# 数据结构
# Data Structure

2017年秋季学期

刘鹏远

# 栈的应用

## 应用一：数制转换问题 教材P48

基本转换原理：n=(n div d)*d + n mod d

整除部分 + 余数

d为2,8,16等，代表d进制

对整除部分进行div，然后保留余数

依次进行，得到每次的余数即为转换后的结果

保存的余数从先到后依次表示转换后的d 进制数的低位到高位，而输出是由高位到低位

例如 $(1348)_{10}= (2504)_{8}$，其运算过程如下：

| n | n div 8 | n%8 | |
|---|---|---|---|
| 1348 | 168 | 4 | $8^0$ |
| 168 | 21 | 0 | $8^1$ |
| 21 | 2 | 5 | $8^2$ |
| 2 | 0 | 2 | $8^3$ |

计算，直到n==0，将余数后进先出

提问：用什么结构/方法实现？

一：结果依次放顺序表，倒序输出；二：栈(考试答案)

```
Status conversion(int n, int d)
{      //这里先声明并初始化一个栈S
       while(n)   {
              Push(&S, n%d);
              n = n/d;       }
       while(!Is_empty(S)) {
              Pop(&S, &n);
              printf("%d",n);    }
return OK;}
```

# 应用二：括号匹配问题

先考虑最简单仅有一种括号的情况：

对(a*(b+c)+d)+(e-b) 括号均匹配，合法
对(a+b))(c+d)+a括号不全匹配，非法
对)a-b)+(c-d) 不全匹配，非法

请问大家会怎么来写判断是否匹配的程序？

**思路：**

0、从左到右观察括号序列

1、如出现右括号，则其前面保存的一定是与之匹配的左括号

2、此时可以消除这两个括号。

重复一直到表达式尽头...或者不匹配

后出现的左括号，先匹配

处理策略：

1、遇到左括号入栈；

2、遇到右括号将左括号出栈进行匹配；

有右括号但栈空，或表达式结束时栈为空，均为不匹配，否则为匹配。

{（[ ][ ]）}，这类多种括号的情况，处理思路类似

问题：换种思路：从右向左看，如何？

```
Status match(char *s){//也可以改成从键盘输入字符
    //这里先声明并初始化一个栈S
    for(i=0;s[i]!='\0';i++)     {
        if(s[i] == '(')
            if(!Push(&S, '(')) return OVERFLOW;
        if(s[i] == ')')
            if(!Pop(&S, &c)) return ERROR;
    }if(!Is_empty(S)) return ERROR;
return OK;}//返回OK表示匹配，其他为不匹配
```

如果是多种括号

( [ { } ] )

if(s[i] == ')' || s[i] == ']' ||s[i] == '}' )

后续代码则请大家自行考虑如何解决

# 应用三----行编辑程序（最简单的功能）

每次终端接收单个字符，考虑用户可能输错，因此可以用后续的输入字符来对前面进行修改，每行输入完毕显示该行。

行编辑程序的字符可分为三类：

普通符、回车符\n、以及两个编辑符#，@

#表示删除前一字符　　@是删除当前行

如果用户依次输入：
whli##ilr#e(s# *s)回车
则输出：
while( *s)
继续输入：
outcha@putchar(*s=#++);回车
则输出：
putchar(*s++);

处理思路：
普通字符依次入栈
遇到'#'则出栈一个元素
遇到'@'则清空当前栈
遇到'\n'则退栈至空输出。

重复以上。

```
void line_edit(){
  //这里先声明并初始化一个栈S，声明其他变量
  while((ch=getchar())!=EOF){//当ch非输入结束符:^z+回车
        while(ch!=EOF && ch!='\n'){
              switch(ch){
                    case '#': Pop(&S, &c);break;
                    case '@': Clear(&S);break;
                    default: Push(&S, ch);break;}
              ch=getchar();   }
        Traverse(S);//从栈底到栈顶，最好用顺序栈
        Destroy(&S);    }}
```

# 应用四---表达式求值

不失一般性，考虑四则运算的算数表达式：
3+9*(10-3)/2+20
只要懂得运算规则即可

但计算机/程序/计算器其实都需要解析这个表达式才能求值

一个表达式由操作数(亦称运算对象)、操作符 (亦称运算符) 和分界符（如=）组成。

表达式中相邻两个操作符的计算次序为：

a)优先级高的先计算；　　* / 优先级大于 + -

b)优先级相同的自左向右计算；

c)当使用括号时从最内层括号开始计算。

操作/运算符的优先关系是确定的，见教材P53的表

任何两个运算符op1,op2之间关系只有三种：><=

假设输入的是一个合法的表达式

限定4种双目操作符，一种括号'(', ')'

如何来做呢？

计算机来计算中缀表达式的值可用利用两个栈，

一个存运算符

一个存操作数

| 操作符 ch | # | ( | ^ | *, /, % | +, − | ) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| isp (栈内) | 0 | 1 | 7 | 5 | 3 | 8 |
| icp (栈外) | 0 | 8 | 6 | 4 | 2 | 1 |

同时还要利用运算符优先级比较。见P53.

注意P53表中，优先级与两个运算符出现先后顺序相关

同一个运算符在栈内栈外的优先级不同。 或用上表

该表可做成函数，输入为字符，内部利用case，输出优先级

**策略：**0、入栈界限符'#'

1、操作数先放到操作数栈N内保存

2、如是符op1，

比较O的栈顶，如比栈顶优先级高，入栈O

如op1优先级<栈顶op2，说明op2应该先计算，N连续出栈两次，O出栈，用这两个数进行op2的计算，入栈N

如果优先级相同，O出栈(是左右括号)

重复以上过程直到栈空。

N内的栈顶元素，即为表达式的值

实例：

5+(7-3)*2

根据以上思路，给定N,O两个栈，画一下整个求值过程。

请同学们自己在纸上先尝试画一下

算法伪码(余P53略有不同)：

```
float evaluate_expression(){//也可一个字符串参数，即表达式
    init(N);init(O);push(O,'#');     //'#'表示表达式开始与结束
    c=getchar();
    while(!is_empty(O)){//栈不空就继续
        if(!is_op(c, OP)){push(c,N); c=getchar();}//操作数入栈
        else  switch(compare_prior(get_top(O), c)){
                case '<':push(c, O); c=getchar();break;//栈顶低
                case '=':pop(op1, O); c=getchar();break;//括号和#
```

```
            case '>':   //注意这里没有getchar()
                    pop(op1, O); pop(b,N);pop(a,N);
                    push(compute(a,op1,b), N);
                    break;
        }
    }
    return(get_top(N));
}//假设表达式是正确表达式
```

# 实际上，有三种算数表达式：

中缀(infix)表达式

<操作数> <操作符> <操作数>，如 A+B；

前缀(prefix)表达式

<操作符> <操作数> <操作数>，如 +AB；

后缀(postfix)表达式

<操作数> <操作数> <操作符>，如 AB+；

其中，后缀表达式，即操作符在两个操作数的后面，也叫逆波兰表达式，这种逆波兰表示是波兰逻辑学家Jan Lukasiewicz于1950年左右发明的。

| Infix Expression | Prefix Expression | Postfix Expression |
| --- | --- | --- |
| A + B | + A B | A B + |
| A + B * C | + A * B C | A B C * + |
| (A + B) * C | * + A B C | A B + C * |
| (A + B) * (C + D) | * + A B + C D | A B + C D + * |

发现点儿啥没？

1、操作数顺序不变，操作符位置不同

2、后两种无需括号

考虑计算：3 9 10 4-*2/+20+
无需括号，不用考虑优先级，方便

1、大家用纸计算下其值
2、还原成中缀表达式

**后缀表达式求值：**
人算策略：从左到右找操作符及其前两个数，计算放原地
机算策略：数入栈，遇到操作符出栈2个数，运算结果入栈

过程：

顺序扫描表达式的每一项，根据它的类型做如下相应操作：

a)若该项是操作数，则将其入栈；

b)若该项是操作符<op>，则连续从栈中退出两个操作数Y和X，形成运算指令X<op>Y，并将计算结果入栈。

当表达式的所有项都扫描并处理完后，栈顶存放的就是最后的计算结果。

```
int ComputePostExp(char *s)//也可以改成从键盘输入字符
    for(i=0;s[i]!='\0';i++)      {
        if(IsNum(s[i])) Push(&S, s[i]);
        else {
                Pop(&S, &b);
                Pop(&S, &a);
                n = Compute(a, b, s[i]);
                Push(&S, n);    }
   }    GetTop(S, &v); return v;
}//Compute函数自行实现
```

问题来了---如何得到后缀表达式？中缀--->后缀表达式转换

**算法策略：**

对数字直接输出

对操作符则

如是“（”，进栈

如是“）”，则栈内元素依次出栈输出，直到“（”出栈

否则与栈顶元素进行优先级比较

该操作符优先级低，则出栈，直到不低于或成为空栈

该操作符入栈

那么，为什么这个策略是正确的呢？留给大家思考

例子：a + b * (c - d*e) – f / g

转为后缀表达式：abcde*-*+fg/-

大家对照前面策略，画一下转换过程，注意如同级，则先出现的优先级高

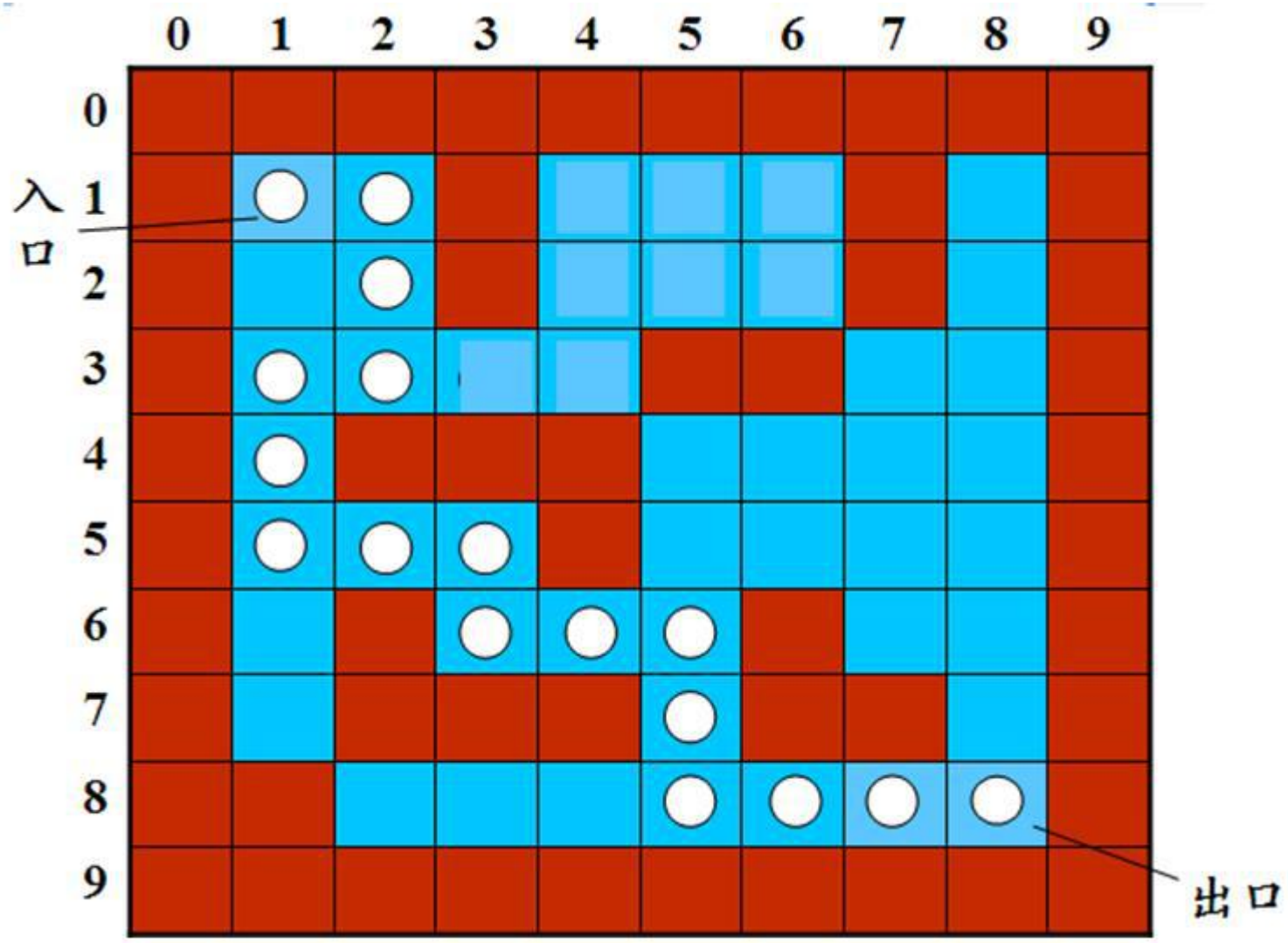
编译器遇到公式，转换完以后，在程序实际运行时，利用后缀表达式求值，就相对简单也省时间了。

算法伪码

```
Status MidTrans2Post(char *s)//也可以改成从键盘输入字符
  //先声明或初始化一个栈S，以及其他变量
 for(i=0;s[i]!='\0';i++) {
        if(IsNum(s[i]))   printf("%c", s[i]);//IsNum函数自行编写
        else if(s[i]=='(') Push(&S, s[i]);
        else if(s[i]==')')
                while(1) {
                        Pop(&S, &op);
                        if(op!='(')   printf("%c", op);
                        else  break;}//两个括号之间的符均出栈
```

```
        else {
            if(Is_empty(S)) Push(&S, s[i]);
            else{
              GetTop(S, &op);
              while(CompareOP(op, s[i]) &&!Is_empty(S)){
                 Pop(&S, &op); printf("%c",op);GetTop(S, &op);}
              Push(&S, s[i]);
             }
        }while(!Is_empty(S){Pop(&S, &op); printf("%c",op);}
}return OK;}//CompareOP函数自定义，前者大为1，否则为0
```

# 应用---迷宫求解




| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| # | # | # | # | # | # | # | # | # | # |
| # | → | ↓ | # | $ | $ | $ | # | | # |
| # | | ↓ | # | $ | $ | $ | # | | # |
| # | ↓ | ← | $ | $ | # | # | | | # |
| # | ↓ | # | # | # | | | | # | # |
| # | → | → | ↓ | # | | | | # | # |
| # | | # | → | → | ↓ | # | | | # |
| # | # | # | # | # | ↓ | # | # | | # |
| # | | | | | → | → | → | ⊖ | # |
| # | # | # | # | # | # | # | # | # | # |

开始就是墙的，不能走
曾走不通地方，不能走
除非走到无路，否则不能回头

“入口”到“出口”的简单路径（所经过的不重复通道方块）

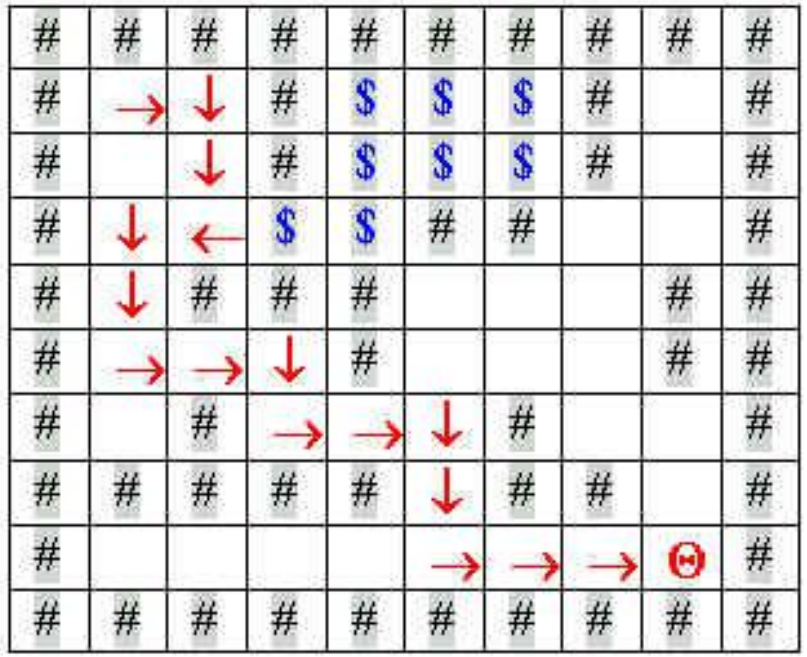
数据表示与定义：

1）迷宫表示：可用二维数组，自行定义

2）方格：坐标，标记(墙标记#、探过不通标记$、当前路径标记-、出口G，空白格o)

3）当前路径（栈）： 路径中各方块的位置;

4）行进下一方格:按四个方向按一定次序试探相邻方格。



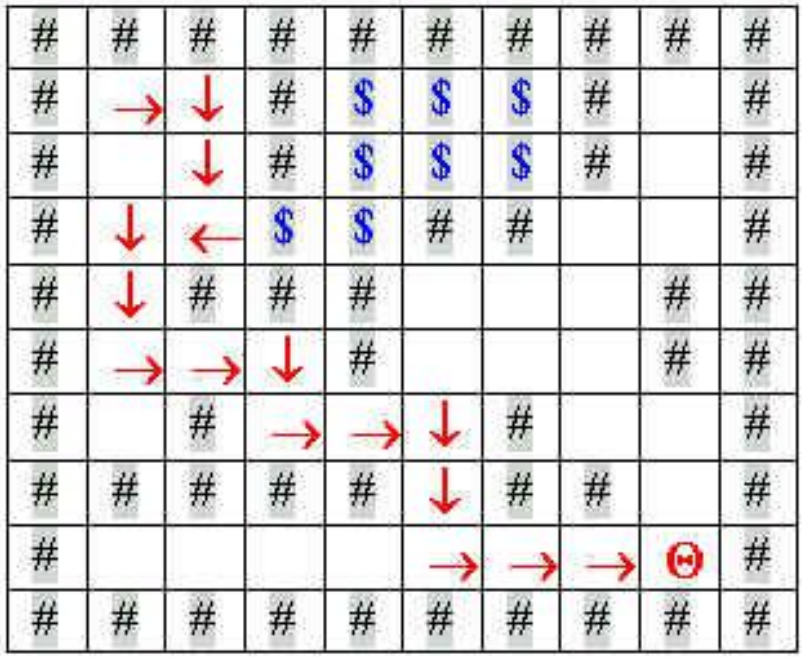
```
typedef struct{
        int x; int y;
}ElemType;
typedef struct{
    ElemType pos;//方格坐标（x,y）
    char data;//方格标记
    int di;//方向标记
}GridType;
GridType maze[m][n];//迷宫数组，
```
可设为全局变量

行进下一方格的探索结果有三种可能：

a. 探索方格为空白格，则：1、将该方格标记更改为-，2、该位置压入路径栈

b.探索方格为出口，则1、该位置入路径栈，栈内即为路径通路。游戏结束

c.探索方格为其他标记，则继续顺次探索




如行进下一方格探索了所有4方向仍没有遇到空白格，当前方格标记改为$，出栈，路径回退一步（一直走到道路尽头，不撞南墙不回头）

给定方格，给定方向，得到
一个探索的方格pos。
di可取值1,2,3,4，依次表示：
东，南，西，北，初值均为1。

```
ElemType NextGrid(ElemType pos)
{       if maze[pos].di==1
            return x+1,y;
            //当前pos坐标为x,y
        ....//其余自行完成
}//伪码
```

| | | |
|---|---|---|
| x-1，y-1 | x，y-1 | x+1，y-1 |
| x-1，y | x，y | x+1，y |
| x-1，y+1 | x，y+1 | x+1，y+1 |

```
int GoStep(ElemType *pos){//伪码
        NewPos =  NextGrid(*pos);
        if(maze[NewPos].data='o'){//空白格
                 *pos = NewPos;
                return 1;
        }
        return 0;
}//对某方格，试探走一步
//成功返回1，否则返回0，作为探索结果
```

```
Status MazePath(ElemType start, end){//伪码
    init_stack(S); push(S, start);
    if(maze[start].data!='o' && maze[start].data=='G') return FALSE;
    maze[start].data = '-';//初始工作完毕
    do{GetTop(S, &CurPos);//栈顶元素作为当前方格位置
        while(maze[CurPos].di<=4){//四个方向探索
            if(GoStep(&CurPos)) {//探索一步成功
                if(CurPos==end){push(S, CurPos);break;}
                push(S, CurPos); maze[CurPos].data='-';}
            else maze[CurPos].di++;//否则该方格方向++}
```

```
            if(maze[CurPos].di>4){//确实没有前进的路则
                pop(S, &CurPos);//退栈，回退一步
                maze[CurPos].data='$';//标记不通}
    }while(!S.Is_empty()&&CurPos!=end);
    if(S.Is_empty()) return 0;
    return 1;
}//算法与教材P51不尽相同
//可最后打印整个迷宫，或中间即时显示迷宫
//兴趣同学自行实现，需要实现判断pos_type变量相等的函数
```

思考：为何用栈？直接用线性表不就完全可以嘛？

上机及作业：

利用栈解决

1）数制转换问题

2）括号匹配问题（一种括号上机，多种括号回去做）

3）行编辑程序

4）中缀转后缀

5）后缀表达式求值

要求：1），4），5）分别单建工程；

2）,3）建一个工程