

스스로 확인하기

정답 및 풀이 132쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 □이다.

(2) 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r = \square$ 이다.

(3) n 개 중에서 같은 것이 각각 p 개, q 개, …, r 개씩 있을 때, 이 n 개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{\square}$ 이다. (단, $p+q+\dots+r=n$)

2

남학생 2명과 여학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 남학생끼리 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오.

3

6명의 학생이 연극반, 합창반, 방송반의 3가지 동아리 중에서 각각 하나를 선택하여 가입하는 경우의 수를 구하시오.

4

모양과 크기가 같은 빨간 깃발 2개, 파란 깃발 2개, 노란 깃발 3개를 일렬로 나열하여 신호를 만들려고 한다. 만들 수 있는 신호의 개수를 구하시오.

5

두 집합 $X=\{a, b, c\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

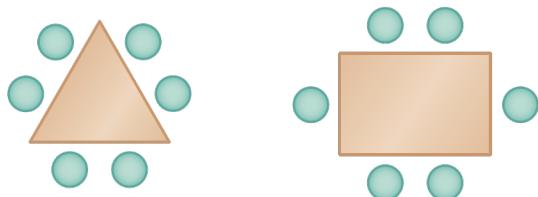
(1) X 에서 Y 로의 함수의 개수

(2) X 에서 Y 로의 일대일함수의 개수

6 창의·융합

6명의 학생이 다음 그림과 같이 정삼각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수와 직사각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수를 각각 구하시오.

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



▣ 이 단원의 이해도를 표시해 보세요.

1. 여러 가지 순열 21

스스로 확인하기

정답 및 풀이 133쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

서로 다른 n 개에서 중복을 허용하여 r 개를 택하는 조합을 $\boxed{\quad}$ (이)라 하고, 이러한 중복조합의 수를 기호로 ${}_nH_r = \boxed{\quad} C_r$ 와 같이 나타낸다.

2

다음을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

$$(1) {}_4H_2 = {}_nC_2$$

$$(2) {}_5H_8 = {}_nC_4$$

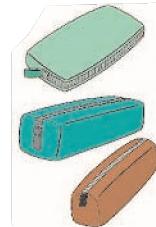
3

빨강, 파랑, 검정 볼펜이 각각 8개씩 있을 때, 8개의 볼펜을 선택하는 경우의 수를 구하시오.

(단, 같은 색의 볼펜은 서로 구별하지 않는다.)

4

같은 종류의 연필 10자루를 서로 다른 3개의 필통에 넣으려고 한다. 빈 필통이 없도록 연필을 넣는 경우의 수를 구하시오.



5

두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하시오.

집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$

6 도전

혜림이는 가게에서 같은 종류의 주스 x 병, 같은 종류의 생수 y 병, 같은 종류의 우유 z 병을 사려고 한다. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오.

$$(기) x + y + z = 10$$

$$(나) x \leq 5$$



스스로 확인하기

정답 및 풀이 133쪽

1

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $n \geq 1$ 자연수일 때

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 \boxed{\quad} + \dots + \boxed{\quad} a^{n-r} b^r + \dots + {}_nC_n b^n$$

(2) $(a+b)^n$ 의 전개식에서 각 항의 계수

${}_nC_0, {}_nC_1, \dots, {}_nC_r, \dots, {}_nC_n$
을 $\boxed{\quad}$ (이)라 하고, 항 ${}_nC_r a^{n-r} b^r$ 을
 $\boxed{\quad}$ (이)라 한다.

2

다음 식을 전개하십시오.

(1) $(x-y)^6$

(2) $(a-2)^5$

(3) $(x+2y)^4$

3

다음 식을 전개하였을 때, [] 안의 항의 계수를 구하시오.

(1) $(3a+b)^4$ [a^2b^2]

(2) $\left(x^2 - \frac{2}{x^2}\right)^4$ [x^4]

(3) $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ [x^3]

4

$\left(ax + \frac{1}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항이 240일 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

5

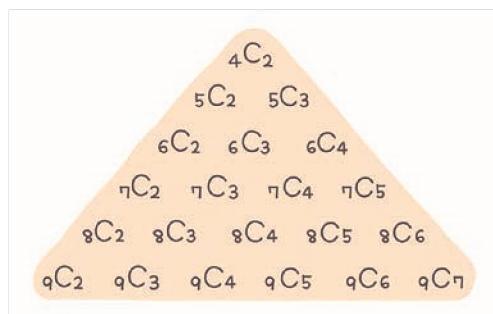
다음 값을 구하시오.

(1) ${}_6C_0 + {}_6C_1 + {}_6C_2 + {}_6C_3 + {}_6C_4 + {}_6C_5 + {}_6C_6$

(2) ${}_{11}C_1 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_5 + {}_{11}C_7 + {}_{11}C_9 + {}_{11}C_{11}$

6 도전

다음 그림은 파스칼의 삼각형의 일부이다. 그림에 있는 모든 수들의 합을 구하시오.





▶ 깨알 정리를 참고하여 이 단원을 다시 한번 확인해 보세요.

【여러 가지 순열】

◎ 원순열의 수

서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는

$$\star (n-1)!$$

◎ 중복순열의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수는

$$\star {}_n\prod_r = n^r$$

◎ 같은 것이 있는 순열의 수

n 개 중에서 같은 것이 각각 p 개, q 개, …, r 개씩 있을 때,

이 n 개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q! \cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

【중복조합】

◎ 중복조합의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수는

$$\star {}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$$

◎ 중복조합을 이용한 방정식의 해의 개수

- 방정식 $x+y+z=n$ (n 은 자연수)을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수는

$${}_3H_n$$

- 방정식 $x+y+z=n$ (n 은 자연수)을 만족시키는 양의 정수해의 개수는

$${}_3H_{n-3}$$

◎ 중복조합을 이용한 다항식의 항의 개수

$(a+b+c)^n$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는

$${}_3H_n$$

【이항정리】

◎ 이항정리

n 이 자연수일 때

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1} b + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_n b^n$$

이처럼 $(a+b)^n$ 을 전개한 것을 이항정리라 한다.

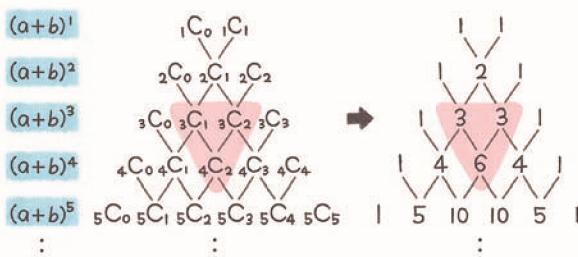
또 각 항의 계수

$${}_nC_0, {}_nC_1, \dots, {}_nC_r, \dots, {}_nC_n$$

을 이항계수라 하고, 항 ${}_nC_r a^{n-r} b^r$ 을 일반항이라 한다.

◎ 파스칼의 삼각형

$(a+b)^n$ 의 전개식에서 이항계수를 차례로 나열한 것



◎ 이항계수의 성질

$$\cdot {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$$

$$\cdot {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$$

$$\begin{aligned} \cdot {}_{2n}C_0 + {}_{2n}C_2 + {}_{2n}C_4 + \cdots + {}_{2n}C_{2n} &= {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1} \\ &= 2^{2n-1} \end{aligned}$$





스스로 마무리하기

▶ 문제를 풀어 본 후 ○△☒에 표시하여 다시 한번 점검해 보세요.

정답 및 풀이 134쪽

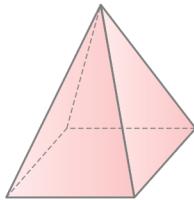
01

남학생 4명과 여학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 여
학생끼리 모두 이웃하게 앉는 경우의 수는?

- ① 12 ② 24 ③ 48
- ④ 72 ⑤ 144

02

오른쪽 그림과 같은 정사각뿔
의 각 면을 서로 다른 5가지
색을 모두 사용하여 칠하는
경우의 수는? (단, 한 면에 한
가지의 색을 칠하고, 회전하
여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 24 ② 30 ③ 48
- ④ 72 ⑤ 120

03

중복을 허용하여 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4로 만들 수
있는 세 자리 자연수의 개수는?

- ① 48 ② 60 ③ 80
- ④ 100 ⑤ 120

04

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{a, b\}$ 로의 함
수 중에서 치역과 공역이 서로 같은 것의 개수는?

- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16

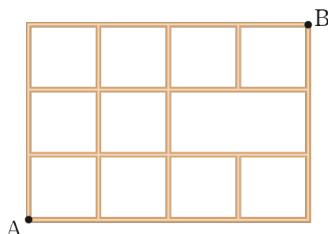
05

5개의 문자 a, b, c, d, e 를 일렬로 나열할 때, a 가 b
보다 앞에 오도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 24 ② 32 ③ 36
- ④ 48 ⑤ 60

06

다음 그림과 같은 도로망이 있다. 이 도로망을 따라
A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수
는?



- ① 24 ② 25 ③ 26
- ④ 27 ⑤ 28



스스로 마무리하기

07 방정식 $x+y+z=11$ 의 해를 순서쌍 (x, y, z) 로 나타낸다. x, y, z 가 음이 아닌 허수일 때, 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

08 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는?

집합 A 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여
 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$

- ① 18 ② 21 ③ 24
- ④ 28 ⑤ 36

09 같은 종류의 공 15개를 3개의 바구니 A, B, C에 넣으려고 한다. 각 바구니에 적어도 3개의 공이 들어가게 공을 바구니에 넣는 경우의 수는?

- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

10 $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- ① 980 ② 1020 ③ 1080
- ④ 1120 ⑤ 1200

11 9^{20} 을 16으로 나눈 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 4
- ④ 8 ⑤ 12

12 다음 식의 전개식에서 x^2 의 계수는?

$$(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^{10}$$

- ① 165 ② 166 ③ 167
- ④ 168 ⑤ 169

서술형

- 13** 사과 4개, 배 5개, 귤 6개가 있다. 이 과일을 서로 다른 두 상자 A, B에 빈 상자가 없도록 나누어 담는 경우의 수를 구하시오.

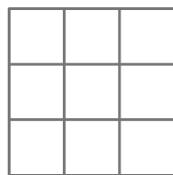
(단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.)



- 14** $(2x+1)^3 \left(x + \frac{3}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^5 의 계수를 구하시오.

사고력 UP

- 15** 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 9개의 정사각형으로 이루어진 도형이 있다. 9개의 정사각형의 내부를 서로 다른 9가지 색을



모두 사용하여 하나씩 칠하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.)

- 16** 원소가 3개인 전체집합 U 가 있다. 두 부분집합 A , B 에 대하여 $A \subset B$ 를 만족시키는 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하시오.

학습 내용 점검

- 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있는가?
- 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있는가?
- 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

학습 태도 점검

흥미도 집중도 참여도 협동심

나의 학습 일기

이 단원을 배우고 나서 새롭게 알게 된 점이나 부족한 점을 적어 보세요.