中国科学技术大学本科论文答辩

高亏格曲面切割方法研究

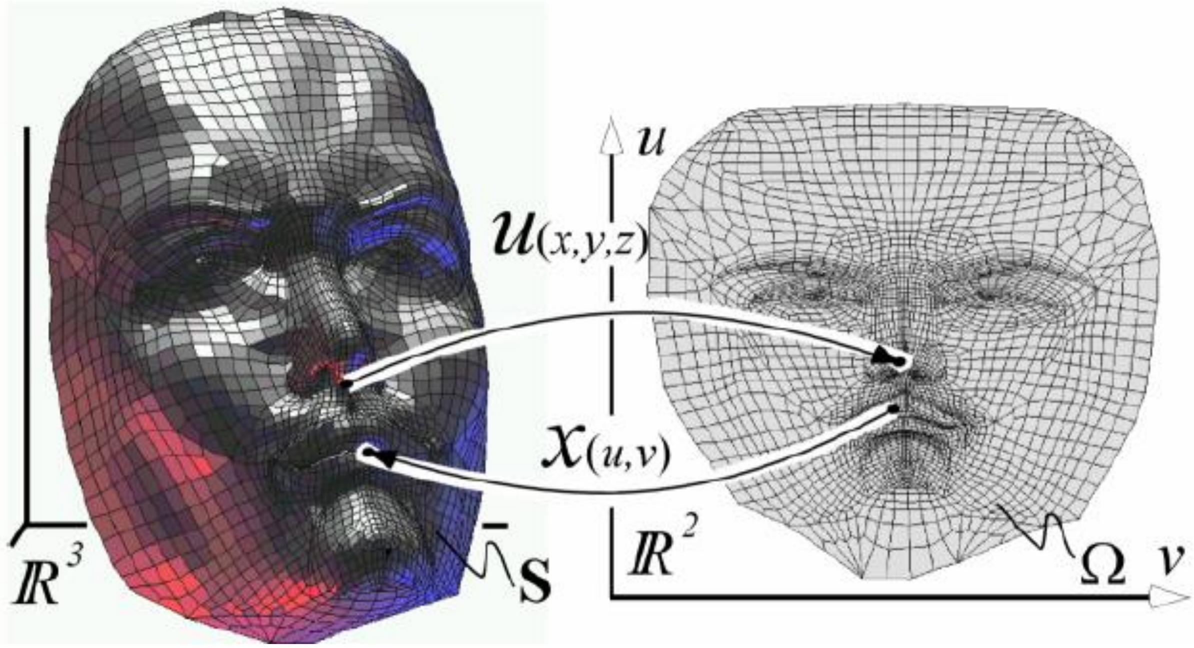
答辩人：　　刘紫檀
指导老师：　刘利刚 教授
研究方向：　计算机图形学
答辩日期：　2021 年 6 月 4 日

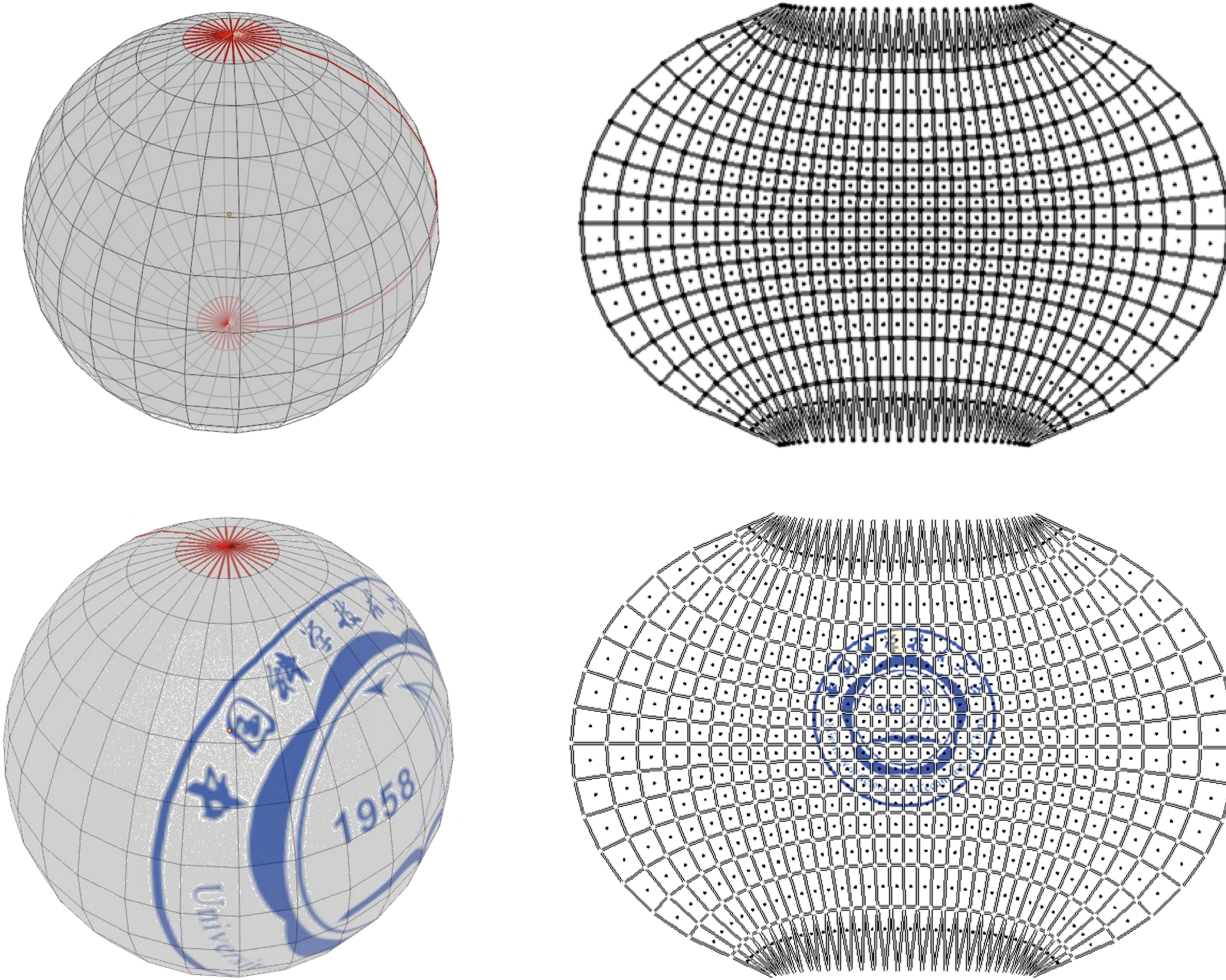
目录

- 背景
- 问题
- 工作与结果
- 总结与展望

背景

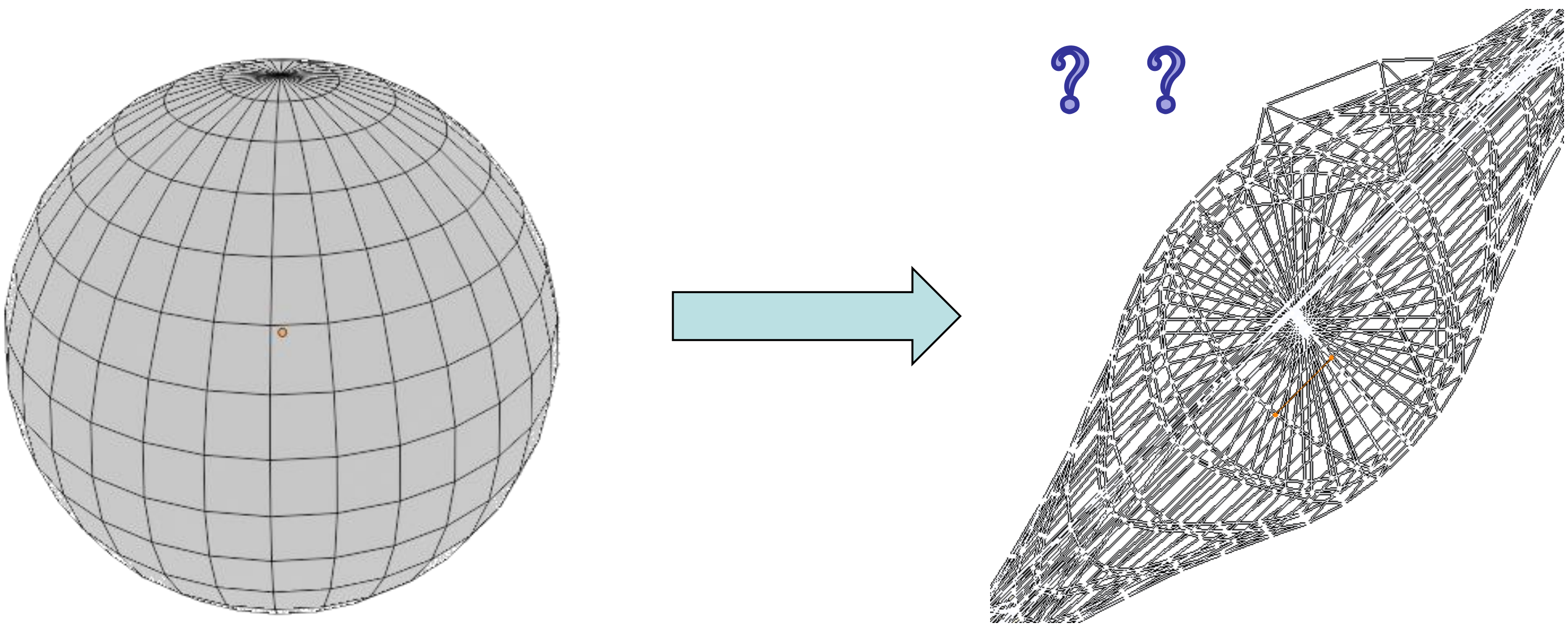
- 曲面网格作为真实生活中物体表面构成曲面的离散采样，其几何和材质细节直接存储困难
- 通过平面参数化，将嵌入在 R^3 中的曲面网格映射到 R^2上，并在其上存储（纹理映射，细节迁移…）




1958

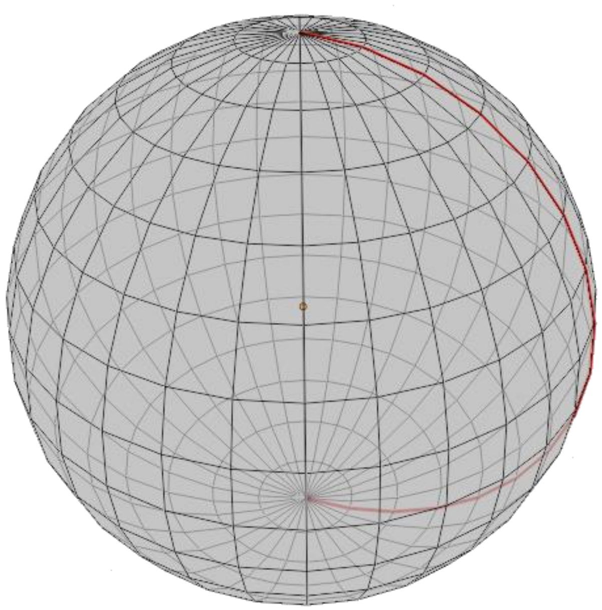
背景

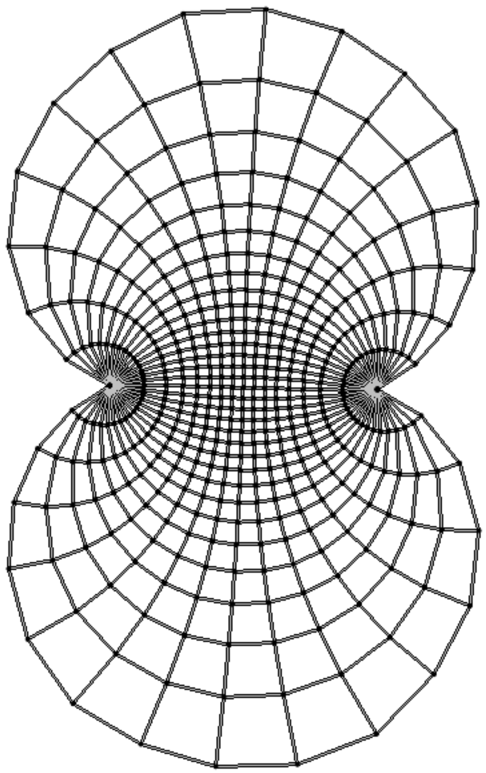
- 只有<u>拓扑同胚于圆盘</u>的曲面才可能得到双射的平面参数化



背景

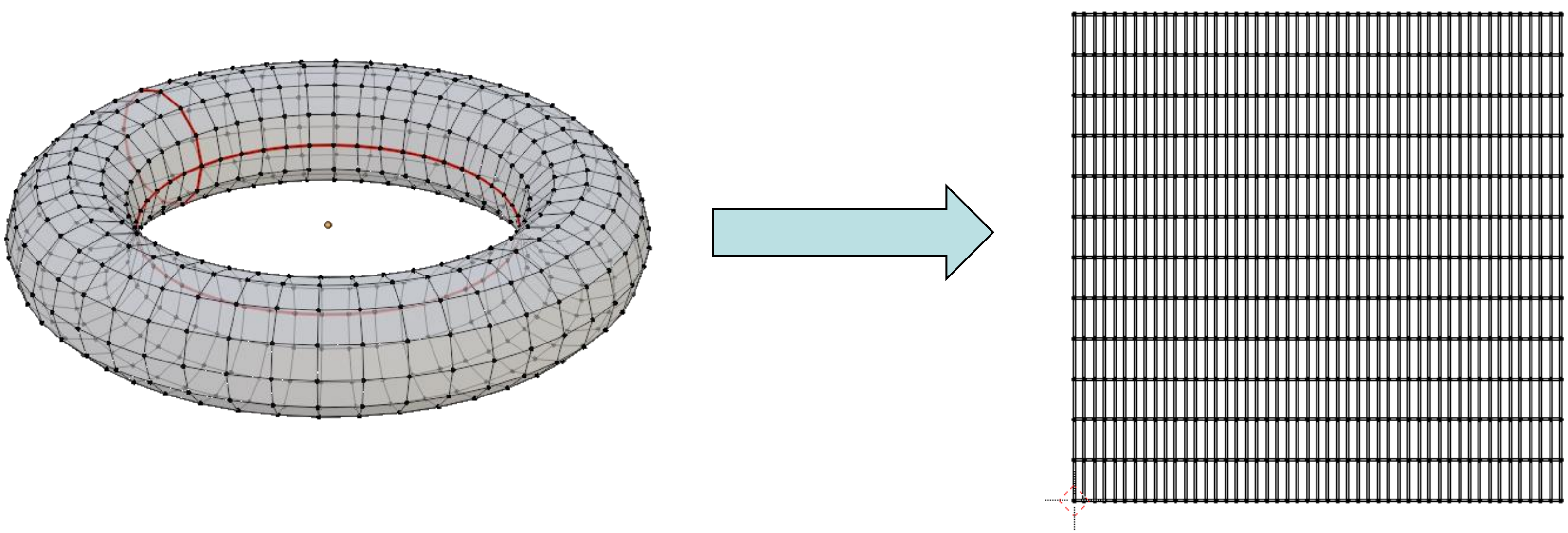
- 只有拓扑同胚于圆盘的曲面才可能得到双射的平面参数化
  - 切割曲面，再进行参数化！ （红色）





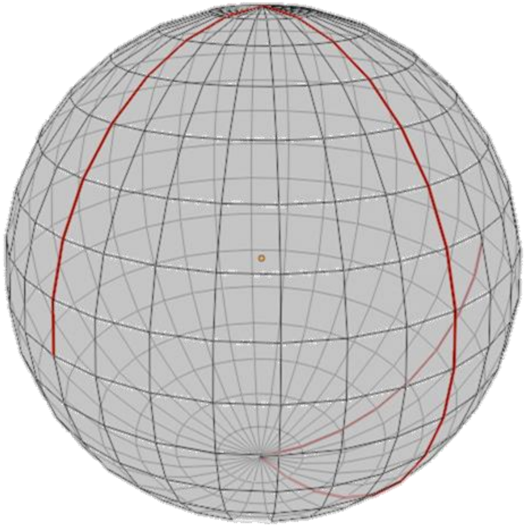
背景

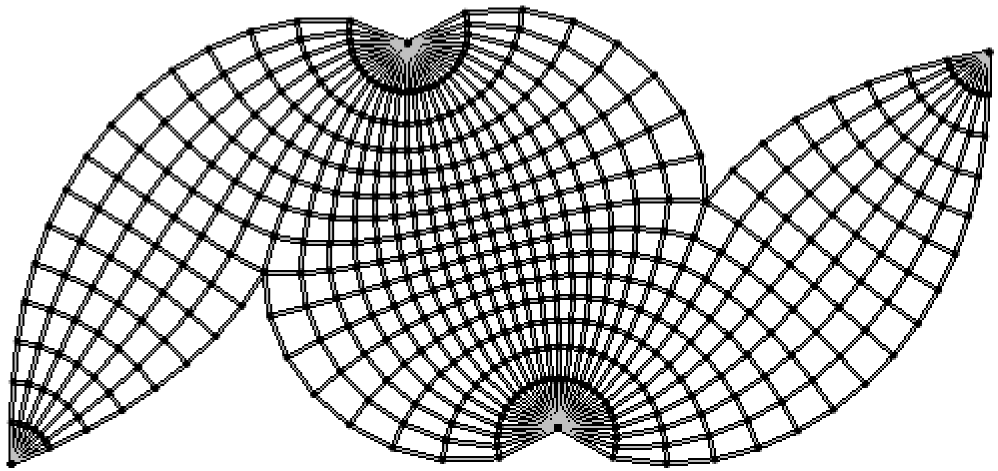
- 只有拓扑同胚于圆盘的曲面才可能得到双射的平面参数化
  - 切割曲面，再进行参数化！ （红色）



背景

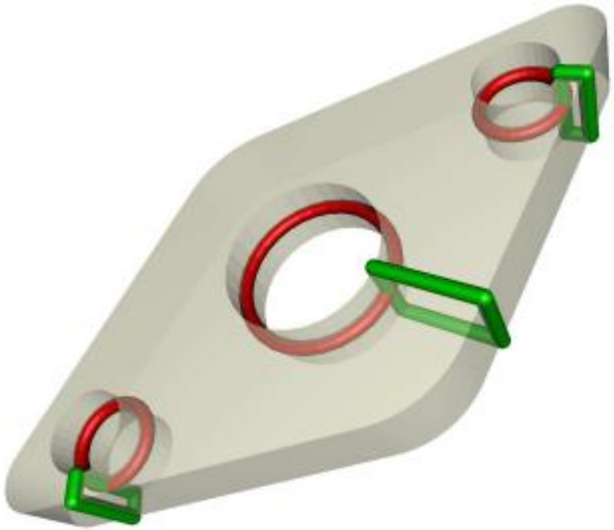
- 切割为圆盘拓扑的割线集不唯一，有不同的工作优化割线集的不同方面
  - 参数化后形变，用户希望的纹理密度，**割线长度**，…
- 寻找较短的割线对参数化和图集生成问题均有帮助





背景

- “沿着**柄圈**切开曲面，补洞后再切一刀变成平面”可以得到较短的割线



图片来源于 Dey 等人的论文

问题

1. <u>如何计算柄圈并展开曲面？</u>
   - 考虑计算一维最短同调基圈的问题，并且
   - 尝试将此算法迁移到最短柄圈计算

问题

- 一维同调群 $H_1(K) \coloneqq Z_1(K)/B_1(K)$
  - 描述了一维“洞”的信息

q-dimensional hole

$\Leftrightarrow$ q-dimensional graph without boundary and is not boundary of (q+1)-dimensional graph

(1) q-dimensional graph without boundary

(2) not boundary of (q+1)-dimensional graph

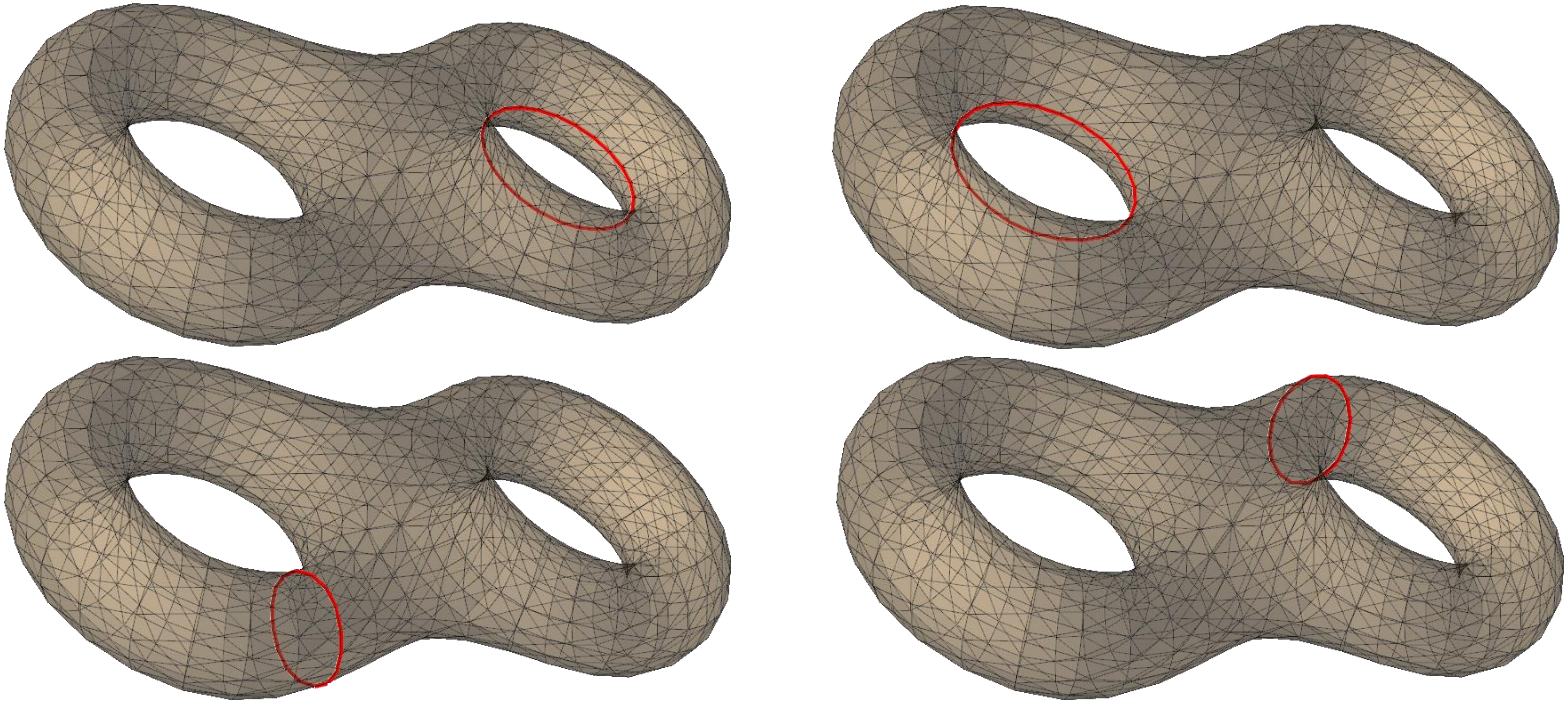
(1) $Z_q(K) := \{c \in C_q(K) \mid \partial_q c = 0\} := \ker \partial_q$ *(cycles group)*

(2) $B_q(K) := \{c \in C_q(K) \mid c = \partial_{q+1} c', c' \in C_{q+1}(K)\} := \mathrm{im}\partial_{q+1}$

(boundary group)

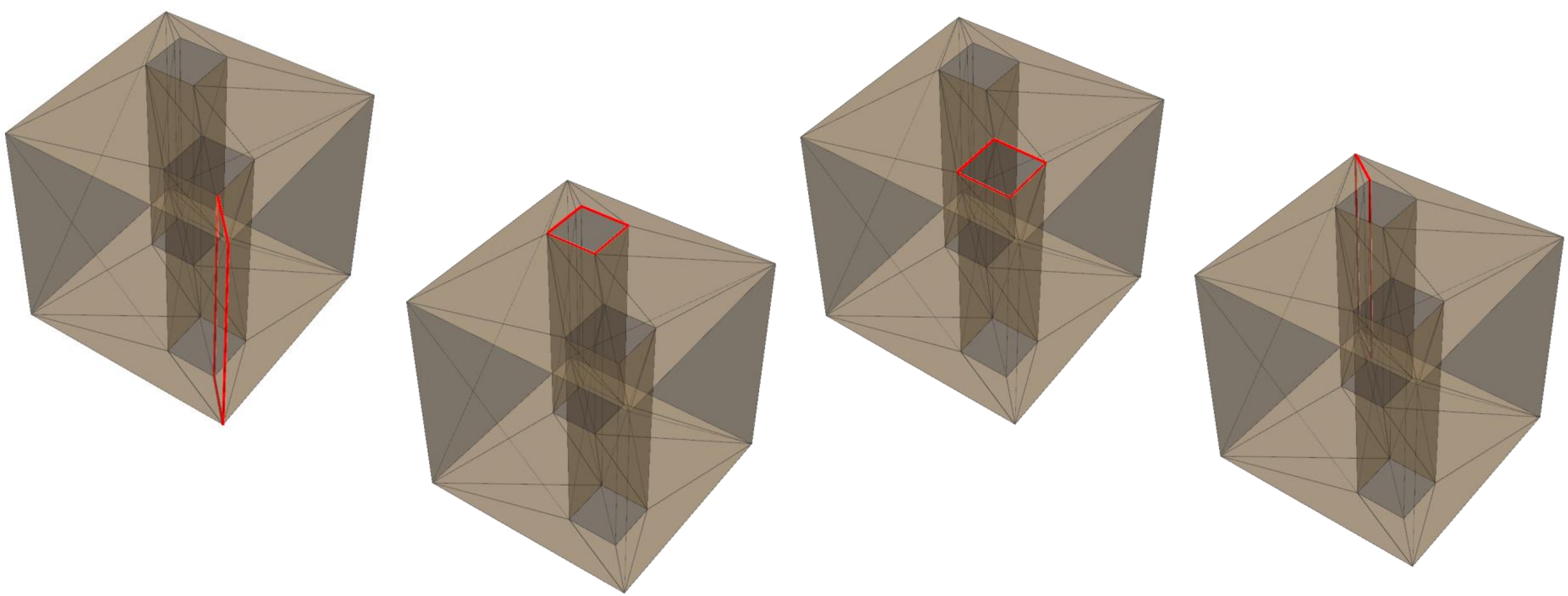
工作与结果

- 计算 $H_1(K;\mathbb{Z}_2)$ 的最优基
  - 在每个等价类中总长度最短的路径集合



工作与结果

- 计算 $H_1(K;\mathbb{Z}_2)$ 的最优基
  - 在每个等价类中总长度最短的路径集合

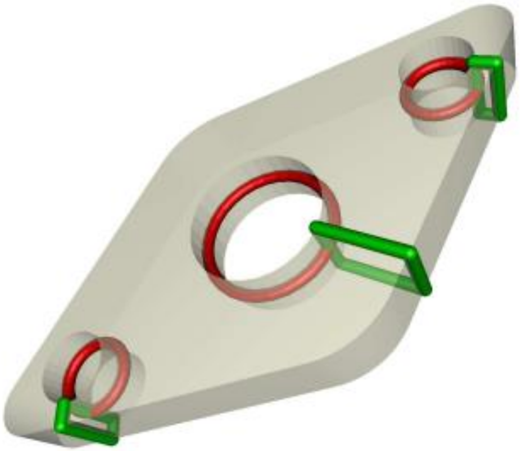


工作与结果

- 步骤
  1. $\mathbb{Z}_2$ 下闭链群，边缘群和同调群为线性空间，构造其基表示
  2. 利用该表示标注每个圈，用于快速判断两个圈是否为同调的
  3. 遍历每个点，对每个点求其最短路径生成树，将其剩余边构成的圈加入候选圈集合
  4. 对于所有候选圈集合中的圈，前 2g 个彼此不同调的圈即为所求

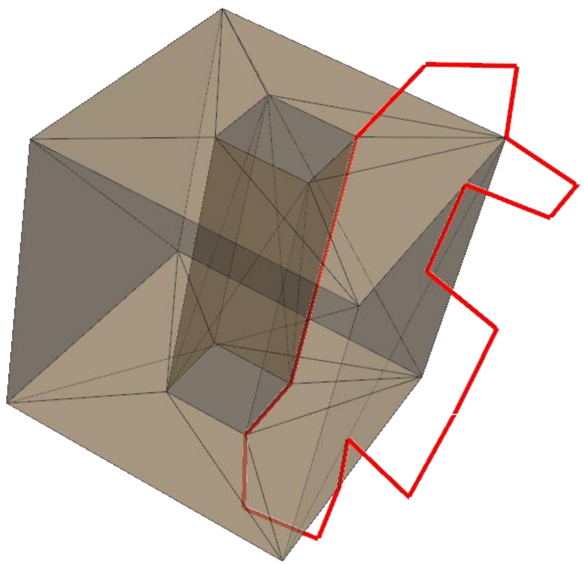
工作与结果

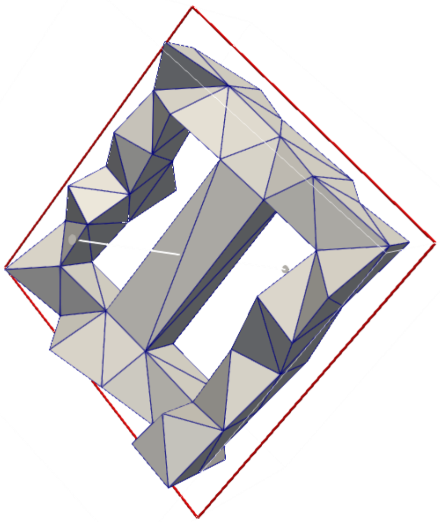
- 考虑可定向闭曲面 M 嵌入 S^3 后的内部 I 和外部 O
  - 记 $\mathbb{I} = \mathrm{I} \cup \mathrm{M}$，$\mathbb{O} = \mathrm{O} \cup \mathrm{M}$
- $c \in Z_1(M)$，c 是柄圈，如果 $c \in B_1(\mathbb{I})$ 且 $c \notin B_1(\mathbb{O})$
  - 图中绿色



工作与结果

- 尝试使用前述算法的思路求解，通过
  1. 对 $\mathbb{O}$ 进行三角剖分，得到 $\mathbb{O}$ 的、有许多 3-单形（四面体）的单复形表示
  2. 利用计算 $H_1\ (K;\mathbb{Z}_2)$ 的最优基的技术，计算 $H_1(\mathbb{O})$ 的一组基，并且筛选时只选择在 $H_1(\mathrm{M})$ 上的圈
- 由于算法时间复杂度问题未完成 2





总结与展望

- 探究了高亏格曲面网格割缝优化问题
  - 实现了计算 $H_1(K;\mathbb{Z}_2)$ 的最优基的算法
  - 探究了此算法迁移到最短柄圈计算的可能性

- 所述方法有诸多不足
  - **时间复杂度**
  - 实现完整性

谢谢！