MACCHINA di TURING UNIVERSALE

Studiato per:

- motivi culturali
- esercitarsi sugli indici
- simile a un computer general purpose

I linguaggi Turing completi sono simili a una MdT universale, stesso discorso per il sandboxing, per programmi eseguiti da un SO, per il testing, il debugging.

Si rimanda al teorema di forma normale

$$\exists T(i,x,y) \text{ predicato, } U(y) \text{ funzione calcolabili totali}$$

$$\text{t.c. } \forall i,x.\ \varphi_i(x) = U(\mu y.\ T(i,x,y)).$$

Si suppone di avere una macchina con 3 nastri

$\triangleright$ $\tau(w)$

$\triangleright$ $\rho(M)$

$\triangleright$ $K(\sigma)$

w := dato in ingresso

$\tau(x)$:= codifica di x: dato

M := macchina di Turing

$\rho(M)$:= codifica di M: MdT

$K(q)$:= codifica di q: stato corrente (contatore istruzioni; simbolo corrente)

Si ricorda che $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$

Definisco Q_* insieme di tutti gli stati

Σ_* simboli

$h \notin Q_*$

$L, R, - \notin \Sigma_*$

i indice sull'insieme degli stati

j dei simboli

Vale inoltre che $p \le p' \Rightarrow i_p \le i_{p'} \wedge j_p \le j_{p'}$

$K : Q_* \cup \{h\} \cup \Sigma_* \cup \{L, R, -\} \to \{1\}^*$

(codifica in notazione unaria)

Sara' bigettiva quando ci restringeremo

o solo sugli stati o solo sui simboli o

solo sulla direzione

$q_i \longmapsto 1^{i+2}$

$h \quad 1$

$\sigma_j \quad 1^{j+4}$

$L \quad 1$

$R \quad 11$

$- \quad 111$

- $\delta(q_{i_p}, \sigma_{j_q}) = (q, \sigma, D)$

$S_{p,q} = C\ K(q_{i_p})\ C\ K(\sigma_{j_q})\ C\ K(q)\ C\ K(\sigma)\ C\ K(D)\ C$

con $C :=$ carattere separatore

Avere un carattere separatore in cima e uno in fondo permette di separare le tuple sul nastro.

$$\rho(M) = c\ K(s)\ c\ S_{1,1}\ S_{1,2} - S_{1,e}\ S_{2,1} - c$$

Manca il caso in cui $\delta(q_{ip}, \sigma_{jq}) =$ non accettabile

$$S_{p,q} = c\ K(q_{ip})\ c\ K(\sigma_{jp})\ c\ d\ c\ d\ c\ d\ c$$

con $d :=$ carattere che indica un errore

Definisco $U = (Q_U, \Sigma_U, \delta_U, q_{0_U})$, $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$

Vale che $\forall w$ dato iniziale:

1) se $(q_0, \trianglerighteq, w) \xrightarrow[M]{*} (h, u \partial v)$ allora

$$(q_{0_U}, \trianglerighteq \rho(M) \tau(w)) \xrightarrow[U]{*} (h, \tau(u \partial v) \#)$$

2) se $(q_{0_U}, \trianglerighteq \rho(M) \tau(w)) \xrightarrow[U]{*} (h, u' \partial v')$ allora

$$\partial' = \#,\ v' = \varepsilon,\ u' = \tau(u \partial v)$$

Si dà dunque l'implementazione della MdT universale:

Fetch Istruzione: Sposto Testina 2 sul primo carattere di $S_{i1}\ S_{i2} - S_{il}$ $\boxed{se}$ in Nastro 3 contiene la codifica di q_h.

Sposto T_2 su $S_{i,j}$ se T_1 è all'inizio di K

Decodifica: $S_{i,j} = c\, 1^p\, c\, 1^q\, c\, 1^{p'}\, c\, 1^{q'}\, c\, 1^r\, c$

Su N_3 scrivi $1^{p'}$, su N_1 scrivi $1^{q'}$,

spostare T_1 a seconda del valore di r:

- Se $S_{i,j} = c1^pc1^qcdcdcdc$
  allora ERRORE
- Se $S_{i,j} = c1^pc1^qc\underline{1}c1^{p'}c1^rc$
  allora OK