# MACCHINE di TURING I/O

Sono MdT a $k \geq 3$ nastri con

$$\delta(q, \sigma_1 \dots \sigma_k) = (q', (\sigma_1', D_1') \dots (\sigma_k', D_k'))$$

con $\sigma_1 = \sigma_1'$ il primo nastro è solo di lettura

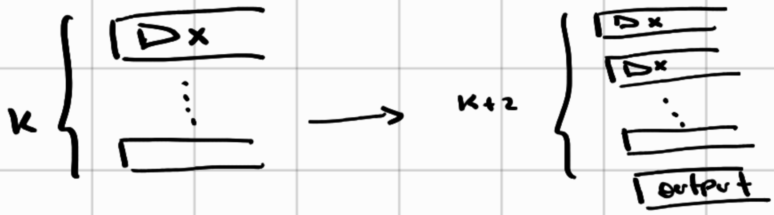
$$D_k = \begin{cases} R & \text{non si può tornare indietro} \\ - & \text{, in questo caso } \sigma_k = \sigma_k' \end{cases}$$

$\sigma_1 = \# \Rightarrow D_1 \in (-, L)$ non si va avanti ma si può tornare indietro

## TEOREMA

Per ogni M a k nastri che decide I in tempo deterministico f, esiste M' I/O a k+2 nastri che decide I in c·f.

Dim (sketch):




- copio x sul nastro di input
- si esegue come M
- copio l'output sul nastro di output

Data M: MdT a k nastri I/O tale che $\forall x \in I$.

$$(q_0, \rhd x \lhd, \rhd\lhd \dots \rhd\lhd) \xrightarrow{*} (s, w_1, w_2 \dots w_k)$$

- lo spazio richiesto è $\sum_{i=2}^{k-1} |w_i|$
- M decide I in spazio deterministico f se e solo se $\forall x \in I$. M richiede spazio deterministico $\leq f$.

- $SPACE(f) = \{ \mathcal{L} \mid \exists M : $ MdT a $k$ nastri I/O che decide $\mathcal{L}$ in spazio deterministico $f \}$

TEOREMA di COMPRESSIONE LINEARE dello SPAZIO

$$\mathcal{L} \in SPACE(f) \Rightarrow \forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \ \mathcal{L} \in SPACE(2 + \varepsilon f)$$

Def: $PSPACE := \bigcup_{k \geq 1} SPACE(n^k)$

$LOGSPACE := \bigcup_{k \geq 1} SPACE(k \cdot \log n)$

oss. $PSPACE \supseteq LOGSPACE$

$$P \subseteq LOGSPACE$$

Si dimostra che $P \leq LOGSPACE$:

Input $\boxed{\triangleright x \triangleleft}$ $\qquad |x| := n$

$|\triangleright| a_1 | a_2 | \dots | a_m | \triangleleft$ $\qquad$ Per ipotesi assumo che il problema sia in LOGSPACE

output

$\Rightarrow m = \log n$

nastro di lavoro:
- $|\Sigma|^m$ possibili simboli
- $m$ posizioni
- $|Q|$ possibili stati

$n$ posizioni nel nastro di input

Devo cercare un indice $i$ t.c.

$$|\Sigma|^m \cdot m \cdot |Q| \cdot n \leq n^i$$

$$m \log|\Sigma| + \cancel{\log m} + \cancel{\log |Q|} + \cancel{m} \leq i \cdot m$$

$\log|\Sigma| \leq i$

Il tempo limita lo spazio

Lo spazio limita il tempo

MACCHINE di TURING NON DETERMINISTICHE

$N = (Q, \Sigma, \Delta, q_0)$

$\Delta$ non e' una funzione, e' una relazione

$\Delta \subseteq (Q \times \Sigma) \times ((Q \cup \{h\}) \times \Sigma \times \{L, R, -\})$

Nella computazione si sceglie uno e un solo passo.

NON DETERMINISMO ANGELICO

Si dice che N decide I tutte e sole le volte che

$x \in I \iff \exists$ una computazione $N(x) \rightarrow^* (si, w)$

oss. se non esiste, tutte le possibili computazioni arrivano al no.

MISURE di TEMPO

N decide I in tempo non deterministico $f$ sse

- N decide I
- $\forall x \in I.\ \exists N(x) \rightarrow^t (si, w)$ e $t \leq f(|x|)$.

Def: $NTIME := \{ I \mid \exists N$ che decide $I$ in tempo non deterministico $f \}$

$NP := \bigcup_{k \geq 1} NTIME(n^k)$