ESERCIZIO

Nessun limite al tempo:

$\exists\, t(i,n)$: funzione ct

tale che $t(i,n)$ maggiora il tempo di $M_i(n)$?

Pongo $t(i,n) = \begin{cases} k & \text{se } M_i(n)\downarrow \text{ in meno di } k \text{ passi} \\ 0 & \text{alt} \end{cases}$

è totale per definizione

(è definita per ogni coppia (i,n))

Pongo per assurdo t calcolabile

Definisco $f(x) = \begin{cases} \varphi_x(x)+1 & \text{se } T_x(x) \leq t(x,x) \\ 0 & \text{alt} \end{cases}$ (ie stima corretta)

con $T_x(x)$ tempo effettivo di calcolo di $M_x(x)$

Se t fosse calcolabile

allora f è calcolabile per definizione

Per CT: $\exists i.\ \varphi_i = f$

Calcolo $\varphi_i(i)$:

- Vale 0: la stima non è corretta

ma ho assunto che t sia ct $\Rightarrow$ falso

- Vale $\varphi_x(x)+1$: $\varphi_i(i) = \varphi_i(i)+1$ $\lightning$

ESERCIZIO

Nessun limite di spazio

$\exists$ funzion calcolabile totale

che determina se $M_i(x)$ su una macchina C con memoria finita è <u>in ciclo</u>?

↳ Ritorna su uno stato già visitato nelle condizioni in cui si trovava (legge lo stesso carattere, testina nella stessa posizione, stato identico)

L'idea è quella di enumerare le condizioni in cui può trovarsi il calcolatore

$$(Q_c, \Sigma_c, \delta_c, s_0)$$

$$|Q_c| = m-1 \quad (h \in Q_c)$$

$$|\Sigma_c| = n$$

Nastro a k celle

$$\ell := \#\{\text{configurazioni di } C\} = k^n \cdot m \cdot \overbrace{k}^{\text{posizioni delle testine}}$$

MdT universale U

$\langle M_i \rangle$	codifica della macchina
$\langle x \rangle$	stringa in input
$\langle s_0 \rangle$	stato iniziale
$\langle \ell \rangle$	codifica di ℓ in unario

Se ℓ non viene consumato,

M non è in ciclo

Altrimenti è in ciclo

ESERCIZIO

$$I = \{ i \mid dom(\varphi_i) = \{3\} \}$$

è ricorsivo?

La funzione caratteristica è calcolabile totale?

È sicuramente totale,

è calcolabile?

$$\chi_I = \begin{cases} 1 & se \quad x \in I \\ 0 & alt \end{cases}$$

1) Teorema di Rice

- $I \neq \emptyset$
- $I \neq \mathbb{N}$
- I insieme di indici che rappresentano una funzione

- if $(x==3)$ then return 1;

  else while (true) do skip; $\ni I$

  quindi $I \neq \emptyset$

- $\varphi_1(x) = 1$

  $dom(\varphi_1(x)) = \mathbb{N}$, $dom(\varphi_1(x)) \neq \{3\}$

  quindi $I \neq \mathbb{N}$

- $x, y.\ x \in I,\ \varphi_y = \varphi_x \Rightarrow y \in I$?

  $x \in I \Rightarrow dom(\varphi_x) = \{3\}$

  $\forall z.\ \varphi_y(z) = \varphi_x(z)$

Per ipotesi, l'unico x su cui $\varphi_x \downarrow$ e' 3

e lo stesso deve valere per φ_y

$\Rightarrow y \in I$

2) $K \leq_{rec} I$

$$\psi(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } \varphi_x(x)\downarrow \wedge y = 3 \\ \text{indefinita} & \text{alt} \end{cases}$$

Si dimostra:

$$x \in K \Leftrightarrow f(x) \in I \Leftrightarrow \begin{array}{l} x \in K \Rightarrow f(x) \in I \\ x \notin K \Rightarrow f(x) \in I \end{array}$$

$\psi(x,y)$ e' calcolabile:

- Si fa girare la x-esima macchina dando in input il proprio indice
- Se non termina ok
- Se termina:
  - se y vale 3 allora 1
  - altrimenti vado in ciclo

$\psi(x,y)$ calcolabile $\xRightarrow{CT/SMN} \psi(x,y) = \varphi_{f(x)}(y)$ con f calcolabile totale

- $x \in K$

$$\psi(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } y = 3 \\ \text{indefinita} & \text{alt} \end{cases}$$

$\Rightarrow dom(\psi(x,y)) = \{3\} =$

$dom(\varphi_{f(x)}) \Rightarrow f(x) \in I$

- $x \notin K$

$\psi(x,y) =$ indefinita

$dom(\psi(x,y)) = \emptyset \neq \{3\}$

$\Rightarrow f(x) \in I$