Si studia una teoria quantitativa degli algoritmi; si danno le seguenti restrizioni:

- problemi decidibili (Π: problema decidibile, x: caso, $\Pi \ni x$)
- si studiano solo tempo e spazio
- si cerca f: funzione calcolabile $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ che maggiori le risorse per risolvere x; è in funzione di $|x| :=$ taglia di x; si cerca f minima che stimi le risorse al caso pessimo.
- si richiede una teoria invariante rispetto al cambio
  - del modello di calcolo
  - della rappresentazione dei dati
- si richiede una teoria asintotica: $|x| \leq |y| \Rightarrow f(|x|) \leq f(|y|)$.

Esiste una gerarchia di classi di problemi?

Esistono problemi completi?

Come si misura il consumo delle risorse?

$$\underbrace{\text{LOGSPACE} \subseteq \mathcal{P} \overset{?}{\subseteq} \mathcal{NP} \subseteq \text{PSPACE}}_{\neq} = \text{NPSPACE} \subset \mathcal{R} \subset \mathcal{RE}$$

Si estendono le MdT in MdT a k nastri:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0)$$

$h \notin Q$, $h <^{SI}_{NO}$

$\#, \triangleright \in \Sigma$

$L, R, - \notin \Sigma$

$$\delta(q, \sigma_1 \dots \sigma_k) = (q', (\sigma_1', D_1) \dots (\sigma_k', D_k))$$

stato simbolo direzione

Una configurazione e' della forma

$$(q, u_1, \sigma_1, v_1 \dots u_k, \sigma_k, v_k)$$

In un passo cambiano tutti, i passi sono sincroni

MdT a k nastri e' una macchina parallela

Nelle macchine moderne ogni processore ha uno stato,

la teoria non cambia: e' sufficiente definire Q insieme di k-uple.

esempio: MdT a 2 nastri che verifica se una stringa e' palindroma

q	σ_1	σ_2	$\delta(q, \sigma_1, \sigma_2)$
q_0	$\triangleright$	$\triangleright$	q_0 $(\triangleright, R), (\triangleright, R)$
q_0	a/b	$\#$	q_0 $(a/b, R), (a/b, R)$
q_0	$\#$	$\#$	q_1 $(\#, L), (\#, -)$
q_1	a/b	$\#$	q_1 $(a/b, L)$ $(\#, -)$

$(q_0, \underline{\triangleright}\, abba, \underline{\triangleright})$

$\downarrow$

$(q_0, \triangleright \underline{a} bba, \triangleright \underline{\#})$

$\downarrow$

$(q_0, \triangleright a \underline{b} ba, \triangleright a \underline{\#})$

$\downarrow$

$\vdots$ 3 passi

$(q_0, \triangleright abba \underline{\#}, \triangleright abba\#)$

$\downarrow$

q_1	$\triangleright$	$\#$	$q_2, (\triangleright, R), (\#, L)$	$(q_1, \triangleright abb\underline{a}, \triangleright abba\underline{\#})$
q_2	a/b	a/b	$q_2\ (a/b, L), (\#, L)$	$(q_2, \triangleright \underline{a}bba, \triangleright abb\underline{a})$
q_2	$\#$	$\triangleright$	$sì, (\#, -), (\triangleright, R)$	$(q_2, \triangleright a\underline{b}ba, \triangleright ab\underline{b})$
q_2	a/b	b/a	$No, (a/b, -), (b/a, -)$	

$\downarrow$

$\vdots$ 3 passi

$(q_2, \triangleright abba\underline{\#}, \underline{\triangleright})$

$\downarrow$

$(sì, \triangleright abba\underline{\#}, \triangleright\underline{\#})$

Definisco DETERMINISTICA una MdT per cui δ è una funzione

Def: . Il tempo deterministico t richiesto da M: MdT

a k nastri su x: caso $\in I$: insieme dei casi

$$(q, \triangleright x, \triangleright, \dots, \triangleright) \xrightarrow{t} (sì/No, w_1, \dots, w_k)$$

è il numero di passi richiesti.

. M decide I in tempo deterministico f sse

$\forall x.\ t$: tempo deterministico richiesto da M

$t \leq f(|x|)$.

. La classe di complessità su tempo deterministico f

è definita come $TIME(f) := \{ I \mid \exists M$ che decide I su t.d. $f \}$

esempio:

ricopiare la stringa $n+1$ — CASO PESSIMO

tornare indietro $n+1$

verifica dell'uguaglianza $n+1$ — $3(n+1) = O(n)$

Teorema di riduzione del numero di nastri

Per ogni M: MdT a k nastri che decide I in tempo det. f

esiste M': MdT a 1 nastro che decide I in tempo det $O(f^2)$.