A$  o fator compressibilidade do fluido  $A$  ( $u_A = 0$  se  $A$  for idealmente compressível) e

$$\Omega_{w_B}^i = K\{[(w_B)\underline{G}^i \cup K(G^i, B^0)], B^0\} \quad (5.19)$$

onde o coeficiente  $w_B$  é o fator de molhabilidade do fluido  $B$  ( $w_B = 1$ , se  $B$  é molhante).

### 5.2.3 Revisão do algoritmo

O algoritmo desenvolvido por Magnani *et al.*(2000), foi reformulado. No novo algoritmo a membrana não é utilizada e algumas equações precisam ser reformuladas.

A operação de abertura é realizada na região definida pela união da fase porosa ( $P$ ) com a região das camaras não molhantes (representadas abaixo por  $C_j^{nw}$ ).

$$H^i = \bigcup E_x^{*i} \quad x \in \left( P \bigcup \left( \bigcup_{j=0}^{n(C^{nw})} C_j^{nw} \right) \right) \quad (5.20)$$

A região  $G^i$  é definida como sendo a região abertura união com a região das camaras não molhantes.

$$G^i = H^i \bigcup \left( \bigcup_{j=0}^{n(C^{nw})} C_j^{nw} \right) \quad (5.21)$$

A região  $\underline{G}^i$  é dada pela região  $P$  descontada a região de  $(G^i \cap P)$ , ou seja, é o complemento da operação de abertura considerando apenas a região  $P$ .

$$\underline{G}^i = P - (G^i \cap P) \quad (5.22)$$

A solução é dada por:

$$\Omega_{w_B}^i = (w_B)K(\underline{G}^i, B^0) \cup (1 - w_B)K(G^i, B^0) \quad (5.23)$$

Com a eliminação da membrana é possível estudar arranjos geométricos mais complexos, sem a necessidade de se desenhar a membrana. Adicionalmente, a região abertura é determinada sobre uma região mais restrita (excluiu-se a região das camaras molhantes), reduzindo o número de cálculos para realização da operação de abertura.

Detalhes da metodologia podem ser obtidos em Magnani *et al.*(2000), descrições das alterações nos algoritmos em Bueno (1999) e alguns resultados em Philippi *et al.*(2000).

## 5.3 Simulação da Intrusão de Mercúrio

Apresenta-se a seguir o uso da porosimetria a mercúrio, os aspectos computacionais, as rochas selecionadas e os resultados de simulações da intrusão de mercúrio para um conjunto de

lâminas fornecidas pelo CENPES/PETROBRAS.

### 5.3.1 Porosimetria a mercúrio

A porosimetria a mercúrio é usada extensivamente para a caracterização de um conjunto de propriedades do meio poroso, como a distribuição de tamanho de poros (Van Brakel *et al.*(1981)). Alguns destes parâmetros podem ser obtidos ainda a partir das curvas de adsorção/dessorção (veja Philippi *et al.*(1994), Fernandes (1990), Cunha Neto (1992)).

A execução do experimento consiste em preparar uma amostra pequena, que é limpa, seca em estufa e colocada na câmara do porosímetro. Em alguns equipamentos, como o da Micromerits, a pressão é gerada por uma bomba hidráulica e toda operação (de injeção/retração) é controlada automaticamente via computador (evitando-se a contaminação do laboratório com mercúrio).

Os resultados obtidos estão limitados a pressão máxima que pode ser atingida pelo equipamento, ao tamanho dos poros grandes e ao pequeno tamanho da amostra. Deve-se considerar ainda os efeitos de histerese (diferença entre as curvas de injeção e retração), que estão associados a histerese do ângulo de contato, presença de poros do tipo garganta, histerese a nível de poro e a efeitos de conectividade da amostra.

Os dados de porosimetria utilizados foram fornecidos pelo CENPES-PETROBRAS.

### 5.3.2 Aspectos computacionais

O algoritmo original desenvolvido por Magnani *et al.*(2000) utiliza câmaras com membranas e um código de verificação da conectividade lento. O algoritmo foi reformulado com o uso de câmaras dinâmicas e a eliminação da necessidade da membrana, possibilitando a determinação das configurações de equilíbrio de sistemas mais complexos (com várias câmaras)<sup>2</sup>. O algoritmo de cálculo também ganhou uma formulação mais genérica facilitando alterações e aperfeiçoamentos futuros.

Em Bueno (1999), os algoritmos foram construídos utilizando-se uma formulação orientada a objeto, usando a linguagem de programação C++ e as bibliotecas Standart Template Library (STL, descrita em Deitel e Deitel, 1997) e a COI-LIB 2.0 (COI-LIB 2.0, 2001). Os novos algoritmos utilizam os objetos de rotulagem que foram desenvolvidos tendo como base os algoritmos de Hoshen e Kopellman (1976), mas que retornam uma imagem rotulada, seqüencial, com um desempenho 30% superior. Uma discussão destes algoritmos foi apresentada na seção 2.5.3. Foram adicionados ainda objetos para cálculo da imagem de distância ao fundo (IDF) e das operações da morfologia matemática (erosão, dilatação, abertura e fechamento).

---

<sup>2</sup>Um exemplo da utilização das novas configurações é apresentado no artigo de Philippi *et al.*(2000), em que é realizada uma simulação de intrusão de mercúrio interna.

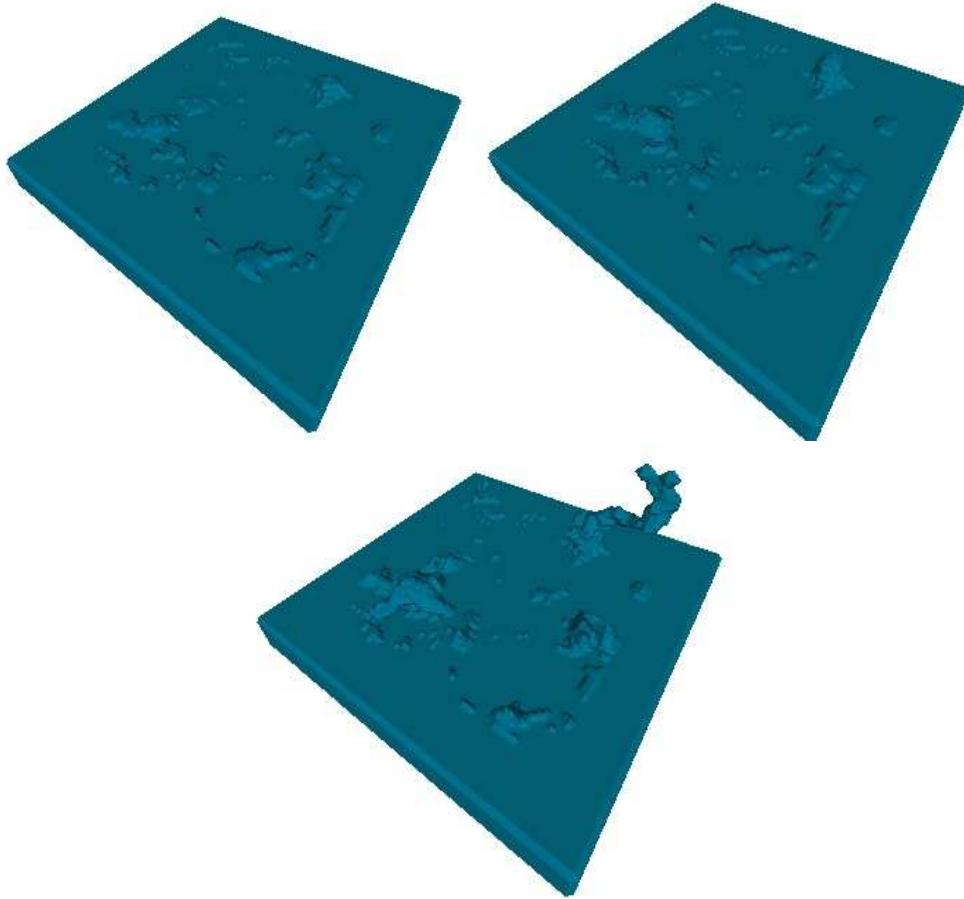
Em Bueno (2000), os algoritmos foram otimizados e adotaram um formato mais uniforme<sup>3</sup>. As próximas inovações nos algoritmos envolvem a determinação das curvas de permeabilidade relativa e de histerese.

A determinação das curvas de intrusão de mercúrio no software desenvolvido é apresentada no Apêndice B.

Uma versão de estudo do software, permite a determinação passo a passo das configurações de equilíbrio, possibilitando a obtenção e a visualização das imagens dos diferentes fluidos a cada etapa do processo. As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam a visualização em 3 dimensões de uma simulação de intrusão de mercúrio em uma face.

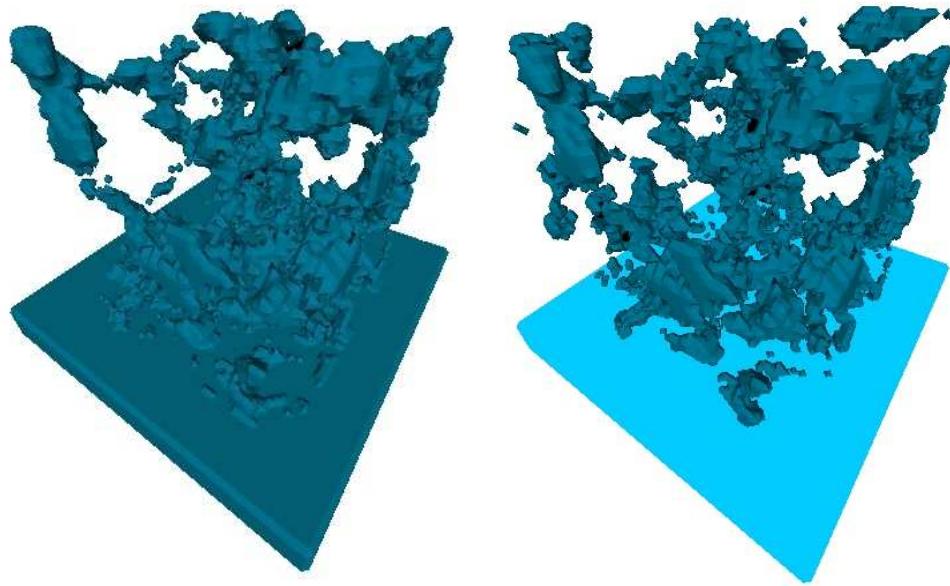
A intrusão de mercúrio pode ser simulada considerando-se uma face de invasão ou mais (até seis faces). Uma análise do efeito da alteração do número de faces de invasão e da dimensão da imagem é apresentada no artigo de Philippi *et al.*(2000).

Figura 5.4: Visualização 3D da simulação da intrusão de mercúrio (raios 5,4,3).



<sup>3</sup>Um exemplo da adoção de uma interface mais uniforme é a disponibilização de diálogo mostrando o avanço (%) da determinação das configurações de equilíbrio. Este tipo de controle é importante para o usuário final, pois para imagens grandes ( $N > 100$ ) o tempo de processamento pode ser elevado.

Figura 5.5: Visualização 3D da simulação da intrusão de mercúrio (raios 2,1).



### 5.3.3 Rochas analisadas

As lâminas que foram selecionadas para simulação das curvas de intrusão de mercúrio são: P262\_K70, P275\_K316, P223\_K154, P238\_K145, P320\_K642, P240\_K104. As lâminas e os dados de intrusão de mercúrio foram obtidas junto à PETROBRAS (CENPES-DIGER-SEGRES).

Apresentam-se a seguir os resultados de intrusão de mercúrio para as diferentes lâminas. Apresentam-se as curvas de pressão capilar [1 a 100000 kPa], contra a saturação de mercúrio [0-100%]. Este formato é utilizado no CENPES/PETROBRAS.

Na legenda foi adicionada a letra c ao nome das representações 3D, indicando que os valores de pressão das curvas simuladas foram corrigidas, com o cosseno do ângulo de contato do mercúrio. As saturações foram corrigidas considerando-se a relação entre a porosidade experimental a gás ( $\varepsilon_g$ ) e a porosidade ótica ( $\varepsilon_0$ ).

### 5.3.4 Intrusão de mercúrio para lâmina P262\_K70

Na Figura 5.6 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com duas simulações de intrusão de mercúrio para a lâmina P262\_K70. A primeira simulação foi realizada com uma representação obtida com gaussiana truncada, com fator de amplificação  $n=3$ , número de pontos  $np=60$  e dimensão linear  $N=300$ . A segunda simulação foi realizada com uma representação gerada usando gaussiana truncada com  $n=2$ ,  $np=60$ ,  $N=300$ .

Observe que a maior saturação atingida com o método de simulação foi de 74%, isto ocorre

porque a relação entre a porosidade experimental e a porosidade ótica é de 74%.

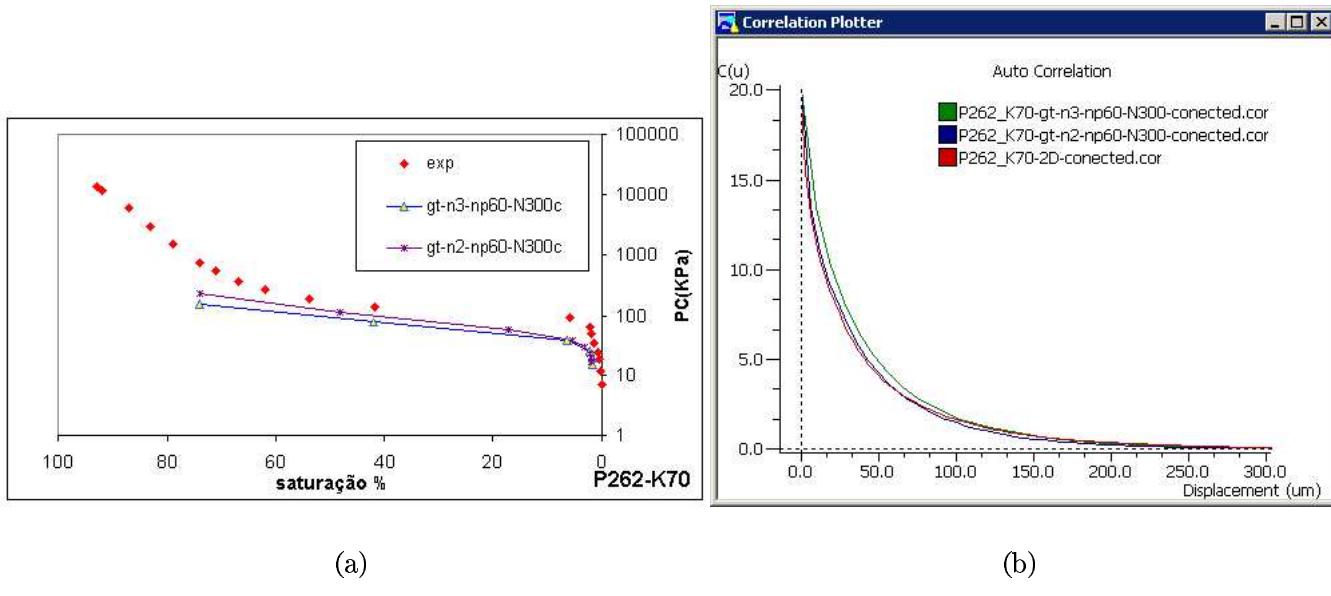
A menor bola utilizada na simulação equivale a um pixel, cujo raio equivalente é de 0.5 unidades. Assim, se o pixel tem uma dimensão de  $3.125 \mu m$  e o fator de amplificação é 3, o menor raio possível é de  $4.7 \mu m$ , equivalente a uma pressão de intrusão corrigida de 152 kPa.

Ainda na Figura 5.6, comparando-se os resultados da intrusão de mercúrio para representações obtidas com gaussiana truncada com  $n=2$  e  $n=3$ , verifica-se que para fator de amplificação 2 a concordância é melhor. A melhor representação do P262\_K70 foi obtida com  $n=3$  (veja Figura 4.34).

Para curva experimental, a saturação é de 42% para uma pressão de 137 kPa. Para gaussiana truncada, com  $n=2$ , a saturação é de 48% para uma pressão de 114 kPa. Para gaussiana truncada, com  $n=3$ , a saturação é de 42% para uma pressão de 76 kPa. Estes valores indicam que o método fornece uma boa estimativa para a pressão crítica.

A Figura 5.6 apresenta a função conectividade para as representações do P262\_K70. No eixo horizontal da curva, um deslocamento de  $50 \mu m$  equivale a uma bola de raio  $25 \mu m$ . Observe que as curvas estão próximas, embora  $n=3$  esteja mais conectada. A representação com  $n=2$  tem uma grande concordância com a curva de conectividade da imagem 2D, o que justifica uma melhor concordância da curva de intrusão simulada com  $n=2$ .

Figura 5.6: Intrusão de mercúrio para e função conectividade de representações do P262\_K70.



A diferença entre a curva experimental e simulada para saturação de 74% está associada a conversão de agrupamentos de objetos menores que o pixel em um pixel. Ou seja, a erros na recuperação dos objetos com dimensão menor que o pixel.

### 5.3.5 Intrusão de mercúrio para lâmina P275\_K316

Na Figura 5.7 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com a simulada para a lâmina P275\_K316. As representações simuladas foram geradas com gaussiana truncada com fator de amplificação  $n=3$  e  $n=4$  (veja Figura 4.33). Novamente a representação com menor fator de amplificação apresenta a melhor concordância e a curva simulada fica abaixo da experimental em função da discretização.

Com o aumento da discretização, ou seja com o aumento do fator de amplificação, objetos menores são agrupados para formar objetos maiores (veja Figura 5.8), provocando uma redução nas pressões necessárias para se atingir uma dada saturação. Neste sentido, o uso de fator de amplificação elevado deve ser evitado.

O resultado para a melhor representação ( $n=4$ , veja seção 4.4.5), indica uma pressão crítica de 57 kPa, contra 188 kPa obtida experimentalmente. Para  $n=3$  a pressão crítica é de 75 kPa.

A Figura 5.7 apresenta a função conectividade para as representações do P275\_K316. Observe que as curvas para  $n=3$  e  $n=4$  estão próximas entre si e abaixo da conectividade da imagem bidimensional. Estando menos conectadas, as curvas de saturação simuladas, deveriam estar acima da experimental. Observa-se, entretanto, que as mesmas tem para uma dada pressão, uma saturação maior que a obtida experimentalmente, efeito associado a discretização.

Figura 5.7: Intrusão de mercúrio e função conectividade para representações P275\_K316.

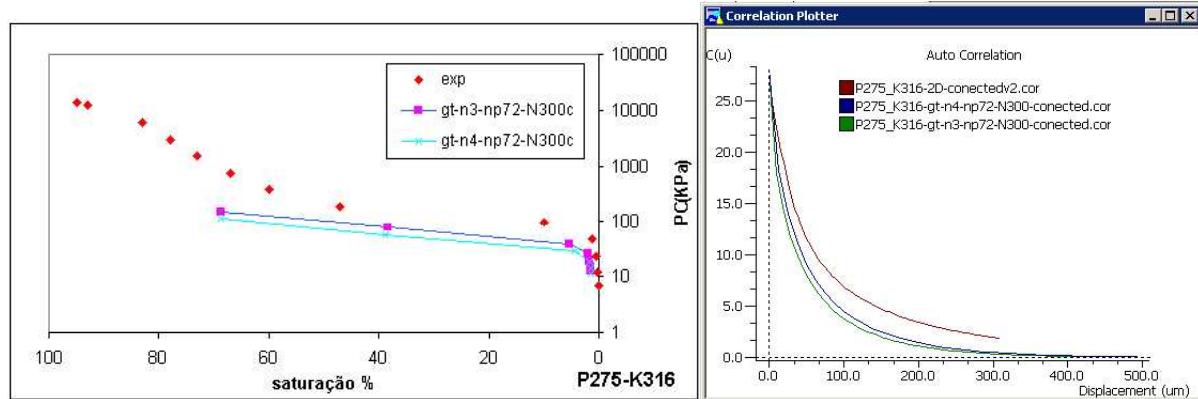
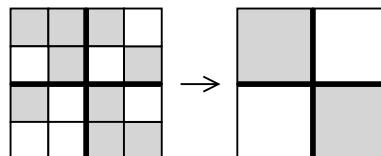


Figura 5.8: Efeito do aumento do fator de amplificação .



### 5.3.6 Intrusão de mercúrio para lâmina P320\_K642

Na Figura 5.9, a intrusão de mercúrio experimental é comparada com duas simulações de intrusão de mercúrio para a lâmina P320\_K642. Uma para representação obtida com gaussiana truncada ( $n=2$ ,  $np=24$ ,  $N=300$ ) e outra para representação obtida com esferas sobrepostas ( $n=1$ ,  $N=300$ ). Verifica-se uma boa concordância com a curva experimental até uma saturação de 40%.

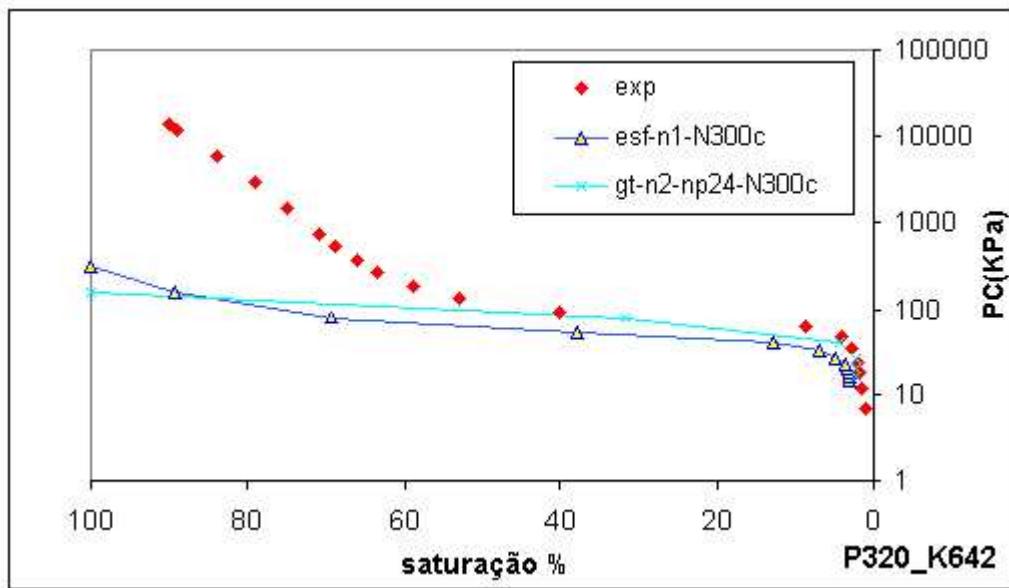
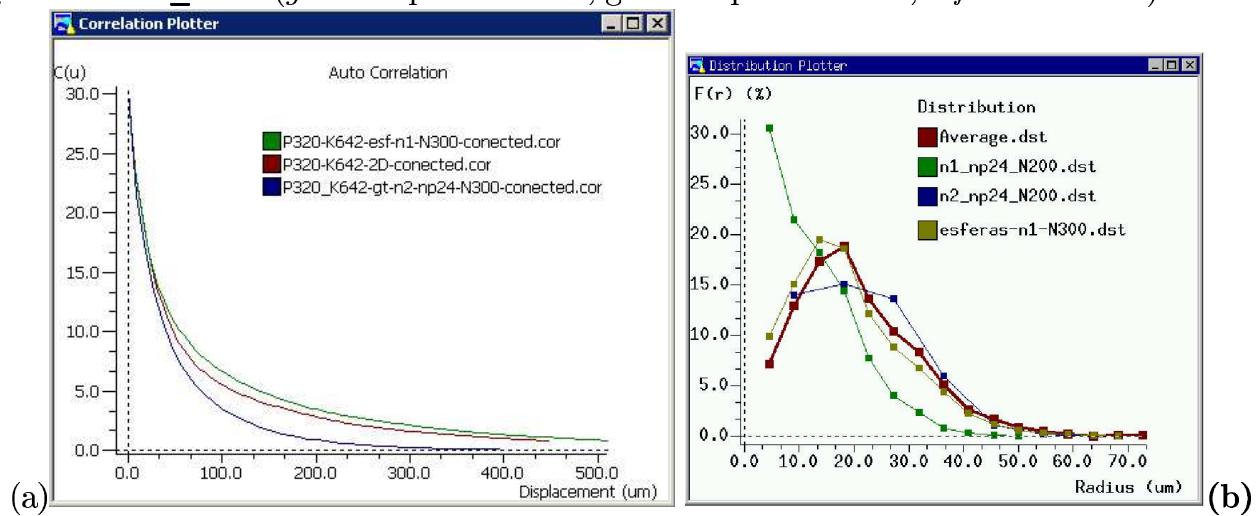
Para curva experimental, a saturação é de 40% para uma pressão de 94 kPa. Para representação obtida com esferas sobrepostas e  $n=1$ , uma pressão de 52 kPa corresponde a uma saturação de 38%. Para representação obtida com gaussiana truncada, com  $n=2$ , a saturação é de 32% para uma pressão de 78 kPa. A melhor representação do P320\_K642, tem  $n=2$  e uma pressão crítica de 78 kPa contra 94 kPa da experimental.

Observe que as curvas simuladas atingem 100% de saturação. Isto ocorre porque a porosidade experimental de  $\varepsilon_g=32\%$  é igual a porosidade ótica  $\varepsilon_0=32\%$ . Como discutido anteriormente, a porosidade ótica só será “igual” a porosidade a gás se a resolução utilizada para capturar as imagens for a mesma utilizada na determinação da porosidade a gás, ou seja, se for possível com a microscopia capturar todo o conjunto de poros que são acessados na determinação da porosidade com o método da expansão a gás.

O último ponto da curva de intrusão de mercúrio simulada (o de maior saturação), corresponde a uma bola de um pixel, e terá uma pressão associada a um pixel (ou seja uma pressão associada a escala utilizada na obtenção da imagem). Como na Figura 5.9 este ponto tem uma pressão crítica de 313 kPa, abaixo da determinada com intrusão de mercúrio experimental (que para uma saturação de 90%, tem uma pressão de 13000 kPa), muito provavelmente houve uma superestimação na determinação da porosidade ótica desta lâmina. Este resultado evidencia a importância da binarização, se a porosidade for superestimada a curva de intrusão de mercúrio simulada será “espichada”, superestimando a saturação máxima. Por outro lado uma binarização subestimada provocará um “encurtamento” da curva.

A Figura 5.10 (a) apresenta a função conectividade para representações do P320\_K642. Até cerca de  $30 \mu m$  (raio de  $15 \mu m$ ), o que corresponde a uma saturação de aproximadamente 38% e uma pressão de 52 kPa (para  $n=1$ ), as curvas de conectividade estão próximas. Para deslocamentos acima de  $30 \mu m$ , a conectividade da representação obtida com esferas sobrepostas é maior que a da imagem 2D. Como gt-n2 é menos conectada, explica-se o fato de gt-n2 estar mais perto da curva de intrusão de mercúrio experimental na faixa de poros com raio acima de  $15 \mu m$ . Como  $n=2$  é mais discretizada (veja Figura 5.10 (b) que mostra a função distribuição de tamanho de poros de um conjunto de representações do P320\_K642), gera um número maior de objetos com raio acima de  $15 \mu m$ . O que também justifica o fato da saturação da representação gt-n2 ser menor que a saturação da representação esf-n1 para baixas pressões.

Figura 5.9: Intrusão de mercúrio para representações do P320\_K642.

Figura 5.10: Função conectividade e função distribuição de tamanho de poros para representações do P320\_K642 ( $gt\ n=1\ np=24\ N=200$ ,  $gt\ n=2\ np=24\ N=300$ ,  $esf\ n=1\ N=300$ ).

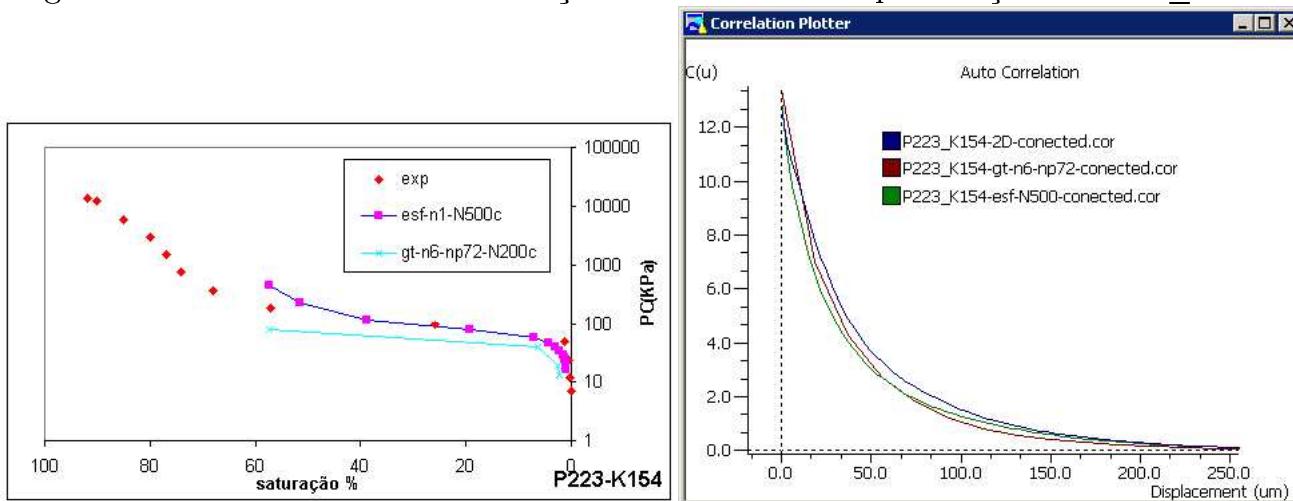
### 5.3.7 Intrusão de mercúrio para lâmina P223\_K154

Na Figura 5.11 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com duas simulações de intrusão de mercúrio para a lâmina P223\_K154. A primeira simulação foi realizada com uma representação 3D gerada com gaussiana truncada ( $gt\ n=6$ ,  $np=72$ ,  $N=200$ ) e a segunda com uma representação 3D gerada com esferas sobrepostas ( $esf\ n=1$ ,  $N=500$ ).

A simulação da intrusão de mercúrio para representação com dimensão  $N=500$ , requer máquinas com grande quantidade de memória ram. Esta simulação foi realizada na máquina enterprise, que tem 1Gb de memória ram. Verifica-se que a concordância das curvas simuladas com a curva experimental é boa. Novamente, com uso de fator de amplificação elevado ( $n=6$ ), a curva simulada fica abaixo da experimental. A representação obtida com esferas sobrepostas e fator de amplificação 1 tem um ajuste melhor. A pressão crítica é bem determinada, onde a curva experimental tem uma pressão de 188 kPa (saturação de 57%), a representação obtida com esferas sobrepostas tem uma pressão de 456 kPa. A diferença pode estar associada a uma subestimação da porosidade ótica na binarização.

A Figura 5.11 apresenta a função conectividade para representações do P223\_K154. As funções conectividade são semelhantes e as diferenças nas curvas de intrusão de mercúrio estão associadas a discretização. Para deslocamentos abaixo de  $50\ \mu m$ ,  $gt\cdot n6$  é mais conectada que  $esf\cdot n1$  (bolas com raio de  $25\ \mu m$  e saturação acima de 2% para representação  $esf\cdot n1$ ). Para deslocamentos até  $16\ \mu m$  (saturação de 4%) a representação obtida com gaussiana truncada é mais conectada que a imagem bidimensional. Novamente, a função conectividade justifica, juntamente com a discretização, a presença de pontos da curva de saturação simulada abaixo da experimental.

Figura 5.11: Intrusão de mercúrio e função conectividade de representações do P223\_K154.



### 5.3.8 Intrusão de mercúrio para lâmina P238\_K145

Na Figura 5.12 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com três simulações de intrusão de mercúrio para a lâmina P238\_K145.

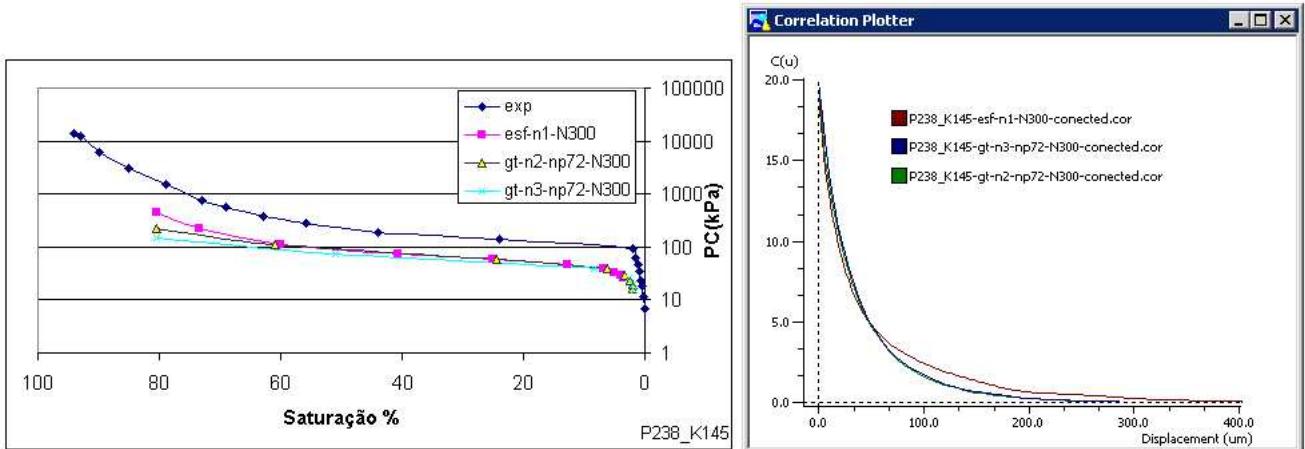
A primeira simulação foi realizada com uma representação 3D gerada com gaussiana truncada ( $gt\ n=3$ ,  $np=72$ ,  $N=300$ ) a segunda com gaussiana truncada ( $gt\ n=2$ ,  $np=72$ ,  $N=300$ ) e a terceira com esferas sobrepostas ( $esf\ n=1$ ,  $N=300$ ).

Para curva experimental, a saturação é de 24% para uma pressão de 137 kPa. Para representação  $gt\cdot n2$ , a saturação é de 24% para uma pressão de 57 kPa e para representação  $esf\cdot n1$  a saturação é de 25% para uma pressão de 57 kPa.

Observa-se que embora as curvas de distribuição de tamanho de poros sejam diferentes (veja na Figura 4.35 (b), que a melhor representação é obtida com gaussiana truncada e  $n=2$ ), as curvas de intrusão de mercúrio simuladas estão muito próximas.

A Figura 5.12 apresenta a função conectividade para representações do P238\_K145. As curvas para  $n=2$  e  $n=3$  estão muito próximas, indicando que as diferenças nas simulações entre  $n=2$  e  $n=3$  se devem à discretização. A representação obtida com esferas sobrepostas ( $n=1$ ) apresenta uma conectividade maior para deslocamentos acima de 50  $\mu m$ . O uso de fator de amplificação  $n=2$  e  $n=3$  justifica o fato das curvas de intrusão de mercúrio estarem abaixo da experimental.

Figura 5.12: Intrusão de mercúrio e função conectividade para representações do P238\_K145.



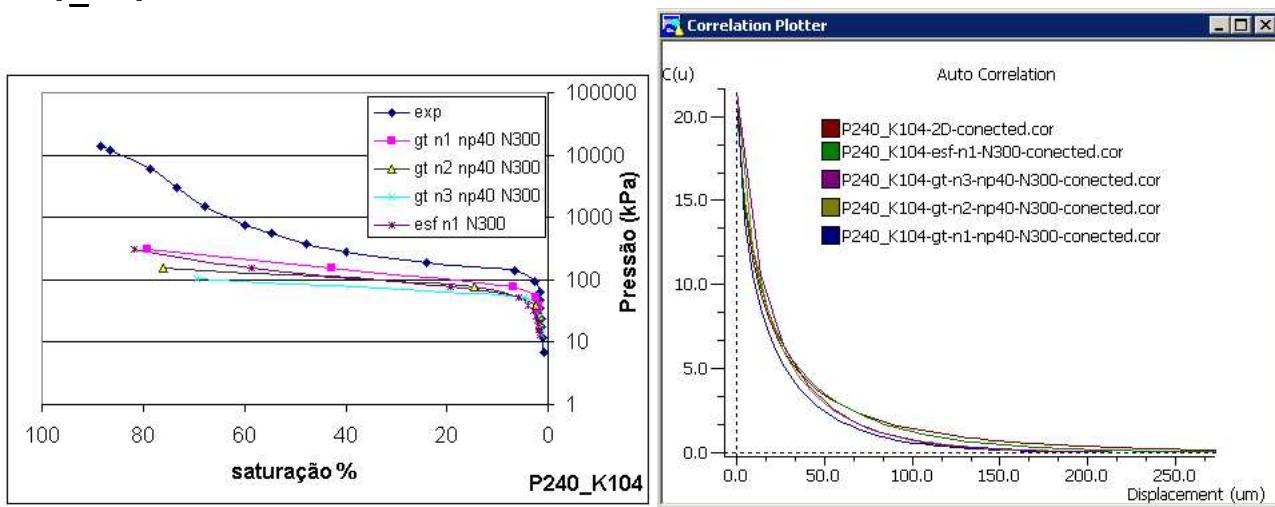
### 5.3.9 Intrusão de mercúrio para lâmina P240\_K104

Na Figura 5.13 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com três simulações de intrusão de mercúrio para a lâmina P240\_K104. A primeira simulação foi realizada com uma representação 3D gerada com gaussiana truncada ( $gt\ n=3$ ,  $np=40$ ,  $N=300$ ), a segunda com gaussiana truncada ( $gt\ n=2$ ,  $np=40$ ,  $N=300$ ) a terceira com gaussiana truncada ( $gt\ n=1$ ,  $np=40$ ,  $N=300$ ) e a última com esferas sobrepostas ( $esf\ n=1$ ,  $N=300$ ).

As pressões críticas são 188 kPa para a curva experimental, 157 kPa para  $gt\ n=1$ , 78 kPa para  $gt\ n=2$ , 104 kPa para  $gt\ n=3$  e 78 kPa para  $esf\ n=1$ .

A Figura 5.13 apresenta a função conectividade para representações do P240\_K104. As curvas estão próximas. Acima de 25  $\mu m$ ,  $esf\ n=1$  tem uma conectividade muito próxima da imagem 2D. O que justifica o bom ajuste da curva simulada com a experimental, para saturações abaixo de 33%.

Figura 5.13: Intrusão de mercúrio (a) e função conectividade (b) para representações do P240\_K104.



### 5.3.10 Conclusões a respeito das simulações de intrusão de mercúrio

Apresentam-se a seguir as principais conclusões relacionadas às simulações realizadas.

De um modo geral, os resultados apresentados são satisfatórios. Se a representação tridimensional é menos conectada que a imagem bidimensional, sua curva de intrusão de mercúrio ficará acima da experimental. Por outro lado, o aumento da discretização (do fator de amplificação), provoca um rebaixamento da curva simulada. Neste sentido, aconselha-se o uso de representações com fator de amplificação baixo, reduzindo os erros associados a discretização.

Observou-se que os resultados de intrusão de mercúrio são mais dependentes da discretização (fator de amplificação) do que da conectividade.

O último ponto das curvas de intrusão de mercúrio, o de maior saturação, deve ser analisado com cuidado, pois o mesmo sofre grande influência das características dos equipamentos utilizados na obtenção das imagens da lâmina e da binarização.

## 5.4 Simulação de Embebição e Drenagem

Apresenta-se no Apêndice D o artigo “*Two Phase Equilibrium Distribution in Three-Dimensional Porous Microstructures*”, de Philippi *et al.*(2000), com um conjunto de simulações de embebição e drenagem. Neste artigo discute-se o efeito da alteração da dimensão da imagem reconstruída e do número de faces de intrusão nas simulações de intrusão de mercúrio. Adicionalmente, apresentam-se resultados de simulações de embebição e drenagem. Complementando os resultados de simulações de embebição e drenagem apresentados no artigo, discute-se a seguir o efeito do uso de fator de amplificação 1 e 6 nos resultados de embebição e drenagem.

### 5.4.1 Efeito do uso de fator de amplificação 1 e 6 em simulações de embebição e drenagem

Como consequência do estudo da imagem reconstruída e da conclusão de que deve-se utilizar o menor fator de amplificação possível (capítulo 4). Houve o interesse de se realizar uma embebição com imagem reconstruída com fator de amplificação 1 e comparar com resultado anterior de uma imagem reconstruída com fator de amplificação 6.

O uso de fator de amplificação 1, retorna uma representação 3D em que as irregularidades, são geradas na mesma escala da imagem 2D e os poros grandes ocupam boa parte do meio, sendo importante os efeitos estatísticos. As simulações de representações geradas com fator de amplificação um são lentas. isto se deve ao grande número de bolas que podem ser geradas.

As Figuras 5.14 e 5.15 apresentam o resultado de uma embebição para representação com fator de amplificação 6.

Figura 5.14: Visualização de planos consecutivos de uma embebição (Berea 500  $n=6$  np=60 N=100).

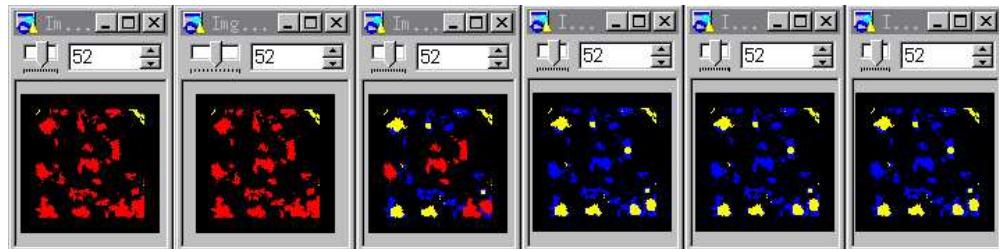
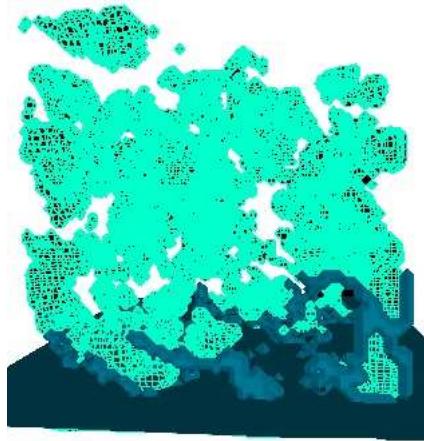


Figura 5.15: Visualização 3D da embebição em uma representação do Berea 500 ( $n=6$  np=60 N=50).



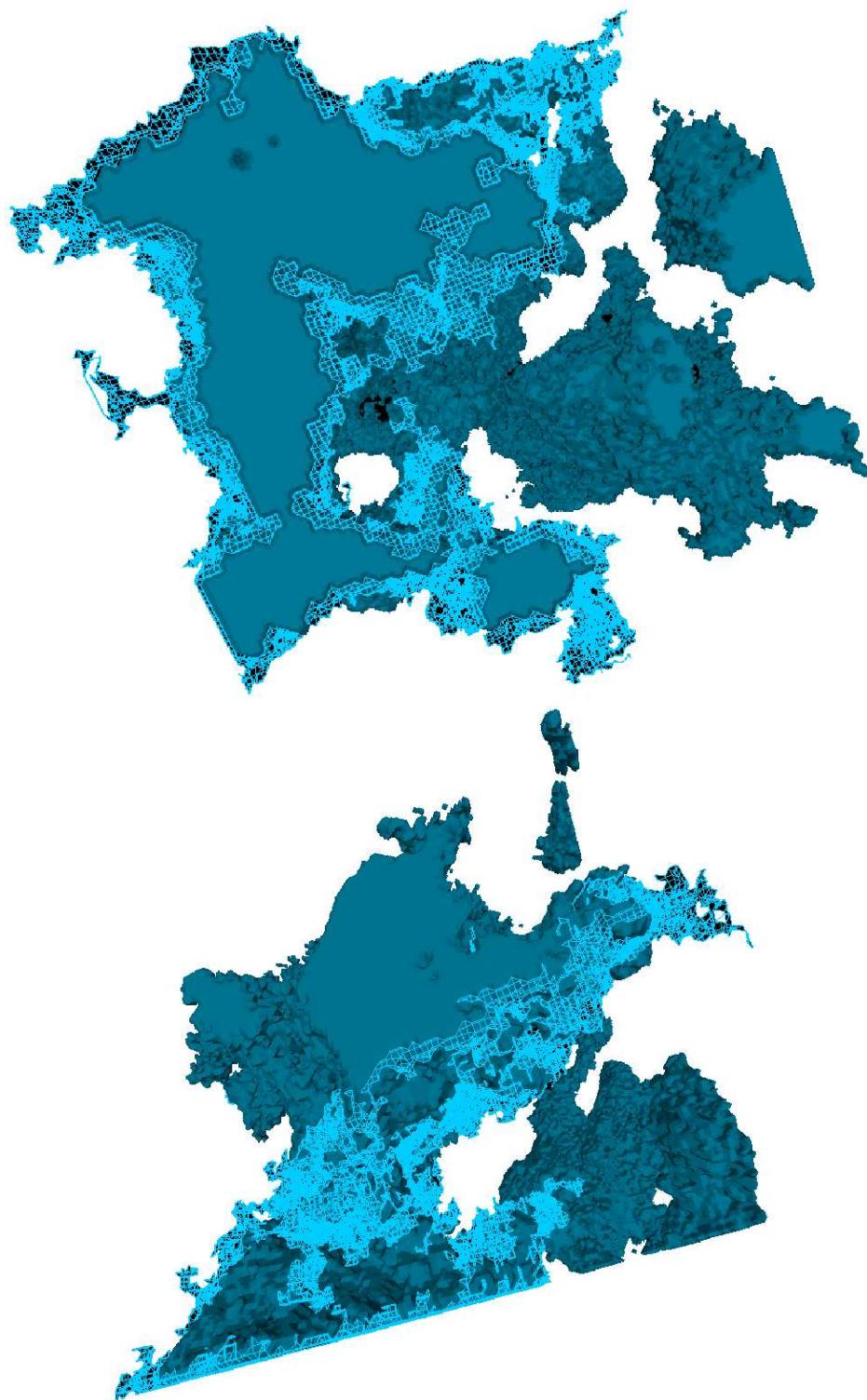
Na Figura 5.14 são apresentados os planos de corte de uma representação do Berea 500 com dimensão N=100 (mostra-se o plano z=52). Com a cor preta representa-se o sólido e as paredes das câmaras. Com a cor amarela o fluido não molhante que fica isolado (região Y), em vermelho o fluido não molhante (região A) e em azul o fluido molhante (região B). Observe que a medida que a simulação avança, da esquerda para a direita, o fluido invasor aumenta sua saturação e isola o fluido não molhante. Na Figura 5.15, observe que o fluido molhante invade o meio poroso subindo pelas rugosidades. Na Figura 5.16 apresenta-se a visualização da embebição em uma imagem Berea 500 gerada com  $n=1$  np=60 N=200. Para esta simulação, foram obtidos 18 raios de bola, o que implica na necessidade de câmaras maiores. O número de pontos que influem na simulação é pequeno, para raio 3 o fluido molhante isola o não molhante, não ocorrendo mais alteração nos valores de saturação.

Estes resultados indicam a necessidade de se gerar a representação tridimensional com fator de amplificação baixo, preservando as rugosidades e possibilitando a obtenção de boas estimativas das curvas de pressão capilar e de permeabilidade relativa.

Uma forma de contornar as necessidades adicionais de memória para representações tridimensionais geradas com fator de amplificação 1 é desenvolver o conceito de imagens virtuais. Através deste conceito, somente a representação tridimensional é alocada. As partes da imagem relativas às paredes e às câmaras não são alocadas (são substituídas por construções do tipo “if”).

A simulação de embebição para Berea 500 com  $n=1$  e N=200, mostrou a necessidade de se trabalhar com representações com o menor  $n$  possível, de forma a representar as irregularidades e rugosidades do meio na mesma escala das imagens bidimensionais.

Figura 5.16: Visualização 3D da embebição em uma representação do Berea 500 ( $n=1$  np=60 N=200).





# Capítulo 6

## Modelo do Grafo de Conexão Serial e Método para Determinação da Permeabilidade

Apresenta-se neste capítulo o conceito de permeabilidade intrínseca e faz-se uma breve revisão dos modelos utilizados para sua determinação. Discute-se em detalhes o método do esqueleto de Liang *et al.*(1997) e apresenta-se a idéia do grafo de conexão serial, sua formulação, modelagem e determinação. A seguir apresenta-se uma metodologia para determinação da permeabilidade utilizando o grafo de conexão serial<sup>1</sup>.

### 6.1 Permeabilidade Intrínseca

Se o meio poroso é homogêneo e está saturado, o transporte de massa pode ser descrito pela equação empírica de Henry Darcy 1856, que descreve a taxa de fluxo volumétrico em termos da *condutividade hidráulica*  $K_H$  por :

$$Q = qA = -K_H \nabla \left( \frac{P_l}{\rho g} + z \right) A \quad (6.1)$$

onde  $Q$  é a taxa de transferência volumétrica [ $m^3/s$ ],  $q$  a densidade de fluxo [ $m/s$ ]. O termo  $A$  indica a área da seção perpendicular ao fluxo de massa [ $m^2$ ],  $K_H$  é a condutividade hidráulica [ $m/s$ ].  $P_l$  a pressão da fase líquida [Pa],  $\rho$  a massa específica [ $kg/m^3$ ],  $g$  a gravidade [ $m/s^2$ ] e  $z$  a altura [ $m$ ].

Ou em termos da *permeabilidade*  $k$  pela equação:

---

<sup>1</sup>Apresenta-se no Apêndice A a modelagem orientada a objeto do modelo do grafo de conexão serial e do método de determinação da permeabilidade.

$$Q = -\frac{k}{\mu} \nabla (P_l + \rho g z) A \quad (6.2)$$

onde  $\mu [N.s/m^2]$  é a viscosidade,  $\nabla P_l$  o gradiente de pressão e  $\nabla \rho g z$  o gradiente do potencial gravitacional. Ou seja, a permeabilidade e a condutividade hidráulica estão relacionadas por:

$$k = K_H \frac{\nu}{g} = K_H \frac{\mu}{g\rho} [m^2] \quad (6.3)$$

sendo  $\nu$  a viscosidade cinemática [ $m^2/s$ ]. A permeabilidade pode ter as unidades em  $cm^2$ ,  $m^2$ , Darcy ( $1 \text{ Darcy} = 9,81 \cdot 10^{-13} m^2$ ) e miliDarcy ( $10^{-3}$  Darcy).

Enquanto a condutividade hidráulica leva em conta as propriedades da matriz sólida e do fluido, a permeabilidade só considera as propriedades da estrutura porosa. A lei de Darcy está limitada a fluidos newtonianos e a baixas velocidades do escoamento.

A Figura 6.1 apresenta valores típicos de permeabilidade e condutividade hidráulica para vários materiais.

Figura 6.1: Valores típicos de permeabilidade e condutividade hidráulica (Bear, 1972).

$-\log_{10} K (cm/s)$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Permeability	Pervious				Semipervious				Impervious					
Aquifer	Good				Poor				None					
Soils	Clean gravel	Clean sand or sand and gravel			Very fine sand, silt, loess, loam, solonetz									
Rocks					Peat	Stratified clay			Unweathered clay					
$-\log_{10} k (cm^2)$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\log_{10} k (md)$	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5

## 6.2 Modelos Para Determinação da Permeabilidade

Apresenta-se nesta seção um conjunto de modelos que tem sido utilizados para a determinação da permeabilidade.

Berryman *et al.* (1986) descrevem a permeabilidade como a mais importante propriedade do meio poroso, sendo utilizada no estudo do fluxo de água em solos, na engenharia de petróleo bem como na medicina e bioquímica. Assinalam a importância dos métodos de estimativa da permeabilidade em função da simplificação e redução de custos na obtenção desta propriedade.

Ioannidis *et al.* (1996) lembram que a determinação da permeabilidade de rochas reservatório é consideravelmente complicada devido a complexidade da sua microestrutura porosa.

Uma revisão dos modelos de cálculo da permeabilidade é apresentada em Bear (1972), Dullien (1992), Sahimi (1993), Mendes (1997) e Liang (1997).

Bear (1972) discute um conjunto de conceitos de meios porosos e propriedades da matriz porosa (densidade, distribuição de poros, porosidade) e dos fluidos (compressibilidade, viscosidade). O autor descreve ainda a equação de Darcy e o conceito de permeabilidade, apresentando a seguir alguns modelos para sua determinação, como os modelos de tubos paralelos, de fissuras, modelos baseados no raio hidráulico e modelos estatísticos.

Dullien (1992) considera que a permeabilidade pode ser determinada por modelos determinísticos, capilares, estatísticos, empíricos e de redes de percolação, descrevendo a seguir cada um destes modelos.

Mendes (1997) apresenta os modelos capilares (feixes de capilares retilineos, ramificação, e modelos de capilares do tipo serial) e o modelo de Resnik (discutido em detalhes). Descreve ainda a determinação da permeabilidade em meios insaturados.

Liang (1997) revisa os modelos determinísticos, os modelos baseados em redes de percolação e os modelos empíricos. A seguir apresenta o modelo do esqueleto, oriundo da análise de imagem e que tem como base o esqueleto geométrico de Ma (1995).

Discute-se a seguir, brevemente, alguns destes modelos.

**Modelos baseados em tubos capilares.** O modelo substitue os poros da matriz porosa por um conjunto de cilindros paralelos que considera equivalentes. Os fluxos são unidimensionais e descritos pela equação de Poiseuille. O modelo admite algumas variações: todos os tubos com o mesmo diâmetro e comprimento (uniformes e idênticos), tubos paralelos com diâmetros crescentes (tipo órgão), tubos paralelos com diâmetros variáveis e com constrições periódicas idênticas, tubos paralelos com diâmetros variáveis e com constrições periódicas diferentes. A representação obtida apresenta uma grande simplificação do meio, sendo esta a grande vantagem do modelo (sua simplicidade) e ao mesmo tempo sua maior desvantagem, pois apresenta resultados de permeabilidade super estimados<sup>2</sup>. O modelo de tubos paralelos mais conhecido é o de Carman-Kozeny, também conhecido como modelo do diâmetro hidráulico médio, neste modelo objetos de geometria complexa podem ser convertidos em tubos cilíndricos a partir do raio hidráulico do objeto. O modelo gera tubos cilíndricos equivalentes em boa parte dos casos, apresentando resultados de permeabilidade ruins quando a geometria do meio é composta por objetos alongados. Além do problema da correta estimação de um raio hidráulico equivalente,

---

<sup>2</sup>O LMPT realizou estudos com o modelo de tubos paralelos, para um Berea 500 a permeabilidade obtida foi de 32 Darcy.

o método apresenta resultados de permeabilidade super-estimados em função de desconsiderar as conexões laterais e a correlação do meio em três dimensões.

**Modelos do tipo “cut-and-random-rejoin”.** Segundo Reznik (1971), apud Mendes (1997), modelos do tipo “cut-and-random-rejoin” não são adequados a meios consolidados. Isto se explica porque ao conectar dois poros, estes modelos assumem que o raio hidráulico da conexão é igual ao do menor poro, provocando a super-estimação da permeabilidade. O modelo de Reznik é apresentado e discutido em detalhes em Mendes (1997).

**Modelos baseados em redes de percolação.** O modelo é baseado na determinação da distribuição de sítios e/ou de ligações do meio poroso e na geração de uma rede regular *equivalente*. A maior vantagem é a simplicidade decorrente da representação dos sítios e das ligações por objetos simples como esferas e cilindros. Entretanto, a desconsideração da correlação da estrutura tridimensional e as simplificações na geometria do meio provocam a obtenção de valores de permeabilidade ruins.

Koplik *et al.*(1984) faz uma análise detalhada das seções seriais de um arenito de *Massilon*, representando o mesmo por uma rede de percolação de cilindros que supõe equivalente, permitindo obter a permeabilidade através de uma analogia a circuitos elétricos, usando um modelo de diâmetro médio efetivo.

**Modelos baseados em volumes finitos.** O modelo consiste em gerar uma estrutura tridimensional em que a cada volume de controle está associada uma pressão (equação de estado), uma temperatura (conservação de energia) e as velocidades nas diversas direções (equação de Navier-Stokes, quantidade de movimento). O uso do modelo envolve a discretização do problema e a realização do balanço das propriedades físicas nos volumes discretizados. Sua aplicação é complexa, pois envolve a definição: do tipo de malha (co-localizada, desencontrada), do método de aproximação das derivadas (diferenças finitas, upwind, exata), do método para tratamento das condições de contorno (nó de fronteira, volume fictício, balanço para volume de controle), das funções de interpolação (diferenças centrais, upwind, exponencial, wuds), do tipo de formulação (explícita, implícita, totalmente implícita) e finalmente na solução das equações discretizadas considerando os problemas numéricos típicos deste tipo de modelo (como exemplo a difusão numérica).

A maior vantagem dos modelos baseados em volumes finitos é a solução completa dos escoamentos: determinação da pressão, campos de velocidade e temperatura em cada volume de controle. A desvantagem é a necessidade de uma malha fina para redução das divergências numéricas, o que implica em grande quantidade de memória e tempo de processamento, além do problema do tratamento da geometria complexa do meio poroso.

*Adler et al.*(1990), aplica as equações de Stokes em um meio 3D reconstruído, os resultados obtidos para um “Fontainebleau Sandstone” são sub-estimados por um fator de 5.

**Modelos baseados em gás em rede.** Singh e Mohanty (2000) descrevem a limitação dos modelos empíricos (Carmam-Kozeny) e a seguir discutem o efeito da autocorrelação espacial e da porosidade em um método de determinação da permeabilidade com uso de modelos de gás em rede. Os autores determinam a constante de Kozeny para meios tridimensionais correlacionados exponencialmente e com porosidade entre 30% e 40% determinando a seguir a permeabilidade do meio.

Em Santos *et al.*(2001) a permeabilidade intrínseca é simulada utilizando-se modelos de gás em rede, LGA (lattice gás cellular automata) e LB (lattice Boltzmann method). O método consiste em popular uma rede regular com partículas, que são transferidas de um sítio a outro (vizinho) a cada etapa de processamento por um processo denominado propagação. Após a propagação ocorre a etapa de colisão, em que as partículas interagem entre si conservando a massa e o momento. Os processos estudados ocorrem a baixos números de Mach. Segundo os autores, LB é mais poderoso, sendo um método alternativo aos tradicionais métodos de volumes finitos, podendo ser utilizado na simulação de objetos com geometria complexa (isto é meios porosos), e com um consumo de recursos computacionais reduzido. Para uma representação com permeabilidade experimental de 441 mD encontraram 743 mD com LB e 368 mD com LGA, para uma representação com permeabilidade experimental de 316 mD encontraram 458 mD com LB e 238 mD com LGA, ou seja, valores de permeabilidade bastante próximos dos experimentais. Embora baseado em um modelo mais simples LGA apresentou resultados melhores, segundo os autores isto ocorre porque LB não consegue representar adequadamente os fluxos em pequenas constrições (1 ou 2 pixéis). Pode-se melhorar a qualidade dos resultados obtidos com LB aplicando-se um resample na representação tridimensional, entretanto, isto provocaria um aumento das necessidades computacionais.

Por ser altamente paralelizável, o modelo de gás em rede possibilita a subdivisão da representação tridimensional e a distribuição do processamento, ou seja, o uso de múltiplos processadores de um mesmo computador e/ou de um cluster de computadores, podendo-se, neste caso, determinar a permeabilidade de representações com grande dimensão linear. Entretanto, esta solução implica no desenvolvimento de algoritmos utilizando conceitos de processamento paralelo, como, paralelização dos algoritmos, uso de threads, MPI/PVM (veja Sterling *et al.*(1995), Reschke *et al.*(1996), Ridge *et al.*(em [www.beowulf.org](http://www.beowulf.org))).

**Modelos baseados em análise de imagem.** Segundo Berryman *et al.*(1986) os modelos empíricos (tipo Karman-Kozeny) e de rede, obtém estimativas apenas para a ordem de grandeza.

Os autores apresentam um modelo híbrido, baseado nos modelos variacionais (medição de propriedades estatísticas do meio poroso), e usando processamento de imagens, onde valores de porosidade e de superfície específica são combinados com valores do fator de formação para estimativa da permeabilidade. Segundo os autores, os resultados obtidos são bons, mas requerem imagens com grande ampliação (100-500X).

Ioannidis *et al.*(1996), determinam a permeabilidade de um conjunto de amostras de rochas (com porosidade e permeabilidade variável) usando o conceito de “Integral Correlation Scale”. Os autores conseguem determinar com pequena margem de erro a porosidade de um grande número de amostras e associam a qualidade dos resultados de porosidade obtidos, ao bom contraste das imagens, que é função do uso do “back-scater”. O “Integral Correlation Scale” ( $I_S$ ) é dado pela integração da função autocorrelação normalizada ( $I_S = \int_0^\infty R_Z(u)du$ ) e a permeabilidade  $k$ , pela relação  $\log(k) = a + b.\log(\phi) + c.\log(I_S)$ , sendo  $\phi$  a porosidade, e  $a = 9.3252$ ,  $b = 5.75$ ,  $c = 1.572$  parâmetros ajustados. Segundo os autores uma das vantagens do modelo é que o resultado de permeabilidade é pouco dependente da resolução da imagem, e será ruim se a porosidade estiver abaixo de 10%.

Em Liang *et al.*(1997) a permeabilidade intrínseca é determinada com o modelo do esqueleto. Os autores usam o algoritmo de Ma (1995) para obter o esqueleto geométrico, a seguir, realizam uma classificação dos sítios e das ligações, e através de uma analogia a circuitos elétricos associam condutâncias aos sítios e as ligações, obtendo um sistema de equações que é resolvido, possibilitando a determinação dos fluxos e da permeabilidade do meio.

Discute-se a seguir, mais detalhadamente, o modelo do esqueleto de Liang *et al.*(1997).

### 6.3 Modelo do Esqueleto de Liang *et al.*(1997)

O modelo consiste em obter sobre uma representação tridimensional do meio poroso o esqueleto geométrico com o algoritmo de Ma (1995) (veja Figura 6.3). Sobre este esqueleto é feita uma classificação, onde um objeto do esqueleto ou é um sítio ou é uma ligação (conjunto de nós e ramos). A seguir associam uma condutância a cada ligação ( $g_l$ ) dada pela relação

$$g_l = \frac{\pi d_h^4}{128\mu l} \quad (6.4)$$

sendo  $\mu[N.s/m^2]$  a viscosidade,  $l$  o comprimento [m] e  $d_h$  diâmetro equivalente [m] dado por:

$$d_h = 4r_h \quad (6.5)$$

$r_h$  é o raio hidráulico.

Para o sítio a condutância ( $g_i$ ) é dada por

$$g_i = \frac{r_i^3}{3\mu} \quad (6.6)$$

sendo  $r_i$  o raio da seção de intersecção entre o sítio e a ligação.

Pode-se determinar o fluxo de massa  $Q_{ij}$  entre dois sítios  $i$  e  $j$  pela relação

$$Q_{ij} = g_{ij}(P_i - P_j) \quad (6.7)$$

onde  $P_i$  e  $P_j$  são as pressões nos sítios  $i$  e  $j$  respectivamente e  $g_{ij}$  a condutância total dada por

$$\frac{1}{g_{ij}} = \frac{1}{g_i} + \sum_l^{n(l)} \frac{1}{g_l} + \frac{1}{g_j} \quad (6.8)$$

ou seja, a condutância total  $g_{ij}$  entre os sítios  $i$  e  $j$ , é dada pela soma: da condutância de saída do sítio  $i$  ( $g_i$ ), das condutâncias das  $n(l)$  ligações entre  $i$  e  $j$ , e da condutância de chegada ao sítio  $j$  ( $g_j$ ).

A conservação da massa em um sítio  $i$ , requer que o somatório do fluxo proveniente de seus  $j$  vizinhos seja nulo, ou seja,

$$\sum_j Q_{ij} = 0 \quad (6.9)$$

gerando um sistema de equações em que a pressão de cada sítio é uma incógnita. Os autores utilizam o método iterativo SOR (com relaxações) em que a pressão de cada sítio é dada por

$$P_i = \frac{\beta \sum_j g_{ij} P_j^0}{\sum_j g_{ij}} + (1 - \beta) P_i^0 \quad (6.10)$$

sendo  $\beta$  o fator de relaxação.

Resolvendo o sistema de equações, pode-se determinar os fluxos de massa nas interfaces ( $\sum_i \sum_j Q_{ij}$ ) e a permeabilidade  $k$  pela relação

$$k = \frac{\mu \cdot L \cdot \sum_i \sum_j Q_{ij}}{A \cdot \Delta P} \quad (6.11)$$

neste caso  $i$  é o conjunto de sítios localizados na interface ( $z_0$  ou  $z_n$ ).  $L$  é a espessura da representação tridimensional [m] e  $\Delta P$  o gradiente de pressão entre as faces  $z_0$  e  $z_n$ .

### 6.3.1 Discussão do método do esqueleto

O esqueleto é uma representação geométrica da imagem (bidimensional/tridimensional) que preserva todas as informações topológicas. O método de determinação do esqueleto através do

descascamento sucessivo foi inicialmente desenvolvido por Zhang Suen para imagens bidimensionais e adaptado para imagens tridimensionais por Ma (1995). Uma implementação prática do método de Zhang Suen pode ser vista em Parker (1997) (veja exemplo na Figura 2.12) e do método de Ma (1995) em Liang (1997). Uma descrição do esqueleto geométrico foi apresentada na seção 2.5.2.

Foi realizado um estudo<sup>3</sup> onde diversas representações tridimensionais foram analisadas com o objetivo de avaliar o comportamento do esqueleto de Ma (1995). Inicialmente foram avaliadas estruturas tridimensionais simples, totalmente simétricas e sem protuberâncias, os esqueletos obtidos são simples, Figura 6.2 (a). A seguir foram avaliadas estruturas simples com pequenas protuberâncias, neste caso o esqueleto se torna complexo, de uma maneira geral cada protuberância gera um novo ramo no esqueleto, Figura 6.2 (b) e (c). Neste estudo, verificou-se que o esqueleto geométrico de Ma (1995) cumpre com seus objetivos no que tange à preservação das informações topológicas.

Como descrito anteriormente, o método do esqueleto realiza uma classificação dos nós, separando os mesmos em sítios e ligações (veja Figura c.4, em Liang (1997)), foi observado que após esta etapa o esqueleto apresenta um número excessivo de sítios e que os mesmos são gerados em função de um excesso de nós oriundos do esqueleto geométrico de Ma (1995).

Veja na Figura 6.3 (a) uma representação tridimensional do esqueleto de uma imagem do Berea 500, observe o excesso de sítios (os pontos vermelhos indicam os sítios e os azuis as ligações).

Também foi realizada uma análise visual sobre os planos da imagem reconstruída. Esta análise nos levou a conclusão de que a imagem reconstruída é formada por um conjuntos de objetos discretos que se assemelham a quadrados e retângulos e não a esferas (Figura 4.4), ou seja, existe um contraste entre a visão teórica onde os modelos são desenvolvidos sobre conceitos de cilindros e esferas, enquanto a representação tridimensional (gerada pelo método da gaussiana truncada) é formada por objetos discretos grosseiros (quando o fator de amplificação é grande).

Estes são os motivos pelos quais o esqueleto obtido não corresponde ao inicialmente esperado, ou seja, o esqueleto tem falhado na identificação dos sítios e das ligações em função da alta complexidade da imagem reconstruída, do número elevado de irregularidades (protuberâncias) e da discretização da imagem reconstruída.

Uma metodologia que ainda está em teste é a aplicação da operação de fechamento sobre a imagem reconstruída (Figura 6.3 (b)), com a operação de fechamento todas as conexões são preservadas e algumas protuberâncias eliminadas. O efeito prático é a obtenção de um esqueleto com número reduzido de nós, mas que preserva as informações essenciais do escoamento<sup>4</sup>. A

---

<sup>3</sup>Maiores detalhes em Bueno (1999).

<sup>4</sup>Ao comparar as imagens dos dois esqueletos, verifica-se a presença de ramos no esqueleto da imagem original que não aparecem na imagem com fechamento, isto se deve a problemas relacionados a visualização

Figura 6.2: Esqueleto de representações simples.

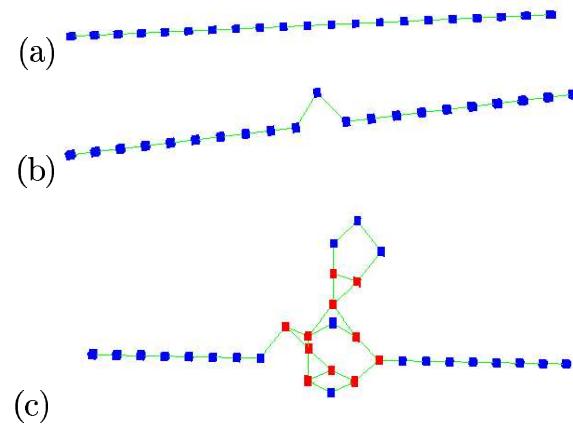
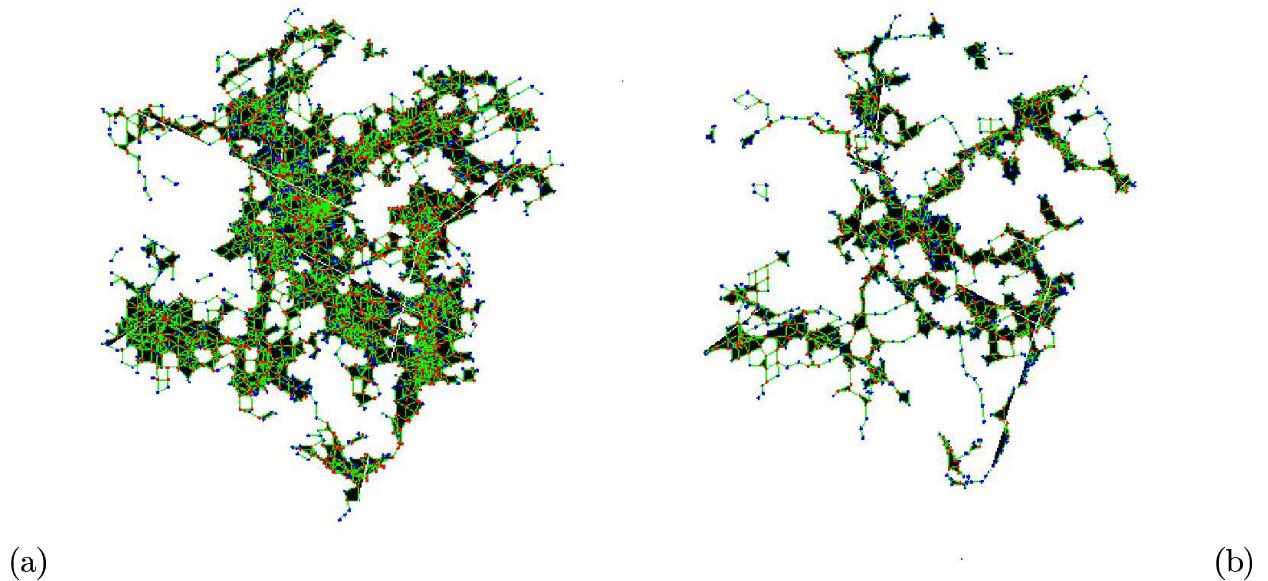


Figura 6.3: Em (a) o esqueleto tridimensional de uma imagem reconstruída, em (b) o esqueleto da mesma representação após aplicação do filtro de fechamento.



operação de fechamento pode, entretanto, conectar objetos que não estão de fato conectados e provocar uma sobreestimação das permeabilidades.

Em função das análises desenvolvidas, foram idealizados modelos que realizariam um pós-processamento sobre a imagem do esqueleto (já com os sítios e ligações classificados), com o objetivo de eliminar o excesso de sítios. Todos os modelos idealizados para este pós-processamento não passaram entretanto pela etapa de implementação em função de problemas operacionais, isto ocorre, novamente, em função da alta complexidade da imagem reconstruída.

A maior vantagem do modelo do esqueleto é a não simplificação da geometria (que é correlacionada em todas as direções). A desvantagem é a presença de um excesso de sítios e conexões em paralelo que tornam inviável sua utilização na determinação da permeabilidade. De um modo geral os resultados de permeabilidade obtidos são sub-estimados.

Em função das dificuldades encontradas na solução dos problemas do esqueleto de Liang *et al.*(1997), surgiu a idéia de uma nova representação, baseada na análise do fluxo entre planos da representação tridimensional. Apresenta-se a seguir um conjunto de definições que são importantes para compreensão do novo modelo.

## 6.4 Conceitos de Grafo, Rede e Esqueleto

Descreve-se a seguir, rapidamente, alguns aspectos que distinguem o conceito de grafo, rede e esqueleto.

Segundo Rabuske (1992), “*baseado na simples idéia de pontos interligados por linhas, a teoria dos grafos combina estes ingredientes básicos em um rico sortimento de formas e dota estas formas com propriedades flexíveis, fazendo assim, com que esta teoria seja uma ferramenta útil para estudar vários tipos de sistemas*”.

O autor apresenta alguns campos de aplicação da teoria dos grafos, “*estudo de transmissão de informações, fluxos em rede, redes elétricas, genética, química*”, e relata a diferença entre os conceitos de grafo e de rede, “*De um modo geral a teoria dos grafos se preocupa com objetos e seus arranjos*”, aspectos estruturais. “*O termo rede é frequentemente utilizado em vez de grafo, especialmente onde características quantitativas são concebidas aos pontos e linhas, em acréscimo ao relacionamento puramente estrutural que está definido nas características de um grafo*”.

Pode-se adicionar aos conceitos de grafo e de rede o conceito de esqueleto, que armazena a informação dos centros geométricos dos objetos considerados (Liang, 1997; Coster e Chermant, 1989).

---

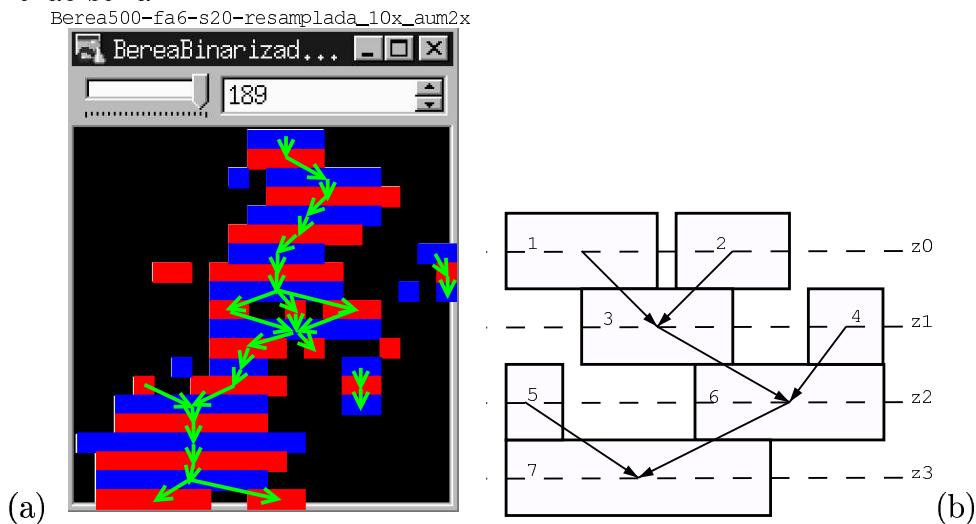
tridimensional do esqueleto.

## 6.5 Modelo do Grafo de Conexão Serial

O ponto de partida para o modelo do grafo de conexão serial é a consideração de que o fluxo de massa ocorre entre planos bidimensionais do meio poroso reconstruído e que estes planos são formados por objetos conexos.

A Figura 6.4 ilustra a idéia do grafo de conexão serial, em (a) uma idealização do grafo montada sobre uma representação tridimensional do Berea 500 e em (b) um esboço ilustrando a idéia do grafo. Observe em (b), que os objetos 1 e 2 estão sobre o plano  $z_0$ , os objetos 3 e 4 sobre o plano  $z_1$  e que os objetos 1 e 2 tem interseção não nula com o objeto 3, provocando uma conexão de 1 e 2 com 3 (conforme ilustrado pelas setas). Da mesma forma os objetos 3 e 4 estão conectados ao objeto 6 e os objetos 5 e 6 ao objeto 7. As setas indicam a direção do escoamento.

Figura 6.4: Seção de um Berea 500 reconstruído em (a) e esboço em (b) ilustrando a idéia do grafo de conexão serial.



Observe uma diferença conceitual em relação ao esqueleto de Ma (1995), que é obtido a partir da avaliação geométrica do meio reconstruído e de técnicas de descascamento sucessivo através do uso de máscaras. No modelo do grafo de conexão serial os objetos são identificados plano a plano e a seguir avaliada a conexão entre objetos em planos consecutivos, não existem processos de descascamento, a única operação de natureza geométrica é a operação de interseção realizada com o objetivo de identificar as conexões entre os sítios, ou seja, o algoritmo é significativamente mais simples, provocando uma redução do tempo de determinação do grafo.

Depois de determinada a conexão entre objetos em planos consecutivos, é avaliada a área da interseção e seu perímetro, podendo-se associar a cada interseção um raio hidráulico e uma condutância. A forma de cálculo da área de interseção e do perímetro é descrita na seção 6.6.2, onde são apresentados os modelos de cálculo da condutância.

A grande simplicidade do modelo reside na informação de que o escoamento do fluido é ortogonal aos N planos seriais de uma representação N<sup>3</sup>, desprezando-se os escoamentos secundários (baixos Re) e calculando-se as resistências hidráulicas a partir das seções dos objetos (cavidades) presentes em cada seção.

Deve-se ressaltar que existe uma separação conceitual entre o grafo de conexão serial e o método de determinação da permeabilidade com uso do grafo gerado. O grafo é apenas uma representação de objetos e suas conexões. O método de determinação da permeabilidade calcula as condutâncias e o fluxo de massa na representação obtida. Desta forma, o modelamento do método de determinação da permeabilidade se traduz no desenvolvimento de dois conceitos<sup>5</sup>:

- O primeiro conceito é a montagem de um grafo de conexão serial, que deve partir da representação tridimensional reconstruída e sobre esta construir uma representação de objetos e conexões que preserve as informações topológicas da imagem reconstruída.
- O segundo conceito é a montagem de uma metodologia para determinação das permeabilidades em imagens reconstruídas que utilize o grafo de conexão serial.

### 6.5.1 Definições relacionadas ao grafo de conexão serial

Quando o grafo de conexão serial foi concebido, procurou-se adotar uma formulação genérica, ou seja, que possa ser utilizada no desenvolvimento de modelos e algoritmos úteis na teoria da percolação e na teoria dos grafos. Para conseguir atingir esta concepção genérica, o desenvolvimento do grafo de conexão serial, partiu dos conhecimentos existentes da teoria da percolação, Broadbent e Hammersley (1957), Hammersley (1983), Staufer (1985), Souza (1993) e da teoria dos grafos, Rabuske (1992).

*Definição básica de objeto para o grafo de conexão serial:* verificando-se a Figura 6.4, observa-se que cada objeto deve conter um rótulo que o identifica e uma lista dos objetos a quem esta conectado. O objeto deve armazenar ainda uma propriedade (no caso, o raio hidráulico ou a condutância).

*Definição de sítio:* um sítio é um objeto. Numa seção bidimensional, um agrupamento de pixéis conectados em  $c_6$  formam um sítio.

*Definição de conexão*<sup>6</sup>: uma conexão é uma ligação física ou conceitual entre objetos. Uma conexão pode ou não ter uma propriedade associada.

---

<sup>5</sup>A modelagem orientada a objeto foi adotada para o desenvolvimento do modelo do grafo de conexão serial por permitir uma relação mais direta dos modelos conceituais com os computacionais, veja Bueno (1997), Runbaugh *et al.*(1994). Detalhes da modelagem do grafo de conexão serial e do método de determinação da permeabilidade são apresentados no apêndice A.

<sup>6</sup>No dicionário da enciclopédia Britânica:

Conexão: Ligação de uma coisa com outra. Ligação entre duas peças, dispositivos. Dependência, relação, nexo.

*Definição da forma de conexão entre dois objetos:* a forma das conexões varia de acordo com o tipo de objeto do grafo.

*Definição de ramo<sup>7</sup>:* enquanto uma conexão pode relacionar um ou mais objetos, um ramo relaciona um objeto com outro (inclusive com ele mesmo)<sup>8</sup>.

Apresenta-se a seguir a seqüência para determinação do grafo de conexão serial.

### 6.5.2 Seqüência para determinação do grafo de conexão serial

Basicamente a determinação do grafo de conexão serial utilizando planos bidimensionais de imagens reconstruídas segue a seguinte seqüência:

- Lê o plano  $z_0$  da imagem 3D, rotula os objetos do plano  $z_0$ , cria os objetos do grafo.
- Entra num laço em que:  
Lê o plano  $z_i$  da imagem 3D, rotula os objetos do plano  $z_i$ , cria os objetos do grafo, estabelece as conexões entre os objetos do plano  $z_i$  com os objetos do plano  $z_{i-1}$ .
- Lê o plano  $z_n$  da imagem 3D, rotula os objetos do plano  $z_n$ , cria os objetos do grafo, estabelece as conexões entre os objetos do plano  $z_n$  com os objetos do plano  $z_{n-1}$ .

Descrito o modelo do grafo de conexão serial e a seqüência de determinação do grafo, apresenta-se a seguir a seqüência para determinação da permeabilidade usando o grafo.

## 6.6 Método Para Determinação da Permeabilidade Com Uso do Grafo de Conexão Serial

Descreve-se a seguir as hipóteses simplificadoras associadas ao método de determinação da permeabilidade, os modelos de cálculo das condutâncias e a seqüência para determinação da permeabilidade.

### 6.6.1 Hipóteses simplificadoras do método de determinação da permeabilidade

Descrevem-se as hipóteses simplificadoras associadas ao método de determinação da permeabilidade com uso do grafo de conexão serial.

---

<sup>7</sup>No dicionário da enciclopédia Britânica:

Ramo: Divisão ou subdivisão, parte ramificada, seção.

<sup>8</sup>Como exemplo, uma conexão pode ligar A a B e C ( $B <-A->C$ ), um ramo pode ligar  $A \rightarrow B$  ou  $A \rightarrow C$ .

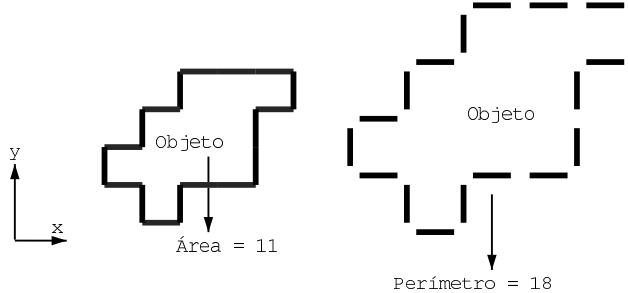
- O gradiente de pressão é imposto em uma única direção (direção z, que é a preferencial do escoamento).
- Desconsideram-se os fluxos nas interfaces  $x_0$ ,  $x_n$ ,  $y_0$  e  $y_n$  considerando-se as mesmas impermeáveis.
- O grafo é formado unicamente por sítios e pelas informações de conectividade entre os sítios.
- As pressões são armazenadas unicamente nos sítios.
- A pressão em cada sítio do grafo é avaliada levando-se em conta suas conexões.
- O fluxo de massa entre dois sítios é unidimensional e pode ser aproximado pela equação de Poiseuille (eq. 6.4).

Descreve-se a seguir três modelos para determinação do raio hidráulico (e das condutâncias).

### 6.6.2 Modelos de cálculo das propriedades das conexões (raio hidráulico, condutâncias)

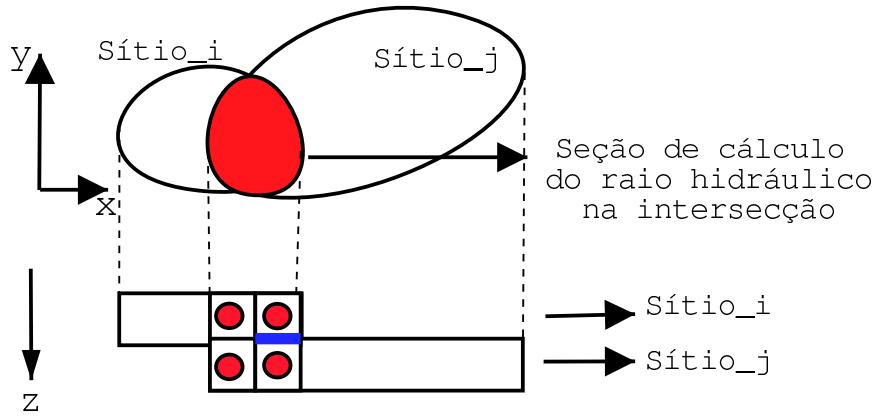
Antes de descrever os modelos de cálculo das condutâncias, apresenta-se na Figura 6.5 a forma de cálculo da área e do perímetro de objetos discretos em uma seção bidimensional.

Figura 6.5: Ilustração do cálculo da área e do perímetro de um objeto discreto em uma seção bidimensional.



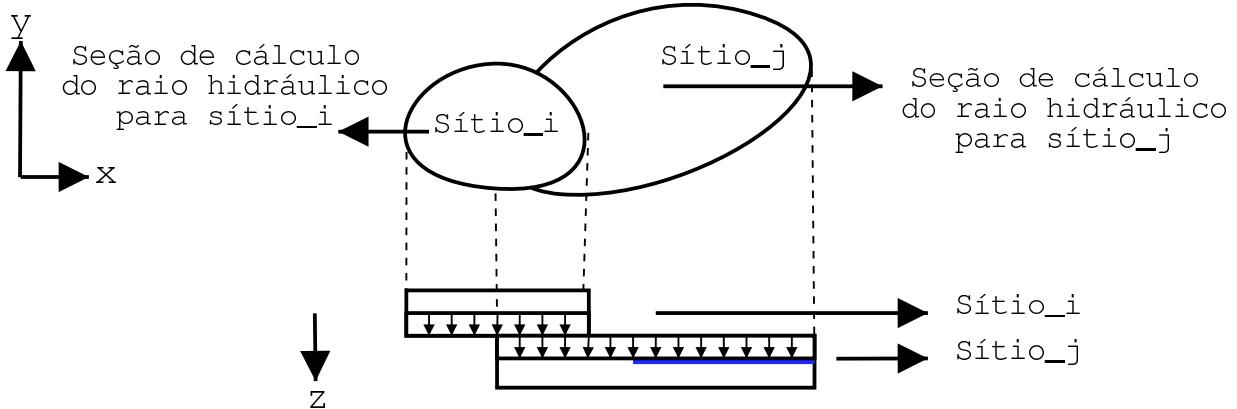
No modelo 1 (M1) a cada intersecção de pixels corresponde uma conexão, formando uma estrutura equivalente a um conjunto de tubos paralelos conectando os dois sítios. A Figura 6.6 ilustra o modelo 1. Observe na Figura, que o objeto  $i$  tem intersecção não nula com o objeto  $j$ , e a cada intersecção de pixels corresponde uma conexão. Ou seja, o sítio  $i$  terá tantas conexões com o sítio  $j$  quanto forem os pixels que conectam  $i$  com  $j$ . Como as conexões ocorrem entre pixels (com raio hidráulico constante e igual a  $1/4$ ), a informação do raio hidráulico é armazenada no sítio.

Figura 6.6: Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 1.



No modelo 2 (M2) eliminam-se as condutâncias em paralelo (do modelo 1) com o uso de um plano de rotulagem adicional que é construído sobre a imagem das intersecções dos planos  $z_i$  e  $z_{i+1}$ . Veja na Figura 6.7 que toda seção do objeto é usada na determinação do raio hidráulico. Neste modelo a informação do raio hidráulico também é armazenada no sítio. Neste modelo, as condutâncias serão claramente superestimadas.

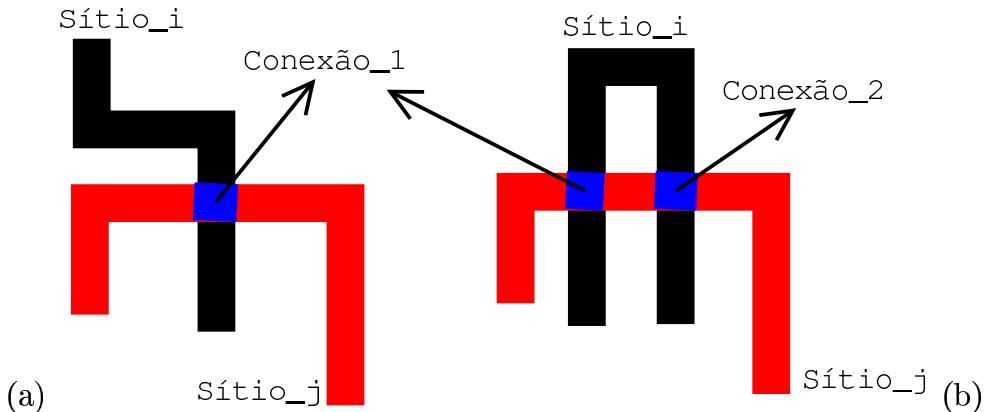
Figura 6.7: Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 2.



Deve-se observar que mesmo com o uso do plano de rotulagem intermediário, pode ocorrer mais de uma conexão entre dois sítios, a Figura 6.8 mostra um exemplo. Em (a) existe apenas uma conexão entre os sítios  $i$  e  $j$ , em (b) existem 2 conexões.

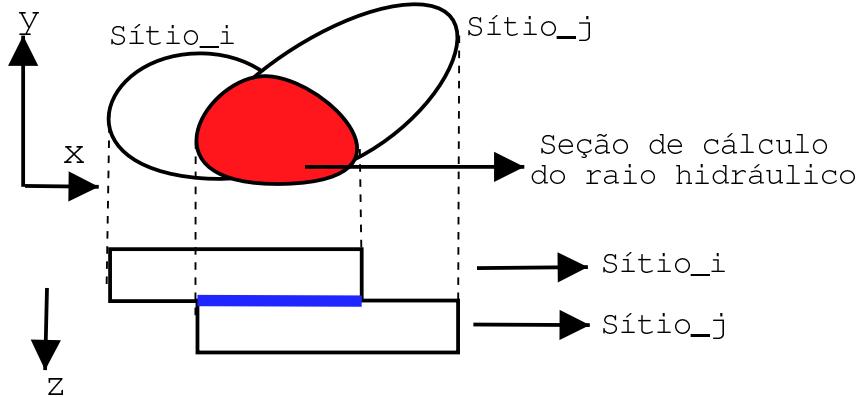
O modelo 3 (M3) se diferencia do modelo M2 por considerar a área de intersecção entre os dois objetos para o cálculo da condutância (veja Figura 6.9). Como um objeto do plano  $z_i$  pode estar conectado a diversos objetos do plano  $z_{i+1}$ , cria-se uma lista onde é armazenado o raio hidráulico associado a cada conexão. Observe que um objeto  $i$  terá duas listas, uma com

Figura 6.8: Conexão dupla entre dois sítios.



a informação dos objetos a quem esta conectado e outra com a informação do raio hidráulico de cada conexão. O modelo 3 tem uma formulação física mais apropriada, tendo como custo um maior consumo de memória.

Figura 6.9: Ilustração do cálculo do raio hidráulico para o modelo 3.



### 6.6.3 Seqüência para determinação da permeabilidade com o grafo de conexão serial

Setam-se as pressões nos contornos e em cada sítio do grafo de conexão serial, a seguir determina-se as pressões com um solver, podendo-se calcular a permeabilidade avaliando-se os fluxos de massa nos objetos da interface. A seqüência abaixo ilustra este procedimento passo a passo:

- Determinação do grafo de conexão serial, de acordo com a seção 6.5.2.
- Definição dos valores de pressão nas interfaces  $z_0$  e  $z_n$  (pressão imposta nos objetos de contorno).

- Definição dos valores iniciais de pressão nos demais sítios do grafo.
- Conversão dos valores de raio hidráulico de cada sítio (ou conexão) em condutância, através da equação de Poiseulle<sup>9</sup>.
- Definição dos parâmetros do solver e solução do sistema de equações.
- Avaliação do fluxo de massa nas interfaces  $z_0$  e  $z_n$ .
- Comparaçao dos fluxos de massa e definição da necessidade de se refinar a solução obtida.
- Determinação da permeabilidade.

A Figura 6.14 ilustra a simulação de um escoamento em uma representação de um meio poroso. A simulação foi realizada com o software LG-FLOW<sup>10</sup> usando modelos de gás em rede. Observe que nas intersecções entre planos consecutivos os fluxos são efetivos e quando não ocorre a intersecção, surgem regiões de recirculação. Estes resultados indicam que o modelo 3 é o mais coerente para o tipo de escoamento a ser estudado.

#### 6.6.4 Discussão do método de determinação da permeabilidade com o grafo de conexão serial

*A essência do modelo do grafo de conexão serial desenvolvido, é poder dar uma resposta a este tipo de problema. Considerando entretanto a simplificação (essencial) dos objetos estarem conectados as faces  $z_0$  e  $z_n$  e com a determinação dos objetos considerando as seções seriais, ou seja, o grafo de conexão serial é genérico sobre certos aspectos (número de conexões entre objetos, propriedades que são armazenadas), mas restrito com relação a necessidade de que os objetos sejam determinados considerando as seções seriais e que estejam conectados aos planos  $z_0$  e  $z_n$ .*

Levando-se em conta as definições semelhantes mas distintas de grafo, rede e esqueleto, verifica-se que o modelo do grafo de conexão serial desenvolvido se aplica aos três casos. Se ao determinar o grafo desconsidera-se as informações de raio hidráulico, tem-se um grafo. Se as informações de raio hidráulico são armazenadas em sítios obtém-se uma rede de percolação de sítios (modelos 1 e 2). Quando a informação do raio hidráulico das conexões é considerada,

---

<sup>9</sup>Observe que quando o grafo de conexão serial é determinado, a informação armazenada é o raio hidráulico. Quando o grafo de conexão serial é utilizado para cálculo da permeabilidade o raio hidráulico é convertido em condutância.

<sup>10</sup>O LG-FLOW é um software desenvolvido no LMPT para simulação de processos de transferência utilizando modelos de gás em rede.

tem-se uma rede de percolação com sítios e ligações (modelo 3). Se for armazenada a informação do centro de massa dos objetos<sup>11</sup>, obtém-se um esqueleto.

**Características do grafo de conexão serial** Apresenta-se na Figura 6.10 uma visualização de uma bola em (a), de seu esqueleto em (b) e de seu grafo em (c). Observe a geração de um grande número de ramificações no modelo do esqueleto (b) que não ocorrem no modelo do grafo (c).

Apresenta-se na Figura 6.11 (a) uma visualização de uma representação do P262\_K70 gerada com N=50. Em (b) a visualização de seu esqueleto e em (c) do grafo de conexão serial. Novamente observa-se um número reduzido de ramificações no modelo do grafo.

Uma característica forte do modelo, é a atenuação da resistência ao fluxo lateral (veja Figura 6.12). Em (a) a resistência usada nas simulações é sub-estimada, em (b) super-estimada, ou seja, existe aí uma compensação, cujos efeitos dependem da geometria do meio.

Uma versão de estudo do software desenvolvido<sup>12</sup>, possibilita uma análise mais detalhada deste ponto. Apresenta-se na Figura 6.13 a ilustração de uma seção do P262\_K70 gerada com gaussiana truncada usando n=2, np=60, N=200. Extraíu-se o plano 100, aplicou-se um zoom e foi selecionada uma pequena região da imagem. O fluxo vem das cores azul e verde, passa por todos os pixels ilustrados e vai para os pixels com cor vermelha e verde, pode-se dizer que na região azul o fluxo é freiado e na região vermelha acelerado. Os casos descritos na Figura 6.12 (a) e (b) seriam representados por: (1) região amarela conectada a dois pixels de outra cor (não localizado), (2) região amarela conectada a um pixel de outra cor (localizado apenas nas bordas e em pequeno número). Donde pode-se concluir que os casos (a) e (b) da Figura 6.12 ocorrem pouco para a representação analisada.

No próximo capítulo apresenta-se uma aplicação do modelo do grafo de conexão serial e do método de determinação da permeabilidade, são apresentados resultados de permeabilidade para um grupo de imagens obtidas junto a PETROBRAS.

<sup>11</sup>Observe na Figura A.8 que o TGra3Dby2DAdv4 armazena a informação do centro de massa dos objetos (atributos cmx e cmy). Este modelo não foi discutido na tese, o objetivo de sua implementação é possibilitar o desenho em 3 dimensões do grafo.

<sup>12</sup>A versão de estudo tem uma função que obtém uma representação colorida, ilustrando o comportamento das seções do grafo. Apresenta-se na legenda da Figura 6.13 as cores utilizadas: A região verde ilustra os pixels com conexão a i+1 e i-1 (fluxo principal). A região azul ilustra os pixels conectados a i-1. A região vermelha ilustra os pixels conectados a i+1. A região amarela ilustra pixels sem conexão com i+1 e i-1 (regiões de recirculação). O fluxo vem das regiões azul e verde e vai para as regiões verde e vermelho.

Figura 6.10: Visualização tridimensional de uma bola (a), seu esqueleto (b) e seu grafo (c).

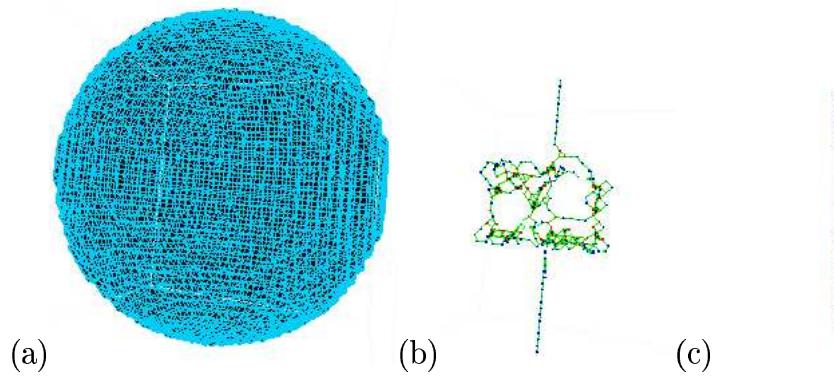


Figura 6.11: Visualização tridimensional de uma representação do P262\_K70 (a), seu esqueleto (b) e seu grafo (c).

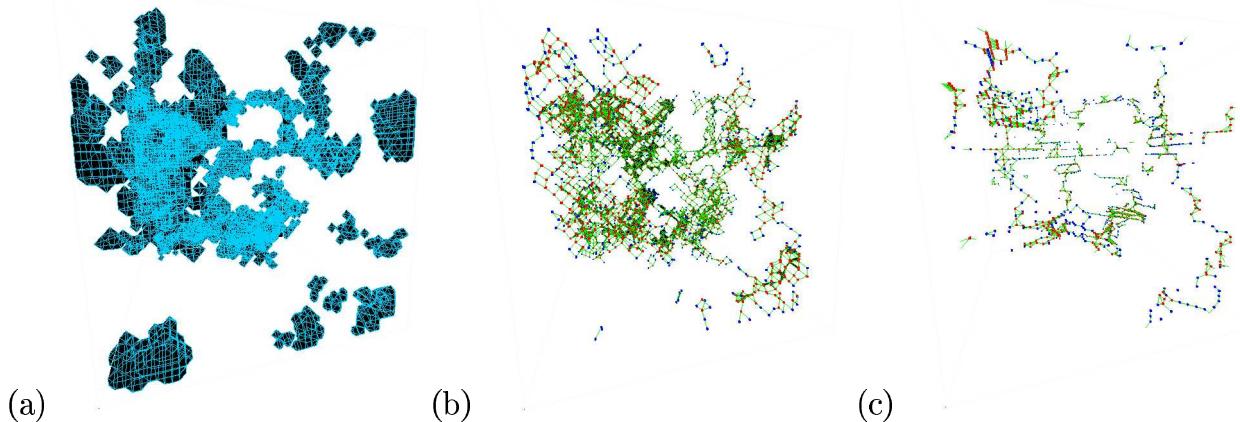


Figura 6.12: Atenuação da resistência lateral.

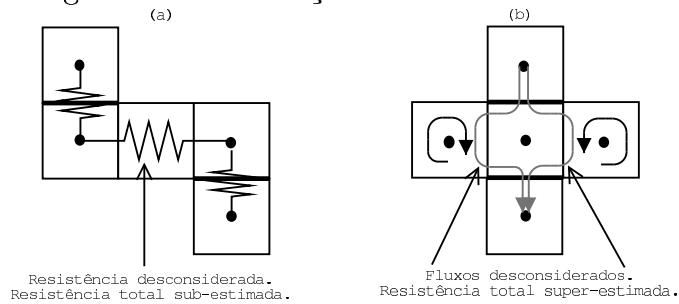


Figura 6.13: Ilustração das regiões de interferência do fluxo lateral.

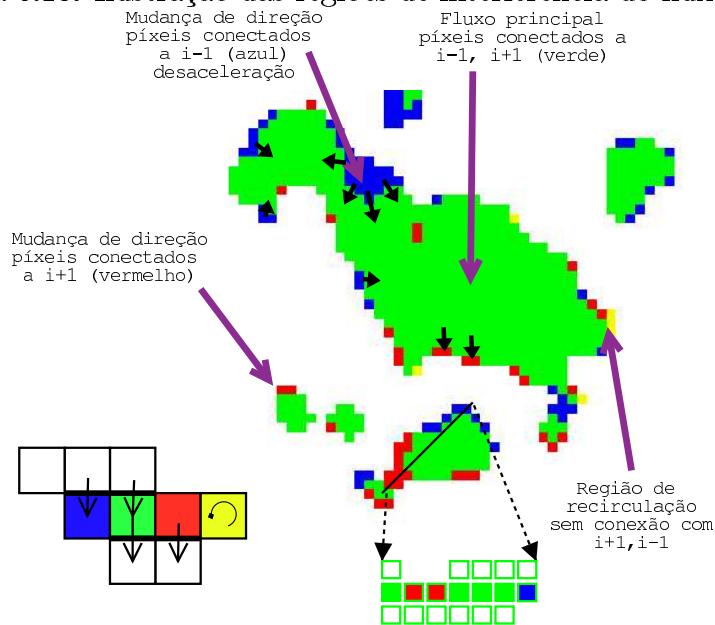
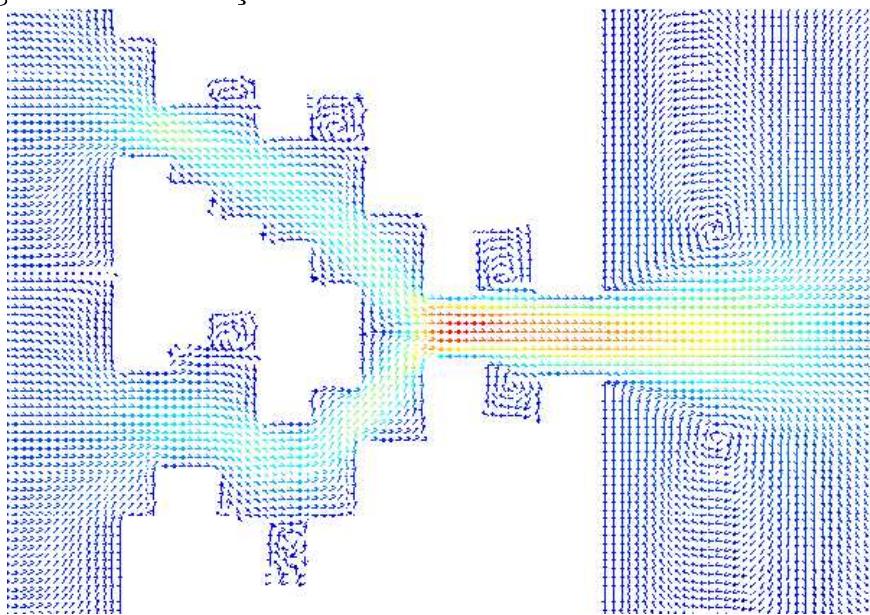


Figura 6.14: Simulação de um escoamento com o software LG-FLOW.



# Capítulo 7

## Resultados Para a Permeabilidade

Apresentam-se neste capítulo as simulações de permeabilidade realizadas com o método do grafo de conexão serial. O objetivo é avaliar o comportamento do método e dos modelos de cálculo das condutâncias, além do efeito de parâmetros como o fator de amplificação e a dimensão das imagens reconstruídas.

Para rocha Berea 500, analisa-se o efeito do fator de amplificação e das dimensões das representações nos resultados de permeabilidade. O mesmo tipo de análise é realizado para rocha P320\_K642. A seguir são apresentados os resultados das simulações de permeabilidade para as rochas reservatório P275\_K316, P223\_K154, P238\_K145, P262\_K70, P320\_K642, P262\_K441, P148\_K2 e Berea 200.

Finalmente, comparam-se os resultados de permeabilidade obtidos com o método do grafo de conexão serial com os obtidos com os métodos do esqueleto de Liang *et al.*(1998), de gás em rede de Santos *et al.*(2001) e de rede de percolação apresentados por De Gasperi (1999).

### 7.1 Aspectos Computacionais

A imagem reconstruída conectada é determinada através do algoritmo de rotulagem e verificação da conectividade descrito na seção 2.5.3. A conexão é em  $c_6$  e verificam-se quais objetos estão simultaneamente conectados aos planos  $z_0$  e  $z_n$ .

Nas tabelas de resultados e nos gráficos são apresentados: o fator de amplificação ( $n$ ), o número de pontos utilizados na descrição da função autocorrelação (np), a porosidade ótica ( $\varepsilon_o$ ), a porosidade conectada ( $\varepsilon_{c6}$ ), a dimensão linear da representação tridimensional (N), a permeabilidade experimental (k-exp), a permeabilidade simulada com o grafo de conexão serial (k-gcs), o número de sítios do grafo (NSG), o tempo para determinação do grafo (grafo(s)), e o tempo total para determinação da permeabilidade (T(s)).

O formato utilizado para nomear as imagens reconstruídas é Modelo\_de\_reconstrução-nA-

npB-NC. Primeiro o modelo utilizado (gt,esf), a seguir o fator de amplificação (A), o número de pontos usados na descrição da curva de autocorrelação (B) e a dimensão da imagem (C). Podem aparecer ainda os termos float e double, que indicam a precisão numérica usada na determinação da FFT, no algoritmo de reconstrução da gaussiana truncada.

O termo *esferas* indica que a imagem foi reconstruída com o método de reconstrução das *esferas sobrepostas*. Todas as representações tridimensionais obtidas com o método das esferas sobrepostas tem fator de amplificação  $n=1$ .

O algoritmo de determinação da permeabilidade utiliza um solver para a solução das pressões nos sítios e um método de avaliação das permeabilidades a determinado número de passos da simulação. Podendo-se, desta forma, acompanhar a evolução da simulação. O cálculo da permeabilidade é realizado com a determinação dos fluxos de massa nas interfaces  $z_0$  e  $z_n$ .

Os parâmetros do solver utilizados nas simulações foram: fator de relaxação  $FR=0.7$ , limite de iterações do solver  $LIS=10000$  (a cada iteração do cálculo das permeabilidades), limite de erro do solver  $LES=1e-10$ , limite de erro da permeabilidade  $LEP=5\%$ . Quando forem utilizados outros valores será informado.

Os tempos de processamento devem ser considerados qualitativos, pois a execução simultânea de outros programas provoca o compartilhamento dos processadores, o que implica em variações nos tempos de processamento. Algumas simulações foram realizadas na *Estação SUN-Enterprise E450* e outras no *PC-Mercúrio* (Veja na Tabela 7.1 as especificações destes equipamentos). Outro aspecto importante com relação ao tempo de processamento esta relacionado ao uso de diferentes versões do algoritmo de determinação das permeabilidades, com estas alterações ocorreram alterações no desempenho.

Tabela 7.1: Especificações das máquinas Enterprise e Mercúrio.

	Enterprise	Mercúrio
Processador	4x SUN 296 MHz	2x Intel 333 MHz
Memória ram	1000 Mb	256 Mb
Placa de vídeo	Elite 3D	Diamong Fire GL 1000P
Compilador	gcc-egcs-2.95.2	gcc-egcs-2.291.66
Sistema Operacional	Sparc-SUN-Solaris 2.7	Linux-2.2.14-19cl-smp

Ao longo do texto discutem-se os valores de permeabilidade obtidos pelos modelos M1, M2 e M3. Se não houver nenhuma referência o modelo utilizado é o modelo M3 (o padrão).

Apresentam-se a seguir os resultados de permeabilidade obtidos com o método de determinação das permeabilidades com uso do grafo de conexão serial, para as diferentes lâminas.

## 7.2 Resultados para Berea 500

Apresentam-se os resultados para representações obtidas com o método da gaussiana truncada e com o método das esferas sobrepostas.

### Cálculo da permeabilidade do Berea 500 usando estruturas 3D reconstruídas pelo método da gaussiana truncada

Primeiro estuda-se o efeito do fator de amplificação para representações com  $N=100$  e a seguir  $N=300$ . A seguir, avalia-se o efeito da alteração das dimensões das representações tridimensionais.

**Berea 500 - Efeito do fator de amplificação.** A Tabela 7.2 apresenta os resultados de permeabilidade determinados com o método do grafo de conexão serial (usando o modelo M3) para representações do Berea 500 geradas com dimensão  $100^3$ .

Tabela 7.2: Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada usando  $np=60$   $N=100$ .

<i>n</i>	k-exp	k-gcs	NSG
1	500	5	4549
<b>2</b>	<b>500</b>	<b>92</b>	<b>4776</b>
3	500	489	7176
4	500	851	9863
5	500	776	13178
6	500	941	10395

Verifica-se que com o aumento do fator de amplificação ocorre um aumento da permeabilidade. Para fator de amplificação 2 (fator de amplificação ideal selecionado no capítulo 4), a permeabilidade é de 92 mD.

A Tabela 7.3 mostra os resultados de permeabilidade para representações geradas com dimensão  $300^3$ , novamente avalia-se o efeito do fator de amplificação. Comparando-se com os resultados da Tabela 7.2, verifica-se um acréscimo dos valores de permeabilidade que se deve a um aumento da conectividade e um aumento do tamanho dos objetos, visto que,  $N=100$  não consegue recuperar os poros maiores.

Para o modelo 3, os valores de permeabilidade são 205 mD para  $n=1$ , 772 mD para  $n=2$ , 1114 mD para  $n=3$ , 1135 mD para  $n=4$ , 1231 mD para  $n=5$  e 1266 mD para  $n=6$ .

Para imagem com dimensão 300 o fator de amplificação selecionado foi 2 (veja capítulo 4) e a permeabilidade obtida foi de 772 mD.

**Modelos de cálculo da condutância - Discussão dos resultados.** O modelo M1 foi desenvolvido por ser o mais simples, os requisitos de memória são menores e os valores de condutância são constantes. Embora os valores de permeabilidade fornecidos pelo modelo M1 sejam razoáveis, da forma como está, o algoritmo é lento, neste sentido o número de simulações realizadas com o modelo M1 é reduzido. O modelo M2 superestima a permeabilidade atingindo 2415 mD para representações com  $n=3$  e  $N=300$ . Tendo em mente este fato, o número de simulações realizadas com o modelo 2 foi, também, reduzido. A vantagem do modelo M2 é que o raio hidráulico (ou a condutância) é armazenada no próprio sítio, não existe a necessidade de se armazenar as condutâncias associadas as intersecções entre os sítios, reduzindo a necessidade de memória.

O modelo M3 apresenta os melhores resultados e é mais rápido.

Embora o consumo de memória do modelo M3, seja maior, isto não é relevante, pois, como será mostrado, foi possível realizar simulações de representações com dimensão linear de  $N=600$ , com apenas 60 Mb de memória ram.

Tabela 7.3: Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do Berea 500, geradas com gaussiana truncada usando  $np=60$   $N=300$ .

<i>n</i>	k-exp	k-gcs	M
1	500	1361	M2
1	500	205	M3
<b>2</b>	<b>500</b>	<b>772</b>	<b>M3</b>
3	500	2415	M2
3	500	1114	M3
4	500	190	M1
4	500	2971	M2
4	500	1135	M3
5	500	3548	M2
5	500	1231	M3
6	500	378	M1
6	500	4060	M2
6	500	1266	M3

**Berea 500 - Efeito da dimensão da imagem reconstruída.** Com o objetivo de avaliar o comportamento dos valores de permeabilidade em função da dimensão da imagem reconstruída, realizou-se um conjunto de simulações com representações geradas com dimensão variando de  $100^3$  a  $300^3$ .

A Tabela 7.4, mostra os valores de porosidade para representação do Berea 500 reconstruída com fator de amplificação  $n=2$  e dimensão  $200^3$ .

Tabela 7.4: Porosidade total e conectada de representação do Berea 500 ( $gt, n=2$ ,  $np=60$ ,  $N=200$ ).

$n$	k-exp	k-gcs	NSG	T(s)	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
2	500	769	7861	137	21.98	20.91	1.07	4.9

Os resultados de permeabilidade para representações do Berea 500 geradas com fator de amplificação 2 e dimensão  $N=100, 200, 300$  são apresentados na Tabela 7.5. As perdas de porosidade foram,  $N=100$  (8.9%),  $N=200$  (4.9%),  $N=300$  (3.0%). Observe que com o aumento da dimensão da imagem a redução na porosidade conectada diminui e os valores de permeabilidade tendem a se estabilizar.

Tabela 7.5: Efeito da dimensão sobre a permeabilidade de representações do Berea 500 ( $n=2$   $np=60$ ).

Dimensão	k-exp	k-gcs	M
$N=100$	500	92	M3
$N=200$	500	769	M3
$N=300$	500	772	M3

### Cálculo da permeabilidade do Berea 500 usando estruturas 3D reconstruídas pelo método das esferas sobrepostas

Adicionalmente, foram realizadas simulações com estruturas 3D reconstruídas com o método das esferas sobrepostas, os resultados são apresentados na Tabela 7.7. Observe que a maior representação gerada com o método da gaussiana truncada tem dimensão  $300^3$  e que com o método das esferas sobrepostas foram geradas representações com dimensão até  $600^3$ . A Tabela 7.7 apresenta um ítem adicional, o grafo(s), é o tempo em segundos para determinação do grafo. Os tempos para determinação do grafo foram: 3 segundos para  $100^3$ , 16 segundos para imagem  $200^3$ , 93 segundos para imagem  $300^3$ , 227 segundos para imagem  $400^3$ , 465 segundos para imagem  $500^3$ , 870 segundos para imagem  $600^3$ . A alteração nas dimensões, não altera de forma significativa os resultados de permeabilidade, para  $N=500$   $k=342$  mD.

**Discussão:** A Figura 7.1 mostra a função distribuição de tamanho de poros de um conjunto de representações do Berea 500. Os resultados para o Berea 500  $N=300$  ( $k=772$  mD com gaussiana truncada e  $k=352$  mD com esferas sobrepostas) são bastante elucidativos.

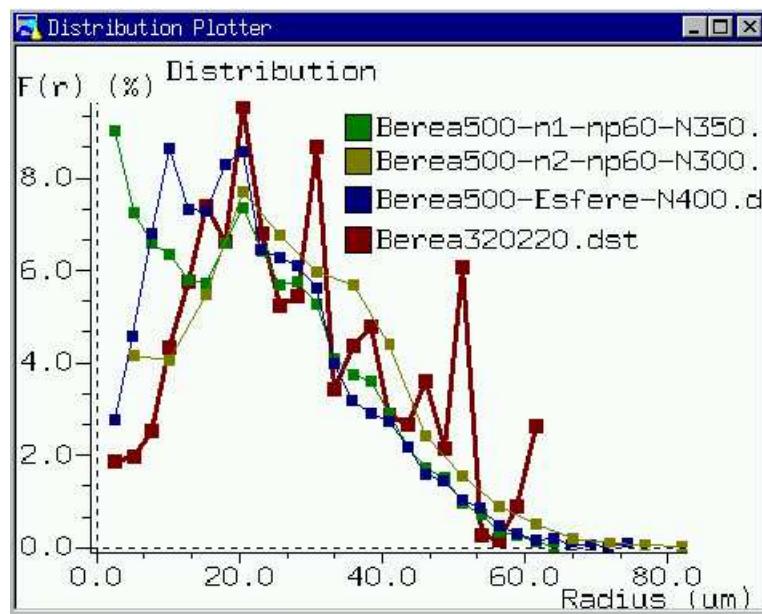
Para  $n=1$  a representação obtida com a gaussiana truncada gera um excesso de objetos isolados, ficando com uma permeabilidade de 205 mD. Ainda com  $n=1$  mas usando a representação obtida com o método das esferas sobrepostas, obteve-se uma permeabilidade na faixa de 342-380 mD, um valor acima do obtido com a representação gerada com a gaussiana truncada em função de uma melhor preservação da função distribuição de tamanho de poros (principalmente para pequenos objetos).

Para  $n=2$ , a representação obtida com o método da gaussiana truncada tem uma função distribuição de tamanho de poros acima de  $n=1$ , isto justifica, juntamente com o aumento da discretização, o valor de permeabilidade de 772 mD. Ou seja, imagens mais discretas apresentam condutâncias mais elevadas. Este comportamento pode ser verificado para diferentes fatores de amplificação na Tabela 7.3.

Tabela 7.7: Permeabilidade de representações do Berea 500 geradas com esferas sobrepostas usando  $n=1$  N=100,600.

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T (s)	M
N=100	500	393	486	3	13	M3
N=200	500	406	2679	16	142	M3
N=300	500	352	7597	93	167	M3
N=400	500	380	17236	227	691	M3
N=500	500	342	31380	465	25911	M3
N=600	500	356	53952	870	40788	M3

Figura 7.1: Função distribuição de tamanho de poros de representações do Berea 500 geradas com *gaussiana truncada* ( $n=1$  np=60 N=350 e  $n=2$  np=60 N=300) e *esferas sobrepostas* ( $n=1$  N=400).



### 7.3 Resultados para P320\_K642

Apresenta-se nesta seção os resultados obtidos para rocha P320\_K642. O procedimento adotado para análise desta imagem é o mesmo utilizado para imagem Berea 500.

#### Cálculo da permeabilidade do P320\_K642 usando estruturas 3D reconstruídas pelo método da gaussiana truncada

Apresentam-se os resultados de permeabilidade para representações do P320\_K642 obtidas com o método da gaussiana truncada.

**P320\_K642 - Efeito do fator de amplificação.** Os resultados de permeabilidade obtidos pelo método do grafo de conexão serial para imagem P320\_K642 estão na Tabela 7.9. Os valores de permeabilidade crescem para fator de amplificação entre 1 e 3 e se estabilizam para fator de amplificação acima de 4.

Tabela 7.9: Efeito do fator de amplificação sobre a permeabilidade de representações do P320\_K642, geradas com gaussiana truncada usando np=24 N=200.

<i>n</i>	k-exp	k-gcs	NSG	T(s)	M
1	642	171	159778	9700	M3
2	<b>642</b>	<b>828</b>	<b>143288</b>	<b>10887</b>	<b>M3</b>
3	642	1369	186013	7314	M3
4	642	1584	258636	9919	M3
5	642	1621	350139	13089	M3
6	642	1519	442600	15728	M3

**P320\_K642 - Efeito da dimensão da imagem reconstruída:** Novamente pretende-se avaliar o comportamento dos valores de permeabilidade quando se altera a dimensão da imagem reconstruída.

Os resultados para P320\_K642 estão na Tabela 7.11. Para imagem reconstruída com o método da gaussiana truncada e fator de amplificação 2 a permeabilidade varia de 864 mD para dimensão  $150^3$  a 828 mD para dimensão  $200^3$ .

#### Cálculo da permeabilidade do P320\_K642 usando estruturas 3D reconstruídas pelo método das esferas sobrepostas

Adicionalmente, foram realizadas algumas simulações com estruturas 3D geradas com o método das esferas sobrepostas, os resultados são apresentados na Tabela 7.13.

Tabela 7.11: Efeito da dimensão da imagem sobre a permeabilidade de representações do P320\_K642, geradas com gaussiana truncada usando  $n=2$ .

k-exp	Dimensão	k-gcs	Dimensão	k-gcs	M
642	N=150	864	<b>N=200</b>	828	M3

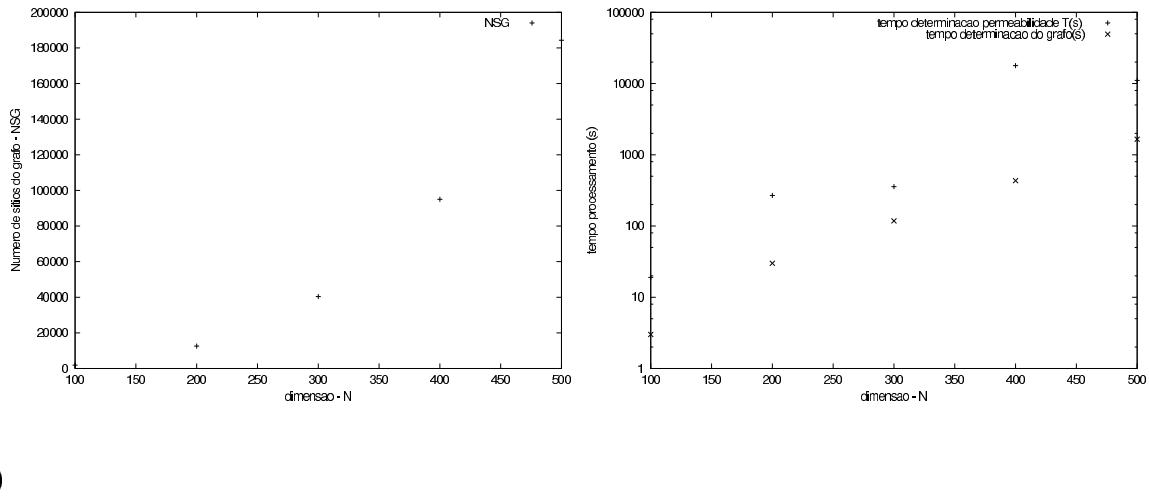
Os tempos para determinação do grafo foram: 3 segundos para imagem  $100^3$ , 30 segundos para imagem  $200^3$ , 118 segundos para imagem  $300^3$ , 443 segundos para imagem  $400^3$ , 1657 segundos para imagem  $500^3$ .

O tempo de processamento da determinação da permeabilidade para imagem  $100^3$  foi de 19 segundos, para imagem  $200^3$  foi de 269 segundos, para imagem  $300^3$  foi de 357 segundos, todos extremamente rápidos. Para imagem  $400^3$  o tempo foi de 17881 segundos e para imagem com dimensão  $500^3$  o tempo de processamento foi de 11073 segundos.

Verificou-se que a alteração nas dimensões, não altera de forma significativa os resultados de permeabilidade.

A Figura 7.2 (a) mostra o número de sítios do grafo (NSG) em função da dimensão da imagem (N). Naturalmente, o número de sítios do grafo (NSG) cresce numa relação direta com  $N^3$ , visto que os sítios são determinados plano a plano. A Figura 7.2 (b) mostra o tempo de processamento para determinação do grafo (grafo(s)) e da permeabilidade (T(s)) em função da dimensão da representação 3D, observe que no eixo do tempo de processamento a escala é logarítmica.

Figura 7.2: Em (a) o número de sítios do grafo em função da dimensão da representação. Em (b) os tempos de processamento em função da dimensão da representação.



(a)

(b)

**Discussão:** A Figura 5.10 mostra a função distribuição de tamanho de poros de um conjunto de representações do P320\_K642. Para representações obtidas com o método da gaussi-

ana truncada, foi selecionado fator de amplificação 2, cuja simulação apresentou uma permeabilidade de 828 mD. Novamente, o uso de  $n=2$  implica em um aumento da discretização e da permeabilidade.

Para a representação obtida com o método das esferas sobrepostas e  $N=200$ , o resultado é de 444 mD. A subestimação da permeabilidade se deve a geração de um excesso de objetos com baixo diâmetro.

Deve-se ressaltar, para o presente caso, a qualidade da representação tridimensional gerada com o método das esferas sobrepostas, a concordância das curvas é muito boa.

Tabela 7.13: Permeabilidade de representações do P320\_K642 (esf.  $n=1$ ,  $N=100$  a  $N=500$ ).

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T (s)	M
100	642	375	1880	3	19	M3
200	642	444	12581	30	269	M3
300	642	447	40371	118	357	M3
400	642	428	95018	433	17881	M3
500	642	461	184339	1657	11073	M3

## 7.4 Resultados para P238\_K145

Os resultados de permeabilidade obtidos para imagem P238\_K145 estão na Tabela 7.15. Para imagem com  $n=3$   $N=150$  a permeabilidade é de 226 mD, para  $n=3$   $N=300$  a permeabilidade é de 303 mD. Novamente a permeabilidade é superestimada em função do uso de  $n=3$ .

A melhor representação, selecionada no capítulo 4, é obtida com gaussiana truncada com  $n=2$ , para a qual a permeabilidade obtida foi de 208 mD. Para representação obtida com o método das esferas sobrepostas com  $n=1$ , a permeabilidade é de 136 mD.

Tabela 7.15: Resultados de permeabilidade para representações do P238\_K145.

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T(s)	M
esf $n=1$ $N=300$	145	136	8877	26	1634	M3
gt $n=2$ np=72 $N=300$	145	208	67462	385	5253	M3
gt $n=3$ np=72 $N=150$	145	226	27149			M3
gt $n=3$ np=72 $N=300$	145	303	98085	531	7311	M3

## 7.5 Resultados para P262\_K70

Os resultados de permeabilidade obtidos para imagem P262\_K70 estão na Tabela 7.16.

**Discussão.** As representações obtidas com o método das esferas sobrepostas não foram simuladas por apresentarem uma baixa concordância das curvas de distribuição de tamanho de poros (Figura 4.34 (b)).

Observe na Figura 4.9 que o melhor fator de amplificação é 3 e que  $N=100$  preserva a função distribuição de tamanho de poros. Para  $n=3$   $np=60$   $N=100$ , a permeabilidade de 75 mD deve ser analisada com cuidado, pois esta representação apresenta uma perda de porosidade elevada (de 18.34% para 14.27%), que parece ser compensada pela discretização. Para  $n=3$   $np=60$   $N=200$ , a perda de porosidade de 18.89% para 16.8% (diferença de 11%) é aceitável, o valor de permeabilidade é superestimado em função da discretização.

Tabela 7.16: Resultados de permeabilidade para representações do P262\_K70.

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	T(s)	M
$n=3$ $np=60$ $N=100$ double	69.7	75	4189	191	M3
$n=2$ $np=72$ $N=150$ double	69.7	74	23135	9387	M3
$n=3$ $np=60$ $N=200$ double	69.7	157	33534	2693	M3

## 7.6 Resultados para P275\_K316

Os resultados de permeabilidade obtidos para imagem P275\_K316 estão na Tabela 7.17. Para imagem  $300^3$  reconstruída com double  $n=3$   $np=72$   $N=300$  a permeabilidade é de 408 mD. Para  $n=4$   $np=72$   $N=300$  a permeabilidade é de  $k=838$  mD.

Tabela 7.17: Resultados de permeabilidade de representações do P275\_K316.

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T(s)	M
$n=3$ $np=72$ $N=300$ double	316	408	159829	1114	7190	M3
$n=4$ $np=72$ $N=300$ double	316	838	170209	2813	7800	M3
$n=6$ $np=72$ $N=300$ double	316	1773	219215	4008	19609	M3
esferas $n=1$ $N=200$	316	216	10191	28	882	M3
esferas $n=1$ $N=300$	316	193	33080	111	1452	M3
esferas $n=1$ $N=400$	316	210	74815	344	28761	M3

**Discussão:** A representação tridimensional obtida com o método da gaussiana truncada que melhor representa a rocha P275\_K316 tem  $n=4$  e dimensão  $N=300$ . Através da simulação

da permeabilidade desta representação obteve-se  $k=838$  mD, um valor superestimado em função da discretização. Para  $n=3$ , a permeabilidade obtida foi de 408 mD, um valor próximo do experimental que é de 316 mD. As representações obtidas com o método das esferas sobrepostas geram um excesso de objetos na faixa de  $10 \mu\text{m}$ , o que implica em subestimação da permeabilidade. Isto é confirmado para a representação com  $N=400$  em que a perda de porosidade conectada é muito pequena 0.52% e a permeabilidade de 210 mD.

## 7.7 Resultados para P223\_K154

Os resultados de permeabilidade obtidos para imagem P223\_K154 estão na Tabela 7.18.

Observe que foram realizadas duas simulações para imagem  $n=2$   $np=80$   $N=400$ , uma com a imagem original e outra com a imagem conectada em  $c_6$ . Para ambas a permeabilidade obtida foi de 26 mD, o que esta de acordo com o esperado. Entretanto o NSG passou de 197836 na imagem conectada para 545775 na imagem não conectada.

Através da análise geométrica, verificou-se que as representações obtidas com o método da gaussiana truncada tem elevada perda de porosidade na representação conectada. Como esperado, as permeabilidades são muito baixas, ficando em 26 mD.

Tabela 7.18: Resultados de permeabilidade para representações do P223\_K154, geradas com gaussiana truncada.

Imagen	k-exp	k-gcs	NSG	T(s)	M
$n=3$ $np=72$ $N=300$ double	154	6	113718	9795	M3
$n=2$ $np=80$ $N=400$ double con	154	26	197836	65924	M3
$n=2$ $np=80$ $N=400$ double	154	26	545775	65924	M3

Foram realizadas algumas simulações com estruturas 3D reconstruídas com o método das esferas sobrepostas, os resultados são apresentados na Tabela 7.19.

Os tempos para determinação do grafo foram: 3 segundos para imagem  $100^3$ , 24 segundos para imagem  $200^3$ , 94 segundos para imagem  $300^3$ , 251 segundos para imagem  $400^3$ , 668 segundos para imagem  $500^3$ , 2205 segundos para imagem  $600^3$ .

O tempo de processamento para imagem  $100^3$  foi de 78 segundos, para imagem  $200^3$  foi de 277 segundos, para imagem  $300^3$  de 6915 segundos, para imagem  $400^3$  de 18815 segundos, para imagem  $500^3$  de 4949 segundos e para imagem  $600^3$  de 164166 segundos(45h).

Novamente, a alteração nas dimensões não alterou de forma significativa os resultados de permeabilidade. Para representação com dimensão linear acima de  $200^3$  os valores de permeabilidade se estabilizam em torno de 85-94 mD.

**Discussão.** Para representação gerada com o método da gaussiana truncada e N=100, toda a porosidade é fechada e a imagem não é conectada. Mesmo com uso de N=300, a perda de porosidade é elevada, a porosidade passa de 12.77% para 4.38% (uma perda de 67%), o que descarta esta representação. O mesmo é válido para N=400. A permeabilidade obtida com as representações geradas com o método das esferas sobrepostas está na faixa de 85-94 mD, um valor abaixo do experimental em função da geração de um excesso de objetos pequenos (veja Figura 4.14).

Tabela 7.19: Resultados de permeabilidade para representações do P223\_K154 geradas com esferas sobrepostas.

Dimensão	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T (s)	M
$n=1$ N=100	154	33	1444	3	78	M3
$n=1$ N=200	154	94	7162	24	277	M3
$n=1$ N=300	154	87	23155	94	6915	M3
$n=1$ N=400	154	88	49580	251	18815	M3
$n=1$ N=500	154	90	96441	668	4949	M3
$n=1$ N=600	154	85	164702	2205	164166	M3

## 7.8 Resultados para P262\_K441

Os resultados de permeabilidade obtidos para representações tridimensionais do P262\_K441 estão na Tabela 7.21.

**Discussão.** O uso de fator de amplificação elevado,  $n=5$ , implica em uma superestimação dos valores de permeabilidade que é novamente compensado com a alta perda de porosidade. Para  $n=5$  np=75 N=200 a perda de porosidade é de 31% (15.66% -> 10.78%), Para  $n=3$  np=75 N=300 a perda de porosidade também é de 31% (15.56% -> 10.78%).

É importante observar que os valores de permeabilidade obtidos com N=200 e N=300 são praticamente iguais, 410 e 420 mD respectivamente.

Tabela 7.21: Resultados de permeabilidade para representações do P262\_K441, geradas com gaussiana truncada usando  $n=5$  np=75 .

Imagen	k-exp	k-gcs	NSG	M
N=100	441	60	1830	M3
N=200 double	441	410	27871	M3
N=300 double	441	420	95024	M3

## 7.9 Resultados para P148\_K2

Os resultados de permeabilidade obtidos para P148\_K2 estão na Tabela 7.22. Todas as simulações foram realizadas com estruturas 3D reconstruídas com o método das esferas sobrepostas.

**Discussão.** A Figura 4.37 mostra a função distribuição de tamanho de poros de duas representações da P148\_K2, ambas geradas com o método das esferas sobrepostas com  $N=400$  e  $N=600$ . Observe que  $N=400$  apresenta os mesmos resultados de  $N=600$ .

O valor de permeabilidade simulada para representação com dimensão  $400^3$  é de 1.7 mD, o valor experimental é de 1.8 mD. Na região entre 10 e 20  $\mu\text{m}$  a representação 3D tem um excesso de objetos que tende a superestimar a permeabilidade que é compensado em parte pela perda de porosidade na representação conectada que é de 21% para  $N=400$ .

O tempo para geração do grafo foi de 410 segundos e o tempo total para a determinação da permeabilidade de 113.6h. O tempo extremamente elevado, se deve as baixas condutâncias e a baixa conectividade do meio, o que provoca um lenta propagação das informações de pressão.

Tabela 7.22: Resultado de permeabilidade para representação do P148\_K2, gerada com esferas sobrepostas.

Imagen	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T(s)	M
esf $n=1$ , $N=400$	1.8	1.7	48178	410	409076	M3

## 7.10 Resultados para P240\_K104

Os resultados de permeabilidade obtidos para rocha reservatório P240\_K104 estão na Tabela 7.23.

**Discussão.** A Figura 4.38 mostra a função distribuição de tamanho de poros de cinco representações da lâmina P240\_K104, duas geradas com o método das esferas sobrepostas e três geradas com o método da gaussiana truncada. A melhor representação é obtida com esferas sobrepostas, usando  $n=1$ .

A permeabilidade da representação obtida com esferas sobrepostas ( $n=1$ ,  $N=300$ ) é de 142 mD, um valor próximo do valor experimental que é de 104 mD.

O tempo para geração do grafo foi de 284 segundos e o tempo total para determinação da permeabilidade de 4195 segundos.

Tabela 7.23: Resultados de permeabilidade para representações do P240\_K104.

Imagen	k-exp	k-gcs	NSG	grafo(s)	T(s)	M
esferas $n=1$ N=300	104	143	103385	284	4195	M3
gt $n=1$ np=40 N=300	104	49	114705	427	14424	M3
gt $n=2$ np=40 N=300	104	109	169682	1117	-	M3

## 7.11 Resultados para Berea 200

Apresenta-se nesta seção os resultados de permeabilidade para representações do Berea 200.

A Figura 7.3 (a) apresenta as funções autocorrelação e a Figura 7.3 (b) as funções distribuições de tamanhos de poros para representações do Berea 200. A melhor concordância ocorre para representação obtida com o método da gaussiana truncada usando  $n=2$ .

A Tabela 7.24 apresenta as porosidades das representações do Berea 200.

Os resultados de permeabilidade estão na Tabela 7.25. Como esperado,  $n=1$  subestima a permeabilidade, tanto para representação gerada com o método da gaussiana truncada (35 mD) como para representação gerada com o método das esferas sobrepostas (86 mD). Quando  $n=2$ , a representação obtida com gaussiana truncada e N=200 tem permeabilidade de 155 mD. A mesma representação gerada a partir de uma imagem bidimensional que sofreu aplicação do filtro passa baixa, tem uma permeabilidade de 157 mD. A representação gerada com  $n=2$  np=60 e N=300 tem uma permeabilidade de 157 mD, o mesmo valor obtido quando se usa N=200.

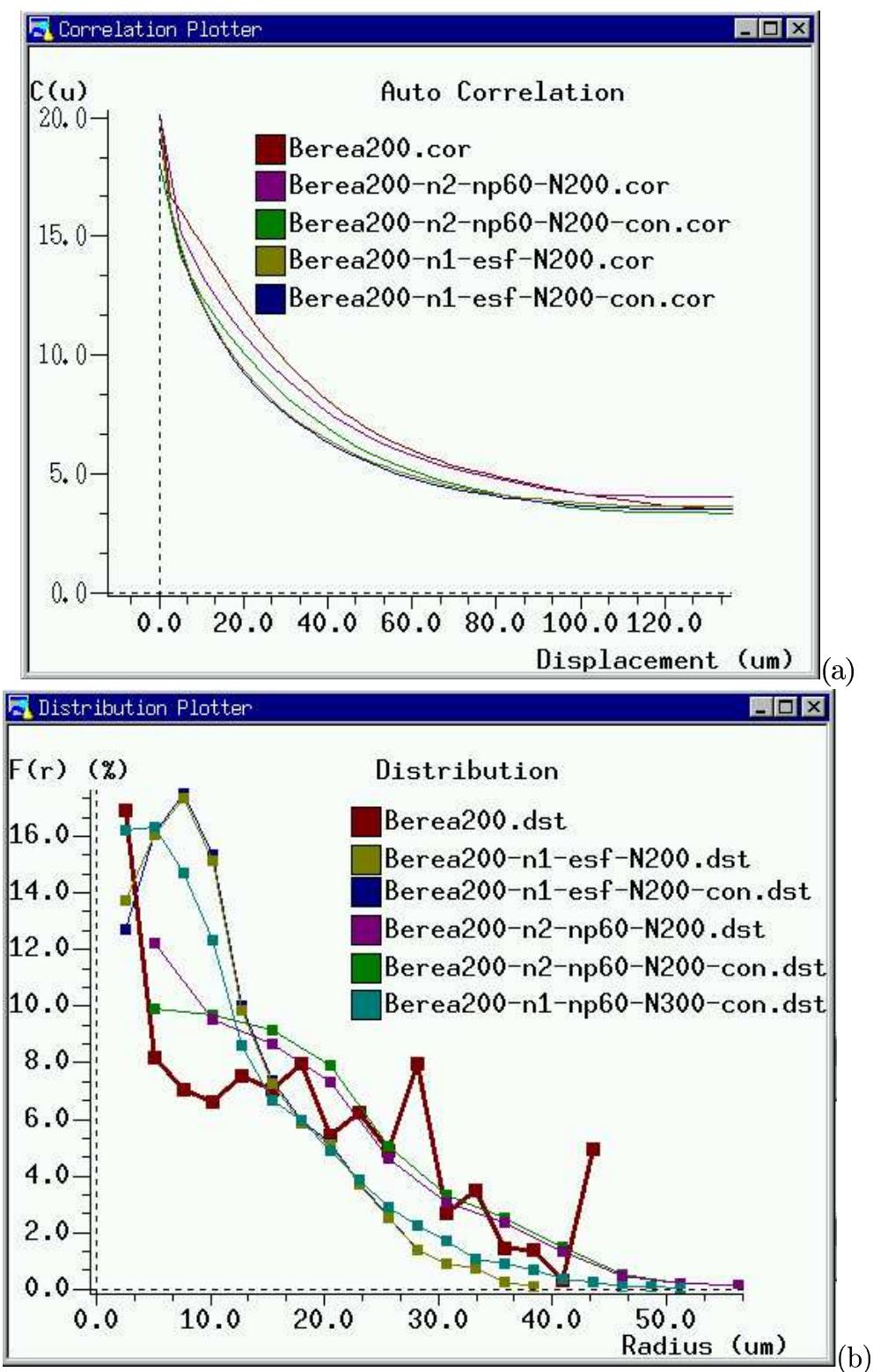
Tabela 7.24: Porosidade total e conectada de representações do Berea 200.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
$n=2$ np=60 N=200 double	20.09	18.00	2.09	10.4
$n=1$ np=60 N=300 double	21.09	19.62	1.47	6.97
$n=1$ esf N=200 double	19.61	19.30	0.31	1.58

Tabela 7.25: Efeito da aplicação do filtro passa-baixa sobre os valores de permeabilidade para representações do Berea 200.

Imagen	k-exp	k-gcs	NSG	M
$n=1$ np=60 N=300	200	35	44234	M3
esferas $n=1$ N=200	200	86	12300	M3
$n=2$ np=60 N=200 lp	200	157	16474	M3
$n=2$ np=60 N=200	200	155	17334	M3
$n=2$ np=60 N=300	200	157	59206	M3

Figura 7.3: Função autocorrelação e distribuições de tamanhos de poros de representações do Berea 200.



## 7.12 Comparação dos Resultados de Permeabilidade Obtidos Com o Método do Grafo de Conexão Serial, Com os Métodos do Esqueleto, de Gás em Rede e de Rede de Percolação

Apresenta-se nesta seção uma comparação dos resultados de permeabilidade obtidos com o método do grafo de conexão serial [k-gcs], com os métodos de gás em rede [k-LG] de Santos *et al.*(2000), do esqueleto [k-ske]<sup>1</sup> de Liang *et al.*(1997) e de rede de percolação [k-rede] cujos dados foram extraídos de De Gasperi (1999).

Veja na Tabela 7.26 os resultados.

Para rocha P275\_K316 os melhores resultados são obtidos com os métodos de gás em rede e do grafo de conexão serial, os valores de permeabilidade 290 mD e 286 mD estão muito próximos do experimental de 316 mD.

Para rocha P223\_K154 o melhor resultado é obtido com o método de rede de percolação, o valor de permeabilidade 140 mD está muito próximo do experimental de 154 mD. Esta é uma imagem cuja representação tridimensional de qualidade é difícil de ser obtida, pois a mesma tem um comprimento de correlação elevado. A representação obtida com o método da gaussiana truncada forneceu uma permeabilidade de apenas 26 mD. Para representações geradas com esferas sobrepostas, a permeabilidade ficou na faixa de 85-94 mD.

Para rocha P238\_K145 a permeabilidade experimental é de 145 mD e os melhores resultados de permeabilidade simulados são obtidos com os métodos de gás em rede 170 mD e de rede de percolação 112 mD.

Para rocha P262\_K441, o método do grafo de conexão serial obteve o melhor resultado de permeabilidade 410 mD sendo a experimental de 441 mD. O método de gás em rede obteve o valor de 368 mD.

Para rocha Berea 500 que tem uma permeabilidade experimental de 500 mD, o método de gás em rede obteve o melhor resultado de permeabilidade, 509 mD. O método do grafo de conexão serial obteve para representações geradas com gaussiana truncada um valor de 772 mD e para representações geradas com o método das esferas sobrepostas um valor de 342-406 mD.

Para rocha Berea 200, k-exp=200 mD, o método de gás em rede apresentou o melhor resultado, 213 mD, contra 157 mD do método do grafo de conexão serial.

A rocha P320\_K642 tem permeabilidade experimental de 642 mD e o melhor resultado de permeabilidade simulada (611 mD) é obtido com gás em rede. O método do grafo de conexão

---

<sup>1</sup>Valores determinados usando Imago 1.06 na máquina titanio (processador Pentium 333Mhz com 500 Mb ram).

serial obteve uma permeabilidade de 828 mD para representação tridimensional obtida com o método da gaussiana truncada e 428-461 mD para representações tridimensionais obtidas com o método das esferas sobrepostas.

Para rocha P262\_K70, que tem permeabilidade experimental de 69.7 mD. O método de gás em rede obteve uma permeabilidade de 60 mD, contra 75 mD do método do grafo de conexão serial e 106 mD do método de rede de percolação.

As representações P240\_K104 e P148\_K2 só foram simuladas com o método do grafo de conexão serial e obtiveram bons resultados. As permeabilidades foram 109-143mD e 1.7mD, respectivamente.

Em todos os casos, o método do esqueleto, de Liang (1997) apresentou resultados ruins, sempre subestimando a permeabilidade.

O método do grafo de conexão serial apresentou resultados muito satisfatórios. De uma maneira geral, os valores de permeabilidade estão bastante próximos dos experimentais, fornecendo uma boa e rápida estimativa da permeabilidade.

Sua maior vantagem é a capacidade de determinar a permeabilidade de imagens com grande comprimento de correlação e/ou baixa porosidade, estas imagens deverão ser reconstruídas utilizando-se o método de reconstrução das esferas sobrepostas. Poderão, se necessário, ser geradas com grande dimensão linear  $N > 300$  e ser simuladas em computadores com pouca memória.

Tabela 7.26: Comparaçao dos resultados de permeabilidade (mD) obtidos pelo método do grafo de conexão serial (k-gcs), com os métodos do esqueleto (k-ske), de gás em rede (k-LG) e de rede de percolação (k-rede).

Imagen	k-exp	k-ske	k-rede	k-LG	k-gcs	k-gcs
					gaussiana	esferas
Lâmina P275_K316	316	67	100	290	286	-
Lâmina P223_K154	154	0	140	50	26	85-94
Lâmina P238_K145	145	14	112	170	208	-
Lâmina P262_K441	441	84	311	368	410	-
Lâmina Berea 500	500	15	-	509	772	342-406
Lâmina Berea 200	200	-	-	213	157	-
Lâmina P320_K642	642	34	-	611	828	428-461
Lâmina P262_K70	69.7	4	106	60	75	-
Lâmina P240_K104	104	-	-	-	109	143
Lâmina P148_K2	1.8	-	-	-	-	1.7



# Capítulo 8

## Conclusões

Desenvolveu-se um estudo sobre as representações tridimensionais obtidas com os métodos de reconstrução da gaussiana truncada e das esferas sobrepostas, que resultou em um conjunto de critérios para a adequada seleção das representações tridimensionais a serem usadas na predição de propriedades da estrutura porosa. Desenvolveram-se novos algoritmos para a rotulagem e a verificação da conectividade de imagens tridimensionais e novos algoritmos para a determinação das configurações de equilíbrio em processos bifásicos de invasão de fluidos, e sua validação, através da comparação de resultados simulados com dados experimentais fornecidos pelo CENPES/PETROBRAS. Apresentou-se novo modelo para a determinação da permeabilidade, denominado *método do grafo de conexão serial*, que se mostrou suficientemente preciso e rápido para a estimativa da permeabilidade. Sendo ainda único, na determinação da permeabilidade de representações tridimensionais com grande comprimento de correlação e/ou baixa porosidade.

**Sobre a Representação Tridimensional.** A predição de propriedades hidráulicas de meios porosos a partir de representações de sua microestrutura é um tema de grande interesse.

Um melhor entendimento das representações tridimensionais só ocorreu quando um grande número de imagens e representações foram estudados, o que evidencia a necessidade de se trabalhar com um conjunto representativo de dados.

A avaliação aqui realizada, define o método da *gaussiana truncada* como adequado para geração de representações tridimensionais de meios porosos com alto grau de desordem. Meios com comprimento de correlação elevados e meios fissurados, não conseguem boa representação com este método. O mesmo ocorre para meios com comprimento de correlação baixo mas altamente organizados (como um conjunto de pequenas esferas). Adicionalmente, o uso de precisão dupla na determinação da FFT, necessidade esta constatada através destes estudos, implica em uma elevação das necessidades computacionais do método. Foi verificado que o método da

gaussiana truncada não consegue, na maioria dos casos, gerar representações adequadas com fator de amplificação baixo, o que é importante para a determinação dos fatores de forma, das configurações de equilíbrio e das curvas de permeabilidade relativa. De um modo geral, com o aumento da dimensão, a perda da porosidade conectada é menor.

Embora o número de representações obtidas e de rochas analisadas com o *método de reconstrução das esferas sobrepostas* seja pequeno, os resultados obtidos são otimistas. As principais vantagens do método são: i) a capacidade de gerar representações com alto comprimento de correlação e/ou baixa porosidade. ii) a capacidade de gerar representações com grande dimensão linear com baixo consumo de memória e grande velocidade. iii) a preservação da conectividade da representação obtida em  $c_6$ .

A seleção da melhor representação tridimensional através dos critérios apresentados: análise dos planos da representação tridimensional, análise da representatividade da imagem através da visualização 3D, definição do melhor fator de amplificação através da comparação das curvas de autocorrelação e distribuição de tamanho de poros e a definição da dimensão da imagem considerando a relação das porosidades ( $\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o}$ ), fornecem os instrumentos adequados para a correta seleção da melhor representação da estrutura porosa.

**Sobre as configurações de equilíbrio (curvas de intrusão de mercúrio).** Foi desenvolvido e validado um módulo computacional destinado ao engenheiro de petróleo na análise da invasão de fluidos em estruturas porosas e na determinação do comportamento capilar água-óleo de rochas reservatório.

As curvas de intrusão de mercúrio simuladas, apresentam boa concordância com as experimentais. Quando não for viável a realização dos experimentos de intrusão de mercúrio, ou mesmo para reduzir o número destes ensaios, pode-se utilizar a metodologia das configurações de equilíbrio, isto é, o módulo computacional desenvolvido, para a determinação das curvas de intrusão de mercúrio.

Foi constatado que bons resultados estão vinculados a preservação dos objetos que formam o caminho crítico nas imagens bidimensionais, ou seja, na obtenção de imagens com resolução adequada.

**Considerações a respeito dos diversos modelos de determinação da permeabilidade.** Os modelos empíricos não conseguem uma boa estimativa da permeabilidade em função da excessiva simplificação adotada. O mesmo ocorre com modelos de redes de percolação não correlacionados e com os modelos estatísticos.

O modelo do esqueleto se mostrou inadequado em função do grande número de sítios criados, provocando uma sub-estimação dos resultados de permeabilidade.

O modelo de volumes finitos pode ser utilizado em meios porosos com geometrias simples (preferencialmente simétricas) e quando se deseja um estudo detalhado dos escoamentos (informações de linhas de corrente, recirculação), entretanto, estão limitados a representações de baixa dimensão linear em função das limitações computacionais de memória e tempo de processamento.

Os modelos de gás em rede tem apresentado excelentes resultados e podem ser facilmente utilizados em meios porosos com qualquer geometria (também fornecem os campos de velocidade e de pressões). De um modo geral, conseguem simular representações maiores que aquelas utilizadas nos modelos de volumes finitos e menores que as utilizadas no modelo do grafo de conexão serial.

**Sobre o método de determinação da permeabilidade com uso do grafo de conexão serial.** O *método de determinação da permeabilidade com uso do grafo de conexão serial*, apresentou resultados de permeabilidade bastante satisfatórios. Acredita-se que isto ocorre porque o método leva em conta as informações morfológicas (o raio hidráulico) e topológicas (as conexões), além de preservar a correlação do meio e seus detalhes, ou seja, considera as reduções e ampliações das seções dos objetos e as mudanças de direção do escoamento.

Com *fator de amplificação* 1 os resultados obtidos foram subestimados, mas estão próximos dos experimentais. O uso de fator de amplificação 2 implica em um aumento da discretização e dos valores de permeabilidade, mas, em um nível aceitável. Representações com fator de amplificação acima de 2 devem ser analisados com muito cuidado, pois conduzem, na maioria dos casos, a estimativas grosseiras da permeabilidade. De fato, a precisão no cálculo da permeabilidade é bastante influenciada pela *fidelidade da representação tridimensional*.

Na maioria dos casos os resultados de permeabilidade obtidos com o método do grafo de conexão serial sobre representações obtidas com o método das esferas sobrepostas são subestimados. Acredita-se que isto ocorra em função da forma dos poros gerados pelo método das esferas sobrepostas. Como o método gera a fase sólida usando esferas, os poros serão sempre objetos com uma forma cuneiforme (côncavos), provocando um aumento do perímetro e consequente redução da condutância.

O método do grafo de conexão serial tem baixo custo computacional é rápido e consome pouca memória. Embora baseado num modelo simplificado de condutâncias hidráulicas por seções seriais, o método apresentado é suficientemente preciso e encontra aplicação natural na determinação da permeabilidade intrínseca de rochas com alto comprimento de correlação e/ou baixa porosidade (representações 3D de grande dimensão linear).

## Sugestões para trabalhos futuros

- desenvolvimento e validação de algoritmo para determinação das curvas de permeabilidade relativa.
- desenvolvimento e validação de algoritmo para determinação das curvas de histerese em processos de embebição e drenagem.
- implementação dos algoritmos utilizando a tecnologia de processamento paralelo usando *clusters de computadores*, descrita em Ridge *et al.*(1995), Sterling *et al.*(1995), Resche *et al.*(1996), e as bibliotecas PVM, MPI e threads.
- desenvolvimento de modelo para o cálculo de  $D_\theta$  (difusividade mássica), utilizando a metodologia de determinação das configurações de equilíbrio.
- desenvolvimento de modelos e algoritmos para avaliação da dinâmica de membranas na interface vapor-líquido.
- é necessário analisar melhor a relação entre a porosidade experimental a gás ( $\varepsilon_g$ ) e a porosidade ótica ( $\varepsilon_o$ ). Mesmo considerando as diferenças de escala, a perda de porosidade tem sido muito elevada.
- testar o cálculo das condutâncias entre os sítios, usando a comparação com modelos de gás em rede e com dados da imagem de distância ao fundo.
- utilizar a metodologia do grafo de conexão serial em outros campos do conhecimento (térmicos, reações químicas, etc..).
- fazer um estudo completo da relação entre Ry e Rz, eliminando a correção da aproximação de Ry para Ry > 0.9. Verificar o comportamento das novas representações e os efeitos nos resultados de intrusão de mercúrio e de permeabilidade

# Referências Bibliográficas

- [1] ADLER P.M. “*Porous Media: Geometry and Transports*”. Butterworth-Heinemann, New York, 1992.
- [2] ADLER P.M; JACQUIN C.G; QUIBLIER J.A. “*Flow in Simulated Porous Media*”. **Int. J. Multiphase Flow**, v.16, p.691-712, 1990.
- [3] BEAR J. “*Dinamics of Fluids in Porous Media*”. American Elsevier, New York, 1922.
- [4] BJARNE STROUSTRUP. “*C++ A Linguagem de Programação*”. Bookman, 3ed, São Paulo, 2000.
- [5] BRAKEL V. J; MODRY S; SVATA M. “*Mercury Porosimetry: State of the Art*”. **Powder Technology**, v.29, p.1, 1981.
- [6] BROADBENT S.R. & HAMMERSLEY. “*Percolation Processes I: Crystals and Mazes*”. **Journal of the American Chemical Society**, v.73, p.629-641, 1957.
- [7] BERRYMAN J.G & BLAIR S.C. “*Use of Digital Image Analysis to Estimate Fluid Permeability of Porous Material: Application of Two-Point Correlation Functions*”. **J.Appl.Phys**, v.60, pp.1930-1938, 1986.
- [8] BUENO A.D. “*Transferência de Calor e Umidade em Telhas: Simulação e Análise Experimental*”. **Dissertação de Mestrado**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.
- [9] BUENO A.D. “*Apostila de Programação Orientada a Objeto*”. **Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas dos Materiais**, Florianópolis, 1997.
- [10] BUENO A.D. “*Relatório Técnico Individual*”, Projeto: RHAE- Métodos e Software de Análise de Imagens Aplicados a Recuperação de Petróleo. Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas dos Materiais, Florianópolis, 1998.
- [11] BUSCH D. “*Scanner para IBM PC*”. LTC, Rio de Janeiro, 1992.

- [12] CAPUTO H.P. “*Mecânica dos Solos e Suas Aplicações*”. Livros Técnicos e Científicos, 4º ed., v.1, São Paulo, 1987.
- [13] CASTLEMAN K.R. “*Digital Image Processing*”. Prentice Hall, London, 1979.
- [14] COI-LIB 2.0. “*Programing Manual*”, version 2.0 beta8, 2000.
- [15] COI-LIB 2.0. “*Reference Manual*”, version 2.0 beta8, 2000.
- [16] CUNHA NETO J.A.B. “*Transport D’Humidité en Matériau Poreux en Présence D’un Gradient de Température. Caractérisation Expérimentale D’un Béton Cellulaire*”. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1992.
- [17] CUNHA NETO J.A.B. “*Comunicações Pessoais*”. Florianópolis, 2001.
- [18] COSTER M & CHERMANT J.L. “*Precis D Analyse D Images*”. PRESSES DU CNRS, Paris, 1989.
- [19] COCQUEREZ J.P & PHILIPPI S. “*Analyse D Images: Filtrage et Segmentation*”. MAS-SON, Paris, 1995.
- [20] COLES M.E; HASLETT R.D; SPANNE P; SOLL W.E; MUEGGE E.L; JONES K.W. “*Pore Level Imaging of Fluid Transport Using Syncrotron X-ray microtomography*”. JPSE, v19, p.55-63, 1998.
- [21] DAIAN J.F. “*From Pore-Size Distribution To Moisture Transport Properties: Particular Problems For Large Pore-Size Distributions*”. IDS’92. 8<sup>th</sup> Int. Drying Symp, p.19, Montreal, 1992.
- [22] DAMIANI M.C; FERNANDES C.P; BUENO A.D; SANTOS L.O. E; CUNHA NETO J.A.B; PHILIPPI P.C., *Predicting Physical Properties of Reservoir Rocks from the Microstructural Analysis of Petrographic Thin Sections*. Producción 2000 / Aplicaciones de la ciencia en la ingeniería de petróleo, Puerto Iguazu, 5/2000.
- [23] DE VRIES D.A. “*Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media*”. Transaction American Geoquimical Union, v.39, N° 8, p.909-916, 1958.
- [24] DE GASPERI P.M.S. “*Estimativa de Propriedades Petrofísicas Através da Reconstrução 3D do Meio Poroso a Partir da Análise de Imagens*”. Universidade Estadual de Campinas., 148p, Campinas, 1999.
- [25] DULLIEN F.A.L. “*Porous Media - Fluid Transport and Pore Structure*”. Academic Press, San Diego, 1992.

- [26] DEITEL & DEITEL. “*C++ How To Program*”. Prentice Hall, 2nd ed, 1997.
- [27] EVERET D.H. & HAYNES J.M. “*Model Studies of Capillary Condensation I. Cylindrical Pore Model with Zero Contact Angle*”. **Journal of Coloidal and Interface Science**, v.38, Nº 1, 1972.
- [28] FACON J. “*Morfologia Matemática: Teoria e Exemplos*”. PUC PR, Curitiba, 1996.
- [29] FERNANDES C.P. “*Estudo dos Processos de Condensação e Migração de Umidade em Meios Porosos Consolidados. Análise Experimental de uma Argamassa de Cal e Cimento*”. **Dissertação de Mestrado**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1990.
- [30] FERNANDES C.P. “*Caracterização Morfotopológica de Espaços Porosos: Reconstituição Multiescala e Simulação de Processos de Invasão de Fluidos não Molhantes*”. **Tese de Doutoramento**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- [31] FERNANDES C.P; PHILIPPI P.C; DAIAN J.F; MAGNANI F.S. “*Simulação de Processos em Estruturas Porosas Reconstituídas. Parte II: Sistemas Multiescalas*”. **Proceedings of the XXII Meeting on Porous Media**, Edited by José Vladimir de Oliveira, p.85-92, 1995.
- [32] FERNANDES C.P; MAGNANI F.S; PHILIPPI P.C; DAIAN J.F. “*Multi-scale Geometrical Reconstitution of Porous Structures*”. **Physical Review E**, v.54, p.1734-1741, Edited by Irwin Oppenheim, 1996.
- [33] GOMES J. & VELHO L. “*Computação Gráfica :Imagem*”. INPA-SBM, RJ, 1994.
- [34] GONZALES R. C. & WOODS R. “*Digital Image Processing*”. Addison-Wesley, 1993.
- [35] HAMMERSLEY J.M. “*Origins of Percolation Theory*”. **Anais of the Israel Physical Society**, v.5, 1983.
- [36] HAZLETT R.D. “*Simulation of Capillary-Dominated Displacements in Microtomographic Images of Reservior Rocks*”. **Transport in Porous Media**, v.20, p.21-35, 1995.
- [37] HELSTROM C.W. “*Probability and Stochastic Processes for Engineers*”. Macmillan, 1984.
- [38] HILDEBRAND F.B. “*Introduction to Numerical Analysis*”. Dover, Toronto, 1987.

- [39] HOSHEN J. & KOPELMAN R. "Percolation and Cluster Distribution. I. Cluster Multiple Labeling Technique and Critical Concentration Algorithm". **Physical Review B**, v.14, N° 8, p.3438-3445, 1976.
- [40] HWEI P.H. "Applied Fourier Analysis". **Harcourt Brace**, Sam Diego, 1984.
- [41] IOANNIDIS M & CHATZIS I. "Network Modeling of Pore Structure and Transport Properties of Porous Media". **Chem. Eng. Sci**, v.48, p.951-972, 1993.
- [42] IOANNIDIS M.A; KWIECIEN M.J; CHATZIS I. "Computer Generation and Application of a 3-D Model Porous Media: From Pore-Level Geostatistics to the Estimation of Formation Factor". **Petroleum Computer Conference**, Houston, 1995.
- [43] IOANNIDIS M.A; KWIECIEN M.J; CHATZIS I. "Statistical Analysis of The Porous Microstructure as a Method for Estimating Reservoir Permeability". **J.Pet.Sci.Eng**, v16, pp.251-261, 1996.
- [44] JOSHI M.Y. "A Class of Stochastic Models for Porous Media". **Ph.D. Thesis, University of Kansas**, Lawrence, U.S.A, 1974.
- [45] KOPLIK J; LIN C; VERMETTE M; "Conductivity and Permeability From Microgeometry". **J. Appl. Phys**, v.56, p.3127-3131, 1984.
- [46] KWIECIEN M.J; MACDONALD I.F; DULLIEN F.A.L. "Three Dimensional Reconstruction of Porous Media From Serial Section Data". **Journal of Microscopy**, v.159, p.343-349, 1990.
- [47] LIANG ZHIRONG. "Computer Generation and Application of 3-D Reconstructed Porous Structure: From 2-D Images to the Prediction of Permeability". **Tese de Doutorado**, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1997.
- [48] LIANG ZHIRONG; PHILIPPI P.C; FERNANDES C.P; MAGNANI F.S; "Prediction of Permeability of Porous Media Based on 3-D Pore Skeleton Network of Reconstructed Porous Structure". **Int. J. Multiphase Flow**, Rio de Janeiro, 1997.
- [49] LIANG ZHIRONG; PHILIPPI P.C; FERNANDES C.P; MAGNANI F.S. "A Reconstruction Technique For 3-D Porous Media Using Image Analysis And Fourier Transform". **Journal of Petroleum Science Engineering**, 1998.
- [50] LAM/MPI. *Parallel Computing Homepage*, Accessible on the internet at Worl Wide Web URL <http://www.mpi.nd.edu/lam/>.

- [51] MA C.M. “*A 3D Fully Parallel Thinning Algorithm for Generating Medical Faces*”, **Patt. Recog. Lett.**, v.16, p.83-87, 1995.
- [52] MA C.M. “*On Topology Preservation in 3D Thinning*”. **CVGIP: Image understanding**, v.59, p.328-339, 1994.
- [53] MAGNANI F.S. “*Determinação das Configurações de Equilíbrio em Meios Porosos Indefiníveis*”. **Tese de Doutoramento**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.
- [54] MAGNANI F.S; PHILIPPI P.C; LIANG Z; FERNANDES C.P; “*Modelling Two-Phase Equilibrium in Three-Dimensional Porous Microstructures*”. **Int. J. Multiphase Flow**, 2000.
- [55] MENDES N. “*Modelos Para Previsão da Transferência de Calor e de Umidade em Elementos Porosos de Edificações*”. **Tese de Doutoramento**. UFSC, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 1997.
- [56] MOSCHETTO C. “*Caractérisation de la Structure Poreuse des Matériaux par Analyse d'Images: Apport des Distances Discrètes à la Morphologie Mathématique*”. **Rapport de Stage**, Grenoble, 1991.
- [57] NEVES E.T. “*Curso de Hidráulica*”. **Ed. Globo**, 8°ed, Rio de Janeiro, 1960.
- [58] PAPOULIS A. “*Probability, Random Variables , and Stochastic Processes*”. **McGraw-Hill**, 1965.
- [59] PARKER J.R. “*Algorithms For Image Processing and Computer Vision*”. **John Wiley & Sons**, New York, 1997.
- [60] LIP J. R & de VRIES D.R. “*Moisture Movement in Porous Media Under Temperature Gradients*”. **Trans. Am. Geophysical Union**, v.38, p.222-232, April, 1957.
- [61] PHILIPPI P.C; YUNES P.R; FERNANDES C.P; MAGNANI F.S. “*The Microstructure of Porous Building Materials: Study of a Cement and Lime Mortar*”. **Transport in Porous Media**, v.14, p.219-245, 1994.
- [62] PHILIPPI P.C & SOUZA H.A. “*Modelling Moisture Distribution and Isothermal Trasfer in a Heterogeneous Porous Material* ”. **Int. J. Multiphase Flow**, v.21, p.667-691, 1995.
- [63] PHILIPPI P.C; FERNANDES C.P; BUENO A.D; SANTOS L.O. E; DAMIANI M.C; CUNHA NETO J.A.B. “*Relatório Técnico*”, Projeto: Estudo Para Predição de Permeabilidade a Partir de Análise de Imagens. **CTPETRO**, 1999.

- [64] PHILIPPI P.C. *Comunicações Pessoais.*, Florianópolis, 2001.
- [65] PHILIPPI P.C; MAGNANI F.S; BUENO A.D. “*Two Phase Equilibrium Distribution in Three- Dimensional Porous Microstructures*”. **Producción 2000 / Aplicaciones de la ciencia en la ingeniería de petróleo**, Puerto Iguazu , May 08-12 /2000 (a).
- [66] PHILIPPI P.C; DAMIANI M.C; FERNANDES C.P; BUENO A.D; SANTOS L.O. E; CUNHA NETO J.A.B. *Characterization of Reservoir Rocks from Image Analysis On Imago Software*. **Anais do Workshop - Aplicação da Informática à Engenharia - RECOPE-FINEP-** Sub-Rede Aplicação da Informática a Engenharia, Rio de Janeiro, Agosto 7-8-08 /2000 (b).
- [67] PIERITZ R.A. “*Desenvolvimento das Técnicas do Gráfico da Linha Mediana e da Binarização por Regiões Conexas Aplicadas à Caracterização Geométrica de meios Porosos*”. **Dissertação de Mestrado**. POSMEC/UFSC, 1994.
- [68] PIERITZ R.A & PHILIPPI P.C. “*The Generalised Median Line Graphics Technique in Porous Media Geometry Characterization*”. **Proceedings of International Conference on Quality Control by Artificial Vision**, p.110-118, Le Creusot, France, 1995.
- [69] PINTO N.L.S; HOLTZ A.C; MARTINS J.A; GOMIDE F.L.S. “*Hidrologia Basica*”. **Edgard Blucher**, São Paulo, 1976.
- [70] QUIBLIER J.A. “*A New Three Dimensional Modelling Technique for Studying Porous Media*”. **Journal of Colloidal and Interface Science**, v.98, p.84-102, 1984.
- [71] RABUSKE M.A. “*Introdução a Teoria dos Grafos*”, **Editora da UFSC.**, Florianópolis, 1992.
- [72] RIDGE D; BECKER D; MERKEY P; “*Beowulf: Harnessing the Power of Parallelism in a Pile-of-PCs*” ., **USRA Center of Excellence in Space Data and Information Sciences.**, 13p. Download off: cesdis.gsfc.nasa.gov. (<http://www.beowulf.org/>)
- [73] RESCHKE C; STERLING T; RIDGE D; SAVARESE D; BECKER D. “*A Design Study of Alternative Network Topologies for the Beowulf Parallel Workstation*”. **Proceedings of the Fifth IEEE Symposium on High Performance Distributed Computing (HPDC)**., August 1996.
- [74] RUMBAUGH, J; BLAHA. M; PREMERLANI. W; EDDY. F; LORENSEN.W; “*Object-Oriented Modeling and Design*”. Englewood Cliffs, NJ. **Prentice Hall**, 1991.

- [75] SAHIMI M; “*Flow Phenomena in Rocks: From continuum Models to Fractal, Percolation, Cellular Automata, and Simulating Annealing*”, *Reviews of Modern Physics*, vol.65, pp1393-1534,1993.
- [76] SANTOS L.O.E; PHILIPPI P.C; DAMIANI M.C. “*A Boolean Lattice Gas Method For Predicting Intrinsic Permeability of Porous Medias*”. **Produccion 2000 / Aplicaciones de la ciencia en la ingeniería de petróleo**, Puerto Iguazu , May 08-12 /2000.
- [77] SANTOS L.O.E; PHILIPPI P.C; FERNANDES C.P. . “*Reconstrução Tridimensional de Microestruturas Porosas com o Método das Esferas Sobrepostas*” Submetido ao ENCIT 2002 - 9th Brazilian Congress on Engineering and Thermal Sciences. 2002.
- [78] SANTOS L.O.E; PHILIPPI P.C; DAMIANI M.C; FERNANDES C.P. “*Using Three-Dimensional Reconstructed Microstructures For Predicting Intrinsic Permeability of Reservoir- Rocks Based on a Boolean Lattice Gas Method*”. **Subimited to Journal of Petroleum Science and Engineering-JPSE**. 2001.
- [79] SANTOS L.O.E. “*Desenvolvimento de Modelos de Gás em Rede Para Escoamentos Monofásicos e Bifásicos*”. **Tese de Doutoramento**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.
- [80] SERRA J. “*Image Analysis and Mathematical Morphology*”. Academic Press Limited, v.1-2, San Diego, 1982.
- [81] SHAMMAS N.C. “*C/C++ Mathematical Algorithms for Scientists & Engineers*”. MacGraw-Hill, New York, 1997.
- [82] SNEDDON I.N. “*Fourier Transform*”. Dover, New York, 1995.
- [83] SOUZA H.A. “*Estudo dos Processos de Fixação e Transferência Isotérmica de Umidade em Meios Porosos Heterogêniros*”. **Tese de Doutoramento**. POSMEC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1993.
- [84] SPANNE P; THOVERT J.F; JACQUIN C.J; LINDQUIST W.B; JONES K.W; ADLER P.M. “*Synchrotron Computed Microtomograph of Porous Media: Topology and Transports*”. **Phys. Rev. Lett**, v.73, p.2001-2004, 1994.
- [85] STAUFER D. “*Introduction of Percolation Theory*”. Editora Taylor & Francis, Londres, 1985.

- [86] STERLING T; BECKER D; SAVARESE D. “*BEOWULF: A Parallel Workstation for Scientific Computation*” , **Proceedings of the 1995 International Conference on Parallel Processing (ICPP)**., v1, p11-14, August 1995.
- [87] SINGH P & MOHANTY K.K., “*Permeability of Spatially Correlated Porous Media*” , **Chemical Engineering Science.**, v55 ., p5393-5403., 2000.
- [88] WALL G.C & BROWN R. J. C. “*The Determination of Pore-Size Distributions from Sorption Isotherms and Mercury Penetration in Interconnected Pores: The Application of Percolation Theory*”. **Journal of Colloid and Interface Science**, v.82, N° 1, July 1981.
- [89] YUNES P. “*Determinação da Distribuição de Poros de uma Argamassa de Cimento e Cal Usando as Isotermas de Equilíbrio e Dados de Microscopia Eletrônica*”. **Dissertação de Mestrado**. POSMEC, UFSC, Florianópolis,1993.
- [90] ZHAO Q.H; MACDONALD I.F; KWIECIEN M.J. “*Multi-Orientation Scanning: A Necessity in The Identification of pore Necks in Porous Media by 3-D Computer Reconstruction From* ” . **Journal of Colloid and Interface Science**, v162 ., p390-401., 1994.

# Apêndice A

## Modelagem Computacional do Grafo de Conexão Serial

Descreve-se neste apêndice a formulação orientada a objeto utilizada para descrição do grafo de conexão serial. São duas hierarquias, uma de objetos e grafos, a outra de métodos para determinação da permeabilidade.

A descrição usa termos e diagramas da área de modelagem orientada a objetos, brevemente descrita a seguir. Para maiores detalhes veja Runbaugh *et al.*(1994), Bueno (1997) [<http://www.lmpt.ufsc.br/~andre>].

### A.1 Sobre a Modelagem Orientada a Objetos

A presente seção surgiu em função da necessidade de se definir alguns conceitos da modelagem orientada a objetos, para que a leitura deste apêndice não fosse prejudicada.

A modelagem orientada a objeto é uma metodologia para o desenvolvimento de modelos, sejam eles conceituais, físicos, matemáticos, de engenharia ou mesmo computacionais. A modelagem orientada a objetos é antiga (~1960), embora sua utilização seja recente e tenha ocorrido através da programação orientada a objeto. Sua grande vantagem é permitir uma interação mais forte e íntima dos modelos físico-matemáticos com os modelos computacionais (deixando os algoritmos mais claros).

Recentemente a modelagem orientada a objeto ganhou uma versão unificada, denominada UML (Universal Modeling Language).

#### A.1.1 Etapas da modelagem orientada a objeto

A modelagem orientada a objeto é dividida nas seguintes etapas.

- **Especificação.** Definições básicos do modelo a ser desenvolvido, do que se quer.
- **Analise orientada a objeto.** Consiste em identificar os vários objetos e seus relacionamentos.
- **Projeto orientado a objeto.** Leva em conta as especificações dos equipamentos (ex: a plataforma onde o software vai ser desenvolvido) e um relacionamento mais forte dos modelos desenvolvidos com a implementação.
- **Implementação.** Implementação do software usando uma linguagem específica.
- **Testes.** Eliminação de problemas nos algoritmos.
- **Debug.** Eliminação de bug's diversos.

### A.1.2 Definições fundamentais

A UML tem um conjunto de definições para dar suporte a um número grande de casos, descreve-se a seguir a definição do que é um objeto. Além do conceito de objeto são estabelecidos conceitos de relacionamento de objetos (heranças, agregação, associação), que permitem modelar de diferentes maneiras a interação entre objetos.

*Um objeto* pode ser qualquer coisa que possa ser definida e que tenha atributos (ou propriedades, ou variáveis) e ações (funções, rotinas).

*Uma herança* é uma relação de descendência entre objetos. De uma maneira geral uma hierarquia tem um objeto base a partir do qual novos objetos são derivados.

A característica principal da herança é que o objeto derivado herda as propriedades e ações da classe base. Costuma-se designar uma herança ainda pelos termos generalização-especialização. Quando se sobe na hierarquia em direção a classe base esta se generalizando, quando se desce esta se especializando.

*Uma associação* estabelece uma ligação qualquer entre objetos, quando um objeto utiliza alguma informação ou função de outro.

*Uma agregação* estabelece uma relação em que um objeto tem outros.

## A.2 Aspectos Computacionais do Grafo de Conexão Serial

Apresenta-se nesta seção a formulação computacional do grafo de conexão serial, ou seja, a transição de um modelo conceitual para um modelo computacional, usando a modelagem orientada a objetos.

### A.2.1 Especificação

O grafo a ser definido deve trabalhar com diferentes tipos de objetos (Uma hierarquia de objetos). Esta necessidade surge dos conceitos da teoria da percolação, onde a rede é construída considerando-se sítios, ligações ou ainda sítios e ligações.

Cada objeto deve poder se conectar a outros objetos, sendo estes do mesmo tipo ou diferentes. Ou seja, um sítio pode se conectar a outro ou a uma ligação.

O grafo deve poder determinar as propriedades relacionadas as conexões dos objetos.

Os objetos do grafo devem poder armazenar uma propriedade (no caso as pressões) e devem ter uma relação com objetos de solução de sistemas de equações, para que os sistemas de equações formados pelo próprio grafo possam ser resolvidos.

Deve-se desenvolver uma metodologia para determinação da permeabilidade de representações do meio poroso utilizando o grafo.

### A.2.2 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TObjeto-Grafo

A análise orientada a objeto objetiva identificar os objetos e seus relacionamentos. Apresenta-se a seguir as hierarquias das classes TObjetoGrafo, TGrafo, e TPermeabilidade.

Antes de descrever os objetos do grafo é importante deixar claro que existem diferentes tipos de objetos do grafo e diferentes tipos de grafos.

Os primeiros objetos do grafo a serem modelados são aqueles oriundos da teoria da percolação, os mesmos são descritos a seguir.

**TSitio.** A Figura A.1 mostra os tipos de conexões suportadas por um objeto TSitio. Fazendo-se uma analogia com redes de percolação, com objetos TSitio pode-se ter uma rede de sítios em que cada sítio tem um número aleatório de conexões, veja exemplo na Figura A.2.

Figura A.1: Tipos de conexões suportadas por um objeto TSitio.

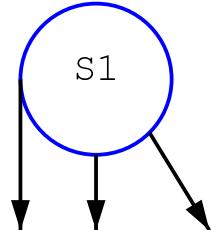
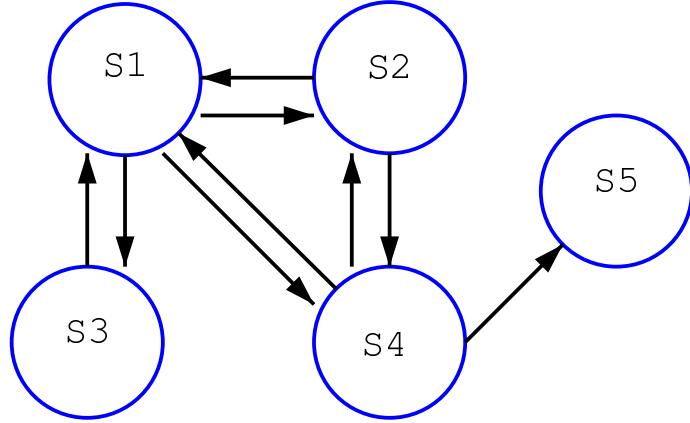


Figura A.2: Exemplo de rede com objetos TSitio.



**TLigacao.** A Figura A.3 mostra os tipos de conexões suportadas por um objeto TLigacao. Com objetos TLigacao pode-se ter uma rede de ligações em que cada objeto TLigacao tem um número aleatório de conexões, veja exemplo na Figura A.4. Observe que para objetos TLigacao, cada conexão tem dois ramos.

Com objetos TSitio e Tligacao pode-se montar uma rede de sítios e de ligações com número aleatório de conexões, veja exemplo na Figura A.5.

Figura A.3: Tipos de conexões suportadas por um objeto Tligacao.

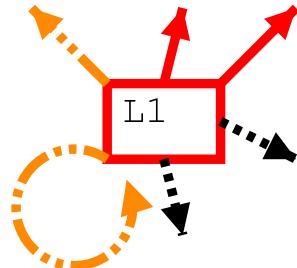
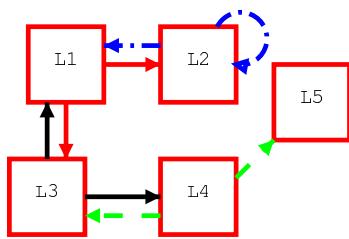
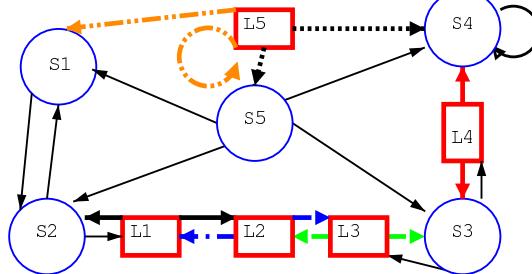


Figura A.4: Exemplo de rede com objetos Tligacao.



**TComponenteGrafo.** A Figura A.6 mostra os tipos de conexões suportadas por um TComponenteGrafo. Com TComponenteGrafo as possibilidades de modelagem das conexões são

Figura A.5: Exemplo de rede com objetos TSitio e Tligacao.



ilimitadas, um TComponenteGrafo pode se conectar a um número aleatório de objetos com número aleatório de conexões. Veja um exemplo de rede com TComponenteGrafo na Figura A.7.

Figura A.6: Tipos de conexões suportadas por um objeto TComponenteGrafo.

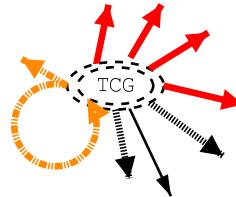
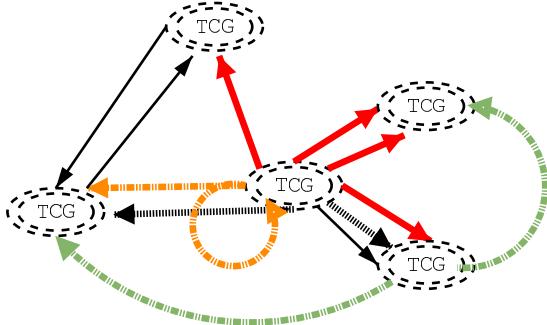


Figura A.7: Exemplo de rede com objetos TComponenteGrafo.

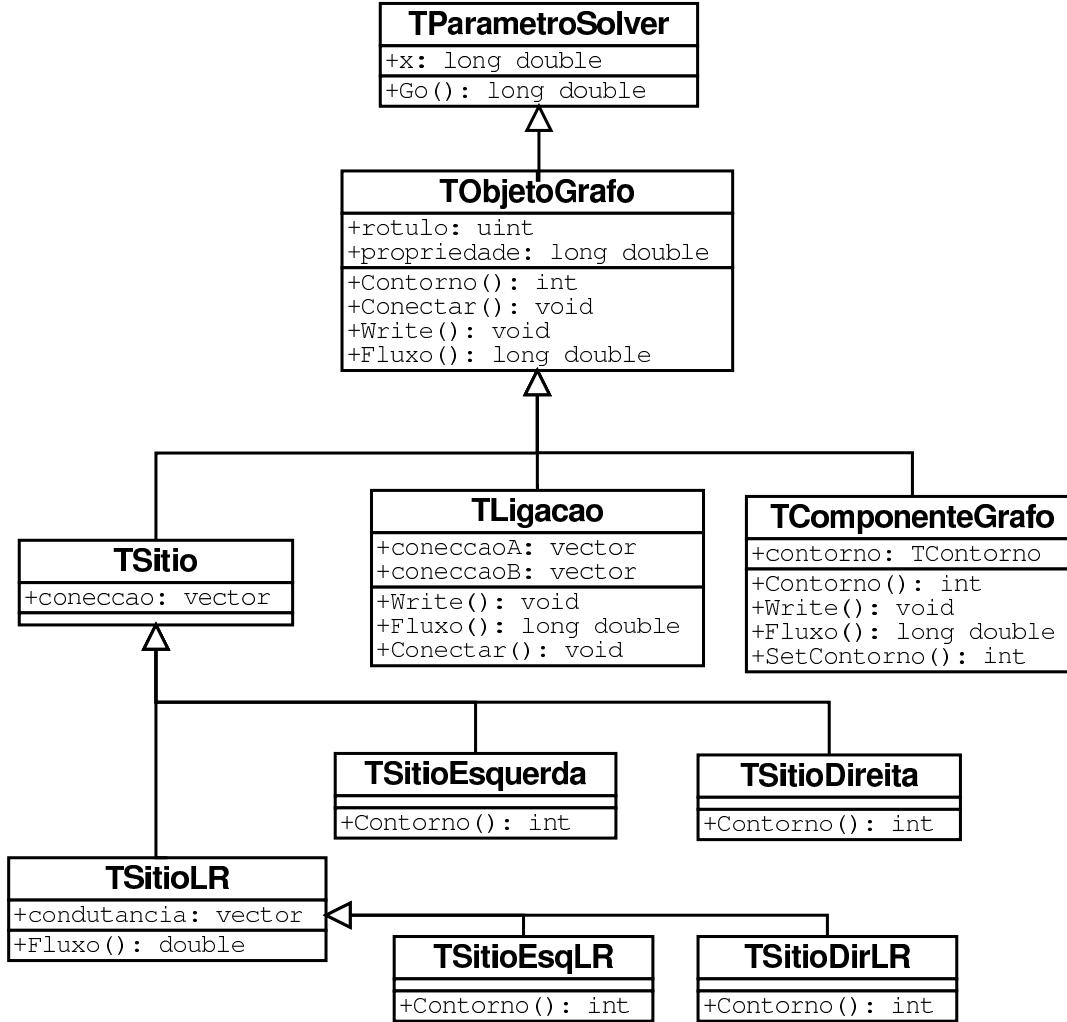


Descreve-se a seguir os diversos tipos de objetos de grafo suportados e que são ilustrados na Figura A.8.

O objeto base da hierarquia é o TObjetoGrafo. O mesmo possui dois atributos um rótulo (que o identifica de forma unívoca) e uma propriedade (como exemplo uma condutância).

Como existe a necessidade de se solucionar um sistema de equações, foi definido, adicionalmente, o objeto TParametroSolver que tem a propriedade x. O objeto TParametroSolver é usado basicamente para se passar um vetor de dados diretamente para um solver externo.

Figura A.8: Hierarquia de Objetos do Grafo.



Desta forma, objetos que descendem de TParametroSolver poderão ser utilizados em algoritmos que necessitem da solução de um sistema de equações.

Como cada objeto do grafo vai estar sujeito a um fluxo de massa e portanto uma pressão, cada objeto TObjetoGrafo vai ser herdeiro de TParametroSolver. Assim cada objeto do grafo terá além do rotulo e da propriedade um atributo adicional x (para armazenar a pressão).

O TSitio é herdeiro de um TObjetoGrafo. Tem, adicionalmente, a informação do tipo de contorno a que esta sujeito e uma lista de conexões que informa o endereço dos objetos aos quais esta conectado. Uma conexão de um TSitio tem sempre um ramo. Um TSitioEsquerda é um TSitio localizado na fronteira esquerda.

Uma TLigacao tem duas listas de conexões. Ou seja, enquanto uma conexão de um TSitio esta relacionada a um único objeto do grafo, uma conexão de uma TLigacao esta relacionada sempre a dois objetos do grafo. Uma conexão de um TLigacao tem sempre dois ramos.

O TComponenteGrafo é o objeto mais complexo do grafo, acrescenta um atributo de identi-

ficação do tipo de contorno (um objeto TContorno ou derivado) e uma lista de lista de objetos a quem esta conectado. Observe que é uma lista de listas. Enquanto um TSitio tem uma lista de objetos a quem esta relacionado, uma Tligacao contém duas listas de objetos a quem esta relacionado, em um TComponenteGrafo cada ítem da lista permite uma infinidade de conexões.

Em função dos modelos que foram desenvolvidos para determinar as condutâncias surgiram adicionalmente os objetos TSitioLR, TSitioDirLR e TSitioEsqLR, que tem uma lista adicional onde é armazenada uma informação relacionada a conexão estabelecida. Na prática significa que além de armazenar a informação do objeto a quem esta conexo, pode-se armazenar uma propriedade relacionada a esta conexão (como exemplo uma condutância associada a região de intersecção entre os dois sítios).

Descritos os diferentes objetos que vão compor o grafo, segue-se definindo os diferentes tipos de grafos que poderão ser montados. Enquanto no desenvolvimento da hierarquia de objetos do grafo utilizou-se uma analogia a conhecimentos prévios da teoria da percolação. Para o desenvolvimento dos diferentes tipos de grafos, realiza-se uma associação direta com os conceitos e modelos desenvolvidos para solucionar o problema específico da determinação da permeabilidade com o grafo de conexão serial.

### A.2.3 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TGrafo

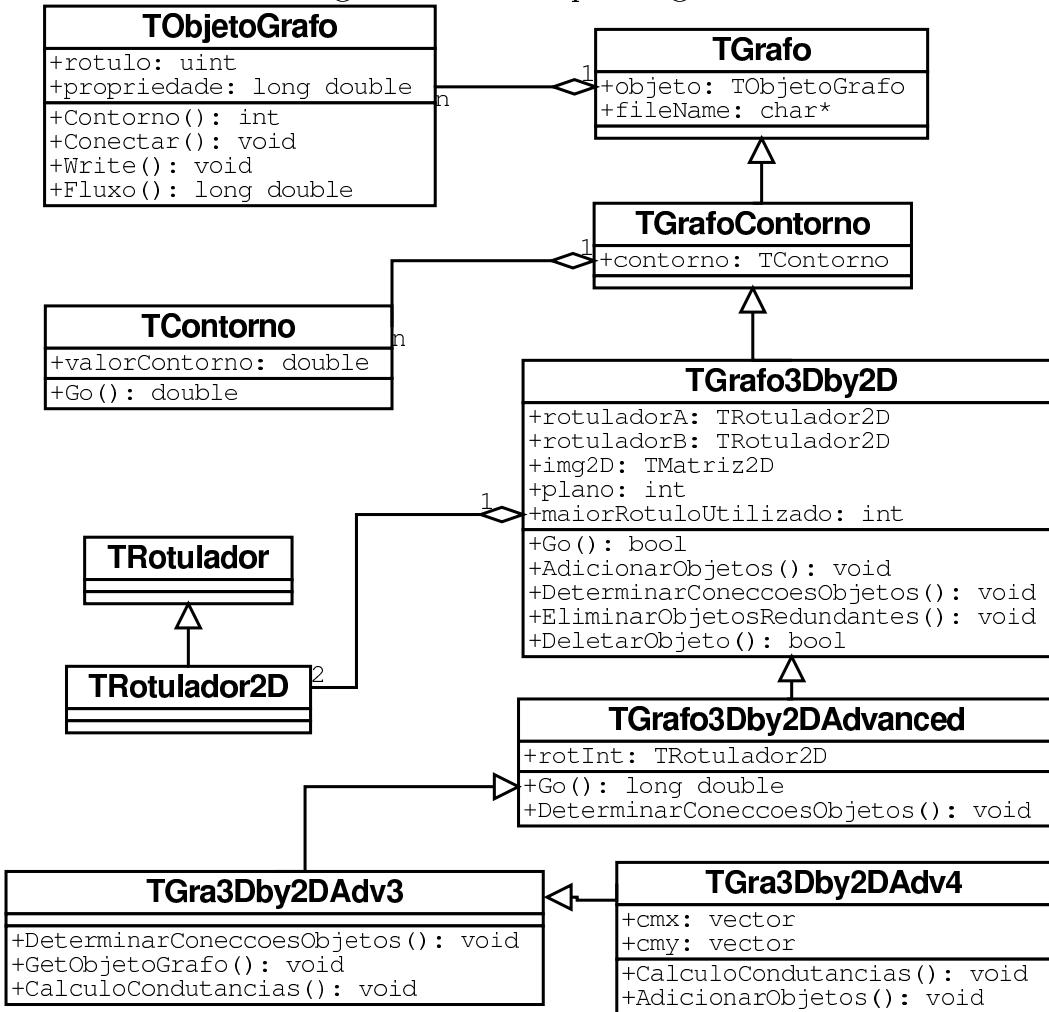
A Figura A.9 ilustra a hierarquia de classes TGrafo. Observe que existe um conjunto de objetos derivados de TGrafo. Cada um destes objetos representa uma derivação conceitual de TGrafo.

Observe uma agregação entre TGrafo e TObjetoGrafo, representando que um grafo pode ter n objetos do tipo TObjetoGrafo. Herdeiro de TGrafo, o TGrafoContorno tem adicionalmente uma lista de contornos, ou seja, um TGrafo não tem informações de contorno, um TGrafoContorno sim. O objetivo é representar diferentes condições de contorno impostas no grafo.

O TGrafo3Dby2D é um objeto herdeiro de TGrafoContorno e tem um conjunto de atributos e funções que possibilitam a efetiva montagem do grafo a partir de uma representação tridimensional reconstruída. Observe a agregação de dois objetos de rotulagem bidimensionais (TRotulagem2D) e de uma imagem bidimensional (TMatriz2D). A função Go é que realiza a determinação do grafo. A função AdicionarObjetos adiciona ao grafo os objetos identificados em cada plano. A função DeterminarConeccoesObjetos estabelece as conexões dos objetos entre planos consecutivos.

Apresenta-se a seguir três modelos para cálculo das propriedades associadas as conexões entre os objetos do grafo. De uma maneira geral a cada modelo físico de cálculo da condutância, corresponde um novo objeto na hierarquia de grafos.

Figura A.9: Hierarquia de grafos.



**Modelo\_1:** A classe TGrafo3Dby2D (Figura A.9) representa o primeiro modelo de cálculo do raio hidráulico. Neste modelo, a cada intersecção de pixeis corresponde uma conexão, formando uma estrutura equivalente a um conjunto de tubos paralelos conectando os dois sítios. A Figura 6.6 ilustra a área utilizada para o cálculo do raio hidráulico. O modelo 1 utiliza objetos do tipo TSitio, TSitioEsquerda e TSitioDireita.

**Modelo\_2:** Com o objetivo de eliminar a repetição das conexões, foi desenvolvido o Modelo 2. Neste modelo utiliza-se um plano de rotulagem adicional que é construído sobre a imagem das intersecções dos planos  $i$  e  $j$ . O objeto TGrafo3Dby2DAdvanced (Figura A.9) implementa este conceito. Veja na Figura 6.7 a forma de cálculo do raio hidráulico. A informação do raio hidráulico é armazenada no sítio, a condutância efetiva entre os sítios  $i$  e  $j$  é dada pela média das condutâncias de  $i$  e de  $j$ .

**Modelo\_3:** A classe TGrafo3Dby2DAdv3 (Figura A.9), representa o modelo 3, que se dife-

rencia do modelo M2 por considerar a área de intersecção entre os dois objetos no cálculo da condutância (Figura 6.9). No modelo 3, este plano adicional permite determinar um novo conjunto de propriedades relacionadas as conexões (raio hidráulico das conexões). Observe que o modelo M3 exige mais memória, pois além do raio hidráulico do sítio, precisa armazenar a informação do raio hidráulico das conexões.

#### A.2.4 Análise Orientada a Objeto - Hierarquia de classes TPermeabilidade

Em Bueno (1999) foi implementada uma hierarquia para determinação da permeabilidade, a mesma foi reaproveitada com a adição do objeto TPermeabilidadeGrafo (Figura A.10). O objeto TPermeabilidadeGrafo contém agregados um solver (TSolver), um fluido (TMFluido) e um grafo (TGrafo).

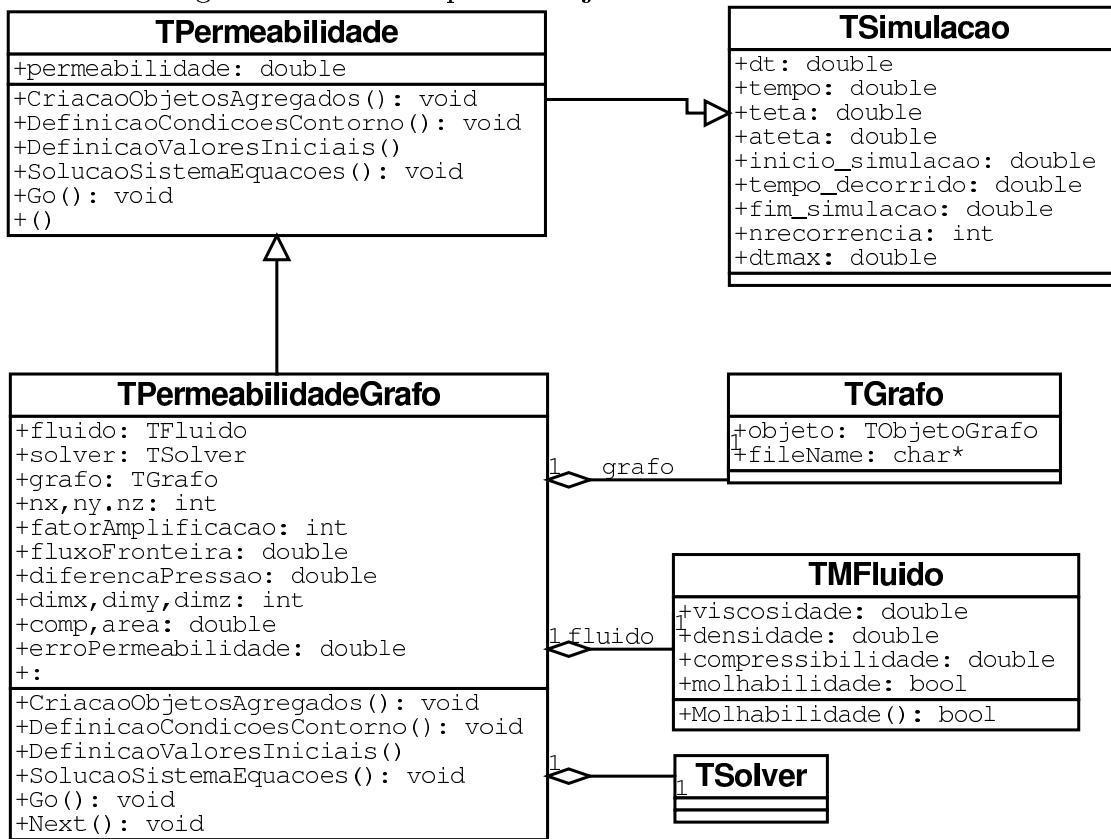
Derivado da classe TMateriais, o TMFluido representa um fluído e tem atributos básicos como viscosidade, densidade, compressibilidade e atributos associados a um relacionamento entre dois objetos TMFluido, como a molhabilidade. A classe TSolver, representa um solver numérico e tem atributos básicos como número de iterações e limite de iterações, erro e limite de erro e as funções necessárias para solução do sistema de equações proposto.

O solver atualmente utilizado é o SOR. O TPermeabilidadeGrafo já contém funções que geram as matrizes das pressões para solução do sistema de equações com outros solvers. O grafo é composto de objetos do tipo TSitio, TSitioDireita, TSitioEsquerda, TSitioLR, TSitioDirLR e TSitioEsqLR, não existem objetos Tligacao e TComponenteGrafo e a determinação dos objetos e das conexões se faz com a avaliação de cada plano da imagem reconstruída como descrito na seção 6.5.2.

O processo inicia com a criação do objeto grafo e de sua determinação com a execução da função Go do grafo, ou seja, a determinação do grafo é realizada de forma totalmente independente. A seguir são criados os objetos agregados TMFluido e TSolver. Cria-se então um objeto TPermeabilidadeGrafo que recebe estes três objetos (TGrafo, TMFluido e TSolver). Executa-se então a função Go do objeto TPermeabilidadeGrafo que chama as funções: i) CriacaoObjetosAgregados. ii) DefinicaoCondicoesContorno (valores de pressão nas faces  $z_0$  e  $z_n$ ). iii) DefinicaoValoresIniciais (valores de pressão para os sítios internos e conversão dos valores de raio hidráulico em valores de condutância). iv) SolucaoSistemaEquacoes (que executa a primeira iteração do solver). v) Chamadas sucessivas a função Next (que executa a chamada ao solver e a seguir a determinação dos fluxos de massa nas interfaces  $z_0$  e  $z_n$ , o cálculo da permeabilidade e a avaliação do erro na determinação da permeabilidade). A função Go avalia em função do erro a necessidade de se refinar a solução encontrada (chamando Next iterativamente

até que a solução final seja encontrada). Quando a solução final é encontrada Go apresenta os resultados finais.

Figura A.10: Hierarquia do objeto TPermeabilidadeGrafo.



## Apêndice B

# Sobre o Uso do Módulo de Determinação das Curvas de Intrusão de Mercúrio

Apresenta-se neste apêndice o uso do módulo de determinação das configurações de equilíbrio no software desenvolvido.

**Pré-processamento para intrusão de mercúrio.** Antes de iniciar a simulação da intrusão de mercúrio, deve-se gerar um grupo de representações tridimensionais e, a seguir, selecionar a melhor representação tridimensional, conforme descrito no capítulo 4.

Depois de selecionar a imagem reconstruída, eliminam-se os poros isolados, de forma a compatibilizar o método com o que ocorre no processo experimental. A eliminação dos poros isolados é realizada com a passagem de um filtro de conectividade, que obtém uma cópia totalmente conectada da representação tridimensional. A Figura B.1 ilustra o uso do filtro de conectividade tridimensional no software Imago. Observe a presença de um conjunto de pixels na imagem da esquerda que não estão presentes na imagem da direita, mostrando que os poros não conexos foram eliminados.

**Processamento da intrusão de mercúrio.** Para executar a determinação das curvas de intrusão de mercúrio, basta selecionar a imagem tridimensional clicando sobre o título da imagem 3D ou selecionando a mesma na lista de imagens 3D e a seguir chamar o ítem de menu CapillaryPressure->MercuryIntrusion, a Figura B.2 ilustra este procedimento<sup>1</sup>.

**Formato de saída dos resultados.** A saída é um gráfico com a curva de intrusão de mercúrio e um arquivo de disco que detalha os resultados. A Figura B.3 mostra a forma gráfica, a curva de intrusão de mercúrio.

---

<sup>1</sup>Observe que estão disponibilizados os métodos para intrusão de mercúrio, embebição e drenagem.

Figura B.1: Aplicação do filtro de conectividade tridimensional no software desenvolvido.

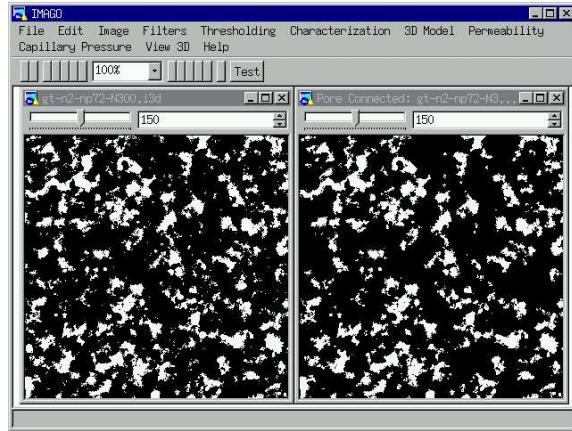
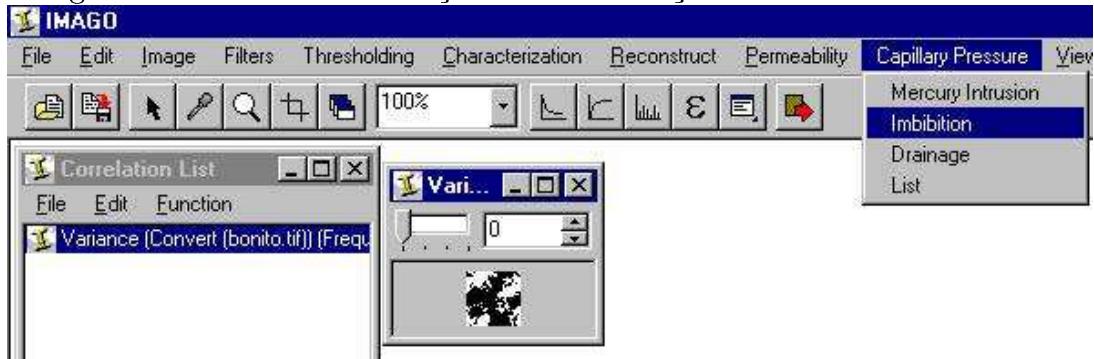


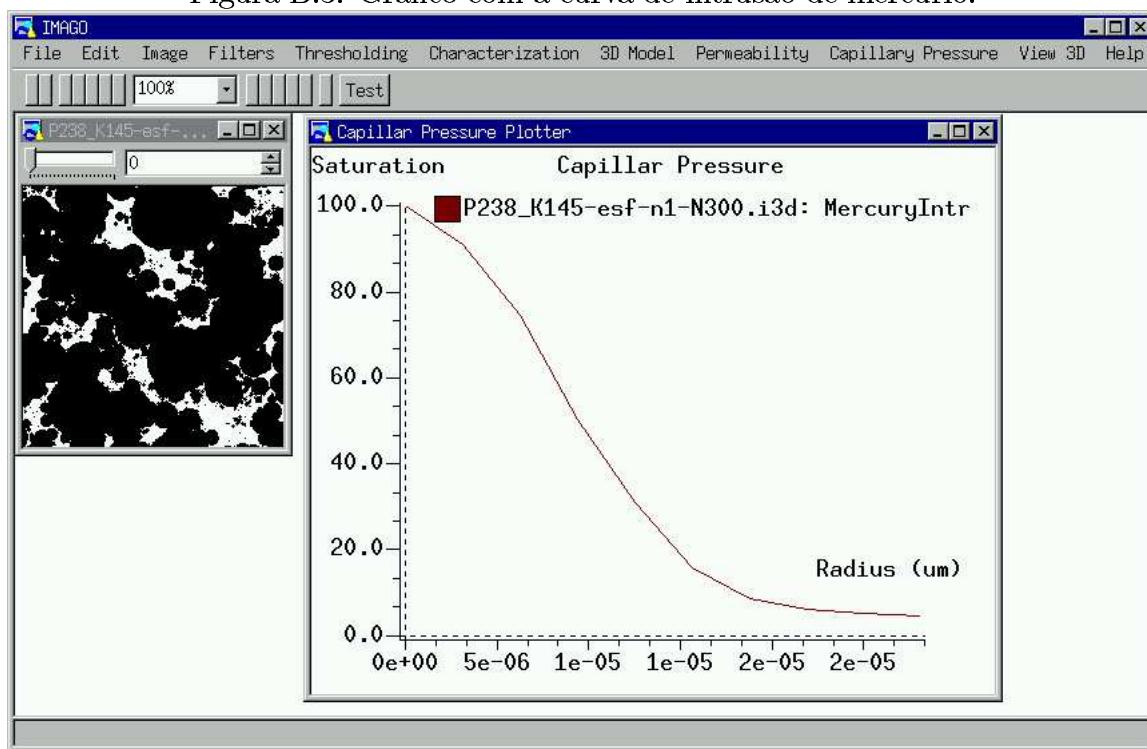
Figura B.2: Chamando a função de determinação da intrusão de mercúrio.



Outra forma de se verificar o comportamento da evolução da intrusão de mercúrio é a visualização tridimensional das imagens a medida que a simulação avança. Uma versão de estudo do software Imago, permite a determinação passo a passo das configurações de equilíbrio, possibilitando a obtenção e visualização das imagens dos diferentes fluidos, a cada etapa do processo. As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam a visualização em 3 dimensões de uma simulação de intrusão de mercúrio em uma face.

A intrusão de mercúrio pode ser simulada considerando-se uma face de invasão ou mais (até seis faces). Uma análise do efeito da alteração do número de faces de invasão e da dimensão da imagem é apresentada em Philippi *et al.*(2000), apresentado no Apêndice D.

Figura B.3: Gráfico com a curva de intrusão de mercúrio.





## Apêndice C

# Avaliação do Comportamento das Representações Tridimensionais Obtidas Com o Método da Gaussiana Truncada Após Eliminação da Aproximação de Adler *et al.*(1990)

Recentemente o LMPT recebeu da PETROBRAS um conjunto de lâminas para determinação das curvas de intrusão de mercúrio e da permeabilidade intrínseca. A análise destas imagens e os problemas encontrados, levaram a um estudo do método de reconstrução da gaussiana truncada (seção 3.3), a uma revisão da metodologia de seleção da representação tridimensional ideal (discutido em detalhes no capítulo 4) e ao desenvolvimento do novo método de reconstrução das esferas sobrepostas (seção 3.4).

Alguns parâmetros do algoritmo de reconstrução da gaussiana truncada foram revisados:

- O aumento do *número de pontos da série* que calcula os coeficientes  $B_m$  (eq. 3.7). Esta alteração não implica em mudanças significativas na representação obtida.
- Uso de *dupla precisão* (double na linguagem C) na determinação da FFT. Esta alteração implica em mudanças na representação obtida, principalmente para  $N > 200$ .

Este apêndice complementa estes estudos, incluindo uma análise do efeito da eliminação da aproximação de Adler *et al.*(1990) dada pela equação 3.11. O objetivo é comparar representações obtidas com e sem a aproximação. As representações obtidas com o uso da aproxi-

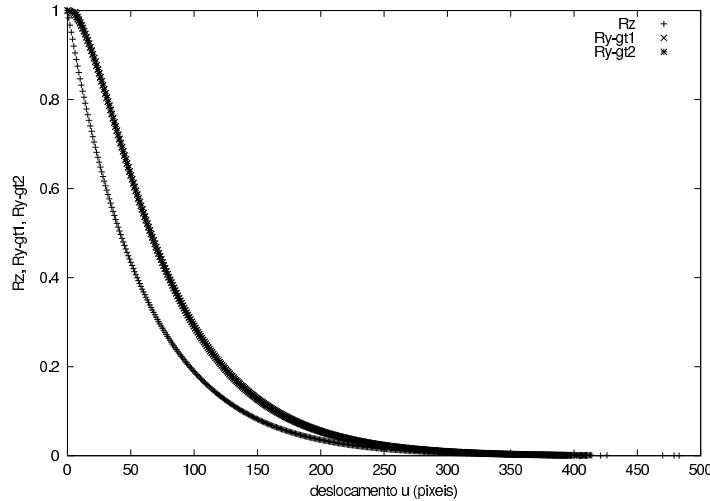
mação de Adler *et al.*(1990) serão denominadas gt1<sup>1</sup> e sem uso da aproximação de gt2<sup>2</sup>. Em alguns gráficos representações gt1 podem aparecer com a legenda gt.

Faz-se inicialmente uma comparação da relação entre Rz e Ry (eq. 3.6) para gt1 e gt2 obtidas com diferentes valores de porosidade. A seguir mostra-se a obtenção e a visualização de um conjunto de representações da rocha reservatório P262\_K70, e faz-se uma comparação das curvas caracterizadas, isto é, função autocorrelação, função distribuição de tamanho de poros, porosidades originais e conectadas em  $c_6$  e de resultado de simulações de intrusão de mercúrio e de permeabilidade. O mesmo procedimento é aplicado as rochas P275\_K316, P223\_K154, P238\_K145, P320\_K642, P240\_K104. A seguir analisa-se os resultados obtidos e apresenta-se as conclusões.

## C.1 Estudo da Relação Entre Rz e Ry no Método de Reconstrução da Gaussiana Truncada

A Figura C.1 mostra as curvas de Rz (uma exponencial) e Ry (uma gaussiana), ambas em função do deslocamento u (dado em pixels). Ry é determinada usando gt1 e gt2 e as curvas foram geradas para uma porosidade de 50%. Observe que as curvas de Ry para gt1 e gt2 são muito semelhantes.

Figura C.1: Curvas de Rz (exponencial) e Ry (gaussiana) para gt1 e gt2, (Porosidade de 50%).



A exponencial é calculada usando

<sup>1</sup>Representação tridimensional obtida com o método de Liang *et al.*(1998), com uso de double na determinação da FFT. Ry é determinada com uso da equação 3.6 para  $Ry \leq 0.9$  e 3.11 para  $Ry > 0.9$ .

<sup>2</sup>Representação tridimensional obtida com o método de Liang *et al.*(1998), com uso de double na determinação da FFT. Ry é determinada com uso da equação 3.6.

$$C_z(\mathbf{u}) = \exp\left(-\frac{\mathbf{u}}{\lambda}\right) \quad (\text{C.1})$$

sendo  $\lambda$  o comprimento de correlação e  $\mathbf{u}$  o deslocamento em píxeis.

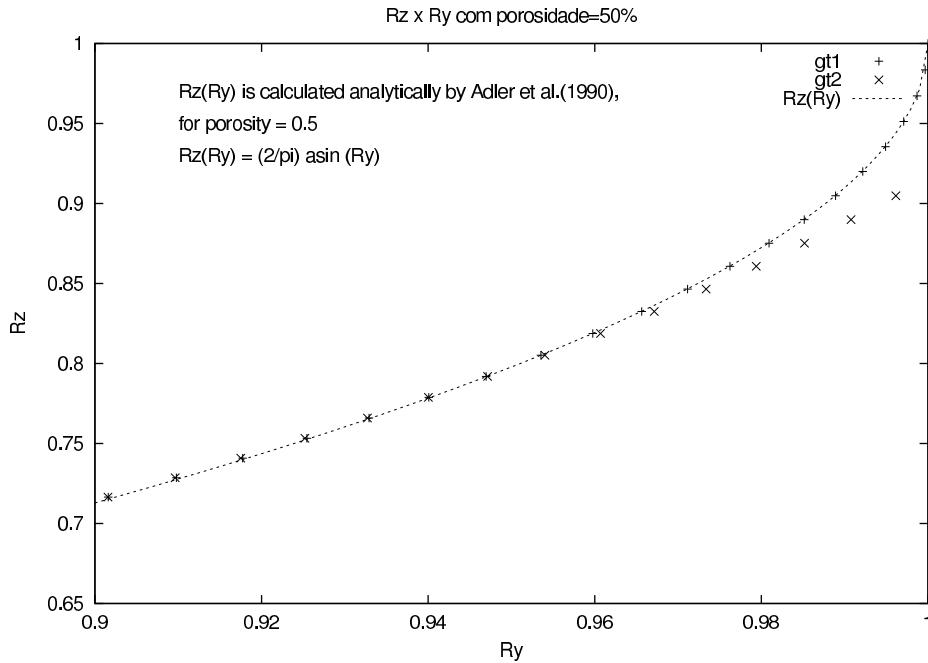
Para compreender as diferenças, plota-se na Figura C.2 a relação entre  $R_y$  e  $R_z$  para valores de  $R_y > 0.9$ , usando gt1, gt2 e a solução analítica para uma porosidade de 50% (dada por Adler *et al.*(1990))

$$R_z(R_y) = \frac{2}{\pi} \arcsin(R_y) \quad (\text{C.2})$$

observe que gt2 diverge da solução analítica para valores de  $R_y$  acima de 0.96.

A equação 3.11 realiza uma aproximação do resultado numérico, com o obtido através da solução analítica. Esta aproximação só poderia ser utilizada para porosidades próximas a 50%, pois, embora o cálculo do coeficiente  $a_1$  (da equação 3.11) seja realizado para cada valor de porosidade, o uso da equação 3.11 se constitue em uma extrapolação cujos resultados não são conhecidos.

Figura C.2: Relação entre  $R_z$  e  $R_y$ , determinados com gt1, gt2 e analiticamente, para valores de  $R_y > 0.9$  e uma porosidade de 50%.

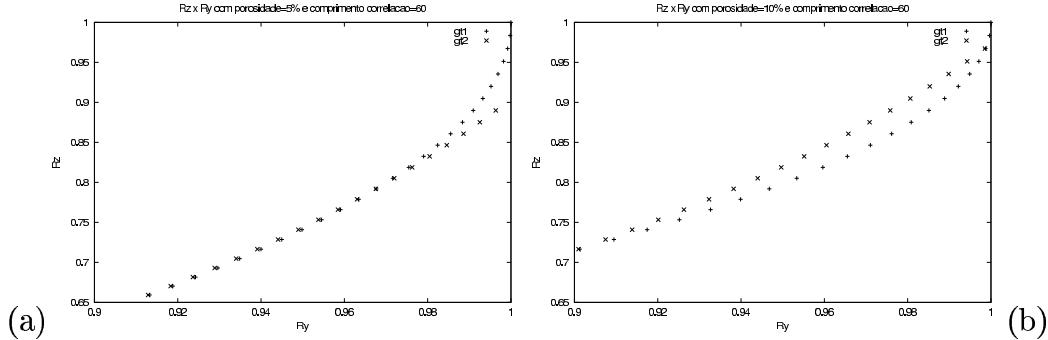


Com o objetivo de analisar o efeito do uso desta aproximação apresenta-se nas Figuras C.3, C.4, C.5, C.6 e C.7, a relação de  $R_z$  e  $R_y$  para diferentes valores de porosidade.

A Figura C.3 (a) mostra a relação entre  $R_z$  e  $R_y$  para gt1 e gt2 com a porosidade de 5%. Observe que os pontos da curva de  $R_y$  entre 0.9 e 0.98 estão levemente separados. Para  $R_y$

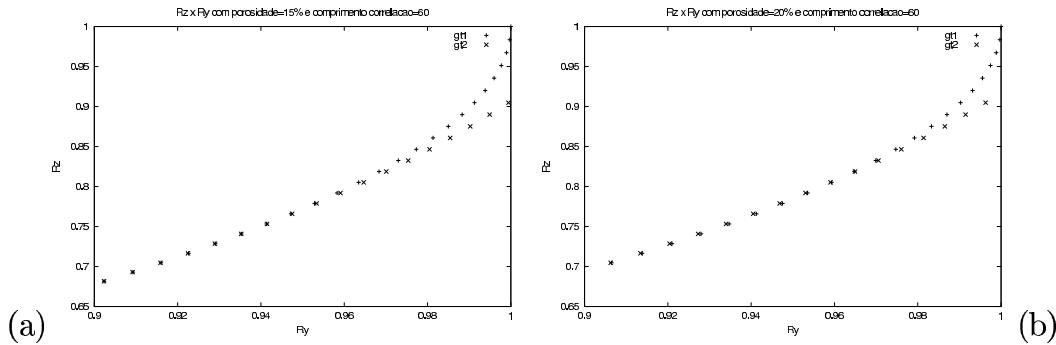
acima de 0.98 as curvas se afastam, Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.90 para gt2. A Figura C.3 (b) mostra a relação entre Rz e Ry para gt1 e gt2 com a porosidade de 10%. As curvas se afastam a partir de Ry=0.90, voltando a se aproximar para Ry=1.00.

Figura C.3: Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 5% a 10%



A Figura C.4 (a) mostra a relação entre Rz e Ry para gt1 e gt2 com a porosidade de 15%. As curvas se afastam para Ry acima de 0.96, Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.91 para gt2. A Figura C.4 (b) mostra a relação entre Rz e Ry para gt1 e gt2 com a porosidade de 20%. As curvas se afastam para Ry acima de 0.97, Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.92 para gt2.

Figura C.4: Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 15% a 20%



Apresenta-se na Figura C.5 (a) a relação entre Rz e Ry para porosidade de 25%. Observe que as curvas se afastam para Ry acima de 0.91, voltando a se aproximar para Ry=0.99. Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.94 para gt2. Os valores de Rz para gt2 são maiores no intervalo  $0.91 < Ry < 0.99$ .

Apresenta-se na Figura C.5 (b) a relação entre Rz e Ry para porosidade de 30%. As curvas se afastam para Ry acima de 0.91, Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.88 para gt2. Os valores de Rz para gt1 são sempre maiores.

Apresenta-se na Figura C.6 (a) a relação entre Rz e Ry para porosidades de 35%. As curvas se afastam para Ry>0.97, Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.92 para gt2. Apresenta-se na

Figura C.5: Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 25% a 30%

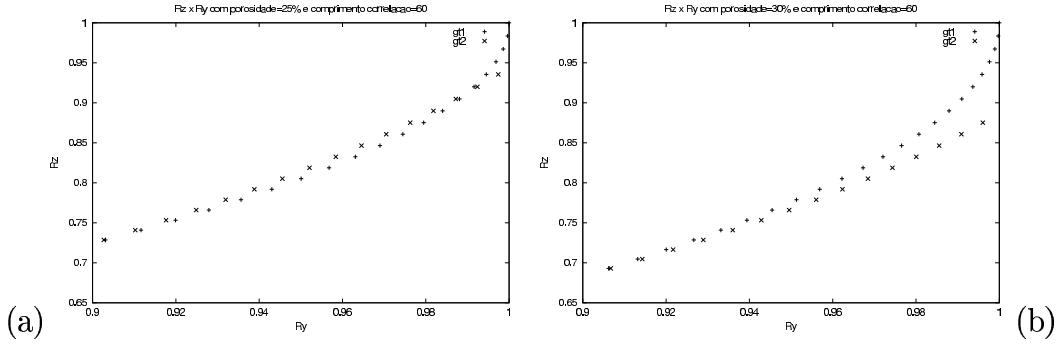
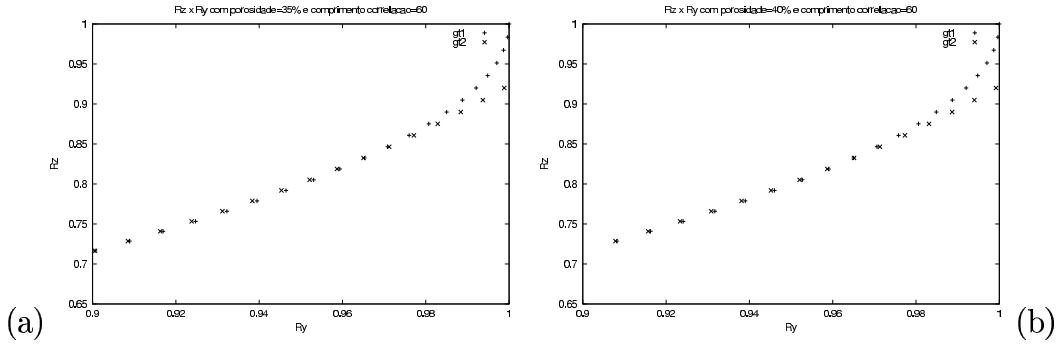


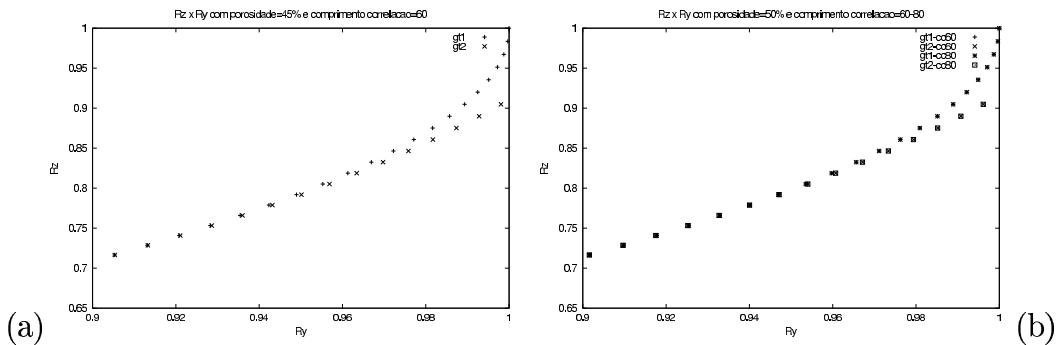
Figura C.6 (b) a relação entre Rz e Ry para porosidades de 40%. Para porosidade de 40% as curvas se afastam para  $Ry > 0.97$ , Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.92 para gt2.

Figura C.6: Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 35% a 40%



Apresenta-se na Figura C.7 (a) a relação entre Rz e Ry para porosidade de 45%. As curvas se afastam para  $Ry > 0.94$ , Rz atinge o valor 1.00 para gt1 e 0.91 para gt2. Apresenta-se na Figura C.7 (b) a relação entre Rz e Ry para porosidade de 50%. Para porosidade de 50% as curvas se afastam a partir de  $Ry > 0.95$ . Rz termina com valor 1.00 para gt1 e com valor 0.92 para gt2.

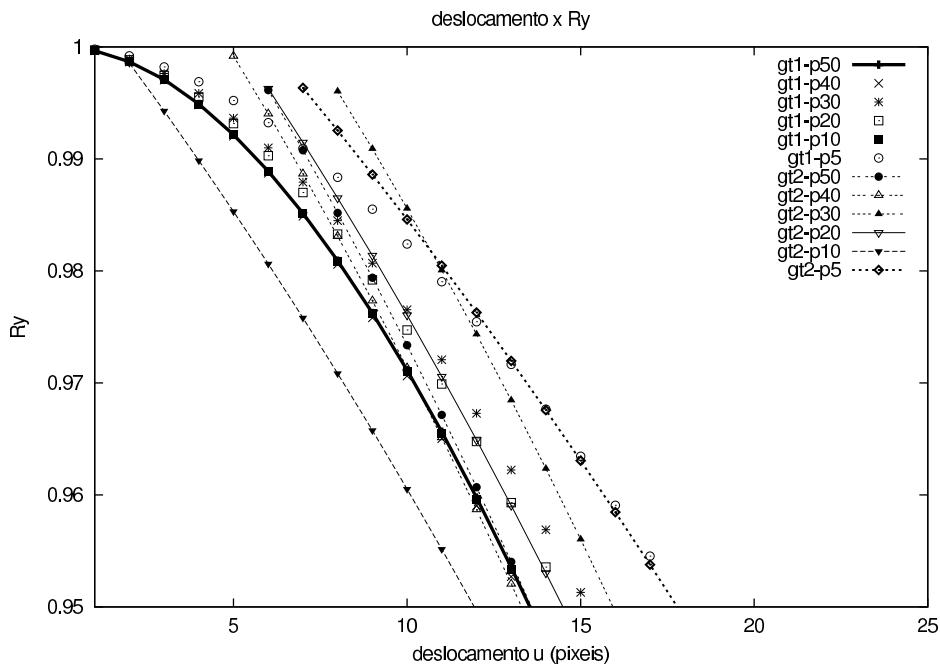
Figura C.7: Relação de Rz e Ry para porosidade variando de 45% a 50%



A conclusões que se chega através da análise destes resultados é que gt1 gera uma representação que recupera a relação entre Ry e Rz para  $Ry > 0.96$  ( $\varepsilon = 50\%$ ), que estaria associada aos detalhes da imagem (rugosidades) e gt2 não. A porosidade interfere nos resultados de Ry-gt1 e Ry-gt2, mas não foi possível extraír informações complementares que nos auxiliem na seleção da representação tridimensional ideal.

Com o objetivo de esclarecer ainda mais este ponto, mostra-se na Figura C.8 a relação entre o deslocamento u, Ry-gt1 e Ry-gt2, onde observa-se que as representações obtidas com gt2 não acompanham a solução analítica para deslocamentos abaixo de ~7 pixels.

Figura C.8: Relação entre o deslocamento u, Ry-gt1 e Ry-gt2 para diferentes valores de porosidade.



Observa-se que apenas a curva gt2-p10 esta deslocada a esquerda da solução analítica. As curvas mais afastadas da solução analítica são obtidas com gt1-p5 e gt2-p5.

Quando  $Ry=0.96$  as curvas são, da esquerda para a direita, gt2-p10, gt2-p40, gt1-p10, gt1-p50, gt1-p40, gt2-p20, gt1-p20, gt1-p30, gt2-p30, gt2-p5, gt1-p5. Separando gt2, obtem-se gt2-p10, gt2-p40, gt2-p20, gt2-p30, gt2-p5. E Para gt1, gt1-p10, gt1-p50, gt1-p40, gt1-p20, gt1-p30, gt1-p5. Ou seja, não existe um comportamento linear associado a porosidade, os resultados variam, indicando que o uso da correção de Adler *et al.*(1990) não é adequada para todos os valores de porosidade.

## C.2 Modificações no Algoritmo de Cálculo do Grafo de Conexão Serial

O algoritmo de determinação do grafo de conexão serial sofreu algumas modificações.

Foi desenvolvido um novo modelo de cálculo das condutâncias, o modelo M4. Neste modelo corrige-se as condutâncias considerando as distâncias entre os centros de massa dos objetos (considerando um limite de 2).

A função de eliminação dos ramos mortos foi reescrita, obtendo-se um desempenho muito superior (~50 vezes mais rápido).

Nos resultados que serão apresentados neste apêndice, não se apresenta os erros, que são sempre inferiores a 5%. Também não se apresentam os tempos de processamento na determinação do grafo e da permeabilidade.

## C.3 Resultados Para Rocha Reservatório P262\_K70 (gt2)

Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P262\_K70 que foram geradas usando gt2 (a lâmina P262\_K70 é ilustrada na Figura 4.23).

### C.3.1 Análise geométrica para representações do P262\_K70

A Figura C.9 ilustra quatro representações do P262\_K70. Observe que o método de reconstrução tenta recuperar sempre a mesma imagem (forma geral). Comparando-se (a) com (c) e (b) com (d), verifica-se que com fator de amplificação 2 os objetos são “afinados”, houve uma redução da dimensão dos objetos e uma redução do número de píxeis isolados.

Em (a) a representação é gerada usando gt1, em (b) gt2, ambos usando  $n=1$ . Observe que em (b) a imagem é mais regular, ou seja, com *gt2, a representação obtida tem um número menor de píxeis isolados e os objetos tem boa formaçāo*.

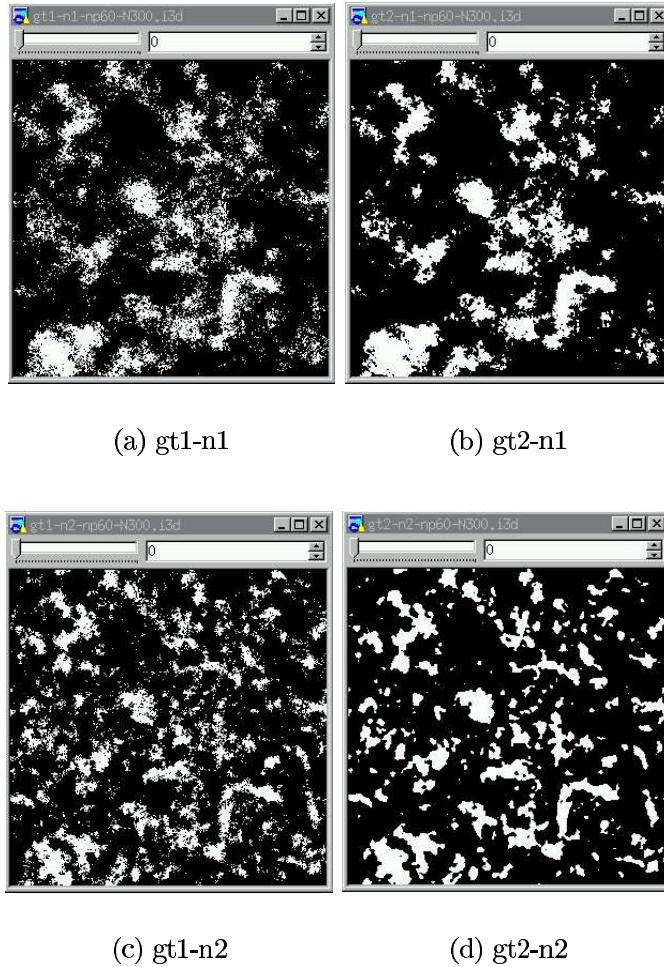
Em (c) e (d), compara-se a representação tridimensional gerada usando gt1-n2 e gt2-n2 respectivamente. Observe que a imagem (d) é extremamente regular, “meio lavada”, com contornos arredondados e praticamente sem píxeis isolados. Em (c) a representação apresenta um número elevado de pixeis isolados.

A Figura C.10 apresenta a função autocorrelação para representações do P262\_K70 geradas com gt1-n1, gt1-n2, gt2-n1 e gt2-n2, todos usando passa baixa (lp). Observe que a curva gt2-n2 esta por cima da curva da imagem bidimensional e que a curva gt2-n1 apresenta uma melhor concordância. O ponto localizado em  $C(u)=12.3$  para gt1-n1 e  $C(u)=13.8$  para gt1-n2, é o primeiro ponto da curva, e não deve ser entendido como uma quebra de derivada, pois as curvas são geradas traçando-se linhas entre os pontos.

A Figura C.11 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P262\_K70 obtidas com gt2 e gt1 usando passa baixa (lp). Observa-se que para gt1-n1, a representação tridimensional gera um número elevado de poros pequenos. As representações gt1-n2 e gt2-n1 também apresentam um excesso de poros pequenos, ou seja, gt2-n1 tem um comportamento semelhante a gt1-n2. Já gt2-n2 gera um número elevado de poros grandes. A aplicação do filtro passa baixa reduz o número de poros abaixo de  $15 \mu m$ , aumentando a fração de poros grandes.

Com o objetivo de verificar o efeito da aplicação do filtro passa baixa na imagem bidimensional (veja Figura 2.4), compara-se, na Figura C.12 duas representações tridimensionais geradas com gt2. Em (a) com aplicação do filtro passa baixa (lp) e em (b) sem aplicação do filtro passa baixa (slp). Observe que a representação n1-np60-N300-slp é mais regular, tem um número menor de píxeis isolados. Ou seja, sobre o aspecto visual, a aplicação do filtro passa baixa para P262\_K70 não é recomendada.

Figura C.9: Visualização de representações do P262\_K70, obtidas com gt1,2-n1,2-np60-N300-lp.

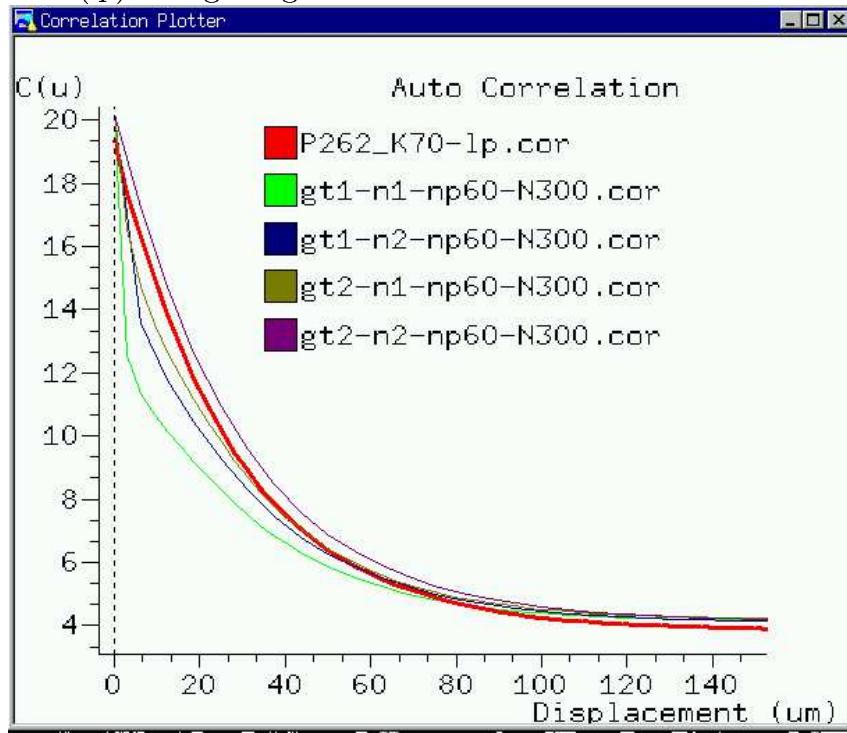


A Figura C.13 apresenta a função autocorrelação para representação do P262\_K70 gerada com gt2 (slp), onde observa-se uma boa concordância com a curva original.

A Figura C.14 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representação tridimensional do P262\_K70 obtida com gt2-n1-np60-N300-slp e compara-se com a obtida para a imagem bidimensional original. Observa-se uma excelente concordância entre as curvas na região acima de  $15 \mu m$ .

A Figura C.15 apresenta a função conectividade para representações do P262\_K70. A representação gt1-n1 é a menos conectada. A representação gt-n2 apresenta o melhor ajuste. As representações gt-n3, gt2-n1-lp e gt2-n1-slp apresentam praticamente o mesmo ajuste, deslocando-se da curva conectividade.cor na região de 10 a  $100 \mu m$ . A representação gt2-n2 é excessivamente conectada, isto se explica olhando a função distribuição de tamanho de poros, gt2-n2 apresenta um excesso de poros grandes.

Figura C.10: Função autocorrelação para representações do P262\_K70 obtidas com aplicação do filtro passa baixa (lp) com gt1 e gt2.



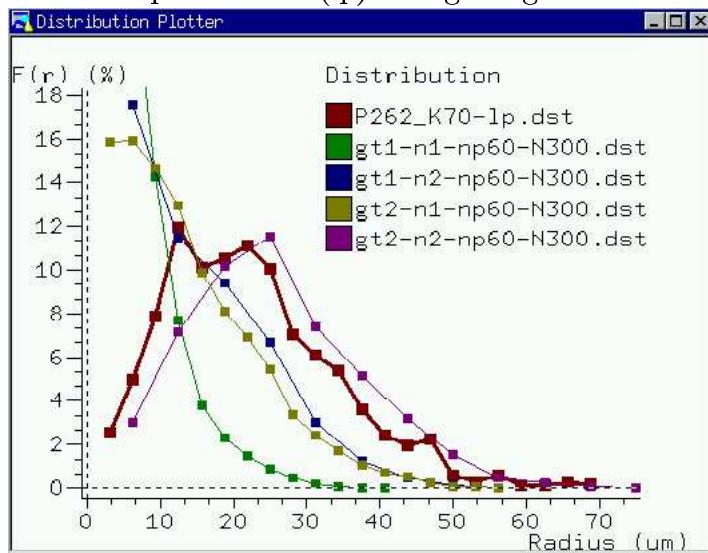
A Tabela C.1 apresenta as porosidades das representações do P262\_K70 geradas com gt2. Observe que com gt1, a perda de porosidade é elevada 16.90%, com gt2 esta perda cai para 5.31% na representação slp e 5.62% na representação lp. *Com gt2 a perda de porosidade conectada é menor.*

Tabela C.1: Porosidade total e conectada para representações do P262\_K70 geradas com gt1 e gt2.

Imagen	$\varepsilon$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon} \%$
gt2 n=1 np=60 N=300 double slp	20.13	19.06	1.07	5.31
gt2 n=1 np=60 N=300 double lp	19.21	18.13	1.08	5.62
gt1 n=1 np=60 N=300 double lp	20.12	16.72	3.4	16.90
gt1 n=3 np=60 N=300 double lp	18.99	16.80	2.3	12.5

**Seleção da representação ideal.** Com gt1 a comparação da função distribuição de tamanho de poros indicou o uso de  $n=3$  (veja Figura 4.8 (b)). Com gt2-lp a função autocorrelação indica o uso de  $n=1$ , a função distribuição de tamanho de poros o uso de  $n=1$  ou  $n=2$ , seleciona-se como ideal a representação gt2-n1. Com gt2-slp a melhor representação é obtida com gt2-n1 (de todas as representações a que apresentou melhor ajuste).

Figura C.11: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P262\_K70 obtidas com aplicação do filtro passa baixa (lp) com gt1 e gt2.



### C.3.2 Permeabilidade para representações do P262\_K70

Os resultados de permeabilidade obtidos para representações do P262\_K70 estão na Tabela C.2.

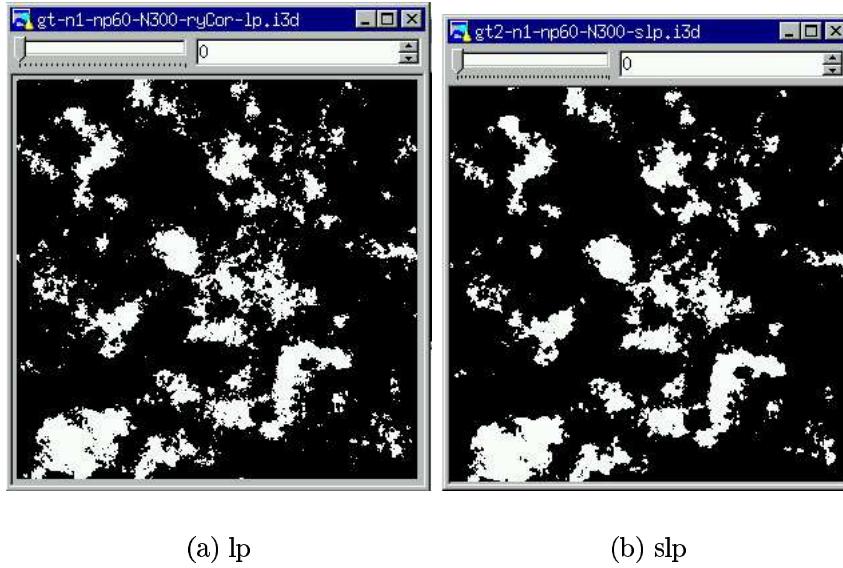
**Discussão.** A melhor representação é obtida com gt2-n1 (veja Figura C.14), para esta representação a permeabilidade é de 139 mD (usando M3) e de 91mD (usando M4). Já para representações com aplicação do filtro passa baixa (lp), o melhor ajuste foi obtido com gt2-n1, para o qual a permeabilidade é de 86 mD (M3).

Como as perdas de porosidades conectadas são semelhante, 5.31% (slp) e 5.62% (lp), a diferença nos resultados se explica diretamente pelas curvas de distribuição da tamanho de poros. *Com a aplicação do filtro passa baixa, parte dos píxeis menores são eliminados, reduzindo-se a proporção dos mesmos. Entretanto, quando a representação gt2-n1 é gerada, o método de reconstrução da gaussiana truncada recupera, com certo excesso os píxeis que haviam sido eliminados* [Observe na Figura C.14 (b) que  $F(r)$  fica em 14% (slp), enquanto para Figura C.11 (b)  $F(r)$  chega a 16% (lp)].

Tabela C.2: Resultados de permeabilidade para representações do P262\_K70 geradas com gt2.

dimensão	k-exp	k-gcs (M3)	k-gcs (M4)
gt2 n=1 np=60 N=300 double lp	69.7	86	
gt2 n=1 np=60 N=300 double slp	69.7	139	91
gt1 n=2 np=60 N=300 double lp	69.7	94	

Figura C.12: Visualização de representações do P262\_K70 obtidas com gt2: n1-np60-N300-lp e n1-np60-N300-slp.



### C.3.3 Intrusão de mercúrio para representações do P262\_K70

Na Figura C.16 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as obtidas para as representações tridimensionais geradas com gt1 e gt2. Na legenda, a letra c, indica que as pressões foram corrigidas com o ângulo de contato. A saturação da curva simulada é corrigida pela relação da porosidade ótica com a porosidade a gás, dada por  $\varepsilon_0/\varepsilon_g$ .

Observe que as curvas de intrusão de mercúrio simuladas com gt2-n1-lp e gt2-n1-slp, apresentam um melhor ajuste com a curva experimental. Isto se deve ao uso de um fator de amplificação mais baixo ( $n=1$ ). A curva de intrusão de mercúrio para gt2-n2 esta abaixo das demais porque a representação é mais conectada e tem uma distribuição de tamanho de poros que superestima os poros grandes. Observe que tanto com gt1 como com gt2, o aumento do fator de amplificação provoca um deslocamento das curvas de intrusão de mercúrio para baixo. Entretanto, com gt2 as diferenças são mais acentuadas.

Figura C.13: Função autocorrelação para representação do P262\_K70 obtidas sem filtro passa baixa e usando gt2.

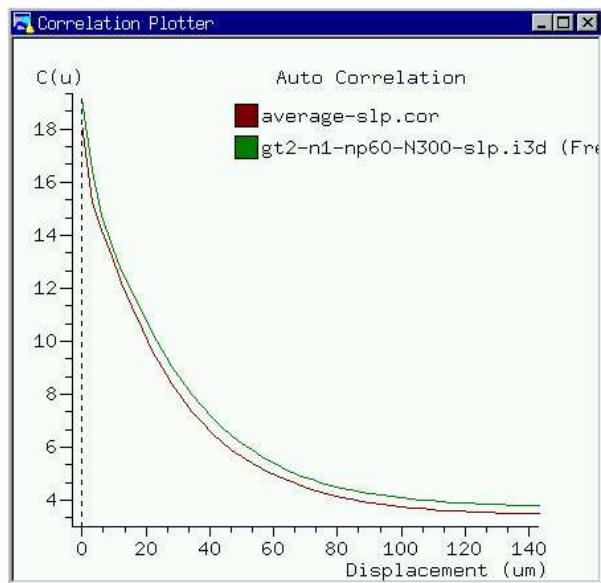


Figura C.14: Função autocorrelação (a) e Função distribuição de tamanho de poros (b) para representação do P262\_K70 obtidas sem filtro passa baixa e usando gt2.

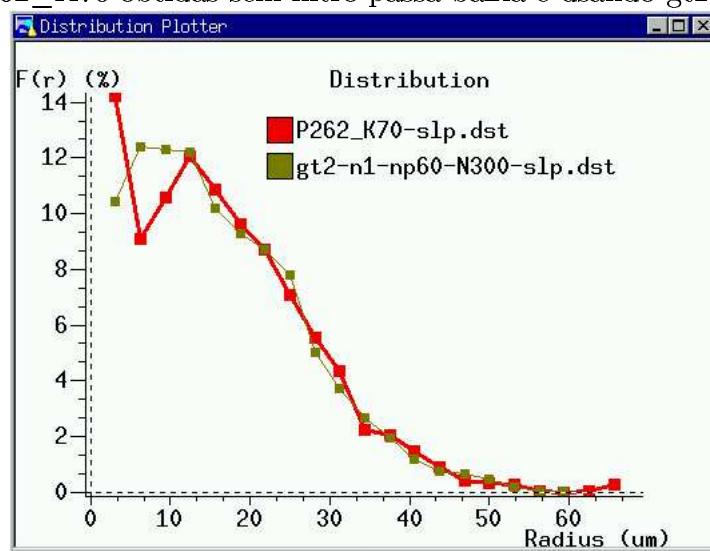


Figura C.15: Função conectividade para representações do P262\_K70, incluindo representações geradas com gt2.

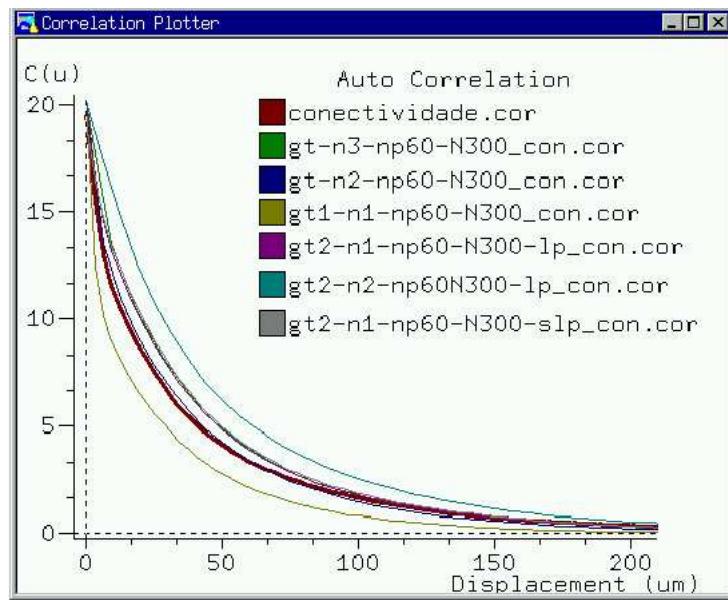
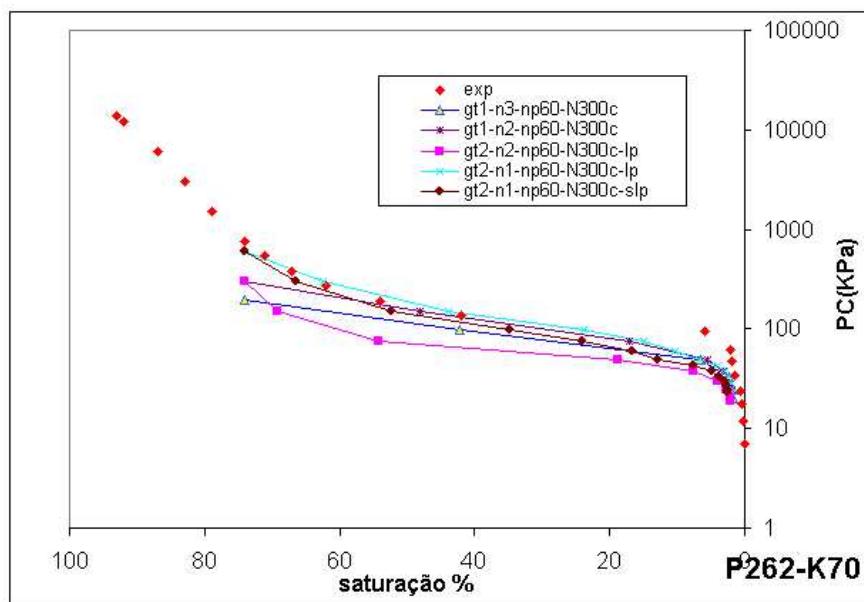


Figura C.16: Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P262\_K70 geradas usando gt2.



## C.4 Resultados Para Rocha Reservatório P275\_K316 (gt2)

Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P275\_K316 (ilustrada na Figura 4.21) que foram geradas usando gt2.

### C.4.1 Análise geométrica para representações do P275\_K316

A Figura C.17 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P275\_K316 geradas usando gt2. Observa-se que para gt2-n1, a representação tridimensional gera um número elevado de poros pequenos (aqui, gt2 não elimina os poros pequenos). A representação esf-n1<sup>3</sup> também apresenta um excesso de poros pequenos, mas apresenta uma distribuição de tamanho de poros mais próxima da imagem bidimensional. A representação gt2-n2 é a que apresenta melhor concordância. Já gt2-n3 gera um número elevado de poros grandes. Novamente, com gaussiana truncada 2 foi possível usar um fator de amplificação mais baixo que o obtido com gaussiana truncada 1.

Compara-se na Tabela C.3 as porosidades conectadas de gt2-n2 e esf-n1. A representação obtida com esferas sobrepostas apresenta a menor perda de porosidade (0.7%). Com gt2-n2 perde-se apenas 6.6% dos poros, para gt2-n3 a perda é de 9.64%, ou seja, com gt2 a perda de porosidade é menor.

Tabela C.3: Porosidade total e conectada para representações do P275\_K316.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt2 n=2 np=72 N=300 double	27.57	25.74	1.82	6.60
esferas n=1 N=300	27.17	26.98	0.19	0.70
gt1 n=3 np=72 N=300 double	28.1	25.39	2.71	9.64

A Figura C.18 apresenta a função conectividade para representações do P275\_K316. O melhor ajuste ocorre para gt2-n3, seguido pelas representações gt2-n4, gt2-n2, gt2-n3, gt2-n1.

### C.4.2 Permeabilidade para representações do P275\_K316

A permeabilidade determinada para gt2-n2 foi de 309 mD (modelo M3) e 176 mD (modelo M4).

### C.4.3 Intrusão de mercúrio para representações do P275\_K316

Na Figura C.19 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as simulações de intrusão de mercúrio realizadas com as representações tridimensionais geradas com gt1 e gt2.

<sup>3</sup>Gerada usando método de reconstrução das esferas sobrepostas, De Santos *et al* (2002).

Figura C.17: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P275\_K316 geradas usando gt2.

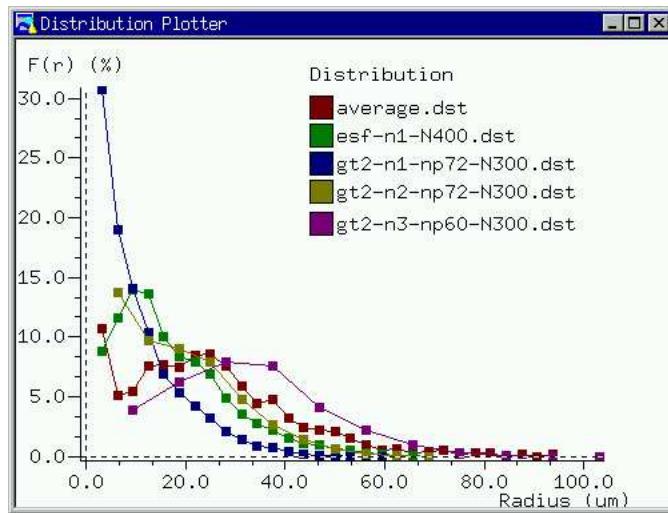
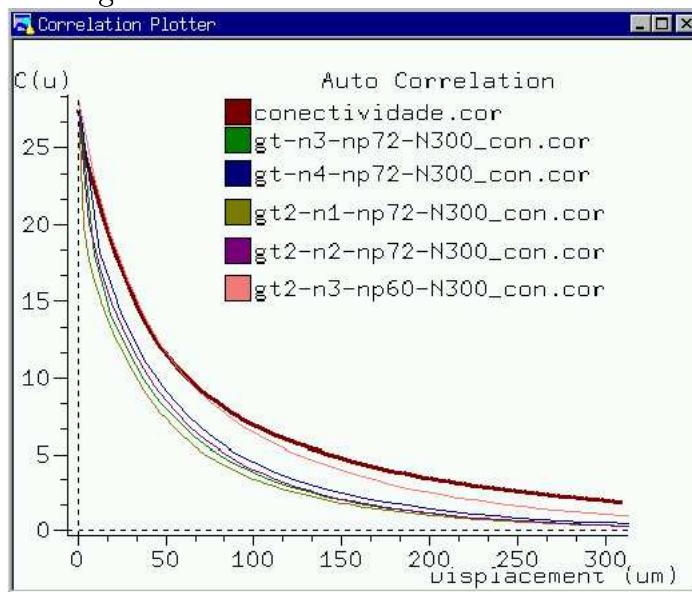
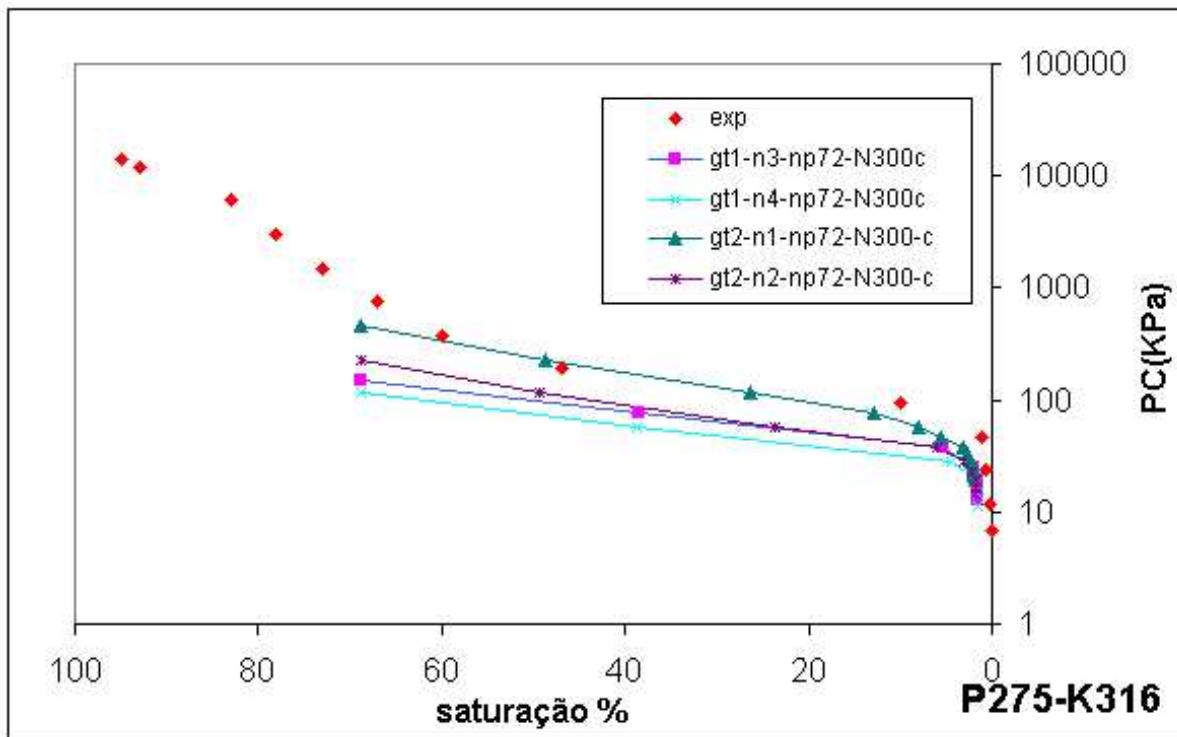


Figura C.18: Função conectividade para representações do P275\_K316, incluindo representações geradas com gt2.



Observe que as curvas de gt2-n1 e gt2-n2 apresentam um melhor ajuste com a curva experimental. Isto se deve ao uso de um fator de amplificação mais baixo. Como a melhor representação tridimensional é obtida com gt2-n2 este é o resultado a ser considerado.

Figura C.19: Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P275\_K316 geradas usando gt2.



## C.5 Resultados Para Rocha Reservatório P223\_K154 (gt2)

Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P223\_K154 (ilustrada na Figura 4.22) que foram geradas usando gt2.

### C.5.1 Análise geométrica para representações do P223\_K154

A Figura C.20 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P223\_K154 obtidas com gt2. Observa-se que para gt2-n1 a representação tridimensional gera um número elevado de poros pequenos (*aqui a gt2 não elimina os poros pequenos*), e o melhor ajuste ocorre para gt2-n3. As representações obtidas com gt1 apresentam um excesso de poros isolados, mesmo para  $n=3$  sendo descartadas.

A Figura C.21 apresenta a função conectividade para representações do P223\_K154. O melhor ajuste ocorre para gt2-n3. As curvas para as representações esf-n1, gt2-n1 e gt2-n2 estão muito afastadas, isto ocorre porque estas representações geram um excesso de poros pequenos.

### C.5.2 Permeabilidade para representações do P223\_K154

As permeabilidades simuladas para a rocha P223\_K154 variaram de 84 mD a 94 mD para as representações obtidas com esferas sobrepostas e de 55 mD (M3) a 32 mD (M4) para representação gt2-n3-np72-N300.

### C.5.3 Intrusão de mercúrio para representações do P223\_K154

Na Figura C.22 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as obtidas para as representações tridimensionais geradas com gt1, gt2 e esferas sobrepostas.

A primeira simulação foi realizada com esf-n1-N500, esta representação apresenta um bom ajuste, entretanto, o ponto para saturação de 60% apresenta uma pressão muito elevada. A segunda simulação foi realizada com gt-n6-np72-N200, a curva não apresenta um bom ajuste. A terceira simulação foi realizada com gt2-n1-np72-N300, esta representação apresenta um excesso de poros pequenos e uma baixa conectividade, retardando a invasão de mercúrio. A quarta simulação, realizada com gt2-n2-np72-N300 também apresenta um excesso de poros pequenos e baixa conectividade, estando também acima da experimental. A representação gt2-n3-np72-N300 apresentou o melhor ajuste na função distribuição de tamanho de poros e na função conectividade, apresentando também o melhor ajuste na intrusão de mercúrio (P223\_K154). Indicando uma coerência geral da metodologia adotada.

Figura C.20: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P223\_K154 geradas usando gt2.

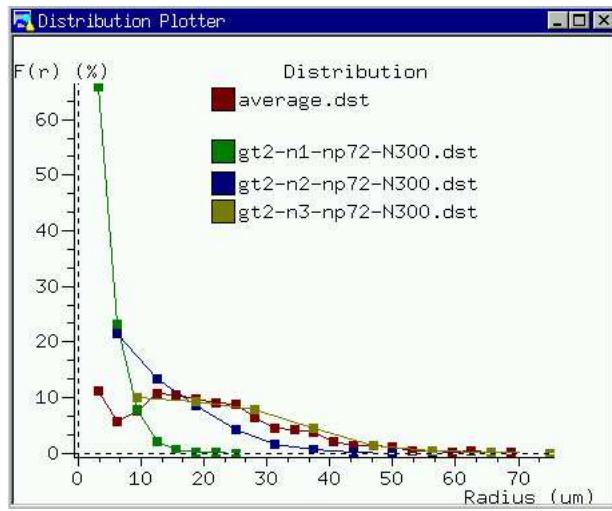


Figura C.21: Função conectividade para representações do P223\_K154, incluindo representações geradas com gt2.

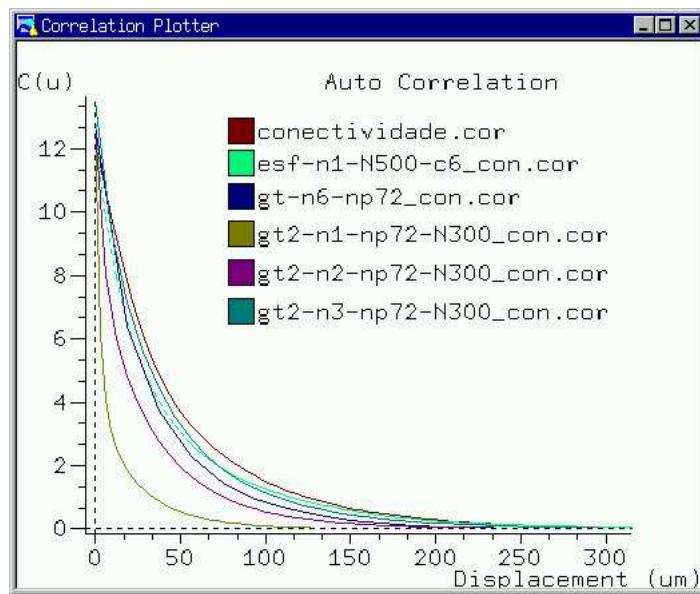
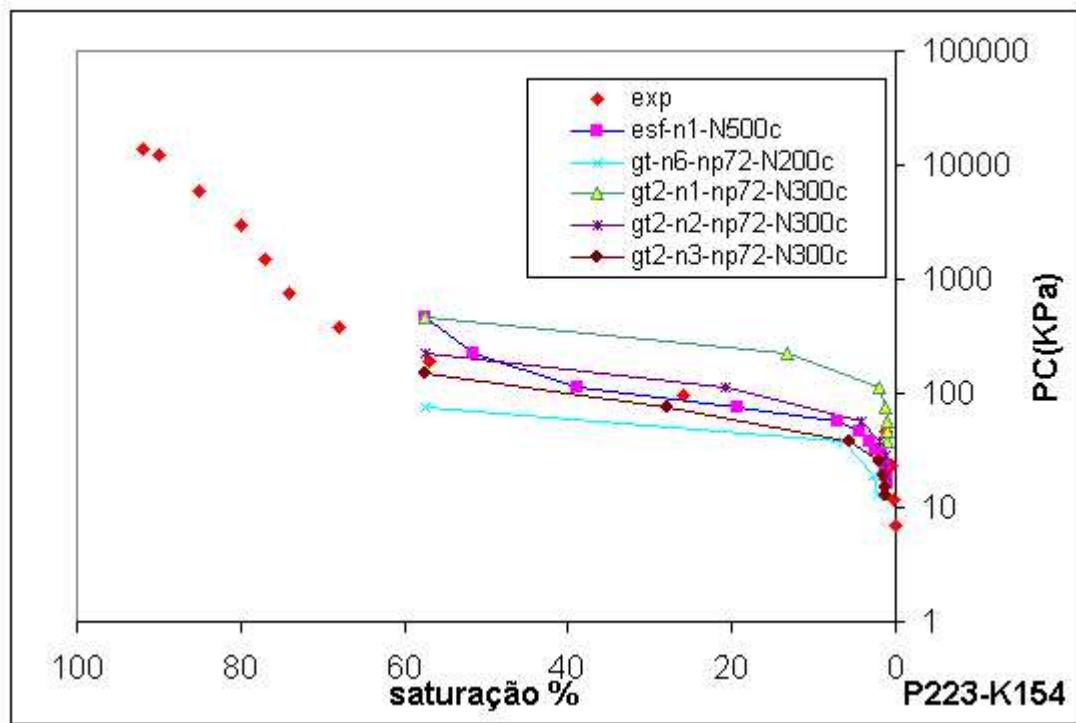


Figura C.22: Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P223\_K154 geradas usando gt2.



Estes resultados mostram a qualidade do modelo de determinação das configurações de equilíbrio, isto é, de intrusão de mercúrio. Com o aumento do fator de amplificação as curvas de intrusão de mercúrio atingem uma saturação maior para a mesma pressão (estão mais baixas), tanto para gt1 como para gt2. A representação com excesso de poros pequenos tem uma conectividade menor, provocando uma elevação da curva de intrusão, visto que estes poros só poderão ser invadidos para uma pressão maior.

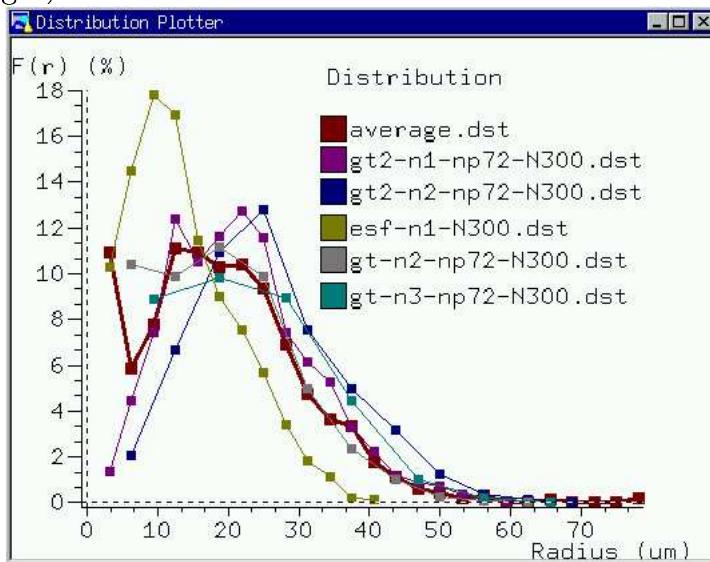
## C.6 Resultados Para Rocha Reservatório P238\_K145 (gt2)

Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P238\_K145 geradas usando gt2 (Veja imagem da rocha P238\_K145 na Figura 4.24).

### C.6.1 Análise geométrica para representações do P238\_K145

A Figura C.23 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P238\_K145 obtidas com gt2, gt1 e esferas sobrepostas. A representação obtida com gt2-n1 apresenta uma boa concordância para poros com raio acima de  $30 \mu\text{m}$ , na faixa de 10 a  $30 \mu\text{m}$  a representação gera um excesso de objetos e abaixo de  $10 \mu\text{m}$  um número reduzido de objetos (*aqui a gt2 elimina os poros pequenos*). A representação obtida com gt2-n2 não é boa, a curva está toda deslocada para a direita, gerando um excesso de poros grandes. A representação obtida com esferas sobrepostas apresenta um excesso de objetos pequenos e uma subestimação dos poros grandes, sendo claramente descartada. A representação obtida com gt1-n3 apresenta uma concordância razoável, embora gere um excesso de objetos grandes. A melhor representação é obtida com gt1-n2, que apresenta uma excelente concordância a partir dos  $15 \mu\text{m}$ . Estes resultados indicam que o uso da gaussiana truncada 2 não garante melhores resultados.

Figura C.23: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P238\_K145 geradas usando gt1, gt2, esf.



As imagens da lâmina P238\_K145 tem uma porosidade ótica média de 19.18%. A Tabela C.4 apresenta a porosidade total e conectada da representação gt-n2-np72-N300, observe que a perda de porosidade na representação conectada é de 7.52%, um valor aceitável.

Tabela C.4: Porosidade total e conectada para representações do P238\_K145.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt n=2 np=72 N=300	19.95	18.45	1.5	7.52

A Figura C.24 apresenta a função conectividade para representações do P238\_K145. A curva de conectividade para gt2-n2 e gt2-n1 é mais conectada que a original para raios abaixo de  $40 \mu m$ . A representação menos conectada é a obtida com esferas sobrepostas. As representações gt-n2 e gt-n3 apresentam basicamente a mesma conectividade.

### C.6.2 Permeabilidade para representações do P238\_K145

Para representação gt1-n2-np72-N300 obteve-se uma permeabilidade de 208 mD (M3) e 123 mD (M4). Um valor confiável, em função do uso de um fator de amplificação baixo ( $n=2$ ) e da baixa perda de porosidade conectada.

### C.6.3 Intrusão de mercúrio para representações do P238\_K145

Na Figura C.25 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as obtidas para as representações tridimensionais geradas com gt1, gt2 e esferas sobrepostas. Observe que a curva de intrusão de mercúrio simulada com gt2-n2 apresenta um ajuste pobre, isto ocorre porque gt2-n2 gera um excesso de objetos grandes, que são invadidos para uma pressão mais baixa. O melhor ajuste é obtido com esf-n1-N300, a seguir gt-n2, gt-n3, gt2-n1 e gt2-n2. O resultado a ser considerado é obtido para gt-n2, visto que gt-n2 apresentou o melhor ajuste com a função distribuição de tamanho de poros.

Figura C.24: Função conectividade para representações do P238\_K145, incluindo representações geradas com gt2.

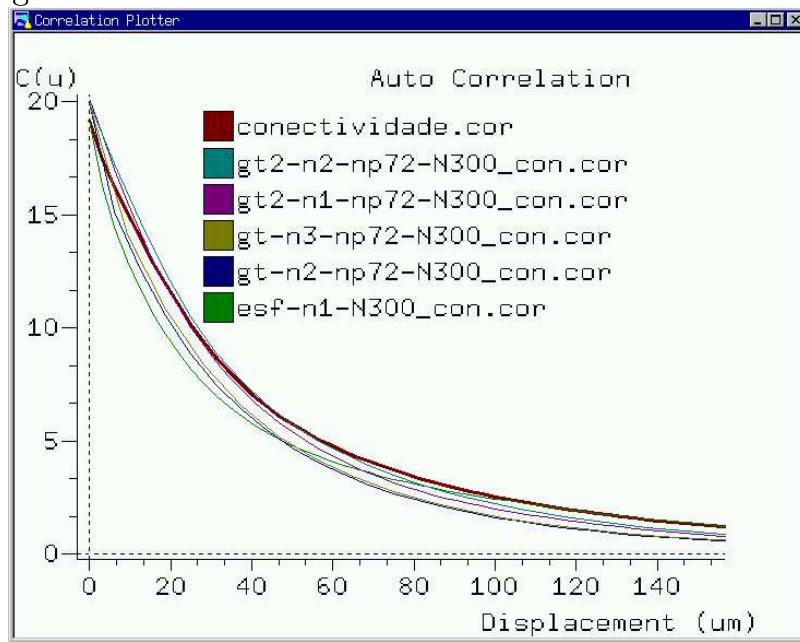
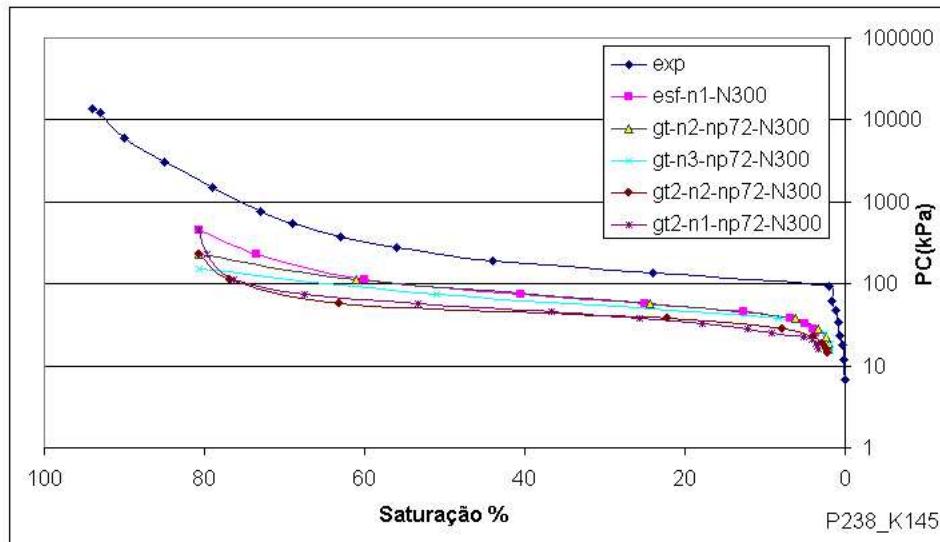


Figura C.25: Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P238\_K145 geradas usando gt2.



## C.7 Resultados Para Rocha Reservatório P320\_K642 (gt2)

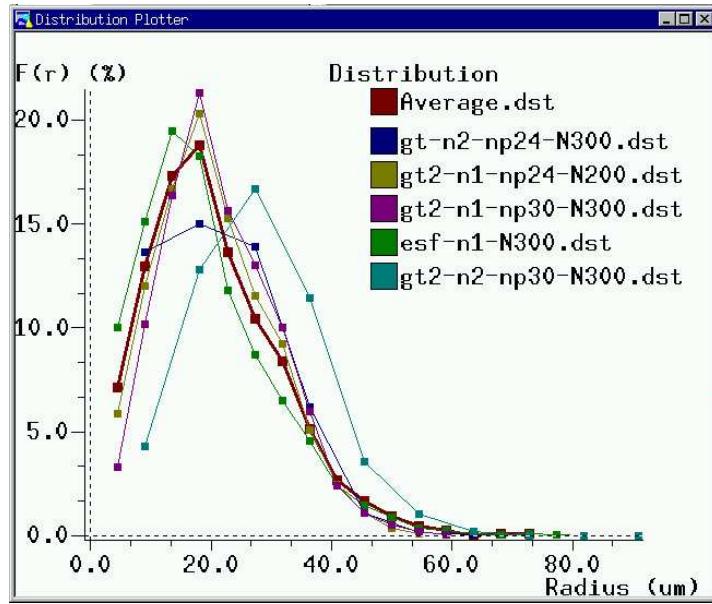
Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P320\_K642 geradas usando gt2 (veja imagem da lâmina da rocha P320\_K642 na Figura 4.20).

### C.7.1 Análise geométrica para representações do P320\_K642

Para todas as representações obtidas a função autocorrelação foi preservada.

A Figura C.26 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P320\_K642 obtidas com gt2, gt1 e esferas sobrepostas. A melhor representação é obtida com esferas sobrepostas (esf-n1-N300). A representação gt1-n2 apresenta um leve excesso de objetos grandes e poucos objetos na faixa de  $20 \mu\text{m}$ . A representação gt2-n1 também apresenta uma boa concordância, embora gere poucos objetos na faixa de  $8 \mu\text{m}$  e um excesso de objetos na faixa de  $20 \mu\text{m}$  a  $35 \mu\text{m}$ . A pior representação é obtida com gt2-n2, que gera um excesso de objetos grandes.

Figura C.26: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P320\_K642 geradas usando gt2.



A Tabela C.5 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. Para todos os casos as reduções nas porosidades são pequenas, o que indica que a representação com dimensão  $200^3$  é suficiente para preservação da conectividade.

Tabela C.5: Porosidade total e conectada de representações do P320\_K642 .

dimensão	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt1 $n=2$ np=24 N=200	29.81	28.60	1.21	4.0
gt2 $n=1$ np=24 N=200	29.67	28.28	0.39	1.31
gt2 $n=1$ np=30 N=300	29.84	29.54	0.3	0.9
esferas $n=1$ N=200	30.25	30.12	0.13	0.4
esferas $n=1$ N=300	30.28	30.18	0.1	0.3

### C.7.2 Permeabilidade para representações do P320\_K642

A Tabela C.6 apresenta as permeabilidades das representações obtidas com esferas sobrepostas, gaussiana truncada 1 e 2. Com esferas sobrepostas a permeabilidade fica em torno de 445 mD. Para gt1-n2 obteve-se 828 mD (M3) e 480 (M4). A representação gt2-n1-np24-N200 tem uma permeabilidade de 1165 mD (M3) e de 673 mD (M4). A representação gt2-n1-np30-N300 tem uma permeabilidade de 3099 mD (M3), um valor alto, contra 673 mD (M4).

Tabela C.6: Permeabilidade de representações do P320\_K642.

Representação	k-exp	k-gcs (M3)	k-gcs (M4)
esf $n=1$ N=200	642	444	
esf $n=1$ N=300	642	447	
gt1 $n=2$ np=24 N=200	642	828	480
gt2 $n=1$ np=24 N=200	642	1165	673
gt2 $n=1$ np=30 N=300	642	3099	928

### C.7.3 Intrusão de mercúrio para representações do P320\_K642

A Figura C.27 apresenta a função conectividade para representações do P320\_K642. A representação obtida com esf-n1 apresenta uma conectividade maior que a da imagem bidimensional. A representação gt2-n1 apresenta uma conectividade levemente mais próxima da imagem 2D quando comparada com gt-n2.

Na Figura C.28 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as obtidas para as representações tridimensionais geradas com gt1 e gt2.

A representação obtida com gt2-n1 apresenta um resultado próximo do obtido com esferas sobrepostas. A representação gt2-n2 apresenta a curva mais afastada, isto ocorre porque gt2-n2 tem um excesso de poros grandes que são invadidos para uma pressão menor. Esta representação também tem uma função conectividade acima das demais.

Figura C.27: Função conectividade para representações do P320\_K642 geradas usando gt2.

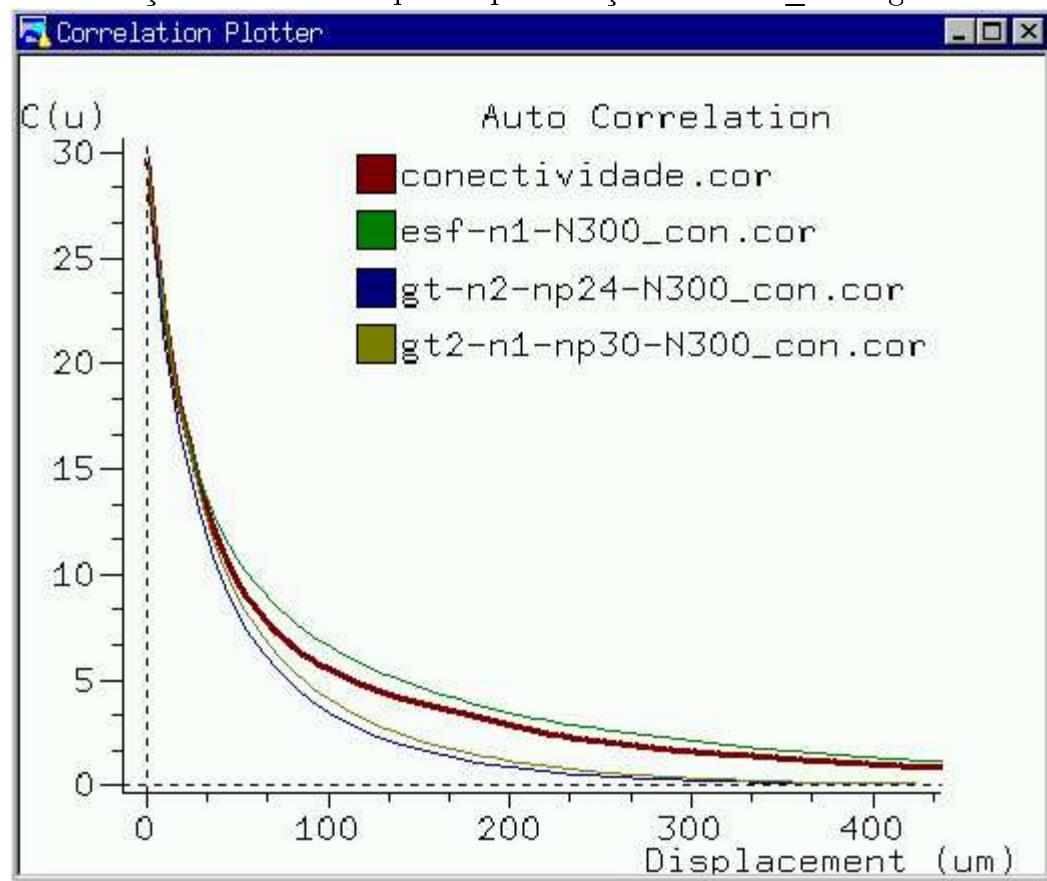
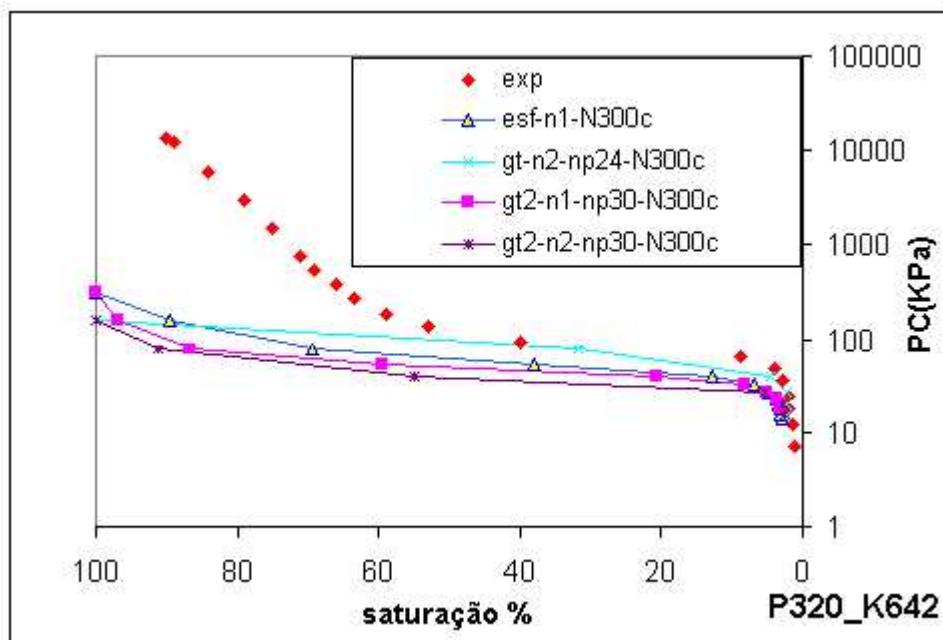


Figura C.28: Simulações de intrusão de mercúrio para representações do P320\_K642 geradas usando gt2.



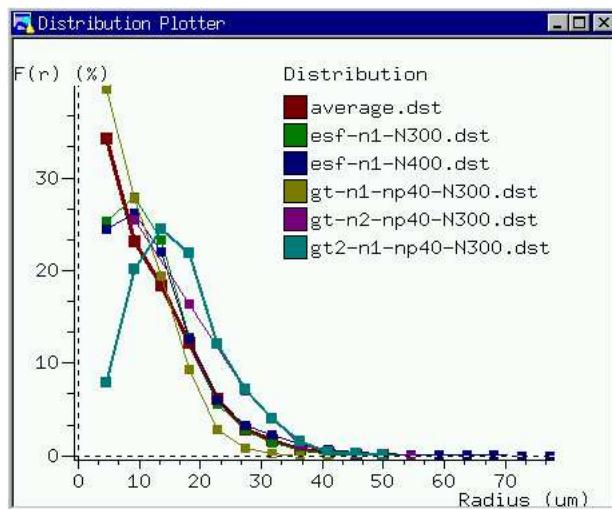
## C.8 Resultados Para Rocha Reservatório P240\_K104 (gt2)

Apresenta-se nesta seção uma análise de representações da rocha reservatório P240\_K104 geradas usando gt2 (veja lâmina da rocha P240\_K104 na Figura 4.27) .

### C.8.1 Análise geométrica para representações do P240\_K104

A Figura C.29 apresenta a função distribuição de tamanho de poros para representações do P240\_K104 obtidas com gt2, gt1 e esferas sobrepostas. Observa-se que para gt1-n1, a representação tridimensional gera um número elevado de poros pequenos. As representações esf-n1-N300 e esf-n1-N400 apresentam um bom ajuste na faixa acima de  $10 \mu m$ . A representação gt1-n2 apresenta um excesso de poros grandes. Já gt2-n1 gera um número elevado de poros grandes e baixo de poros pequenos.

Figura C.29: Função distribuição de tamanho de poros para representações do P240\_K104 geradas usando gt2.



Revendo a Figura C.5, para porosidade de 25%, as curvas para Ry-gt1 e Ry-gt2 estão muito próximas (a excessão dos pontos com  $Ry > 0.99$ ), o que indica que gt1 e gt2 deveriam gerar praticamente as mesmas representações. Mas isto não é o que acontece, veja na Figura C.29 que gt1-n1 e gt2-n1 são muito diferentes, indicando que a recuperação das rugosidades (com gt1) exige uma precisão muito grande da máquina (ou ainda que as rugosidades não poderiam ser recuperadas pois tem um grau de momento maior).

A Tabela C.8 apresenta as porosidades das imagens reconstruídas. A porosidade média da imagem bidimensional é de 20.77%, a porosidade experimental é de 24%. Observe que gt2 perde menos porosidade que gt1, mas esferas sobrepostas é a que melhor preserva a porosidade conectada.

Tabela C.8: Porosidade total e conectada para representações do P240\_K104.

Imagen	$\varepsilon_o$	$\varepsilon_{c6}$	$\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}$	$\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{c6}}{\varepsilon_o} \%$
gt n=1 np=40 N=300 double	21.49	18.71	2.78	12.93
gt n=2 np=40 N=300 double	21.49	17.92	3.57	16.61
gt n=3 np=40 N=300 double	21.49	16.33	5.16	24.01
esf n=1 N=300	20.46	20.00	0.46	2.24
gt2 n=1 np=40 N=300 double	20.77	19.86	0.91	4.38

A Figura C.30 apresenta a função conectividade para representações do P240\_K104. O melhor ajuste ocorre para esf-n1. A representação gt2-n1 tem uma função conectividade superestimada. As representações gt2-n2 e gt-n3 apresentam um bom ajuste até  $25 \mu m$ , ficando abaixo da curva bidimensional para raios maiores. A representação gt-n1 apresenta o pior ajuste. Novamente a representação que apresenta o melhor ajuste na função distribuição de tamanho de poros também apresenta um bom ajuste na função conectividade.

### C.8.2 Permeabilidade para representações do P240\_K104

Os resultados de permeabilidade obtidos para rocha reservatório P240\_K104 estão na Tabela C.9. A melhor representação é obtida com esferas sobrepostas para a qual a permeabilidade é de 143 mD (M3) e 80 mD (M4). Como esperado a permeabilidade da representação obtida com gt2 é superestimada, 387 mD (M3).

Tabela C.9: Resultados de permeabilidade para representações do P240\_K104.

Imagen	k-exp	k-gcs (M3)	k-gcs (M4)
esferas n=1 N=300	104	143	80
gt n=1 np=40 N=300	104		
gt n=2 np=40 N=300	104	109	
gt2 n=1 np=40 N=300	104	387	

### C.8.3 Intrusão de mercúrio para representações do P240\_K104

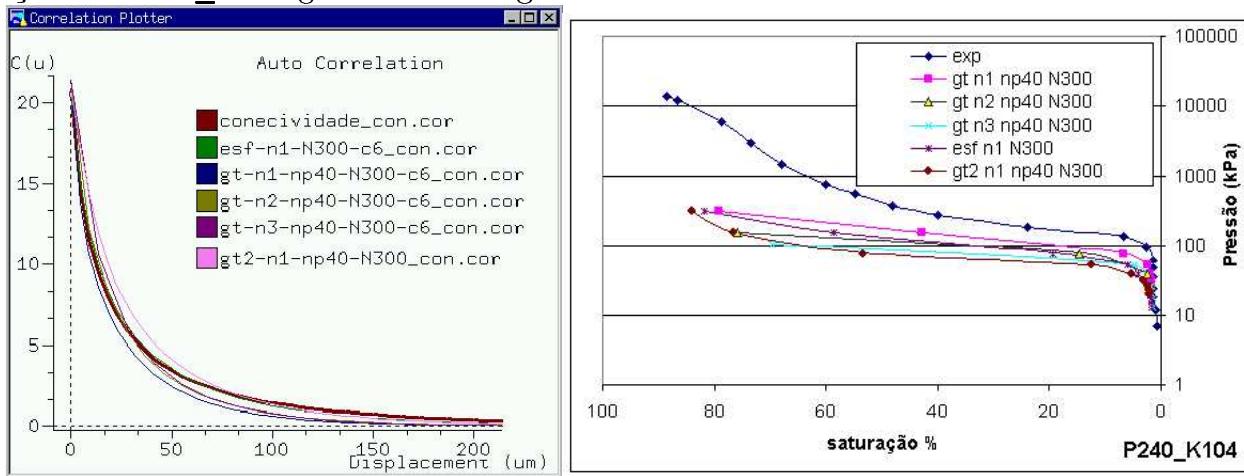
Na Figura C.30 a intrusão de mercúrio experimental é comparada com as obtidas para as representações tridimensionais geradas com gt1 e gt2.

A primeira simulação foi realizada com uma representação obtida com gt1-n1-np40-N300. A segunda simulação foi realizada com uma representação gt1-n2-np40-N300. A terceira com os parâmetros gt1-n3-np40-N300, a quarta com esf-n1-N300 e a quinta com gt2-n1-np40-N300.

Embora a representação gt1-n1-np40-N300 apresente o melhor ajuste na intrusão, deve ser desconsiderada pois apresenta um excesso de poros pequenos. A representação obtida com gt2-

*n1-np40-N300* também deve ser desconsiderada pois apresenta uma redução elevada do número de poros pequenos. A melhor representação é obtida com esferas sobrepostas, que apresenta um bom ajuste da curva de intrusão de mercúrio.

Figura C.30: Função conectividade (a) e simulações de intrusão de mercúrio (b) para representações do P240\_K104 geradas usando gt2.



## C.9 Análise dos Resultados

**Relação Ry e Rz:** A adoção da eq.3.11 de Adler *et.al.*(1998) é correta para uma porosidade de 50% e para imagens com comprimento de correlação baixo. Para outros valores de porosidade e comprimento de correlação baixo pode ser utilizado, visto que as alterações na relação entre Rz e Ry não são fortemente influenciadas pela porosidade. Quando se elimina o uso da equação 3.11 esta se desconsiderando os objetos com escalas abaixo das definidas para um  $Ry \sim 0.97$ . Desta forma o método de reconstrução fica mais livre, as rugosidades adicionais incluídas com uso da eq. 3.11 são descartadas e o método tem uma sobra de precisão que será usada na correta recuperação de escalas maiores.

**GT2:** Para a representação P262\_K70 a eliminação da aproximação de Adler *et al.*(1990) altera de forma significativa a representação tridimensional obtida. Com gt1 a melhor representação foi obtida com fator de amplificação 3 e com gt2 com fator de amplificação 1. Resultados semelhantes foram encontrados para P275\_K316 (de esf-n1 para gt2-n2) e P223\_K154 (de gt1-n6 para gt2-n3).

De um modo geral, as representações (P262\_K70, P275\_K316, P223\_K154) obtidas com gt2 são menos irregulares e a representação ideal passou a ser obtida para um fator de amplificação mais baixo. As representações obtidas são visualmente melhores e a função autocorrelação

é mais coerente. Com o uso de um fator de amplificação mais baixo, obteve-se um melhor resultado para as curvas de intrusão de mercúrio, tanto para representação obtidas com aplicação do filtro passa baixa (lp) como para representação obtida sem aplicação do filtro (slp). A perda de porosidade conectada é menor.

Para as rochas P238\_K145, P320\_K642 e P240\_K104 o uso de gt2 não é indicado, sendo aconselhável o uso de gt1 (ou esferas sobrepostas). Observe que a representação da rocha P320\_K642 é gerada com número de pontos 24, P240\_K104 é gerada com número de pontos igual a 40, o que indica que gt1 é aconselhável para representações com número de pontos de  $\sim < 40$ . A rocha P238\_K145, apresentou o melhor resultado com gt1-n2, embora tenha um comprimento de correlação de 72 pontos. Mas deve-se ressaltar que esta amostra apresenta um comportamento atípico em função da alta diferença entre a porosidade experimental (23.8%) e ótica (12.7%).

Com o aumento do fator de amplificação e consequente aumento da discretização das representações obtidas, as diferenças entre gt1 e gt2 são reduzidas, pois a correção da eq.3.11 deixa de atuar.

Estes resultados são coerentes, o uso da aproximação de Adler *et al.*(1990) foi definido numa época e em que os computadores tinham baixa capacidade de memória e as imagens geradas tinham dimensão  $\sim < 100$ .

Um comprimento de correlação grande, digamos  $\lambda = 150$ , exige a recuperação de 150 escalas, entendido aqui como 150 tamanhos de objetos.

Enquanto a dimensão máxima que podia ser recuperada era pequena (computadores antigos,  $N < 100$ ), o método de reconstrução da gaussiana truncada 1 apresentava bons resultados para imagens com comprimento de correlação pequeno ( $\lambda \sim \leq 40$ ), o uso de precisão simples (float) na determinação da FFT era aceitável. Entretanto, para recuperar imagens com comprimento de correlação grande era necessário usar  $n > 1$  (em alguns casos  $n > 5$ , veja Liang (1997)), gerando distorções nas representações obtidas em função da alta discretização adotada.

Com o aumento da capacidade dos computadores, foi possível gerar imagens com dimensão  $N \sim \geq 300$ . Neste caso constatou-se a necessidade de uso de dupla precisão (double) na determinação da FFT. Ou seja, com precisão simples conseguia-se recuperar  $\sim 40$  escalas e com precisão dupla  $\sim 60$  escalas (sempre usando  $n=1$ ). Isto indica que para objetos com mais de  $\sim 60$  escalas será necessário usar precisão dupla longa (*long double em C*), e que o número de escalas que poderão ser tratadas com o método da gaussiana truncada serão limitadas a algo em torno de  $\lambda \sim 100$ . Objetos com comprimento de correlação elevado deverão ser tratados considerando-se dois ou mais grupos de escalas (sistemas multi-escala).

**LPxSLP:** Foi observado que quando se gera a representação 3D usando  $n=1$ , a representação obtida tem uma função distribuição de tamanho de poros semelhante a da imagem 2D sem aplicação do filtro passa baixa, ou seja, *quando a representação é obtida com  $n=1$ , deve-se comparar as curvas de autocorrelação e distribuição de tamanho de poros com as equivalentes em 2D obtidas sem aplicação do filtro passa baixa.* Isto se explica, porque a aplicação do filtro passa baixa elimina um conjunto importante de poros pequenos que são recuperados na reconstrução. Pode-se imaginar que o filtro passa baixa estaria eliminando uma parte da cauda da curva da gaussiana, que é automaticamente recuperada no processo de reconstrução. Isto nos leva a conclusão de que o uso do filtro passa-baixa deve ser evitado, ou utilizado somente quando realmente necessário.

**Permeabilidade intrínseca:** Reapresenta-se a seguir na Tabela C.10 os valores da Tabela 7.26, acrescentando-se os resultados obtidos com gaussiana truncada 2. Valores de permeabilidade obtidos usando o modelo M4 (com correção das distâncias no cálculo das condutâncias) estão em *italico*. As permeabilidades obtidas para as representações tridimensionais ideais estão em **negrito**. Na tabela compara-se os resultados de permeabilidade obtidos com o método do grafo de conexão serial, com os métodos do esqueleto (k-ske, de Liang *et al.*(1997)), de Gás em Rede (k-LG, de Santos *et al.*(2000)) e de Rede de Percolação (k-rede, de De Gasperi (1999)).

As estimativas de permeabilidade fornecidas pelo modelo do grafo de conexão serial são boas. A única representação que apresenta valores de permeabilidade ruins é a P223\_K154. A permeabilidade é subestimada (32 mD) porque a porosidade ótica foi subestimada na binarização, ficando em 12.7%.

Com o novo modelo de cálculo das condutâncias foi possível estabelecer um intervalo para a permeabilidade.

Com gt2 as perdas de porosidades são menores, de modo que os resultados de permeabilidade serão mais confiáveis.

Tabela C.10: Comparação dos resultados de permeabilidade (mD) obtidos pelo método do grafo de conexão serial (k-gcs), com os métodos do esqueleto (k-ske), de gás em rede (k-LG) e de rede de percolação (k-rede). Adaptado de Bueno (2001).

Imagen	k-exp	k-ske	k-rede	k-LG	k-gcs	k-gcs	k-gcs
					gt1	esf	gt2
<b>Lâm. P275_K316</b>	316-275	67	100	290	286	-	<b>309-176</b>
<b>Lâm. P223_K154</b>	154-132	0	140	50	26	85-94	<b>32</b>
<b>Lâm. P238_K145</b>	145-121	14	112	170	<b>208-123</b>	-	
<b>Lâm. P320_K642</b>	642	34	-	611	<b>828-480</b>	428-461	1165-675
<b>Lâm. P262_K70</b>	69.7-66.8	4	106	60	75	-	<b>139-91</b>
<b>Lâm. P240_K104</b>	104	-	-	-	109	<b>142-80</b>	

Use os modelos de gás em rede (de Santos *et al.*(2001)), quando desejar uma estimativa precisa da permeabilidade ou o modelo do grafo de conexão serial quando desejar uma estimativa da permeabilidade com baixo custo computacional.

**Intrusão Hg:** Os resultados obtidos para intrusão de mercúrio serão melhores quanto menor for o fator de amplificação. Com gt2 as diferenças nas curvas de intrusão quando se muda o fator de amplificação são mais acentuadas.

Observe que metade das representações analisadas, isto é, P262\_K70 (de gt1-n3 para gt2-n1, melhora substancial), P275\_K316 (de esf-n1 para gt2-n2, melhora sutil), P223\_K154 (de gt1-n6 para gt2-n3), apresentam um melhor ajuste nas curvas de intrusão de mercúrio. A outra metade, isto é P238\_K145, P320\_K642, P240\_K104, apresentaram representações gt2 em que ocorreu uma eliminação dos poros menores, superestimando os poros grandes (o que provoca um rebaixamento das curvas de intrusão de mercúrio).

Observe que para representação P223\_K154 o uso de gt2 se mostrou eficiente, já para P238\_K145, que tem uma porosidade e permeabilidade muito próxima da P223\_K154 o uso de gt2 se mostrou ineficiente. Isto nos leva a conclusão de que embora ocorra uma sobrecarga de trabalho, o ideal é reconstruir com gt1, gt2 e esferas sobrepostas e então selecionar a melhor representação.

Na seção 4.1 discutiu-se a necessidade de se trabalhar com um número grande de imagens e com a média das curvas de autocorrelação e distribuição de tamanho de poros. O que confirma a análise acima descrita, pois quando se usam curvas médias, os objetos maiores de uma imagem individual são atenuados. Veja na Figura 2.9 que com uso da autocorrelação frequencial o comprimento de correlação é menor. Ou seja, ao adotar-se as curvas médias, reduz-se as *não isotropias* das imagens, ou ainda, com curvas médias aumenta-se a isotropia do material, reduzindo-se as deformações de forma que exigem mais precisão do método.

A frase anteriormente dita “*uma única imagem não tem estatística suficiente*”, pode estar equivocada. Na realidade, uma única imagem pode ter estatística suficiente, mas o uso das curvas médias torna as curvas mais isotrópicas e adequadas ao método de reconstrução.

## C.10 Conclusões Para Gaussiana Truncada 2

A análise da relação entre Rz e Ry para diferentes valores de porosidade, não forneceu dados adicionais que levassem a um maior entendimento do método e das diferenças da gaussiana truncada 1 e 2, ou que servissem como critério auxiliar na definição da representação ideal.

Novamente concluiu-se que uso do filtro passa-baixa deve ser evitado ou utilizado somente quando realmente necessário.

O método reconstruirá corretamente o meio se a função autocorrelação de entrada for uma função autocorrelação de um material gaussiano, ou seja, totalmente representado pelos dois primeiros momentos da função de fase.

O computador utilizado deverá ter memória e precisão suficiente, ou seja, em função da precisão máxima da máquina e da memória, o número de escalas que podem ser geradas é limitado.

**Usar gt1 ou gt2?** A seleção deve ser realizada considerando-se o comprimento de correlação e o fator de amplificação que pode ser utilizado.

**n=1:** Em todos os casos estudados, a gt1 não conseguiu gerar adequadamente imagens com fator de amplificação um ( $n=1$ ), ou seja, quando for usar fator de amplificação um opte por gaussiana truncada 2 ou esferas sobrepostas.

**n=2:** Quando for usar um fator de amplificação 2 opte pela gaussiana truncada 1 quando o comprimento de correlação for pequeno ( $np \sim < 40$ ) e por gt2 com  $np \sim > 40$ .

**n>2:** Para um fator de amplificação maior que 2, isto é  $n=3,4,5\dots$ , opte por gaussiana truncada 2, que preserva mais a porosidade conectada e tem um número menor de pixels isolados. Lembrar sempre que  $n>2$  gera representações grosseiras do material original.



## Apêndice D

### *Two Phase Equilibrium Distribution in Three-Dimensional Porous Microstructures*

PHILIPPI P.C., MAGNANI F.S. BUENO A.D. “*Two Phase Equilibrium Distribution in Three- Dimensional Porous Microstructures*”. Produccion 2000 / Aplicaciones de la ciencia en la ingeniería de petróleo, Puerto Iguazu , May 08-12 /2000.

# TWO PHASE EQUILIBRIUM DISTRIBUTION IN THREE-DIMENSIONAL POROUS MICROSTRUCTURES

P.C. PHILIPPI<sup>◊</sup>, F.S. MAGNANI\*, A. D. BUENO

Mechanical Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Cx. P. 476  
88040-900 Florianópolis SC, Brazil

## ABSTRACT

This work presents a methodology for determining the interface between wetting and non-wetting phases inside a three-dimensional porous space, at a given equilibrium state. The work is limited to the study of mechanical equilibrium. The method is based on a three dimensional extension of the opening method from image analysis presented in [1] and applied on three-dimensional stochastically reconstructed porous microstructures of reservoir rocks. The great advantage of the presently proposed methodology with respect to percolation networks conception is that simplifying assumptions regarding the geometry of the porous space are avoided. In fact, invasion of wetting fluid in imbibition and wetting fluid retention in the later stages of drainage occur spatially through a complex structure of corners and intrinsic irregularities of pore surfaces that are very difficult to model using percolation networks of sites and bonds. Simulation results were compared with experimental data related to mercury intrusion and water-oil capillary curves were simulated for several distinct cases.

*Keywords:* two-phase mechanical equilibrium, three-dimensional porous structures.

*Paulo C. Philippi is Professor at Federal University of Santa Catarina where he heads the Porous Media and Thermophysical Properties Laboratory (LMPT). He specializes in image analysis and processing, single and multiphase flow in porous media and lattice gas automata (LGA) methods*

*Fabio Santana Magnani is Associate Professor at Federal University of Pernambuco. He specializes in image analysis and processing and multiphase flow in porous media.*

*André Duarte Bueno has BS and MSc degrees in Civil Engineering. He presently makes his Doctoral studies in Porous Media and Thermophysical Properties Laboratory (LMPT) which includes equilibrium phase distribution and prediction of relative permeability in porous media..*

---

<sup>◊</sup> Corresponding author

\* Presently at Mechanical Engineering Department of Federal University of Pernambuco  
50740-530, Recife PE, Brasil.

## 1. INTRODUCTION

The problem of predicting macroscopic transport properties from the underlying microscopic structure and pore-scale physics has been the subject of extensive investigation in recent years.

Conceived as a dynamical problem, two-phase fluid invasion into a porous structure is complicated due to the difficulty in predicting the location of the interface between the two fluids as it is the site of dynamical instability sources, considering the competition between inertial forces, surface tension and viscous transfer of momentum. In the present work, two-phase fluid invasion is supposed to proceed following a sequence of quasi-static processes between equilibrium states. The dynamic invasion problem is, thus, strongly simplified and reduced to the determination of the interface between the two fluids by using the well-known Young-Laplace equation. In fact, Young-Laplace equation predicts a *constant curvature* for an interface in mechanical equilibrium. The location of the interface can, thus, be regarded as a *geometrical problem*.

The purpose of this work is to present a methodology for determining this interface, considering two non-miscible phases inside a three-dimensional porous space, at a given equilibrium state. The work is limited to the study of mechanical equilibrium: mass transfer between the phases is not considered. The method is based on a three dimensional extension of the opening method from image analysis. At the authors' knowledge, this idea was firstly used in the study of water vapour sorption in two-dimensional porous sections by Quenard and Bentz [2], although Delfiner *et al.* [3] were the first to propose the use of opening methods, in the simulation of mercury intrusion. Recently, Yao *et al* [4] have used this method for study mercury intrusion into three-dimensional porous structures reconstructed from the data obtained from Vosges sandstone.

The methodology used here was presented at Magnani *et al* [1]. This paper describes some main results related to mercury intrusion simulation and to water-oil capillary equilibrium curves of main interest for petroleum industry.

The great advantage of the proposed methodology with respect to percolation networks conception is that simplifying assumptions regarding the geometry of the porous space are avoided. In fact, invasion of wetting fluid in imbibition and wetting fluid retention in the later stages of drainage occur spatially through a complex structure of corners and intrinsic irregularities of pore surfaces that are very difficult to model using percolation networks of sites and bonds.

## 2. MATHEMATICAL MODELS

### 2.1 Mathematical model for the three-dimensional representation of the porous structure

Figure 1 shows two digital segmented image, in (a) a Berea500 sandstone and (b) a Brazilian sandstone, showing the porous phase in black and the solid phase in white. Image was obtained from a thin plate of Berea sandstone and Brazilian sandstone, after scanning with an optical microscope, pre-processing and, lastly, segmentation by the method of maximal interclass variance (details can be found in a companion paper [5]).

Three-dimensional reconstruction is based on the assumption that the genesis of porous structure follows a stationary stochastic process, presenting the same statistical moments measured at the 2D representation.

Several methods exist to generate discrete random fields. Adler *et al.* [6] and Fernandes [7] generated isotropic media by a simplified version of an algorithm presented by Quiblier [8] for general 3-D porous media based on truncated gaussian method. This algorithm was itself an extension of a 2-D scheme devised by Joshi [9]

In this paper, is used the truncated gaussian method by applying Fourier transform, as proposed by Liang *et al* [10]. The method consists in generating a random function  $Z(x)$  that is equal to zero in the solid phase and to one in the pore phase and which preserves porosity and auto-

correlation function. The analysis is restricted to homogeneous media, where the statistical characteristics are assumed to be independent of position  $\mathbf{x}$  in space. Due to homogeneity, porosity is a constant and  $R_Z(\mathbf{u})$  depends only upon the displacement vector  $\mathbf{u}$ . Moreover, when the porous medium is isotropic,  $R_Z$  is a function only of  $u=|\mathbf{u}|$ .

Given a positive-definite function  $R_Y(u)$ , it is possible to find a stochastic process  $Y(\mathbf{x})$  having  $R_Y(u)$  as its normalized auto-covariance function. By definition of Fourier transform and the Wiener-Khinchin theorem, the Fourier transform of the correlation function of a field is also its power spectrum. Therefore, if the correlation function of an arbitrary field is known, one can use Fourier transform to generate this field  $Y(\mathbf{x})$  with the same auto-covariance function (Pardo-Igúzquiza and Chica-Olmo [11]). The difference between this method and previous ones is that  $Y(\mathbf{x})$  is directly generated from its auto-correlation function  $C(\mathbf{u})$ , and does not need the linear filter transform  $X(\mathbf{x}) \rightarrow Y(\mathbf{x})$ . In addition, when compared with Adler's method [6], Liang *et al* method [10] reduces the resident memory requirements, because the independent gaussian field data  $X(\mathbf{x})$  are not needed.

Three-dimensional reconstruction needs information about porosity  $\varepsilon$  and auto-correlation function  $C(\mathbf{u})$ . Considering isotropic sections, auto-correlation function is, usually, calculated along a given direction by displacing the binary representation over itself in the  $x$  direction (or  $y$ ), using multiples of the pixel dimension and measuring the void fraction related to the intersection, i.e., the frequency of outcomes corresponding to two superposed black pixels (Adler [6] and Philippi *et al.* [12]).

Due to the finite size of this *discrete* binary representation with respect to pixel dimension, the above described procedure produces, generally, fluctuations on auto-correlation function. Since auto-correlation function  $C(\mathbf{u})$  is related to the *probability* of finding two points separated by  $\mathbf{u}$  and belonging to the same phase, it is advantageous to calculate  $C(\mathbf{u})$  as a function of the two-dimensional vector  $\mathbf{u}=(x, y)$  and, then, to take its mean value around a circle with radius  $u=|\mathbf{u}|$ . This last procedure produces more reliable  $C(\mathbf{u})$  values since it increases the number of realizations needed to calculate this probability.

The utilization of presently well known and largely diffused fast algorithms, makes Fourier transform a very suitable tool to calculate  $C(\mathbf{u})$ , as a function of the displacement vector  $\mathbf{u}=(x, y)$ . Using Wiener-Khinchin theorem, normalized auto-covariance function  $R_Z(\mathbf{u})$  was measured by calculating the power spectrum of the phase function  $Z(\mathbf{x})$ , i.e.,

$$R_Z(\mathbf{u}) = \Im^{-1} \left| \hat{Z}(\mathbf{p}) \right|^2, \quad (1)$$

where  $\hat{Z}(\mathbf{p})$  means the direct Fourier transform of  $Z(\mathbf{u})$  and  $\Im^{-1}$  is used to indicate the corresponding inverse operation. Taking the mean value of  $R_Z$  for the several  $\mathbf{u}$  with the same norm produces  $R_Z(u)$ , used in the present work to three-dimensional geometrical reconstruction of the porous structure.

Figure 2 shows a three dimensional view of the reconstructed microstructure for a given realization.

## 2.2 Mathematical model for the fluid invasion problem

Capillary invasion is a difficult dynamical problem where the interface between fluids is subjected to wall surface potentials, inertial forces, interfacial tension and viscous transfer of momentum. Present model uses the simplifying assumption that equilibrium phase configurations are attained, inside the porous structure, following a quasi-static process.

The geometrical problem was presented in Magnani *et al* [1]. Model's main features are presented bellow. Consider a system,  $U$ , composed by a rigid porous sample,  $M \subset U$  (Figure 3). It is supposed that both  $M$  and  $S$  (the solid phase) remain invariant during any process. The constancy of  $M$  and  $S$  assures, respectively, that the porous body is macroscopically and microscopically rigid.

Additionally, it is supposed that the two fluids are non-miscible and the present work is only concerned with quasi-static processes.

Consider an invasion process where a fluid B displaces a fluid A initially inside the porous space. Let this process be considered as a sequence  $[i, i=0,1,\dots,p]$  of elementary steps between equilibrium states. For each step  $i$ ,  $B^i$  is the geometric region occupied by fluid B and, for step 0,  $B^0$  is such that  $B^0 \cap P = \emptyset$ , i.e., the invader fluid is outside the porous body at the beginning of the process. For each step  $i$ ,  $B^i$  is a connected geometrical region, while  $A^i$  is the union of several geometrical regions which became disconnected during the invasion process.

In fact,

$$A^i = A_o^i + \bigcup_{k=1}^{n(i)} A_k^i, \quad (2)$$

where, in step  $i$ ,  $A_o^i$  is the geometrical partition of A which remains connected to the free region L during the invasion process and  $A_k^i$ ,  $k=1,\dots,n(i)$ , is one of the  $n(i)$  regions in F which became disconnect from L due to trapping by fluid B.

The trapped domain Y at step  $i$  is formally defined as:

$$Y^i = A^i - A_o^i, \quad 1 \leq i \leq p, \quad (3)$$

At step  $i$  of invasion, let  $E_x^i$  be a ball of radius  $r^i$ , centered at  $x$ , for a given point  $x$  belonging to region F, i. e., the union of the porous region, P and the free region, L. Radius  $r^i$  is determined from the well known Young-Laplace equation, which establishes the equilibrium condition at the interface between fluids A and B,

$$r^i = \left| \frac{(d-1)\sigma_{AB}}{P_{A_o^i} - P_{B^i}} \right|, \quad (4)$$

where  $d$  is the Euclidian dimension of the space,  $\sigma_{AB}$  is the interfacial tension between fluids A and B,  $P_{A_o^i}$  is the pressure at the domain of fluid A which is connected to the free region L, and  $P_{B^i}$  is the pressure of fluid B, at step  $i$ .

For points  $x$  that are closer than  $r^i$  from the boundary of F, the ball  $E_x^i$  will intercept this boundary. For this reason a new ball  $E_x^{*i}$  is defined such that,

$$E_x^{*i} = \begin{cases} E_x^i & \text{if } d_x \geq r^i \\ \emptyset & \text{if } d_x < r^i \end{cases} \quad (5)$$

where  $d_x$  is the smallest of the distances between point  $x$  and the boundary of F.

An opening region H is defined such that at step  $i$ ,

$$H^i = \bigcup_x E_x^{*i}, \quad x \in F \quad (6)$$

$H^i$  is a region whose interface has one of its two curvature radius constant and given by  $r^i$ . As it is the union of spherical balls enclosed in F, this interface makes a contact angle of  $0^\circ$  with the solid boundaries, defined with respect to the wetting phase.

For simulation purposes, the free region L is constructed with a boundary having a finite curvature radius. In this manner, a new opening region is defined, as,

$$G^i = L \cup H^i \quad (7)$$

It is important to define a complementary region of  $G^i$ , to find the phase distribution in the porous phase at step  $i$ , as

$$\underline{G}^i = F - G^i \quad (8)$$

Let J and Q be any two regions of F and let  $K(J,Q)$  be a union operator defined as the union of the connected components  $J_j$  of J with a non-null intersection with Q,

$$K(J,Q) = \bigcup_{k=1}^{n(J)} \begin{cases} J_j & \text{if } J_j \cap Q \neq \emptyset \\ \emptyset & \text{if } J_j \cap Q = \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

Evidently,

$$K(K(J,Q),Q) = K(J,Q) \quad (10)$$

For a set  $\mathfrak{X}$ , defining a  $\mathfrak{X}$  to be  $\mathfrak{X}$  when  $a=1$  and to be the null set  $\emptyset$  when  $a=0$ , the geometrical region occupied by fluid B can be determined using the following equation:

$$B^i = \Omega^i - u_A Y^i, \quad (11)$$

where:

$$\Omega^i = K\{ [ (w_B) \underline{G}^i \cup K(G^i, B^0) ], B^0 \}, \quad (12)$$

and  $w_B$  is a wetting factor for fluid B ( $w_B=1$ , when fluid B is the wetting fluid and  $w_B=0$  otherwise),  $u_A$  is a compressibility factor for fluid A ( $u_A=0$  for fluids which are ideally compressible and  $u_A=1$ , for fluids which are ideally incompressible). When fluid A is incompressible, domain B at step  $i$  is, thus, dependent, on the trapped domain  $Y^i$ , which is not known at this step. In present work, domain  $Y^i$  is approximated by the geometrical region that is trapped at step  $i-1$ ,  $Y^i \approx Y^{i-1} = A^{i-1} - A_o^{i-1}$ . The degree of approximation will be, therefore, dependent on the step extent between two consecutive equilibrium states. In a three-dimensional discrete representation of the porous microstructure, this means, by Eq.(4), that reliability of present simulation model, will be dependent on voxel linear dimension (volume element).

### 3. COMPUTATIONAL ASPECTS

Computational procedure starts from a three-dimensional phase function  $Z(\mathbf{r})$  whose domain  $U$  is a cube, representing the system to be analyzed, including the porous material and the chambers where the wetting and non-wetting fluid are to be placed, for simulation purposes.  $Z(\mathbf{r})=0$  if  $\mathbf{r} \in S \cup T$  and  $Z(\mathbf{r})=1$  if  $\mathbf{r} \in F$ . In the first step, the distance  $d_x$ , defined in Eq. (5) is determined for each  $\mathbf{r} \in F$ . Distance  $d_x$  is the smallest of the distances from point  $\mathbf{r} \in F$  to the boundary between region  $F$  and solid phases and will be, in the following text, called *background distance (BD)*.

For a three-dimensional system,  $\mathbf{r}$  is a discrete variable and each  $\mathbf{r}$  is associated to a given three dimensional cell in space. Present paper deals with a chanfer metric, considering the distance between the centers of two adjacent cells as 3, the distance between two adjacent cells with a common edge as 4 and 5 when they have a common corner.

To find the distance of each cell to the background (BD), a corner is chosen as the starting point, and the cells of the first plane,  $z=0$ , are labeled. In the next  $z$  planes, distance is calculated using a 3-4-5 spatial chanfer mask. The procedure is sequential, following the 0-x, 0-y and 0-z directions. Cells in the solid phase are labeled with 0, and the first cells in phase  $F$ , with a face, an edge or a corner adjacent to the solid phase are labeled with 3, 4 or 5, respectively. Chanfer distances can be stored in a ordinary computer as integers, using a 2 bytes address, instead of 4 bytes, necessary for real variables (in 32 bits platform). Further details can be found in Magnani *et al* [1].

Matrix  $BD(x, y, z)$  is important to find the several geometrical regions defined in Section 2. In this way, the opening region  $H^i$ , defined in Eq. (6), is obtained at step  $i$ , by placing a ball of radius  $r^i$  centered at each cell with a BD, satisfying

$$r^i < BD \leq r^i + 1 \quad (13)$$

and by considering all cells with  $BD \geq r^i + 1$  as belonging to  $H^i$ . In fact, balls with radius  $r^i$  centered on cells with  $BD \leq r^i$  intercept the boundary of phase  $F$  and cells with  $BD \geq r^i + 1$  are always surrounded by cells with  $BD > r^i$ . Region  $G^i$  as its complement  $\underline{G}^i$  can be then determined using Eqs. (7) and (8).

In the present paper, determination of  $K(J,Q)$  was improved with respect to older version exposed in Magnani *et al* [1], by adding a three-dimensional labeling algorithm, reducing total processing time to about 9%.

## 4. RESULTS

The above procedure was used to simulate mercury intrusion and wetting / non-wetting fluid invasion into a three-dimensional reconstructed representations of Berea500 sandstone and of Brazilian sandstone P30.5K642 found in a Petrobras petroleum reservoir (images were furnished by CENPES/Petrobras).

### 4.1 Three dimensional geometrical reconstruction

Figure 4 shows a comparison for the cumulative porous volume fraction measured as the mean taken from 10 binary images and the mean values obtained from the 2D cross sections of the reconstructed microstructure of P30.5K642. Reconstruction was performed by generating three-dimensional cubes with  $N=200$  voxel as linear size. This linear size was verified to be large enough to ensure statistical homogeneity, giving three-dimensional representations with statistical averages independent of the random seed used in the reconstruction. Curves of the porous volume fraction were obtained by measuring the cumulative area fraction on all 2D serial cross sections sliced from the reconstructed three dimensional representation and by taking the average between these sections, for a given ball radius. Opening operation from image analysis was used in this computation step (Chassery and Montanvert [13]). Factor  $n$  is a sampling factor taken over  $R_Z(u)$  data: sampling factor  $n$  means that the only points considered for  $R_Z(u)$  data were the ones separated by  $n-1$  pixels.

Results show that, when sampling factor  $n$  ( $SFn$ ) is reduced, three-dimensional reconstruction gives a systematic deviation with a larger amount of small size pores when compared to the original binary image and that this amount is underestimated, when sampling factor increases. The better agreement was obtained for  $n=2$ . This systematic deviation is possible to be attributed to the reconstruction method itself, which appears to fail when trying to preserve the size distribution of the smaller features found in the original 2-D binary image. In fact, it must be remembered that present reconstruction method is based: i) on the hypothesis that the target original two-dimensional representation is a realization of a stochastic process which is considered to be ergodic and stationary and ii) on the hypothesis that this process is gaussian and can be, inherently, described by its only two first moments.

### 4.2 Mercury intrusion

Prediction of mercury intrusion based on image analysis methods carried on petrographic thin plates has the following main limitation: acquired digital images must be large enough to ensure statistical homogeneity, implying in low resolution (or, equivalently, in a large ratio  $\mu\text{m}/\text{pixel}$ ).

Attainable resolution is, typically, about  $2\mu\text{m}/\text{pixel}$  at 50X magnification. Higher resolutions can be attained with higher magnification and working with digital image assemblages. However, color uniformity is difficult to achieve and computer resident memory limitation imposes an upper limit to this procedure.

In this way, ordinary simulation is limited to about 3atm, which is considerably lower than the 2000 atm nominal limit of current mercury intruders.

Nevertheless, in despite of this limitation, mercury intrusion simulation based on petrographic thin plates, can be useful in the understanding of the *early* mercury intrusion stages, which is mainly conditioned by reservoir rock macroporosity. In addition, considering that intrinsic permeability of reservoir rocks is frequently related to its macroporosity, mercury intrusion simulation can furnish valuable information such as percolation thresholding diameter and/or other input data in the estimation of intrinsic permeability.

In present paper, mercury intrusion was simulated, on reconstructed three-dimensional representation by using different simulation methods, named nF, where mercury intrusion is supposed to proceed through n external surfaces of the 3D representation. In addition, simulation was, also, performed supposing intrusion to proceed from an internal chamber. This method, named *internal intrusion* (see Figure 5), has the advantage of decreasing surface/volume ratio, reducing surface effects of the three-dimensional representation.

Figure 6 shows a three-dimensional representation of the sequential evolution of mercury intrusion, proceeding from a single external surface, method 1F, for different pressure steps.

Mercury intrusion was simulated in three-dimensional reconstructed porous structures of several reservoir sandstones. Measured intrusion pressures were converted to ball radius using Young-Laplace equation, corrected by the cosine of the contact angle. Experimental values proceed from mercury intrusion experiments performed in CENPES/Petrobras.

#### **4.3 Effects of simulation method and of the 3D representation linear size**

Figure 7 shows a sequence of simulation results when 3D representation linear size N is increased from 50 to 300. Different curves refer to different intrusion methods: 1F, 2F, 4F, 6F and internal intrusion. Experimental values are related to Berea500 sandstone and reconstruction was performed with a sampling factor n=4, starting from a single petrographic thin plate, where source digital image was taken with a resolution of 2.6  $\mu\text{m}/\text{pixel}$ . It is clearly seen that for small linear size, intrusion results are very sensitive to the particular simulation method used. Percolation threshold is retarded when intrusion surface is reduced, as expected. This influence is reduced as linear size N increases. When compared to experimental results, the best simulation corresponds to method 6F, where mercury intrusion is supposed to happen through all the 6 external sample surfaces, best corresponding to *real* intrusion experiment. As asserted above, internal intrusion reduces surface/volume ratio due to finite volume effects and would best correspond to a hypothetical intrusion experiment performed into very large samples.

Figure 8 shows the influence of sampling factor ‘n’ on simulation results for P30.5K642 Brazilian sandstone, see Figure 1(b). Simulation was performed using a  $200^3$  voxel, reconstructed representation considering 6F mercury intrusion simulation method. As shown in Section 4.1 sampling factor n=2 gave the best agreement between measured and simulated pore size distribution. Present results authenticate this previous result and validate present methodology for predicting the early stages of mercury intrusion. As asserted above, late stages of mercury intrusion are related to very small porous cavities and spatial resolution obtained in acquiring digital images from petrographic thin plates is considerably beyond the minimal resolution that is necessary to simulate late mercury intrusion stages.

#### **4.4 Simulation of wetting/non-wetting quasi-static displacement**

Water-oil capillary displacement is an important physical process in petroleum engineering. Laboratory tests are, usually, performed in centrifuges furnishing water-oil capillary curves, which are important source of information for the prediction of petroleum recovery performance.

Present section deals with immiscible quasi-static displacement of a non-wetting fluid A, initially filling the whole porous space, by a wetting fluid B. Process starts from an equilibrium state where capillary pressure  $P_A - P_B$  is supposed to be high enough to prevent wetting fluid invasion. In this way, when capillary pressure is decreased, wetting fluid invasion proceeds through the corners and smaller pores of the porous structure, producing blockage of the non-wetting fluid. These effects are very important in wetting fluid invasion and entirely justified from a physical point of view. They cannot be predicted by, e.g., percolation networks, although several attempts have been made in the last few years for taking account of edge invasion, by the use of networks with square cross sections bonds, connecting cubic sites (Ioannidis and Chatzis14). In fact, the extreme irregularity of the porous surface produces a very complex network of three-dimensional bonds for wetting fluid invasion, which is very difficult to model by using percolation networks. In

the present conception, corner invasion is an intrinsic consequence of the method used to predict the geometrical regions occupied by the wetting and non-wetting phases, inside the pore space.

Figure 9 shows a 3D visualization of simulation results for wetting fluid invasion.

Figure 10 shows simulation results for wetting fluid B invasion into Berea500,  $80^3$  and  $330^3$  reconstructed representations using sampling factor  $n=4$ , initially filled with an ideally compressible non-wetting fluid A. Wetting and non-wetting phases will become connected for capillary pressures corresponding to ball radius between, about, 10 and 40  $\mu\text{m}$ . In present case, trapping of non-wetting fluid has no consequence as it is considered as ideally compressible.

Figure 11 shows similar results for wetting fluid B invasion into  $330^3$  Berea500, reconstructed representation, initially filled with an ideally uncompressible non-wetting fluid A. Wetting and non-wetting phases will become connected for capillary pressures corresponding to ball radius between, about, 10 and 20  $\mu\text{m}$ . In present case, due to uncompressibility, non-wetting fluid which is blocked during invasion will remain trapped during the whole invasion process. In fact, in present case, near 45% of non-wetting fluid remains trapped in the porous space. Although experimental results were not disposable for this sample case, trapped volume fraction of non-wetting fluid is expected to be larger than the one obtained in present simulation. In fact, proceeding through the corners and smaller pores of the porous structure, wetting fluid invasion is expected to be very sensible to porous structure details: in present case, simulation was performed inside a porous space representation reconstructed with sampling factor  $n=4$ , where the fine porous structure was lost in the reconstruction process.

A more interesting sample case, is represented by Berea sandstone simulation, when 3D representation is reconstructed with  $n=1$  (Figure 12). In this case, although porous structure fine details were overestimated in the reconstruction process, results give a larger volume fraction of trapped non-wetting fluid, which amounts to 55%.

Figure 13 shows simulation results, obtained when the invader fluid is non-wetting. Pressures  $P_A$  and  $P_B$  are initially the same, and invasion proceeds by increasing  $P_B$  with respect to  $P_A$ . In this way process proceeds in the negative direction of x-axis in Figure 11, beginning with the larger ball radius it is possible to place inside the porous space and finishing with a ball radius equal to 1 voxel. Points corresponding to ball radius  $r=0$ , were not directly obtained in the simulation: one considers that connected portion of wetting phase is zero at the end of drainage and that the volume amount of blocked wetting fluid remains the same after the last simulation point. Although these assumptions are somewhat arbitrary, it is very difficult, from a computational point of view, to increase details in the last end of drainage, as each additional simulation point require to *double* resident memory requirements in the simulation process. Results show that about 35% of wetting fluid volume remain trapped at the end of drainage. In this case, it is expected that the trapped volume of wetting fluid is almost *insensible* to the details of porous fine structure. This was verified in some few cases, by resampling the 3D reconstructed representation: trapped volume remained the same in all performed drainage simulations.

## 5. CONCLUSIONS

In present paper, a methodology was presented for studying two-phase equilibrium inside a porous medium, based on Young-Laplace's equation that predicts a constant curvature for the interface between two-phases in mechanical equilibrium. The great advantage of the presently proposed methodology with respect to percolation networks conception is that simplifying assumptions regarding the geometry of the porous space are avoided. The method is applied on three-dimensional reconstructed porous structures.

Simulation of mercury intrusion and water-oil capillary curves are presented and compared with experimental data. Corner invasion and retention of wetting fluid during the later stages of drainage are, apparently, adequately modeled, especially when compared with percolation networks models. Considering the limitations of the methodology, results apparently confirm its adequacy as a valuable tool for simulating two-phase equilibrium in porous media.

## ACKNOWLEDGEMENTS

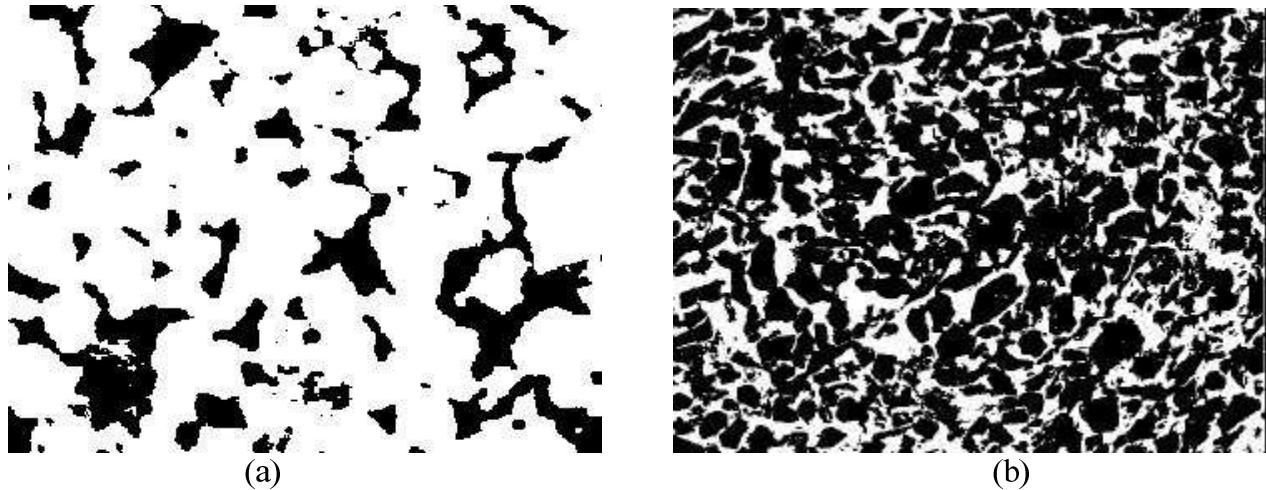
The authors would like to acknowledge CENPES/PETROBRAS (Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello) for providing the images and experimental data for Berea and Brazilian sandstones and financial support of CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), PADCT (Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico), RHAE (Programa de Formação de Recursos Humanos em Áreas Estratégicas) and FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos).

## 6. REFERENCES

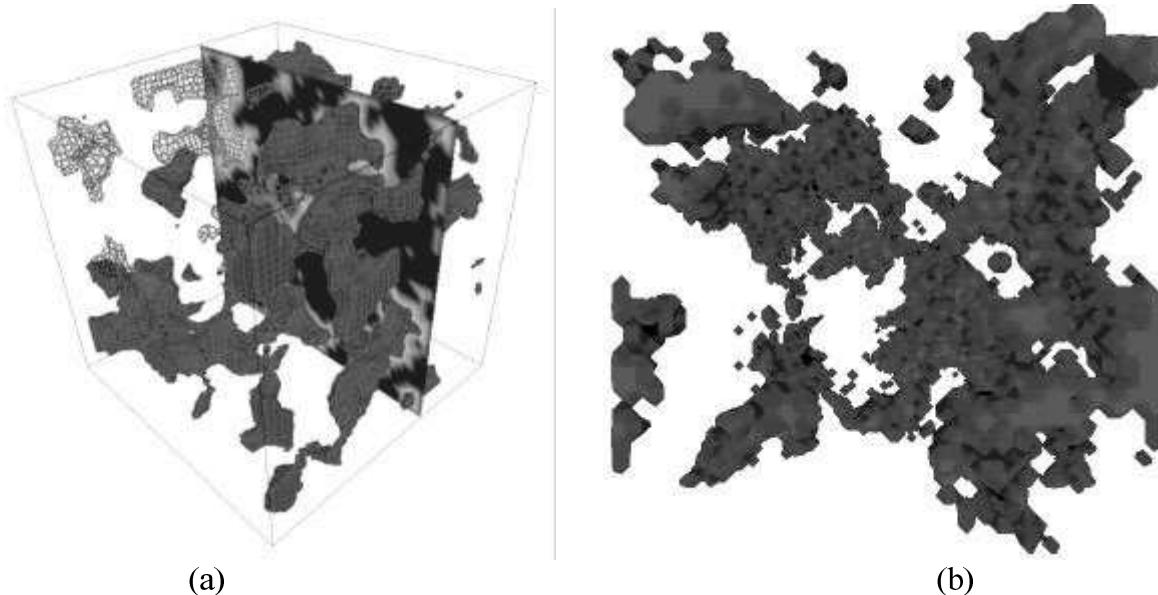
- [1] Magnani F.S., Philippi P.C., Liang Z.R. and Fernandes C.P., 2000, *Modelling two-phase equilibrium in three-dimensional porous microstructures*, **Int. J. Multiphase Flow.**, **26** (1), 99-123.
- [2] Quenard D. A. and Bentz D.P., 1992, *Capillary condensation, hysteresis and image analysis*, **Proceedings of Drying' 92 Symposium**, 253-262.
- [3] Delfiner P., Étienne J., and Fonck J.M., 1972, *Application de l'Analyseur de Textures à l'Étude Morphologique des Réseaux Poreux en Lames Minces*, **Revue de l'Institut Français du Pétrole XXVII** (4), 535-558.
- [4] Yao J., Thovert J.F., Adler P.M., Tsakiroglou C.D., Burganos V.N., Payatakes A.C., Moulu J.C., and Kalaydjian F., 1997, *Characterisation, reconstruction and transport properties of Vosges sandstones*, **Revue de l'Institut Français du Pétrole** **52** (1), 03-21.
- [5] Damiani M.C., Fernandes C.P., Bueno A.D., Santos L.O. E., Cunha Neto J.A.B., and Philippi P.C., *Predicting Physical Properties of Reservoir Rocks from the Microstructural Analysis of Petrographic Thin Sections*. Submitted to Producción 2000 / Aplicaciones de la ciencia en la ingeniería de petróleo, May 08-12 /2000, Foz de Iguaçu.
- [6] Adler P.M., 1992, *Porous Media: Geometry and Transports*. Butterworth - Heinemann, New York.
- [7] Fernandes C. P., 1994, *Caracterização Morfotopológica de Espaços Porosos: Reconstituição Multi-Escala e Simulação de Processos de Invasão de Fluidos Não-Molhantes*, Doctoral Thesis, Mechanical Engineering Department, Federal University of Santa Catarina, Florianópolis.
- [8] Quiblier J.A., 1984, *A new three-dimensional modelling technique for studying porous media*. **Journal of Colloid and Interface Science**, 98, 84-102.
- [9] Joshi M.Y., 1974 *A Class of Stochastic Models for Porous Media*. Ph. D. thesis, University of Kansas, Lawrence, U.S.A.
- [10] Liang Z. R., Fernandes C.P., Magnani F.S., Philippi P.C., 1998, *A reconstruction technique for 3-D porous media using image analysis and Fourier transforms*. **J. Petroleum Science and Engineering** (in press).
- [11] Pardo-Igúzquiza E. and Chica-Olmo M., 1993, *The Fourier Integral Method: An Efficient Spectral Method for Simulation of Random Fields*, **Mathematical Geology**, **25**, 177-217.
- [12] Philippi P.C., Yunes P.R., Fernandes C.P., and Magnani F.S., 1994, *The Microstructure of porous building materials: study of a Cement and Lime Mortar*. **Transport in Porous Media**, **14**, 219-245.

- [13] Chassery J.M. and Montanvert A., 1991, *Géométrie Discrete en Analyse d' Images*, Hermès, Paris.
- [14] Ioannidis M.A. and Chatzis J., 1993, *The effect of spatial correlations on the accessibility characteristics of three-dimensional cubic networks as related to drainage displacements in porous media*. **Water Res. Research**, 29, 1777-1785.

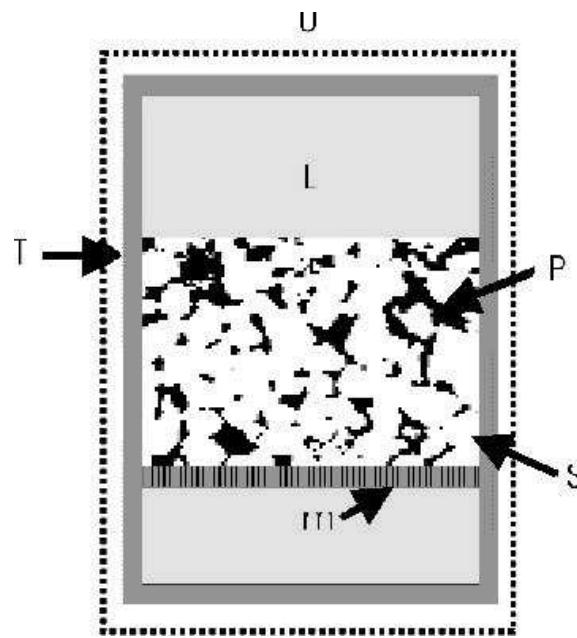
## 7. FIGURES



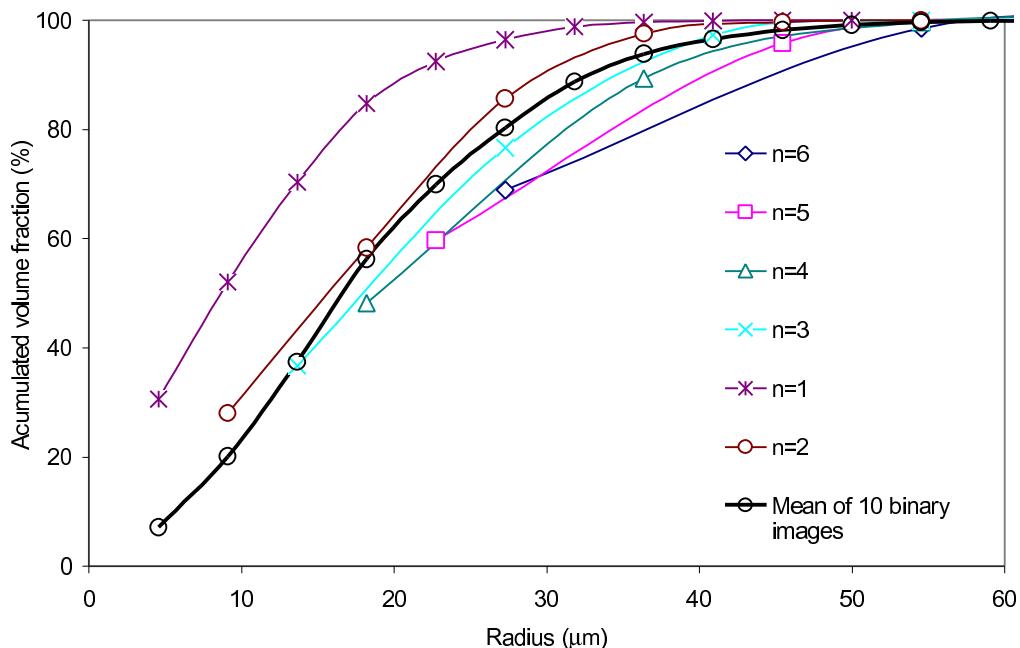
**Figure 1:** (a) Segmented image of a 2D section of Berea500 sandstone (magnification 50X)  
(b) Segmented image of a 2D section of Brazilian sandstone (P30.5K642)



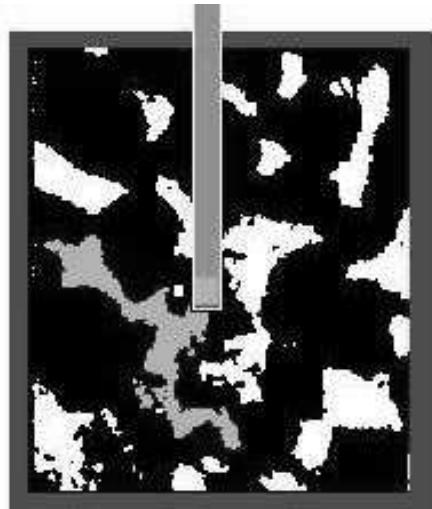
**Figure 2:** Three-dimensional representation of (a) Berea500 sandstone (b) Brazilian sandstone for a given realization



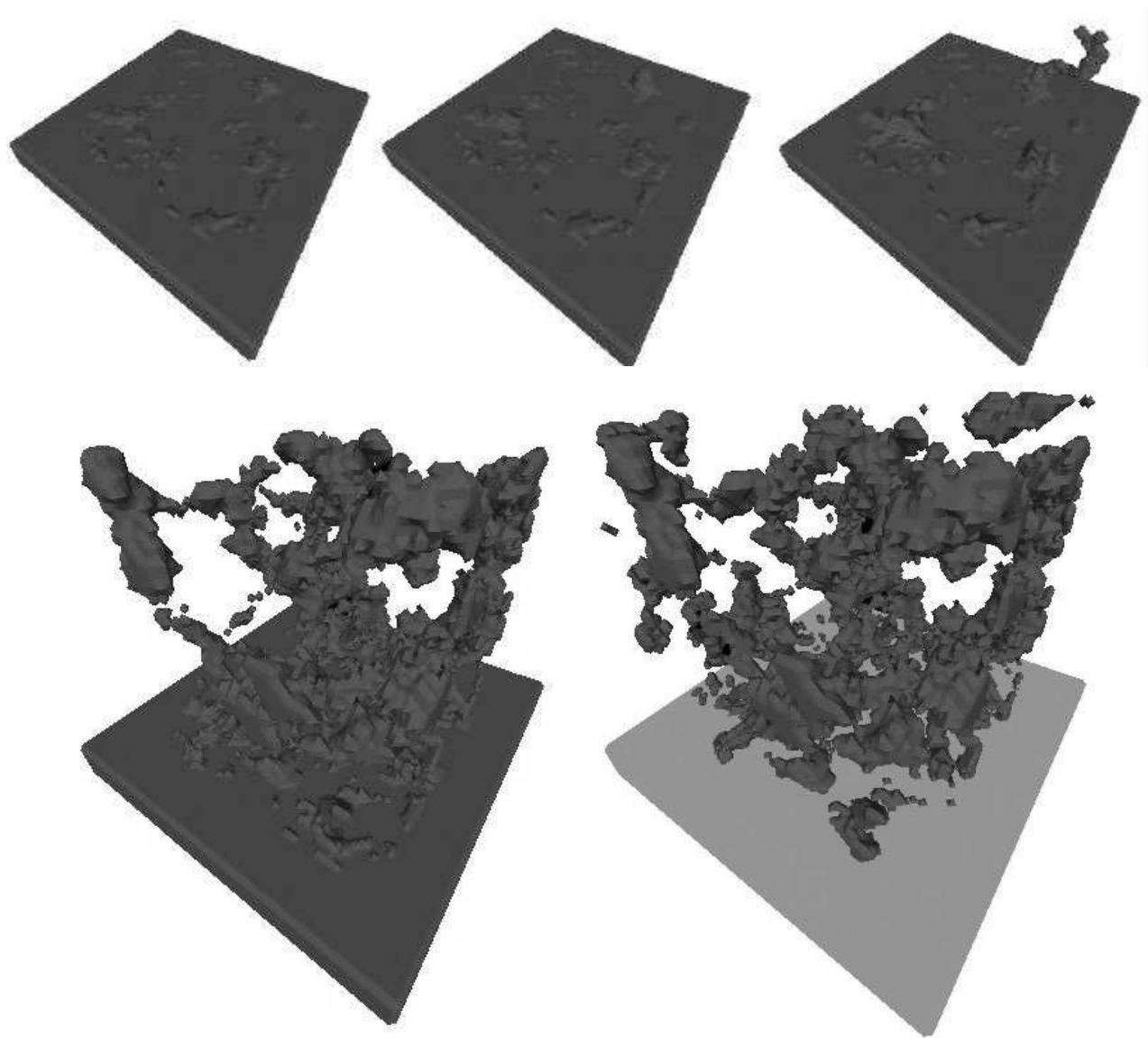
**Figure 3:** Geometrical problem for fluid invasion into a porous structure M. Solid (S), porous, (P) and free (L), regions are represented and, also, the wall (T). Porous region is  $M=S\cup P$ . The region of fluids is  $F=U-T\cup S$ . A semi-permeable membrane (m) is also represented in the figure for preventing bubbling in the free region (L) in the course of the invasion process.



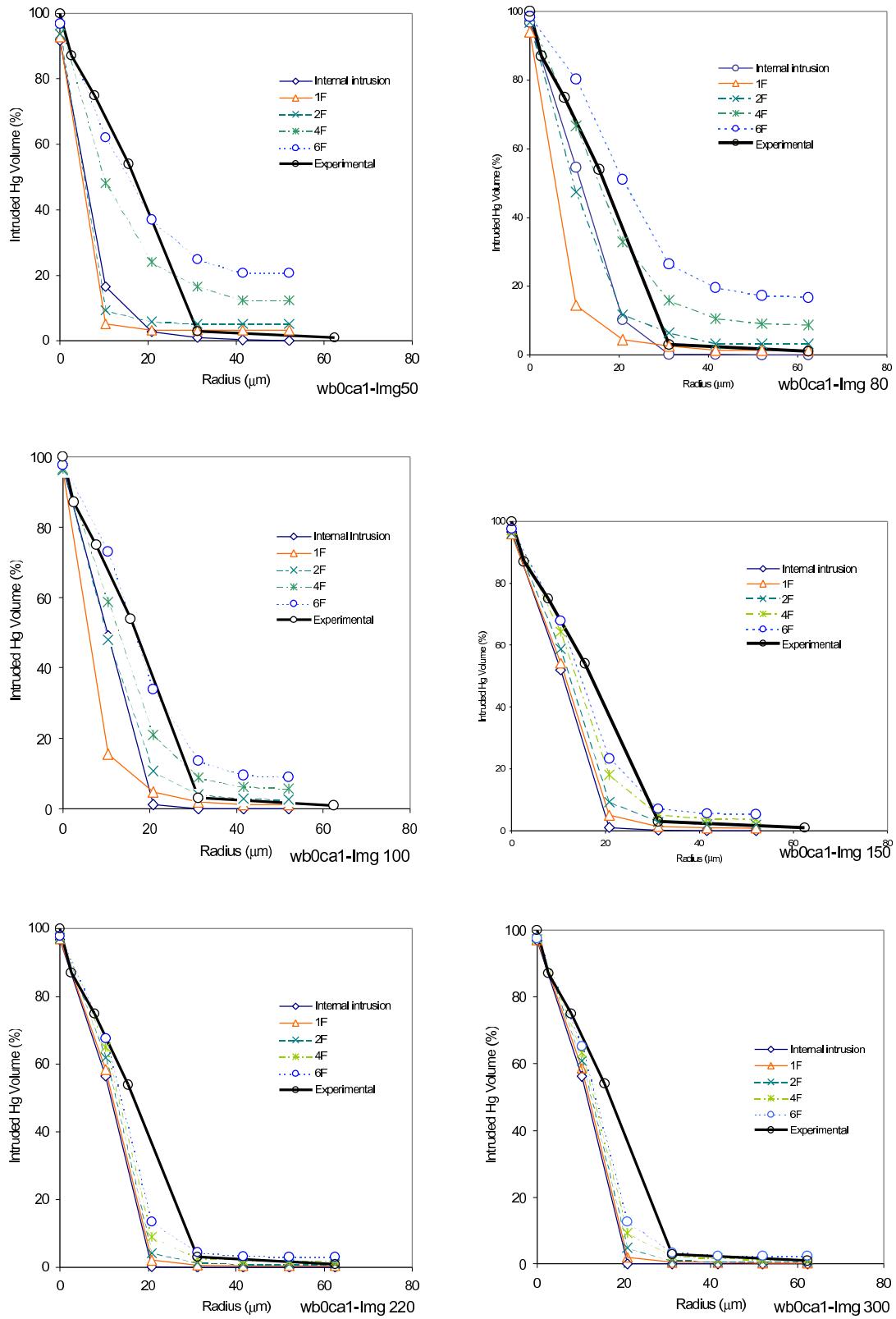
**Figure 4:** Comparison between reconstructed representation and original data taken as the mean of 10 binary target petrographic images of a Brazilian sandstone. Reconstruction was performed with a linear size  $N=200$



**Figure 5: Internal Intrusion.**



**Figure 6: Sequential evolution of mercury 1F intrusion for different pressure steps**



**Figure 7: Sequence of simulation results when 3D representation linear size  $N$  is increased from 50 to 300. Different curves refer to different intrusion methods: 1F, 2F, 4F, 6F and internal intrusion**

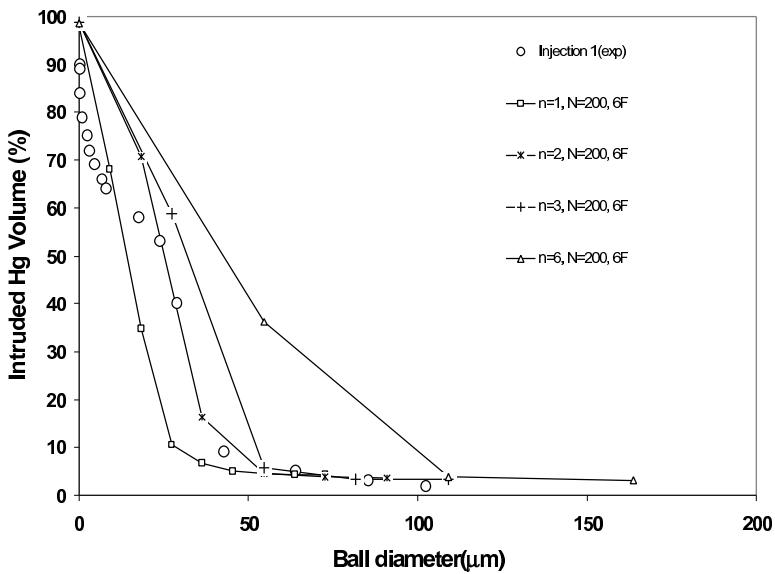


Figure 8: Simulation results for the same Brazilian sandstone shown in Figure 1 (b)

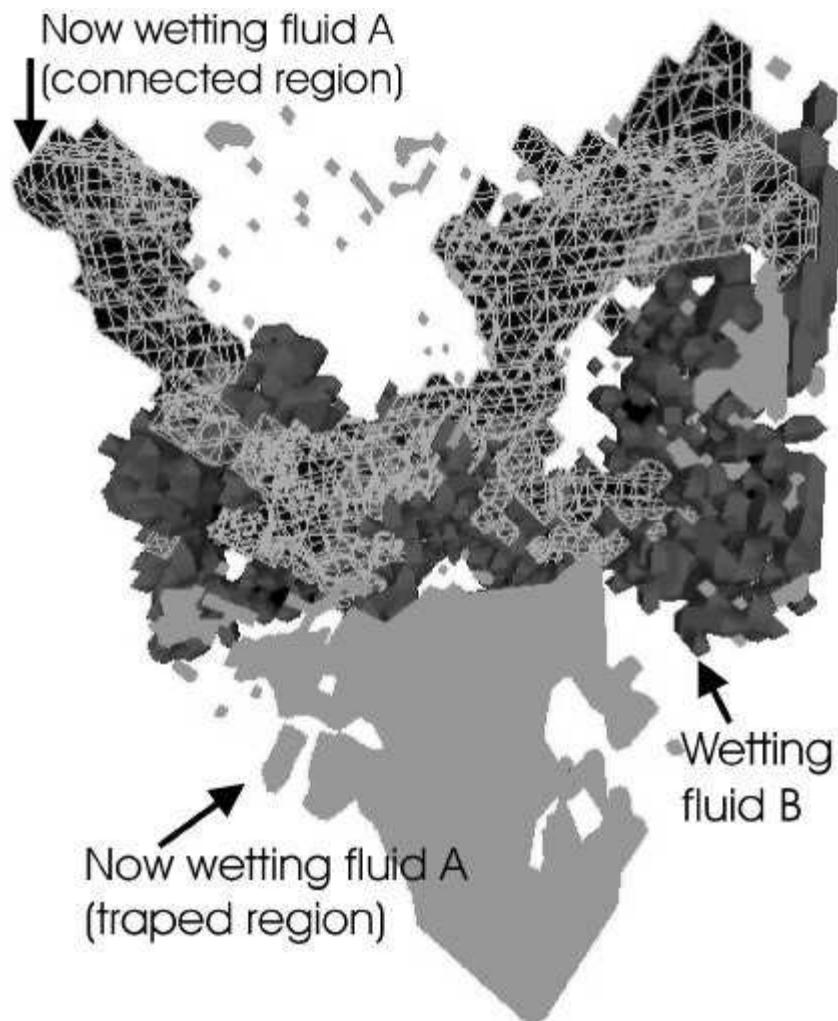
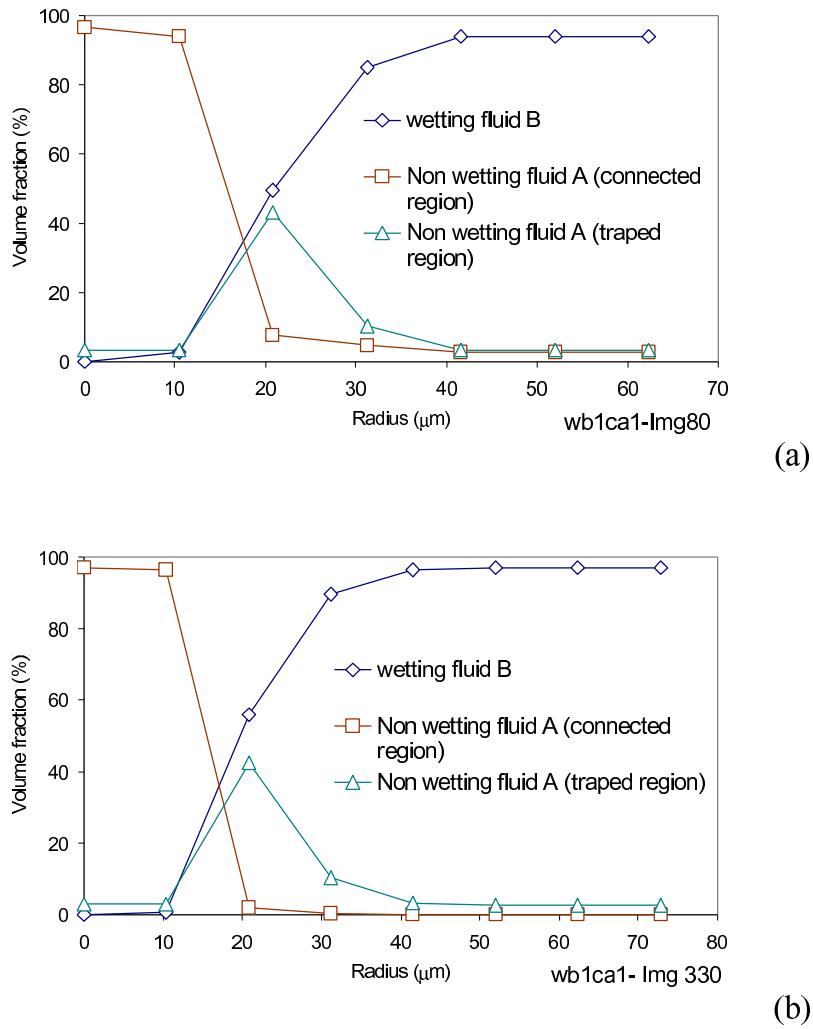
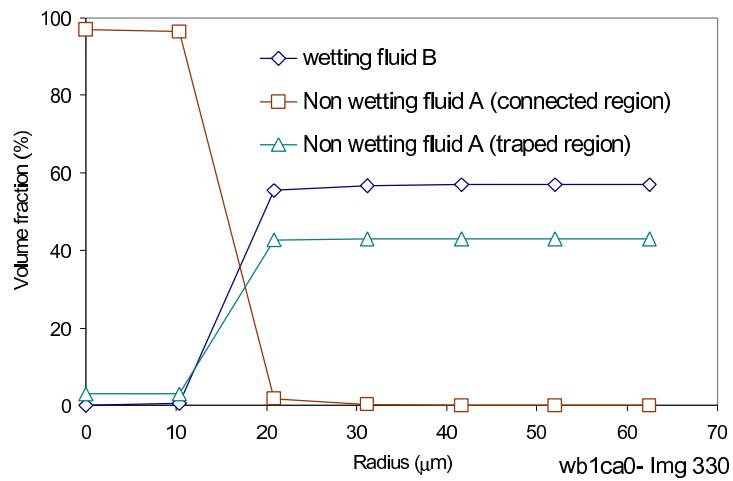


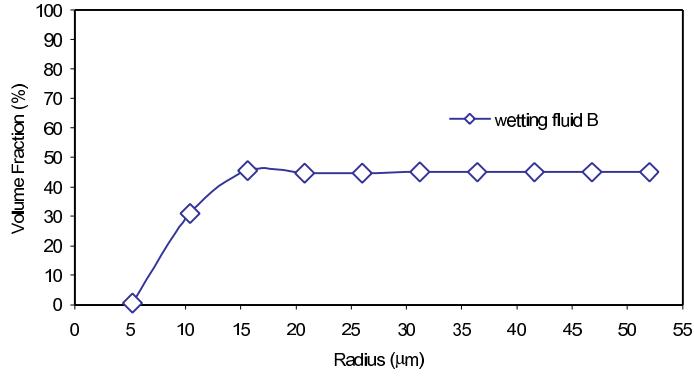
Figure 9: 3D visualization of wetting fluid invasion in to sample sandstone



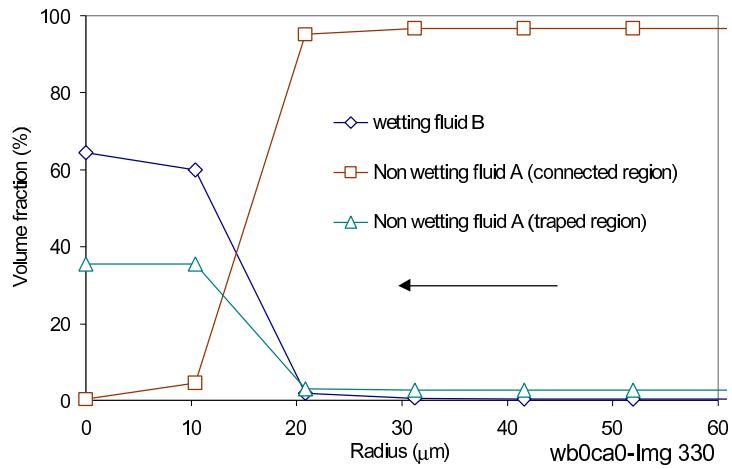
**Figure 10: Wetting fluid B invasion into a Berea500 reconstructed representation initially filled with an ideally compressible non-wetting fluid A (a) 80<sup>3</sup>, n=4, (b) 330<sup>3</sup>, n=4**



**Figure 11: Wetting fluid B invasion into a 330<sup>3</sup> Berea500 reconstructed representation initially filled with an ideally non compressible non-wetting fluid A (sampling factor n=4)**



**Figure 12: Wetting fluid B invasion into a Berea 500 reconstructed representation initially filled with an ideally uncompressible non-wetting fluid A (with  $n=1$  as sampling factor)**



**Figure 13: Non-wetting fluid B invasion into a  $330^3$  Berea500 reconstructed representation initially filled with an ideally non compressible wetting fluid A**

