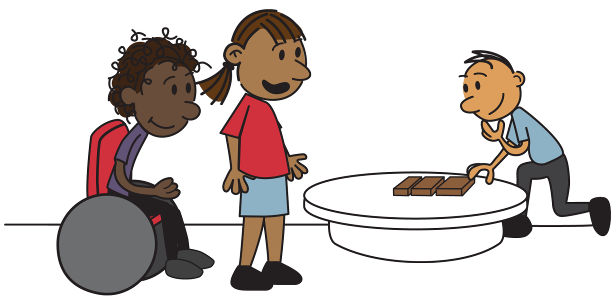
Lição 1

Começando a falar sobre frações

EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Três amigos vão repartir uma barra de chocolate. Um deles sugere a seguinte divisão:



a) Você concorda com essa divisão? Explique.

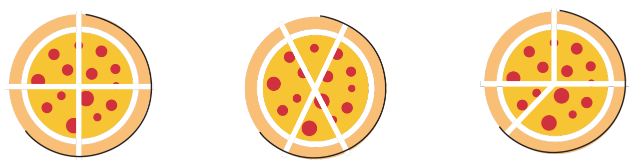
b) Com essa divisão, os três amigos receberão a mesma quantidade de chocolate?

c) Use a imagem a seguir para mostrar uma divisão da barra de chocolate que permita que os 3 amigos recebam quantidades iguais de chocolate.

d) Considerando a divisão da barra de chocolate em 3 partes iguais, como você nomearia a quantidade de chocolate que cada amigo receberia?

Atividade 2

Três pizzas inteiras, de mesmo tamanho, foram repartidas entre as crianças de uma turma. Para isso, a turma foi dividida em três grupos com quatro crianças cada. Veja como cada grupo repartiu a sua pizza.



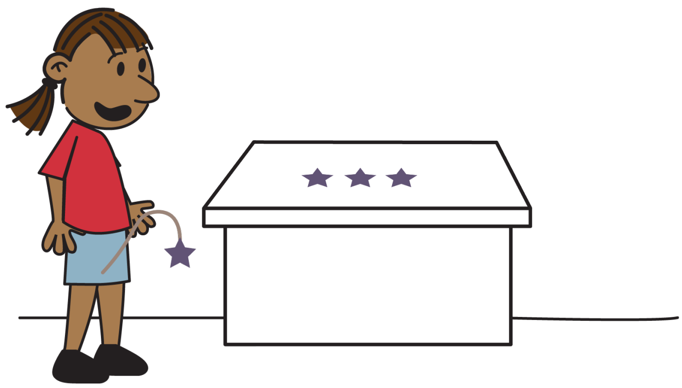
a) Cada um dos três grupos repartiu a sua pizza na mesma quantidade de fatias que os outros grupos?

b) Dessa maneira, todas as crianças da turma receberam a mesma quantidade de pizza?

c) Em algum dos grupos, as 4 crianças receberam a mesma quantidade de pizza? Se sim, em qual? Considerando a pizza inteira, como você nomearia cada uma das fatias de pizza desse grupo?

Atividade 3

Alice quer enfeitar a sala de aula e pretende prender os enfeites utilizando pedaços de barbante. Para isso, quer cortar o barbante em pedaços iguais, para que os enfeites fiquem todos na mesma altura. Ajude Alice a cortar o barbante (você receberá um barbante do seu professor).



ORGANIZANDO AS IDEIAS

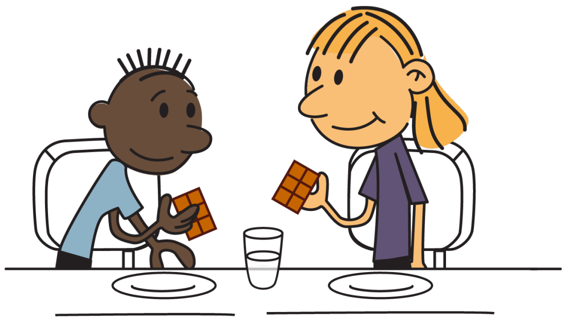
Nas atividades anteriores, as quantidades registradas exigiram a partição de uma unidade. Por exemplo, para obter um terço de uma barra de chocolate foi necessário partir a barra de chocolate. Já para obter um quarto de pizza, foi necessário partir a pizza. Outros exemplos aparecem no dia a dia: "comprei meio metro de tecido" ou "gastei um terço da minha borracha".

A barra de chocolate, a pizza e o pedaço de barbante foram partidos **em partes com quantidades iguais**. Em cada um dos casos, o que foi repartido é chamado **unidade**. Cada uma das partes em que essas unidades foram repartidas igualmente é uma **fração da unidade**. Assim, por exemplo, um quarto de uma pizza é uma fração da pizza e a pizza é unidade. Se a unidade for o pedaço de barbante, um quarto do pedaço de barbante será uma fração do pedaço de barbante.

O nome dado à fração da unidade depende da quantidade de partes em que a unidade é dividida.

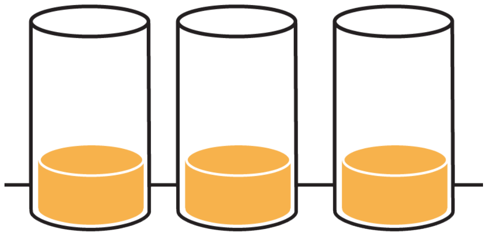
Ao dividir uma unidade qualquer em duas partes iguais, ou ao meio, cada uma das partes é chamada de *um meio* ou *a metade* da unidade.

Por exemplo, se uma barra de chocolate é repartida igualmente entre dois amigos, a quantidade que caberá a cada um dos amigos é *um meio* da barra de chocolate (ou *metade* da barra). Nesse exemplo, a unidade é a barra de chocolate.



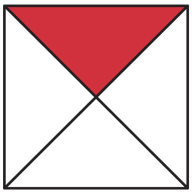
Ao dividir uma unidade em três partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um terço* ou *a terça parte* da unidade.

Por exemplo, se, em uma receita, é necessário acrescentar *um terço* de um litro de suco de laranja, isso significa que, para colocar a quantidade correta de suco na receita, é preciso repartir o litro de suco em três partes iguais e usar apenas uma dessas partes, que é *um terço* do litro de suco. Nesse caso, a unidade é um litro de suco de laranja. Imagine que no copo caiba 1 litro.



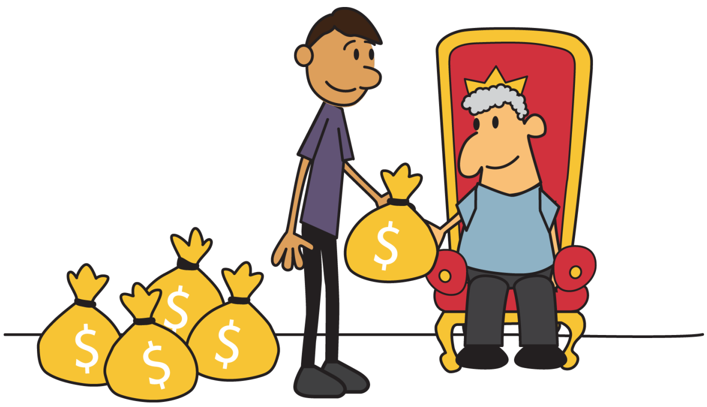
Ao dividir uma unidade em quatro partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um quarto* ou *quarta parte* da unidade.

Por exemplo, a parte colorida da figura é um quarto da figura. Neste caso, a figura é a unidade.



Da mesma forma, ao dividir uma unidade em cinco partes iguais, cada uma das partes é chamada de *um quinto* ou *quinta parte* da unidade.

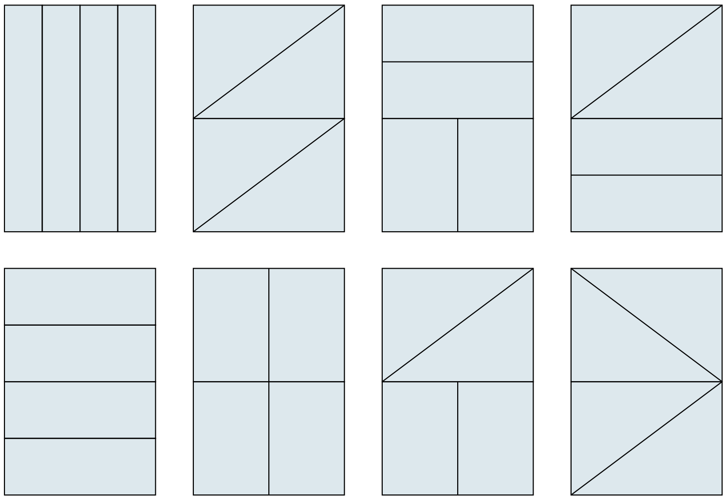
Por exemplo, na época do império *um quinto* de todo ouro pesado nas Casas de Fundição no Brasil era pago em impostos à Coroa Portuguesa. Desta forma, a quantidade de ouro pago em impostos à Coroa Portuguesa era igual a *um quinto* ou a *quinta parte* do ouro pesado nas Casas de Fundição no Brasil.



MÃO NA MASSA

Atividade 4

a) Quais dos oito retângulos a seguir foram repartidos em *quartos*?



b) Desenhe um retângulo e faça uma partição desse retângulo em quatro partes que não sejam todas quartos.

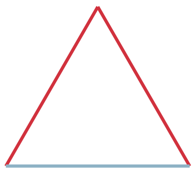
REFLETINDO

Quando se diz que uma unidade é repartida em meios, terços, quartos, quintos, etc., a unidade foi repartida em 2, 3, 4, 5, etc., partes iguais. Assim como no dia a dia, neste livro o termo *partes iguais* quer dizer *partes com a mesma quantidade*, mesmo que a unidade não esteja dividida em partes de mesma forma. Na atividade anterior, se os retângulos representassem, por exemplo, bolos, as quatro partes em que foram divididos os retângulos representariam quantidades iguais de bolo. Em alguns retângulos as partes não têm a mesma forma. Os dois quadrinhos a seguir mostram exemplos curiosos em que as partes iguais podem ser surpreendentes.

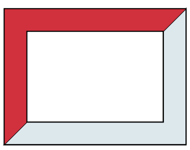
Atividade 5

Em cinco das figuras a seguir, a parte em vermelho é um terço da figura. Identifique essas figuras.

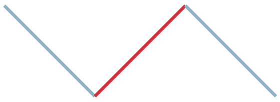
a)



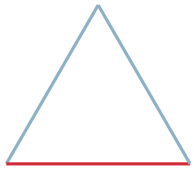
b)



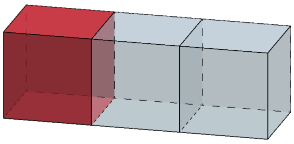
c)



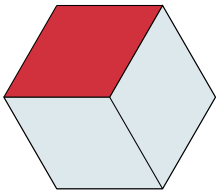
d)



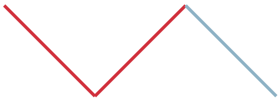
e)



f)



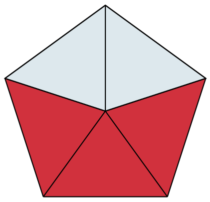
g)



h)

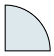
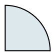
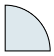
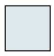
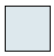
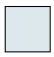
i)

j)



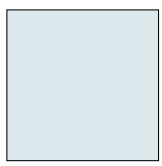
Atividade 6

Observe a tabela a seguir. Em cada linha, a primeira coluna, mais à esquerda, exibe figuras que são frações de uma unidade. A coluna do meio indica essas frações. Complete a tabela, fazendo na terceira coluna de cada linha, um desenho da unidade correspondente.

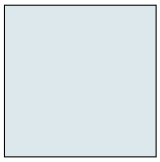
Parte da unidade	Fração da unidade	Unidade
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	
	metade	
	um terço	
	um quarto	

Atividade 7

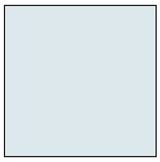
a) Pinte metade do quadrado a seguir.



b) Pinte um quarto do quadrado a seguir.



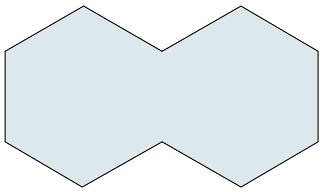
c) Pinte um oitavo do quadrado a seguir.



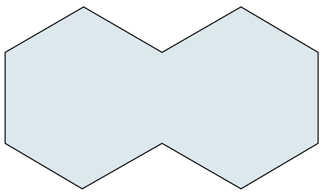
d) Observando os quadrados pintados nos itens anteriores, qual é a maior das frações do quadrado: metade, quarto ou oitavo?

Atividade 8

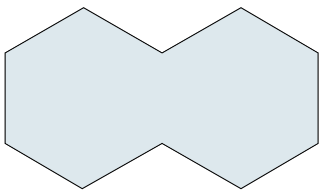
a) Pinte metade da figura.



b) Pinte metade da figura de forma diferente da do item anterior.

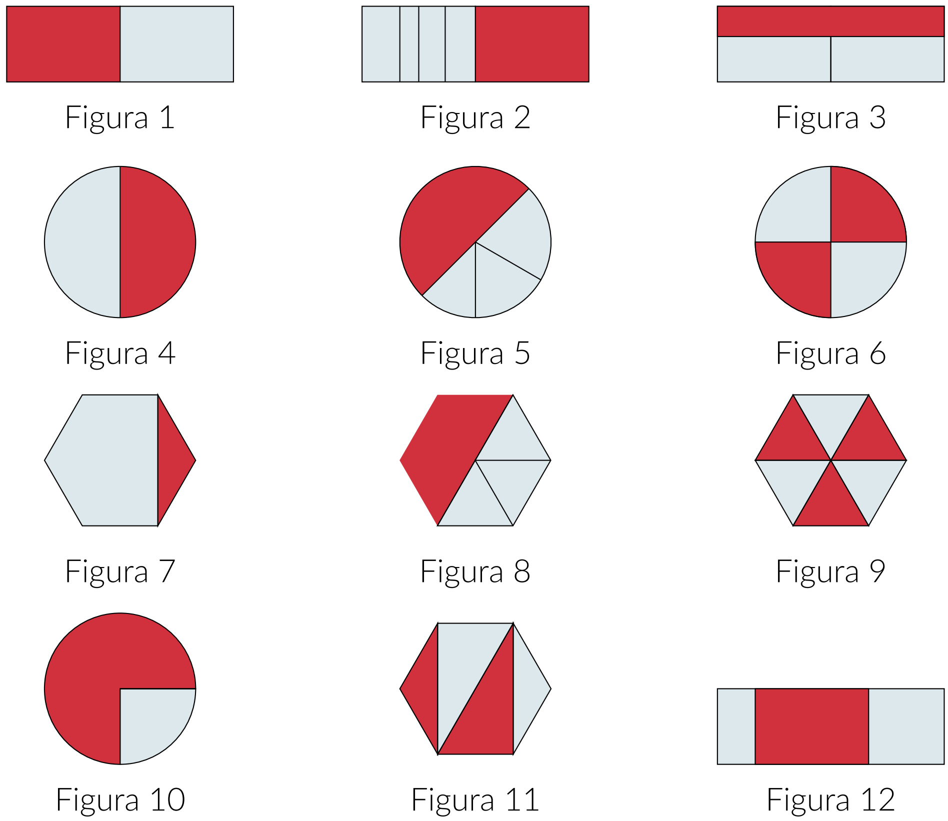


c) Pinte a metade da figura de forma diferente das dos dois itens anteriores.



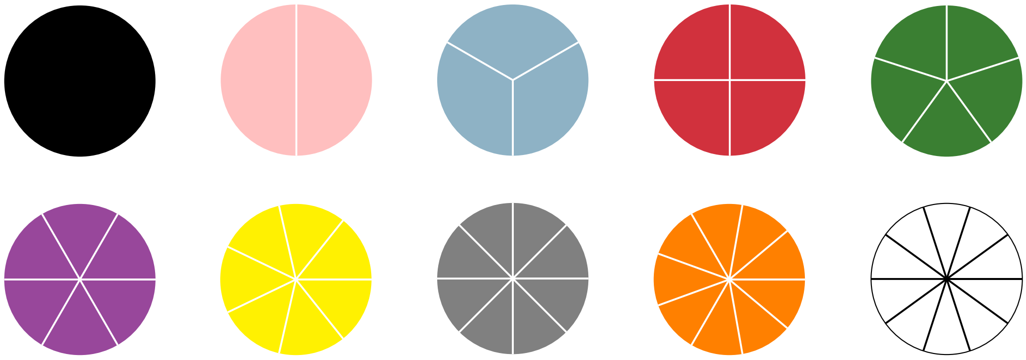
Atividade 9

Identifique as figuras em que a parte pintada de vermelho é a metade da figura.



Atividade 10

Usando os Círculos de Frações que você receberá do seu professor (há encarte para reprodução no final do livro), responda:



a) Qual é a cor da peça que é igual a um terço do círculo preto?

b) Qual é a cor da peça que é igual a um quarto do círculo preto?

c) Qual é a cor da peça que é igual a um sétimo do círculo preto?

d) Qual é a cor da peça que é igual a um nono do círculo preto?

e) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor roxa?

f) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor cinza?

g) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor branca?

h) Que fração do círculo preto é igual a uma peça de cor rosa?

i) Qual fração do círculo preto é maior, um terço ou um sétimo? Explique a sua resposta.

j) Qual fração do círculo preto é menor, um nono ou um quarto? Explique a sua resposta.

k) Qual fração do círculo preto é menor, um quinto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

l) Qual fração do círculo preto é maior, um oitavo ou um quarto? Explique a sua resposta.

m) Qual fração do círculo preto é maior, um sexto ou um sétimo? Explique a sua resposta.

Atividade 11

Nas figuras a seguir, um mesmo círculo azul aparece diferentemente dividido em regiões iguais e colorido em vermelho.

a) Complete as sentenças a seguir identificando os círculos que as tornam verdadeiras.

I) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um quinto do círculo.

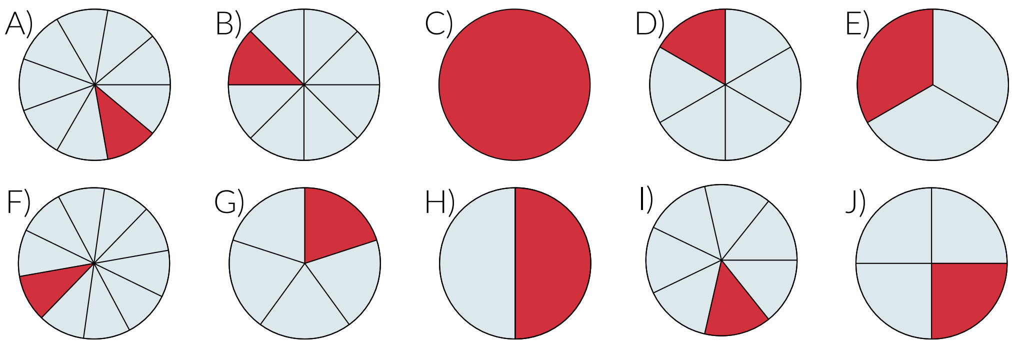
II) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é a sexta parte do círculo.

III) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um sétimo do círculo.

IV) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um oitavo do círculo.

V) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é a nona parte do círculo.

VI) A parte do círculo colorida em vermelho na figura _____ é um décimo do círculo.



b) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja menor do que um sexto do círculo.

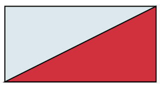
c) Dentre as frações do círculo destacadas em vermelho, identifique uma que seja maior do que um nono do círculo.

d) Identifique uma fração do círculo que seja menor do que um sexto e maior do que um nono do círculo.

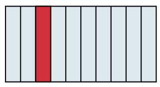
Atividade 12

Em cada uma das imagens, a parte em vermelho é uma fração da figura. Essas frações podem ser "um meio", "um quarto" ou "um décimo" da figura. Associe cada imagem à fração correspondente.

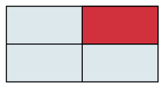
a)



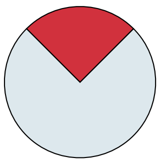
b)



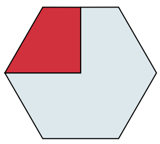
c)



d)

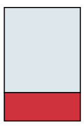


e)

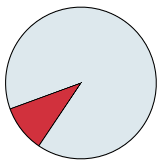


f)

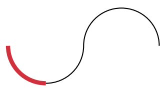
g)



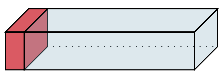
h)



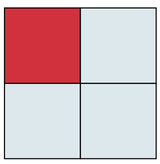
i)



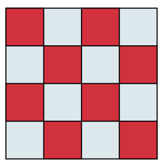
j)



l)

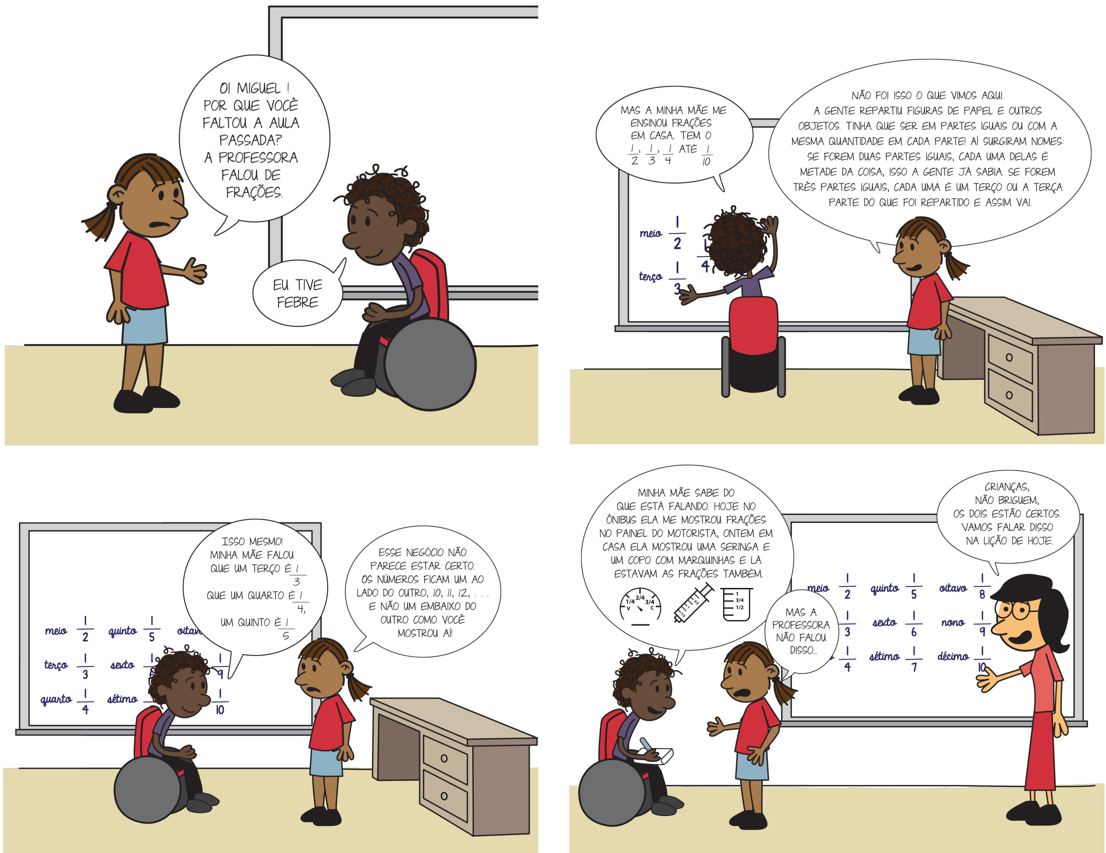


m)



Lição 2

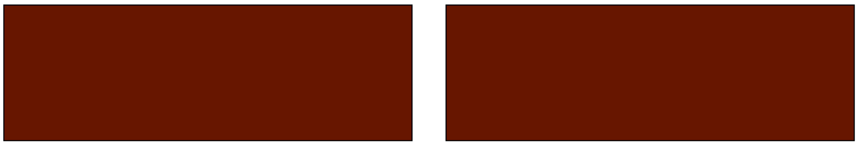
Multiplicando a fração da unidade



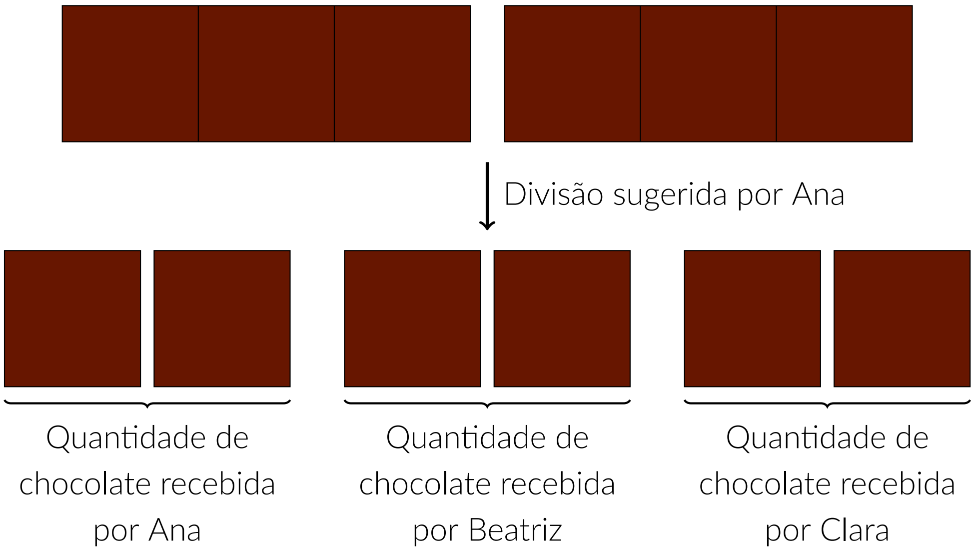
EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

O pai de Ana, Beatriz e Clara trouxe duas barras de chocolate para serem repartidas entre elas.



Ana propôs que cada barra fosse dividida em três partes iguais e que cada irmã ficasse com duas dessas partes.



a) Na divisão de cada uma das barras de chocolate em três partes iguais, cada parte é que fração de uma barra de chocolate?

b) Você concorda com a divisão que Ana sugeriu? Explique.

c) Com essa divisão, as três irmãs receberiam a mesma quantidade de chocolate?

d) Na divisão proposta por Ana, como você nomearia, usando fração de uma barra de chocolate, a quantidade de chocolate que cada irmã receberia?

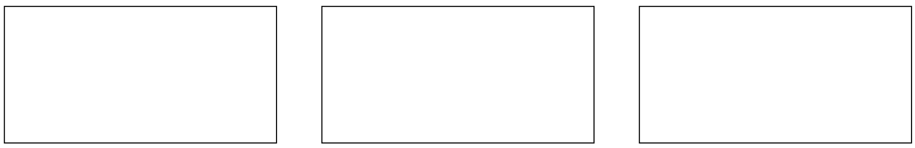
Ana não quer o chocolate e decidiu dar a quantidade de chocolate que recebeu na divisão das barras para as suas irmãs.

e) Se Ana desse metade da quantidade de chocolate que recebeu para cada uma de suas irmãs, que quantidade de chocolate Beatriz e Clara passariam a ter? Como você nomearia, usando frações, essas quantidades?

f) E se Ana desse toda a quantidade de chocolate que recebeu para Beatriz, que quantidade de chocolate Beatriz passaria a ter? Como você nomearia, usando frações, essa quantidade?

Atividade 2

Um grupo de cinco amigos (Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson) encomendou três tortas salgadas para uma comemoração.



a) Como dividir as três tortas de modo que cada amigo receba a mesma quantidade de torta? Faça um desenho no seu caderno mostrando sua proposta de divisão. Indique qual parte é de qual amigo!

b) Considerando-se uma torta como unidade, como você nomearia, usando frações, a quantidade de torta que:

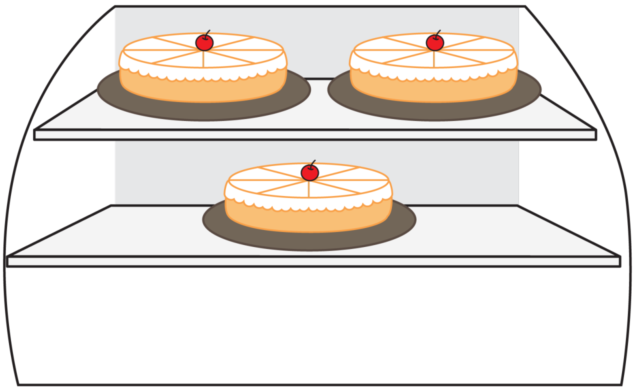
   I) Amarildo recebeu?
   II) Amarildo e Beto receberam juntos?
   III) Amarildo, Beto e Carlos receberam juntos?
   IV) Amarildo, Beto, Carlos e Davi receberam juntos?
   V) Amarildo, Beto, Carlos, Davi e Edilson receberam juntos?

c) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é menor do que um quinto de torta? E do que dois quintos de torta? Explique sua resposta.

d) A quantidade de torta que cada amigo recebeu é maior do que três quintos de torta? E do que quatro quintos de torta? Explique sua resposta.

Atividade 3

Para a sobremesa do almoço de domingo, papai passou em uma confeitaria que vende tortas divididas igualmente em 8 fatias, como na figura abaixo.



a) Que fração de uma torta é uma fatia? Explique.

b) Domingo papai comprou 4 fatias, quantos oitavos de uma torta havia para a sobremesa?

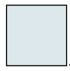
c) Na pergunta anterior, apresente outra fração que represente a quantidade de torta que papai comprou. Explique sua resposta.

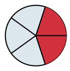
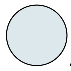
d) Hoje papai comprou 10 fatias de torta. Como podemos representar essa quantidade de torta em termos de frações **de uma torta**? Lembre-se que oito fatias formam uma torta inteira.

Atividade 4

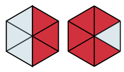
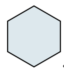
Complete as afirmações com uma das frações: "dois meios", "dois terços", "dois quintos", "três quartos", "oito sextos" e "nove meios", para que sejam verdadeiras.

a) A parte pintada de vermelho em  é __________ de .

b) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

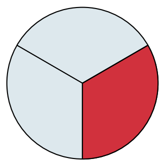
c) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

d) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

e) A parte pintada de vermelho em  é ________ de .

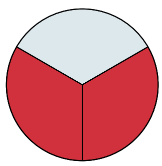
ORGANIZANDO AS IDEIAS

Se uma torta está dividida em três partes iguais, a torta fica separada em três terços. Assim, como visto na historinha do início da lição, tanto faz escrever: “$\frac{1}{3}$ da torta” ou “um terço da torta” para se referir à fatia destacada na figura.

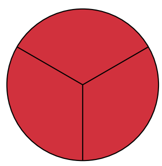


$\frac{1}{3}$ da torta

Duas fatias são “dois terços da torta”, o que pode ser expresso simplesmente por “$\frac{2}{3}$ da torta”. Deste modo, “três terços da torta” é uma torta inteira.

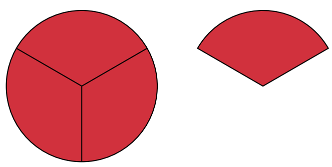


$\frac{2}{3}$ da torta

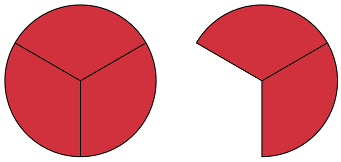


$\frac{3}{3}$ da torta

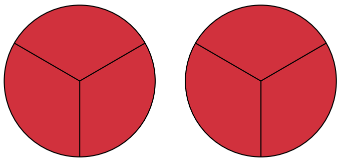
Também pode-se considerar quatro terços, cinco terços ou seis terços da torta, basta juntar novos terços à torta inteira.



$\frac{4}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{1}{3}$ da torta



$\frac{5}{3}$ da torta = 1 torta e $\frac{2}{3}$ da torta



$\frac{6}{3}$ da torta = 2 tortas

Se uma torta é repartida em três partes iguais, cada fatia é um terço da torta - ou, simplesmente, $\frac{1}{3}$ da torta. Juntando essas fatias, é possível se ter dois terços ($\frac{2}{3}$) e três terços ($\frac{3}{3}$) da torta. Com mais do que uma torta repartida em três partes iguais, pode-se obter quatro terços ($\frac{4}{3}$), cinco terços ($\frac{5}{3}$), seis terços ($\frac{6}{3}$) etc de torta. Na representação simbólica, as frações que registram essas quantidades têm o número 3 "abaixo" do traço de fração, e, por isso, são denominadas terços. O número que informa a parte da unidade que "dá nome" à fração é chamado de *denominador* da fração. Assim, nas frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{3}$, o 3 é o denominador, identificando "terços".

Já o número que aparece "acima" do traço de fração informa quantos terços estão sendo considerados. Esse número é chamado de *numerador* da fração. Por exemplo, na fração $\frac{1}{3}$ o numerador é 1 e na fração $\frac{4}{3}$ o numerador é 4.

Essa mesma forma de nomear vale para outras frações, mesmo que o denominador seja diferente de 3:

Em $\frac{2}{5}$, por exemplo, o numerador é 2 e o denominador é 5. Lê-se *dois quintos*.

Em $\frac{10}{8}$, por exemplo, o numerador é 10 e o denominador é 8. Lê-se *dez oitavos*.

Como você pôde observar, a nomeação de uma fração depende fortemente do denominador da fração. Para ler a fração deve-se ler o **número** do numerador seguido do **nome que identifica a equipartição da unidade, e que está indicado no denominador**, nessa ordem. Veja:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \text{ um terço; } \quad \frac{2}{3} \rightarrow \text{ dois terços; } \quad \frac{5}{3} \rightarrow \text{ cinco terços;}$$

$$\frac{1}{8} \rightarrow \text{ um oitavo; } \quad \frac{3}{8} \rightarrow \text{ três oitavos; } \quad \frac{7}{8} \rightarrow \text{ sete oitavos.}$$

Anote agora os nomes de algumas outras frações:

$$\frac{1}{2} \to \text{ um meio; } \quad \frac{1}{3} \to \text{ um terço; } \quad \frac{1}{4} \to \text{ um quarto;}$$

$$\frac{1}{5} \to \text{ um quinto; } \quad \frac{1}{6} \to \text{ um sexto; } \quad \frac{1}{7} \to \text{ um sétimo;}$$

$$\frac{1}{8} \to \text{ um oitavo; } \quad \frac{1}{9} \to \text{ um nono; } \quad \frac{1}{10} \to \text{ um décimo.}$$

Para a fração $\frac{1}{11}$, fala-se um onze avos. Da mesma forma, são nomeadas frações cujo denominador é maior do que 11. Por exemplo:

$$\frac{1}{12} \to \text{ um doze avos; } \quad \frac{1}{13} \to \text{ um treze avos; } \quad \frac{5}{13} \to \text{ cinco treze avos.}$$

Curioso para saber sobre o significado da palavra **avos**? Pergunte ao seu professor. O importante é lembrar que, para denominadores maiores 11, acrescenta-se a expressão "avos" ao final da leitura da fração.

Contudo, para frações cujo denominador é uma potência de 10, usa-se outra formar de ler:

$$\frac{1}{100} \to \text{ um centésimo; } \quad \frac{13}{100} \to \text{ treze centésimos; } \quad \frac{33}{1000} \to \text{ trinta e três milésimos.}$$

Pronto! Agora você já é capaz de ler diversos tipos de frações.

denominador da fração:
nomeia a fração
Ex: meio, terço, quarto,
quinto, ... décimo etc.

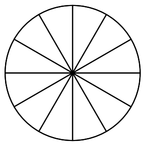
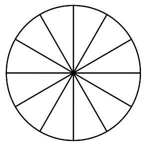
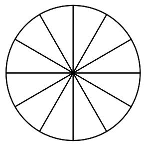
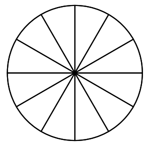
$$\frac{n}{d}$$

numerador da fração:
diz qual o número de
meios, terços, quartos etc.
Deseja-se representar.

MÃO NA MASSA

Atividade 5

Uma pizza gigante foi dividida em doze fatias iguais. Pedro comeu quatro fatias, Isabella cinco fatias, Bernardo duas fatias e Manuela apenas uma fatia.

	Pedro	Isabella	Bernardo	Manuela
Pinte a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, por extenso, a fração de pizza consumida por cada pessoa				
Escreva, usando notação simbólica matemática, a fração de pizza consumida por cada pessoa				

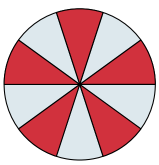
a) Na sua opinião, qual representação de fração "gasta menos lápis" para ser escrita: usando notação simbólica matemática, escrevendo por extenso ou pintando?

b) Na sua opinião, qual a representação que mais rapidamente ajuda a decidir quem comeu mais e quem comeu menos pizza?

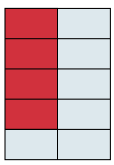
Atividade 6

Para cada figura a seguir, indique a fração da figura que está pintada de vermelho. Esta fração é maior, menor ou exatamente igual a $\frac{1}{2}$ da figura?

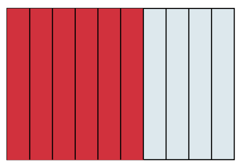
a)



b)



c)



Atividade 7

Um grupo de amigos está dividindo duas pizzas circulares do mesmo tamanho. A primeira pizza foi cortada em 4 fatias de mesmo tamanho. A segunda pizza foi dividida em 8 fatias iguais.

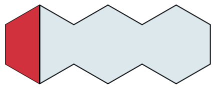
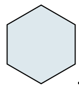
a) Uma fatia da primeira pizza é que fração dessa pizza? Responda usando notação simbólica matemática.

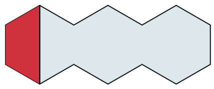
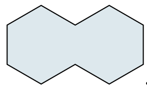
b) Uma fatia da segunda pizza é que fração dessa pizza? Responda usando notação simbólica matemática.

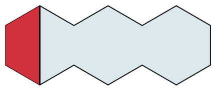
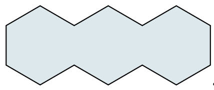
c) Qual fatia tem mais quantidade de pizza: uma fatia da primeira pizza ou uma fatia da segunda? Explique usando um desenho.

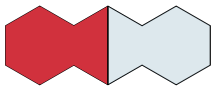
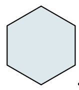
Atividade 8

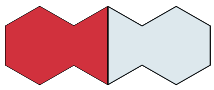
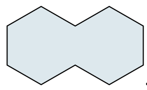
Preencha cada lacuna a seguir com uma fração adequada (use notação simbólica matemática). Perceba que uma mesma região pintada pode ser descrita por frações diferentes, dependendo da unidade considerada.

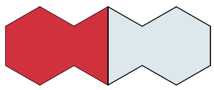
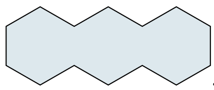
a) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

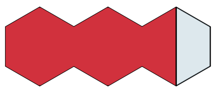
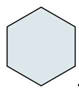
b) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

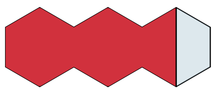
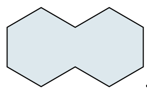
c) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

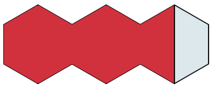
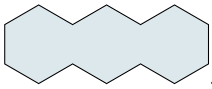
d) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

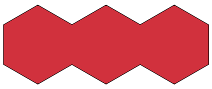
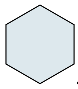
e) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

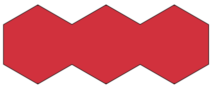
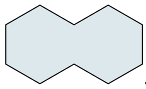
f) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

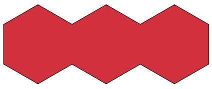
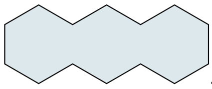
g) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

h) A região pintada em vermelho em  é ________ de .

i) A região pintada em vermelho em  é __________ de .

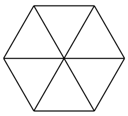
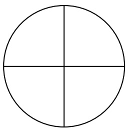
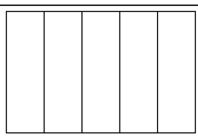
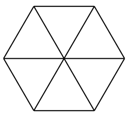
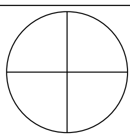
j) A região pintada em vermelho em  é __________ de .

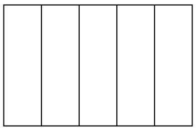
k) A região pintada em vermelho em  é __________ de .

l) A região pintada em vermelho em  é __________ de .

Atividade 9

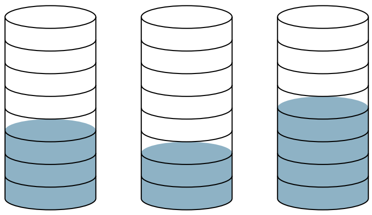
Na tabela a seguir, pinte cada figura de modo que a parte pintada seja a fração da figura indicada na coluna à esquerda e na mesma linha. Indique também, usando notação simbólica matemática, qual fração da figura ficou sem pintar.

Fração da figura que deve ser pintada	Figura	Fração da figura que ficou sem pintar
$\frac{5}{6}$		
$\frac{3}{4}$		
$\frac{2}{5}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{3}{8}$		

Fração da figura que deve ser pintada	Figura	Fração da figura que ficou sem pintar
$\frac{9}{10}$		

Atividade 10

a) Em cada um dos três copos idênticos a seguir, indique a fração da capacidade do copo que está com água.



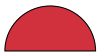
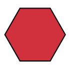
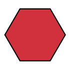
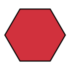
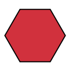
(1) (2) (3)

b) Qual é a fração da capacidade do copo correspondente à toda a água que está nos três copos?

c) É possível armazenar a água dos três copos em um único copo sem que transborde? Explique.

Atividade 11

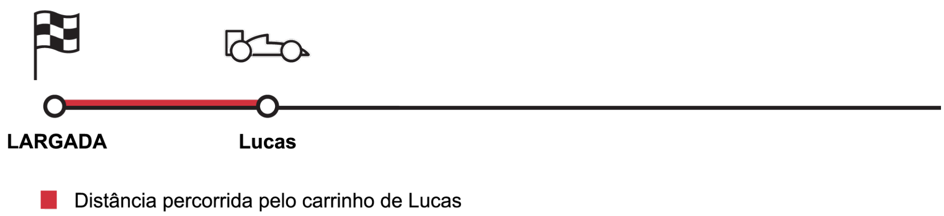
Fração da unidade	Figura correspondente à fração da unidade	Desenhe aqui uma unidade
$\frac{1}{2}$		

Fração da unidade	Figura correspondente à fração da unidade	Desenhe aqui uma unidade
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{2}$		
$\frac{4}{2}$		
$\frac{3}{2}$		
$\frac{2}{3}$		

Atividade 12

Lucas, Matheus, Heitor, Rafael, Enzo, Nicolas, Lorenzo, Guilherme e Samuel estavam brincando de empurrar seus carrinhos de brinquedo para ver qual carrinho ia mais longe em uma pista reta.

A figura a seguir mostra o quão longe foi o carrinho de Lucas e onde ele parou na pista com relação ao ponto de largada.



Sabe-se que:

a) O carrinho de Matheus só conseguiu ir até a metade da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

b) O carrinho de Heitor conseguiu ir até $\frac{3}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

c) O carrinho de Rafael conseguiu ir até $\frac{4}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

d) O carrinho de Enzo conseguiu ir até $\frac{5}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

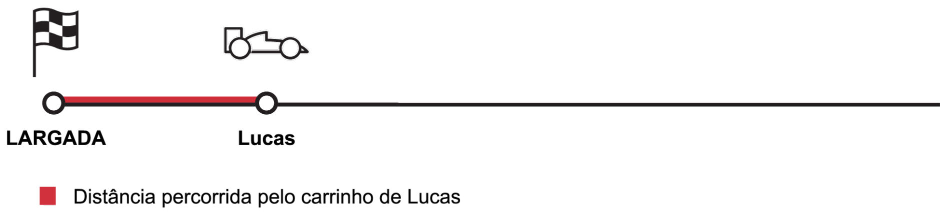
e) O carrinho de Nicolas conseguiu ir até $\frac{6}{2}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

f) O carrinho de Lorenzo conseguiu ir até $\frac{6}{4}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

g) O carrinho de Guilherme conseguiu ir até o dobro da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

h) O carrinho de Samuel conseguiu ir até $\frac{6}{3}$ da distância percorrida pelo carrinho de Lucas.

Com estas informações, marque as posições de parada dos carrinhos de todos os amigos de Lucas no encarte que você irá receber.



Os carrinhos de Rafael e Samuel pararam no mesmo lugar? Explique.

QUEBRANDO A CUCA

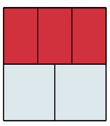
Atividade 13

(NAEP, 1992) Pense cuidadosamente nesta questão. Escreva uma resposta completa. Você pode usar desenhos, palavras e números para explicar sua resposta. Certifique-se de mostrar todo o seu raciocínio.

José comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza. Ella comeu $\frac{1}{2}$ de uma outra pizza. José disse que ele comeu mais pizza do que Ella, mas Ella diz que eles comeram a mesma quantidade. Use palavras, figuras ou números para mostrar que José pode estar certo.

Atividade 14

Miguel disse para Alice que a parte pintada de vermelho na figura a seguir corresponde a $\frac{3}{5}$ da figura, pois ela está dividida em 5 partes e 3 partes estão pintadas. Você concorda com a afirmação e com a justificativa de Miguel? Explique!

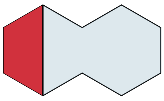


Atividade 15

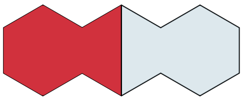
A figura a seguir tem 3 partes pintadas de vermelho e 4 partes pintadas de branco. É correto afirmar que a parte pintada de vermelho corresponde a $\frac{3}{4}$ da figura? Explique.

Atividade 16

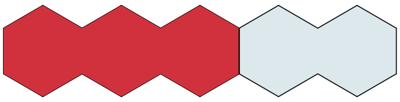
a) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$?



b) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$?

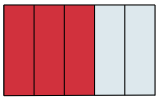


c) A região em vermelho na figura a seguir representa $\frac{3}{5}$ ou 3?



Atividade 17

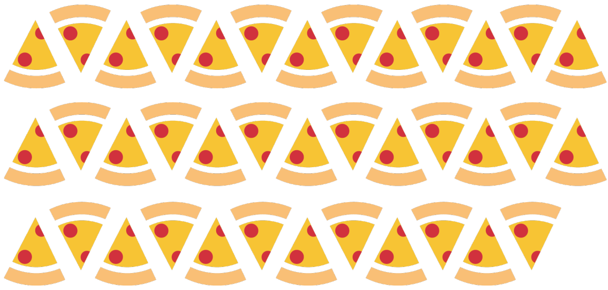
Júlia, Davi e Laura estavam estudando a figura a seguir.



Júlia disse: "A parte em vermelho representa $\frac{3}{5}$". Davi retrucou: "Não, não! A parte em vermelho representa $\frac{3}{2}$!". Laura, então acrescentou: "Eu acho que a parte em vermelho representa 3!". Quem está certo? Júlia, Davi ou Laura? Explique!

Atividade 18

Em uma pizzaria rodízio, 7 amigos comem, ao todo, 38 fatias.



Sabendo que nessa pizzaria cada pizza é repartida em 8 fatias de mesmo tamanho, pergunta-se:

a) Quantas pizzas inteiras comeraram os 7 amigos?

b) Que fração de uma pizza comeram ao todo os amigos?

c) É possível que todos os amigos tenham comido o mesmo número de fatias de pizza? Explique.

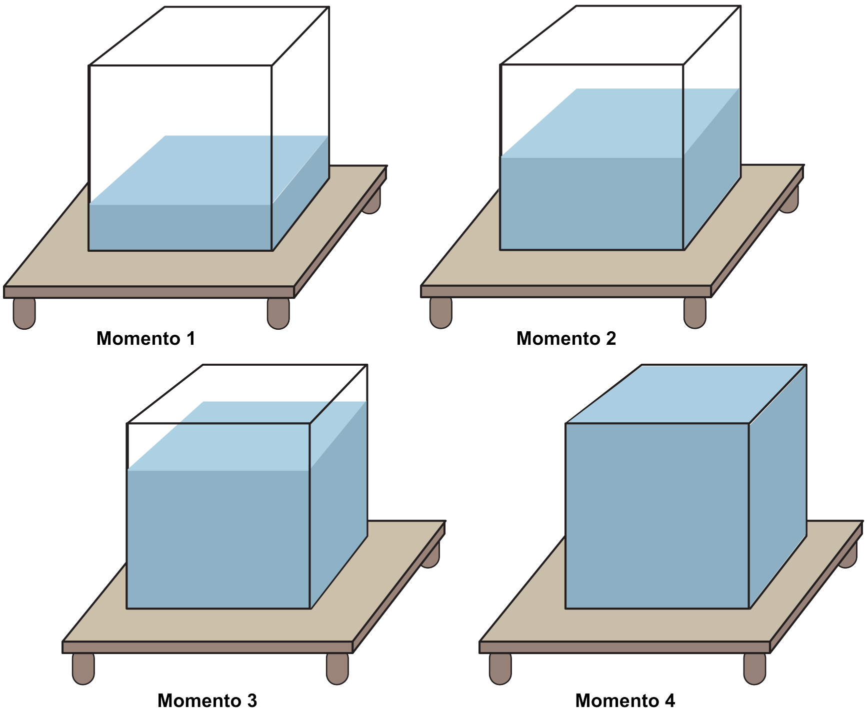
Lição 3

Frações na reta numérica

EXPLORANDO O ASSUNTO

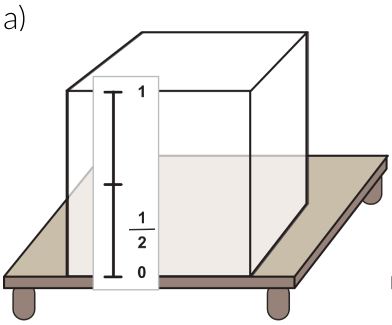
Atividade 1

Os quadrinhos a seguir mostram uma caixa-d'água sendo enchida. Para saber que fração da capacidade da caixa-d'água já está com água, será usada uma faixa graduada para indicar o nível de água na caixa.

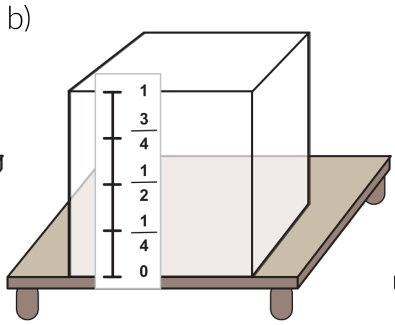


Escolha, para cada um dos momentos, a graduação que lhe parece mais adequada para registrar a quantidade de agua representada em cada uma das imagens. Explique sua escolha.

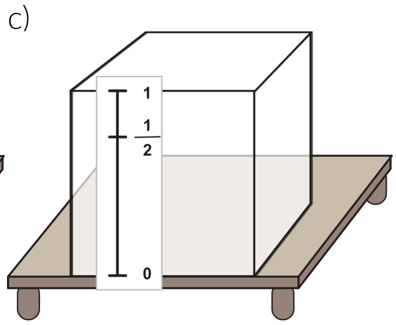
a)



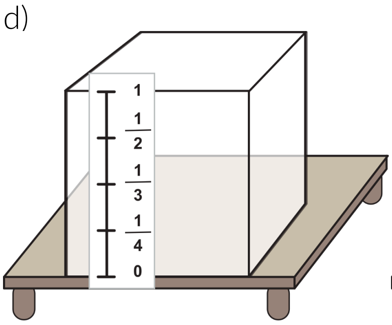
b)



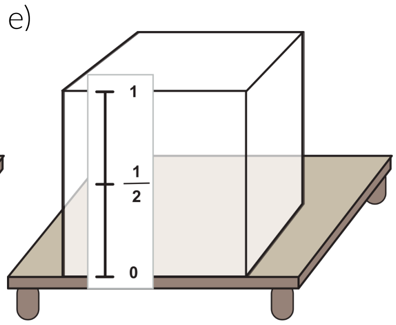
c)



d)



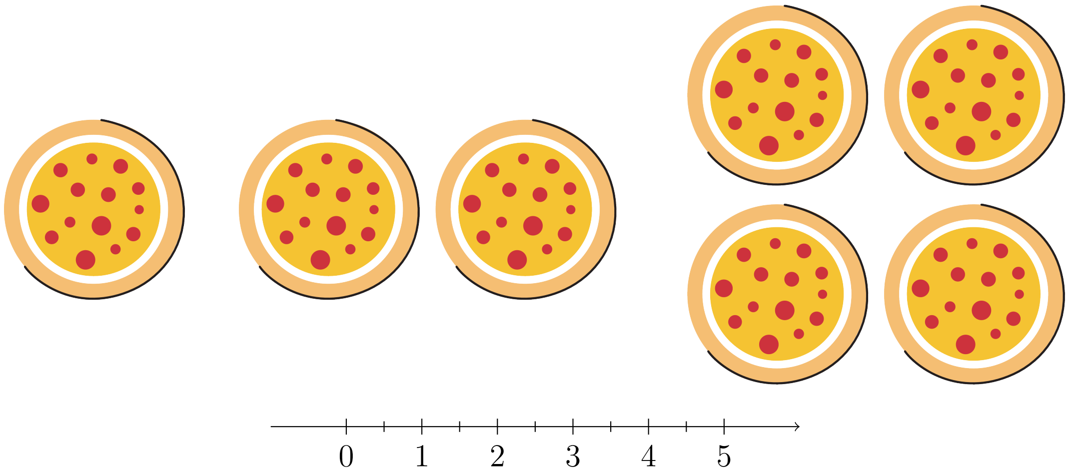
e)



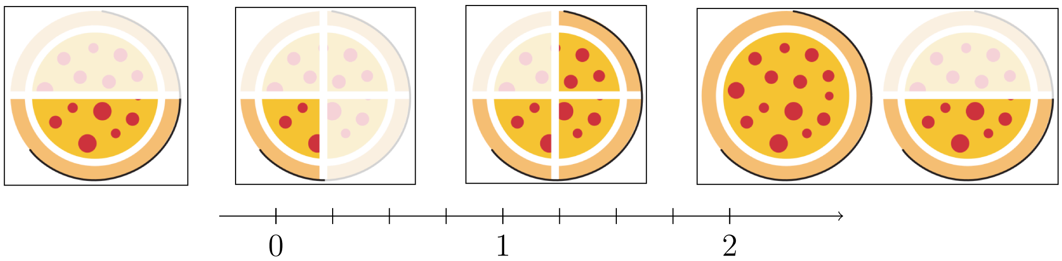
Atividade 2

Relembrando a representação na reta numérica: Você já conhece a reta numérica com os números naturais destacados.

a) Marque na reta numérica pontos que representem as 3 quantidades de pizza nas imagens a seguir.



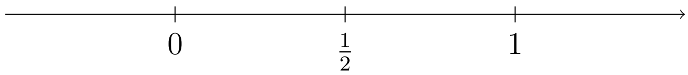
b) E no caso destas imagens, que pontos na reta numérica representam as 4 quantidades de pizza ilustradas?



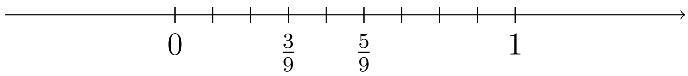
Atividade 3

Para cada par ou trio de figuras a seguir, há uma reta numérica. Considerando a região colorida como uma fração da figura, ligue CADA figura ao número, sobre a reta numérica, correspondente à região colorida da mesma.

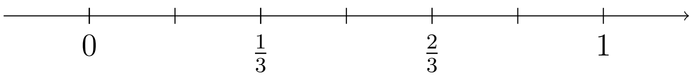
a) Figura 1 Figura 2



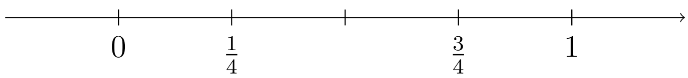
b)



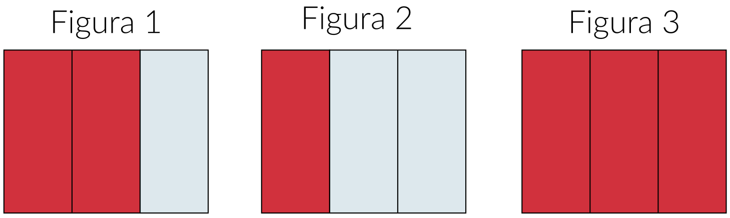
c)

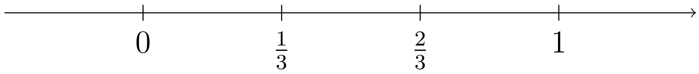


d)

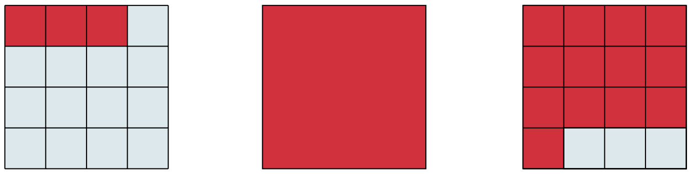


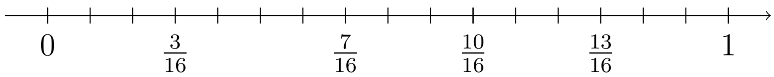
e)





f)

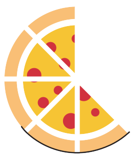




Atividade 4

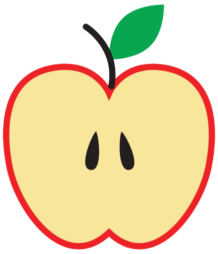
Para cada uma das figuras a seguir, marque na reta numérica o ponto correspondente à fração da unidade destacada na imagem:

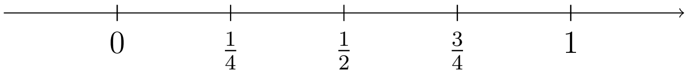
a) A unidade é uma pizza.



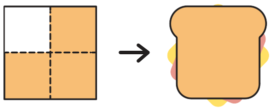
b) A unidade é uma barra de chocolate

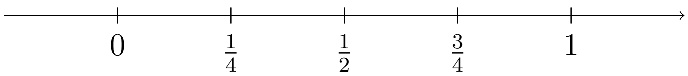
c) A unidade é uma maçã.



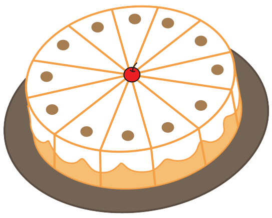


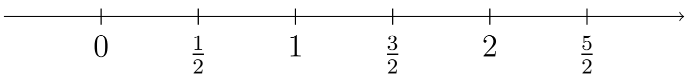
d) A unidade é um sanduíche de queijo com presunto.



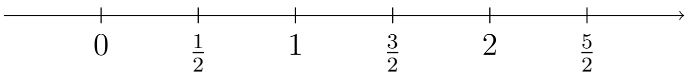


e) A unidade é uma torta.

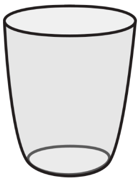


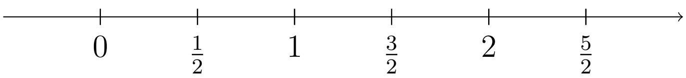


f) A unidade é um biscoito.



g) A unidade é um copo cheio.

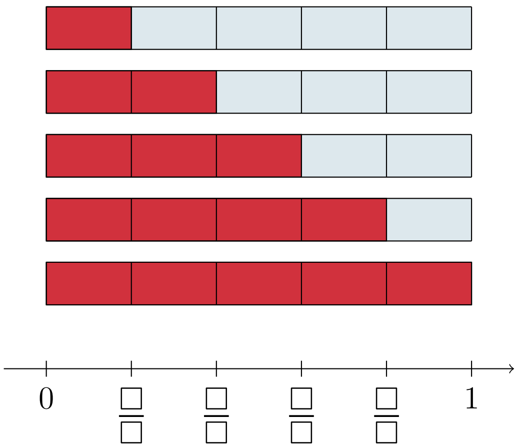




Atividade 5

A faixa a seguir está dividida em 5 partes iguais.

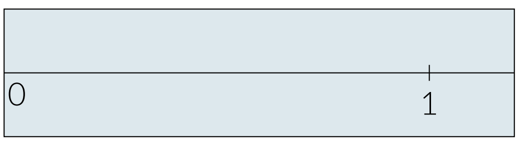
a) Considerando a faixa como unidade, escreva na reta numérica a fração correspondente a cada uma das regiões coloridas.



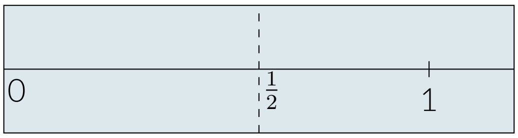
b) Escreva, em linguagem simbólica, a fração correspondente à faixa inteira. De que outra maneira é possível indicar essa quantidade?

Atividade 6

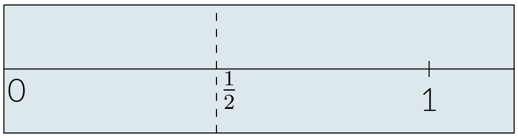
A professora Julia pediu que os seus alunos, Pedro e Miguel, marcassem $\frac{1}{2}$ na reta numérica traçada em uma fita, como esta que vocês também receberam:



Pedro trouxe a seguinte marcação:



Miguel trouxe esta:



a) É possível ambos estarem corretos? Justifique sua resposta.

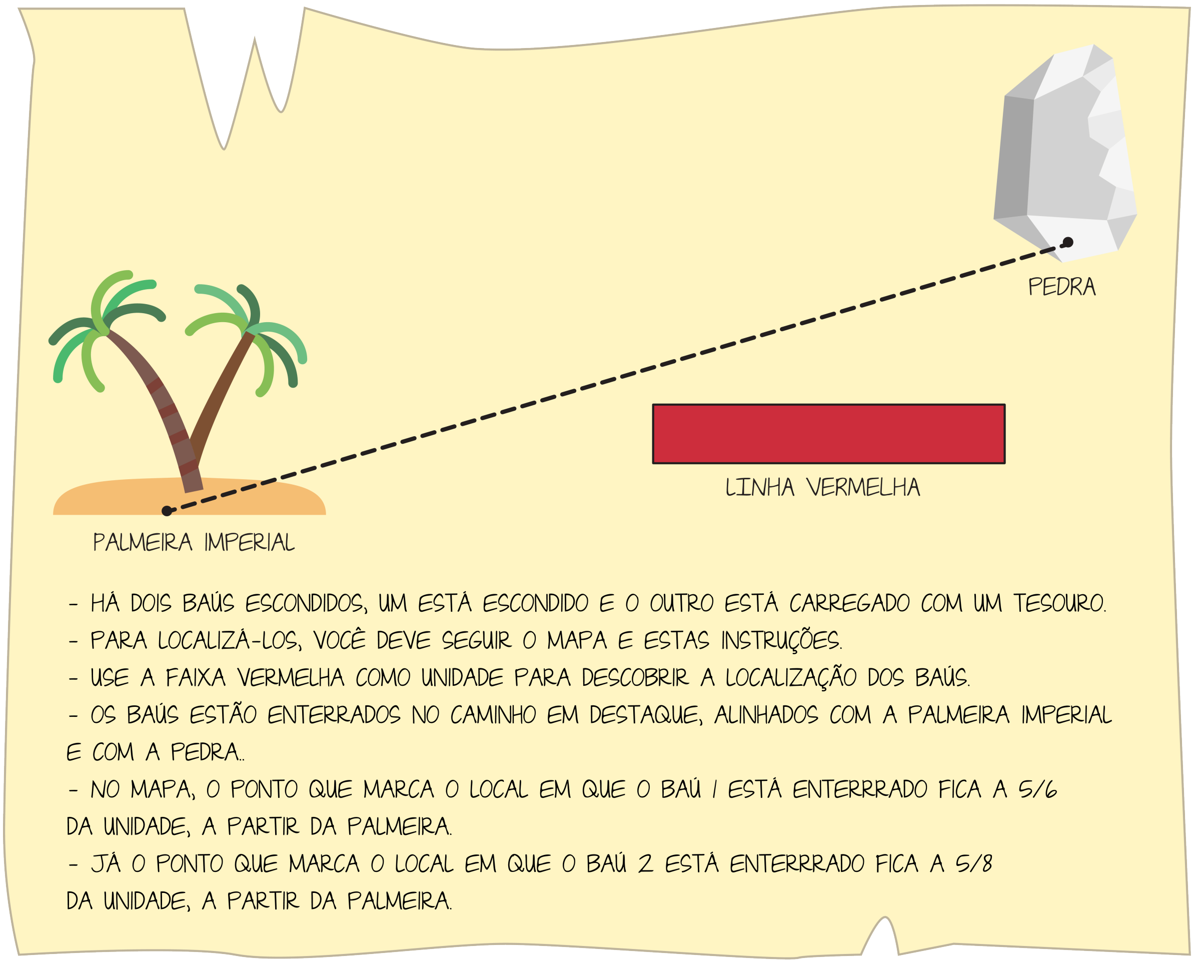
b) Faça marcações nessa fita correspondentes a $\frac{1}{4}$ e a $\frac{3}{4}$. Explique como você fez essas marcações.

c) Onde deve ser feita a marcação correspondente a $\frac{4}{4}$?

d) E a marcação de $\frac{5}{4}$?

Atividade 7

Um caçador de tesouros encontrou o mapa a seguir. Leia as instruções para a localização do tesouro e decida em que local ele deve cavar:



a) Marque, no mapa, as localizações dos baús 1 e 2.

b) Qual o baú com o tesouro? Explique como chegou à sua conclusão.

Atividade 8

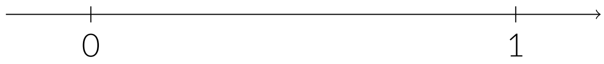
Três amigos foram a uma pizzaria e cada um pediu uma pizza média, de três sabores diferentes: João comeu $\frac{3}{4}$ da pizza de calabresa, Maria comeu $\frac{2}{4}$ da pizza de presunto e Miguel comeu $\frac{3}{5}$ da pizza de Milho. Sabendo que todas as pizzas eram do mesmo tamanho, pergunta-se:

a) Quem comeu mais pizza, João ou Maria? Explique.

b) E no caso de João e Miguel, quem comeu mais pizza? Explique.

c) Dos três amigos, quem comeu mais pizza? Explique.

d) Marque na reta numérica a seguir as frações correspondentes às porções de pizza que cada amigo comeu, e confirme na reta numérica sua resposta em c.



Atividade 9

A imagem a seguir ilustra uma tartaruga percorrendo um caminho em linha reta, do ponto de partida ao de chegada. Observe a posição da tartaruga na imagem e avalie se as afirmações a seguir estão corretas ou não. Em cada item, explique a sua avaliação por escrito.

a) A tartaruga percorreu mais do que a metade do percurso total.

b) A tartaruga percorreu mais do que $\frac{3}{4}$ do percurso total.

c) A tartaruga percorreu mais do que $\frac{3}{8}$ do percurso total.

d) A tartaruga percorreu menos do que $\frac{3}{4}$ do percurso total.

e) A tartaruga percorreu menos do que $\frac{2}{8}$ do percurso total.

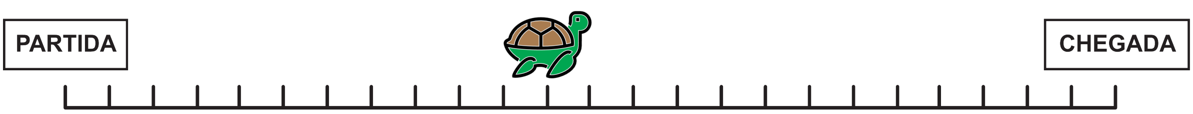
f) A tartaruga percorreu menos do que $\frac{2}{3}$ do percurso total.

g) A tartaruga percorreu $\frac{3}{4}$ do percurso total.

h) A tartaruga percorreu pelo menos $\frac{5}{8}$ do percurso total.

i) Para alcançar a chegada, a tartaruga precisa percorrer mais do que a metade do caminho.

j) Para alcançar a chegada, a tartaruga precisa percorrer menos do que $\frac{2}{3}$ do caminho.

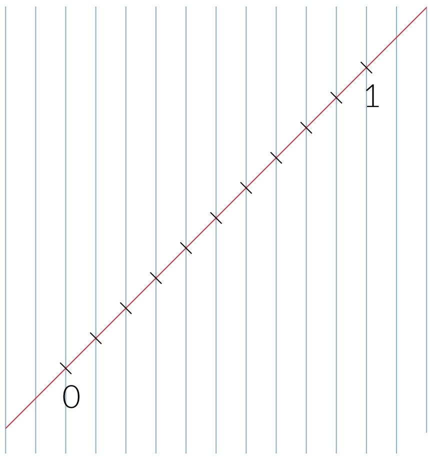


Atividade 10

Na figura, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em vermelho, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam na reta destacada em vermelho pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem ao 0 e ao 1. A reta vermelha torna-se uma reta numérica, como ilustra a figura.

a) Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, a fração $\frac{1}{2}$.

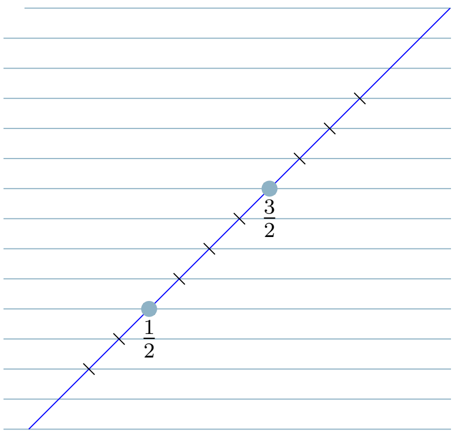
b) Associe frações a cada um dos pontos destacados na reta numérica. Explique a sua resposta.



Como na figura anterior, há várias retas paralelas igualmente espaçadas e outra reta, destacada em azul, não paralela às anteriores. Observe que as retas paralelas marcam na reta destacada em azul pontos também igualmente espaçados. Dois desses pontos correspondem às frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, como ilustra a figura.

c) Marque, usando os pontos destacados na reta numérica, os pontos correspondentes ao 0 e ao 1

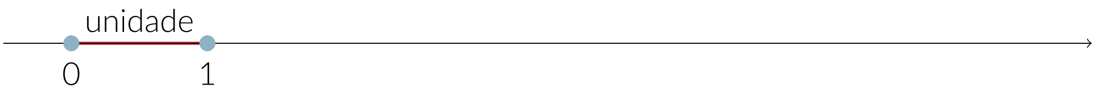
d) Marque, nesta mesma reta numérica, as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$.

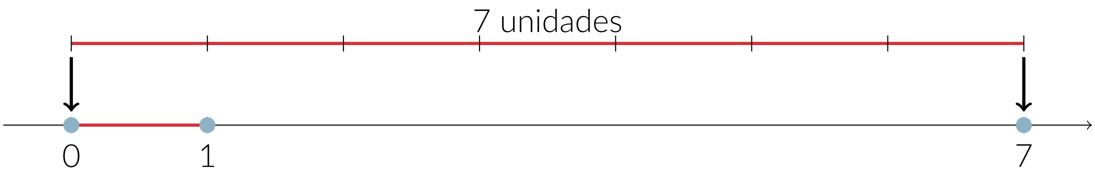


ORGANIZANDO AS IDEIAS

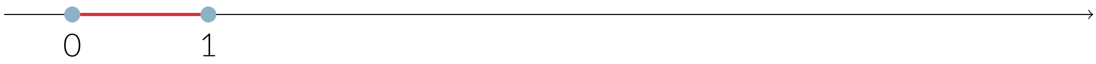
Frações na reta numérica

Já é conhecido que os números naturais podem ser representados por pontos em uma reta. Para isso, é preciso começar escolhendo dois pontos que vão corresponder ao 0 e ao 1 e, a partir deles, são marcados os pontos que corresponderão aos demais números naturais.

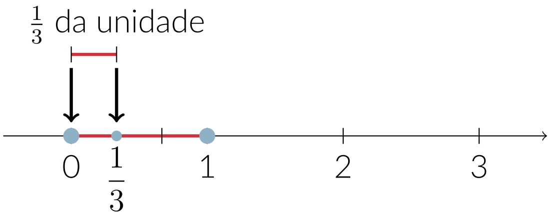




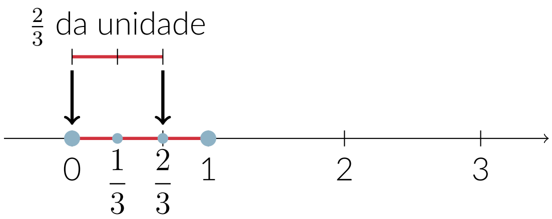
As frações também podem ser associadas a pontos na reta numérica. Para isso, é preciso identificar o segmento unitário, aquele cujos extremos são os pontos correspondentes ao 0 e ao 1. Esse segmento representa a unidade.

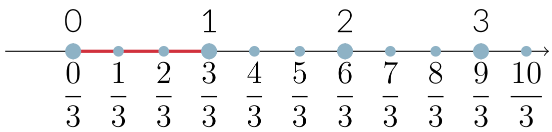


Dividindo a unidade em partes iguais, cada uma das partes identifica uma fração da unidade na reta numérica. Por exemplo, a divisão da unidade em 3 partes iguais identifica terços. O ponto correspondente a $\frac{1}{3}$ é a extremidade do segmento que, a partir do 0, identifica o primeiro terço da unidade.

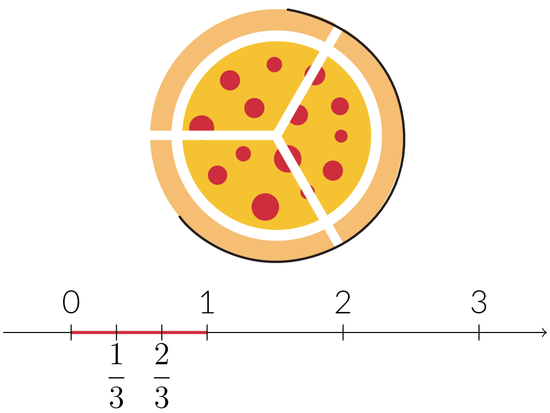


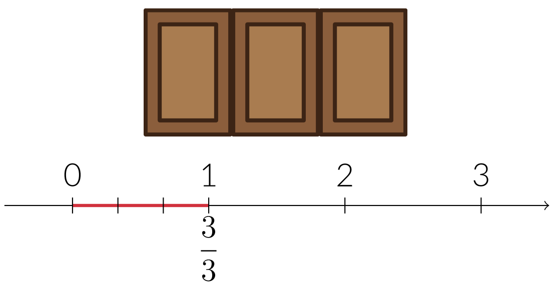
A partir dele, por justaposições desse segmento, são identificados na reta numérica os pontos correspondentes a $\frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}$, e assim por diante.



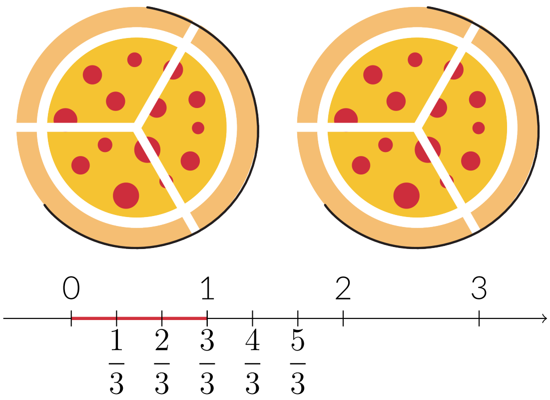


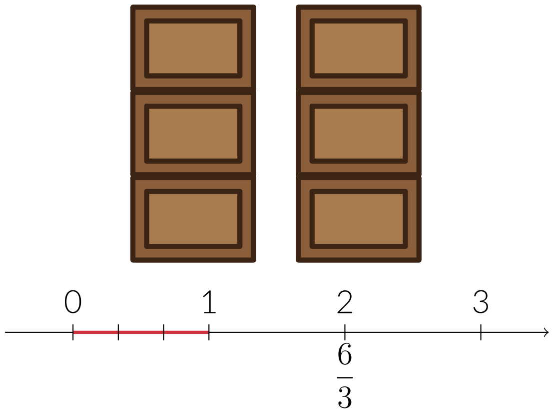
A representação dos números na reta numérica ajuda a perceber que os pontos correspondentes a algumas frações são os mesmos que os correspondentes a alguns números naturais. Por exemplo, $\frac{3}{3}$ é igual a 1.





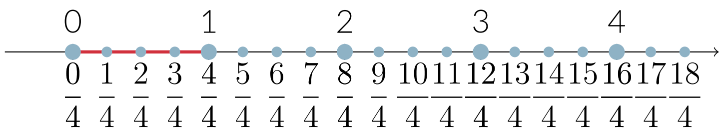
Já $\frac{6}{3}$ é igual a 2.



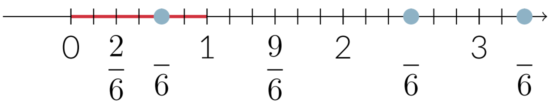


E $\frac{12}{3}$, é igual a que número natural? $\frac{12}{3} =$

Para identificar na reta numérica os pontos correspondentes às frações $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$,$\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$, e assim por diante, o processo é o mesmo:

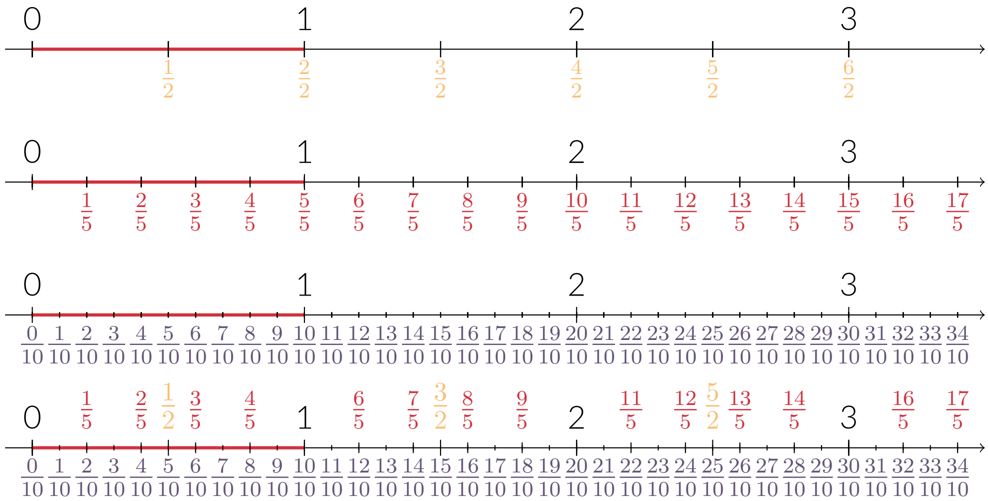


Na reta numérica a seguir estão destacados alguns pontos e as frações correspondentes a eles. Observe e complete as frações em destaque.



A ordem na reta numérica

Na reta numérica, os números são organizados em ordem crescente, a partir do zero no sentido do 1. Assim, o que vale para o 0, o 1, o 2, o, 3, etc. também valerá para as frações:



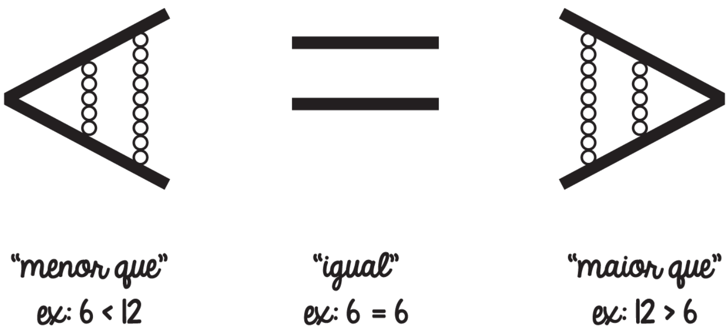
Na reta numérica, quanto mais distante do 0 estiver o ponto correspondente ao número, maior será o número.

$\frac{4}{3}$ é maior do que $\frac{4}{5}$. Ou ainda, $\frac{4}{5}$ é menor do que $\frac{4}{3}$.

O símbolo é usado $<$ para dizer “menor do que”.

Por exemplo, a frase “oito é menor do que quinze” pode ser expressa de modo mais resumido com “$8 < 15$”. Já a expressão $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$ indica que “um meio é menor do que três meios”.

Do mesmo modo, o símbolo $>$ é usado para significar “maior do que”, portanto, também pode-se escrever $15 > 8$ para expressar “quinze é maior do que oito” ou $\frac{3}{2} > \frac{1}{2}$ para expressar “três meios é maior do que um meio”



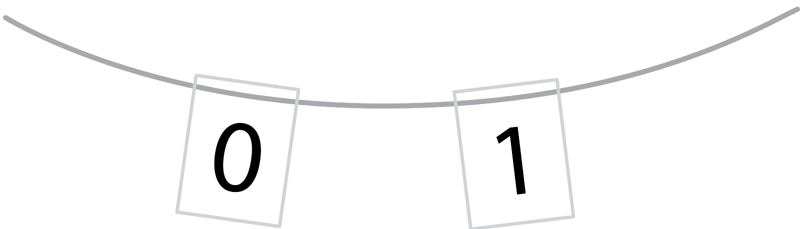
MÃO NA MASSA

Atividade 11

Jogo: varal dos números

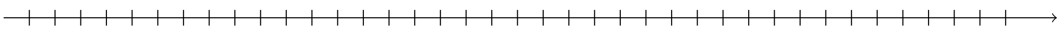
O varal de números está disposto na sala de aula, nele já estão posicionados os números 0 (zero) e 1 (um), como na figura. Nos cartões preparados para a atividade estão os números:

$0, 1, 2, 3, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{2}, \frac{6}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{8}{4}, \frac{10}{4}, \frac{11}{4}, \frac{12}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}, \frac{1}{10}$.



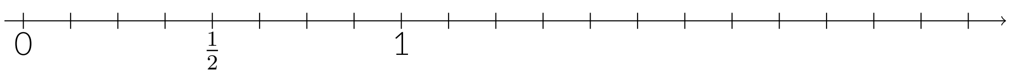
O jogo consiste em fixar cartões numerados em varal, reproduzindo uma reta numérica. As regras serão apresentadas pelo seu professor ou professora. Discuta com seus colegas a posição correta de fixação de cada um dos cartões numerados no varal.

Ao final do jogo, reproduza a forma como os cartões foram posicionados no varal na reta numérica a seguir. Aproveite as marcações já existentes.



Atividade 12

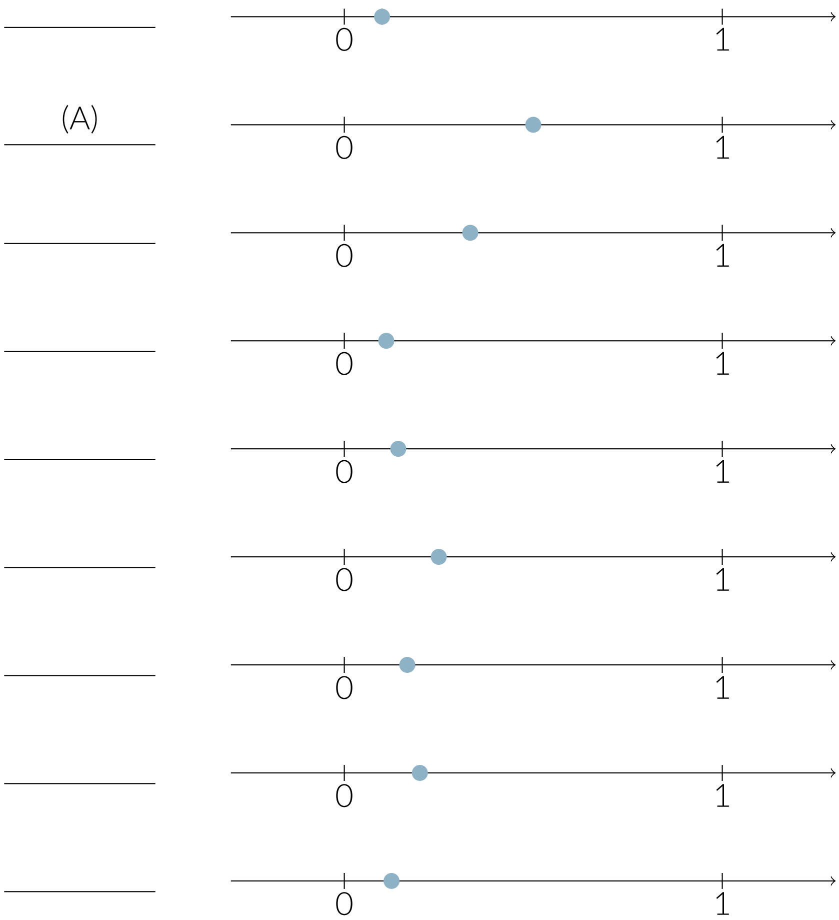
Na reta numérica já estão marcados o 0, o 1 e a fração $\frac{1}{2}$. Marque $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{8}{4}, \frac{10}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \frac{10}{8}$ e 2.



Atividade 13

Associe, como no exemplo, cada uma das frações à sua representação na reta numérica.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$ (F) $\frac{1}{7}$ (G) $\frac{1}{8}$ (H) $\frac{1}{9}$ (I) $\frac{1}{10}$



Atividade 14

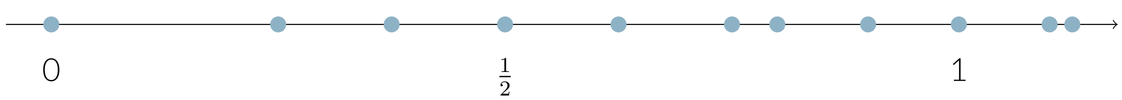
Observando a atividade anterior (Atividade 13), complete as sentenças a seguir com os sinais > (maior) ou < (menor) de modo a torná-las verdadeiras.

a)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	e)	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{43}$
b)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	f)	$\frac{1}{99}$	$\frac{1}{100}$
c)	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	g)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{50}$
d)	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	h)	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$

Atividade 15

Na reta numérica a seguir estão destacados os pontos correspondentes ao 0, ao 1 e a $\frac{1}{2}$. Os demais pontos correspondem às frações apresentadas a seguir. Associe cada fração ao ponto correspondente.

$\boxed{\frac{1}{4}}$ $\boxed{\frac{3}{4}}$ $\boxed{\frac{4}{5}}$ $\boxed{\frac{3}{8}}$ $\boxed{\frac{5}{8}}$ $\boxed{\frac{9}{8}}$ $\boxed{\frac{9}{10}}$ $\boxed{\frac{11}{10}}$



Atividade 16

Complete as sentenças a seguir com os sinais > (maior), < (menor) ou = (igual) de modo a torná-las verdadeiras.

a) $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{9}$ $\frac{4}{9}$

c) $\frac{7}{10}$ $\frac{9}{10}$

d) $\frac{3}{12}$ $\frac{9}{12}$

e) $\frac{39}{100}$ $\frac{25}{100}$

f) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

g) $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$

h) $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{7}$

i) $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{3}$

j) $\frac{12}{15}$ $\frac{12}{7}$

l) $\frac{22}{80}$ $\frac{22}{90}$

m) $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{5}$

n) $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{5}$

o) $\frac{7}{8}$ $\frac{10}{9}$

p) $\frac{6}{5}$ $\frac{12}{9}$

q) $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{4}$

r) $\frac{35}{40}$ $\frac{30}{25}$

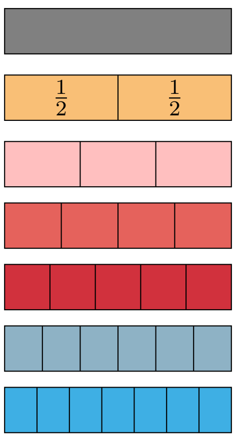
s) $\frac{99}{100}$ $\frac{3}{2}$

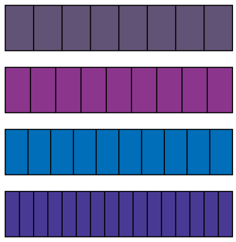
QUEBRANDO A CUCA

Atividade 17

Você recebeu uma folha com retângulos que têm o mesmo tamanho mas que são coloridos de maneira diferente. Em cada um deles há marcações que representam uma equipartição.

a) Complete os retângulos, ecrevendo em cada um deles a fração representada por cada parte da equipartição, como no exemplo





b) Recorte os retângulos coloridos da folha que você recebeu e use-os para representar na reta numérica os seguintes números:

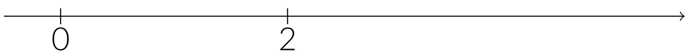
$0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}, \frac{10}{7}, \frac{12}{7}, \frac{10}{8}, \frac{12}{8}, \frac{10}{9}, \frac{12}{9}, \frac{10}{10}, \frac{20}{16}$

Atividade 18

Na reta numérica a seguir:

a) Marque $\frac{1}{2}$. Justifique sua resposta.

b) Marque $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{4}$. Explique como raciocinou para fazer essas marcações.



Observando a reta numérica com as marcações feitas, compare:

c) $\frac{1}{4}$ é maior ou menor do que $\frac{1}{2}$?

d) $\frac{3}{4}$ é maior ou menor do que $\frac{1}{2}$?

e) $\frac{5}{4}$ é menor do que 1?

f) Escreva as frações marcadas na reta em ordem crescente, completando os espaços a seguir:

$$0 < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < 1 < \frac{\square}{\square}$$

Volte à reta e marque outras três frações que atendam às seguintes condições:

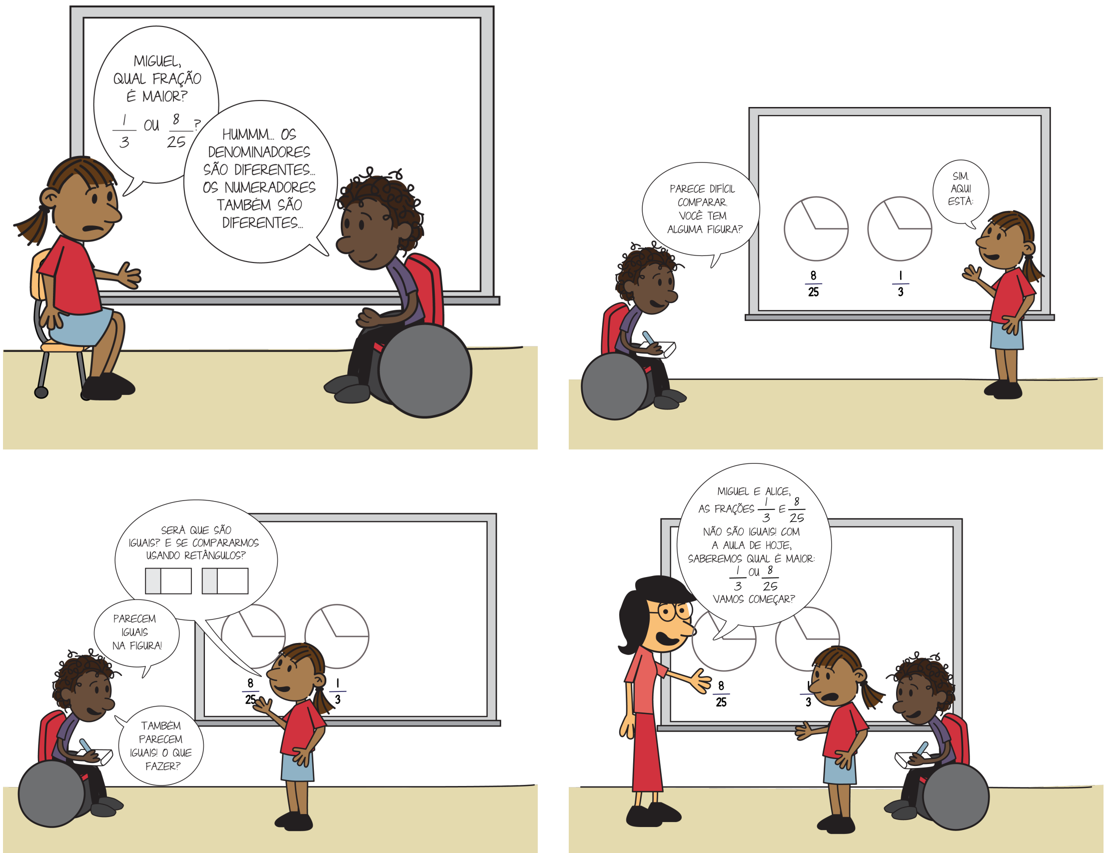
g) A primeira deve ser maior do que 3 e menor do que 4.

h) A segunda deve ser maior do que $\frac{7}{2}$.

i) A terceira deve ser maior do que $\frac{17}{4}$ e menor do que 5

Lição 4

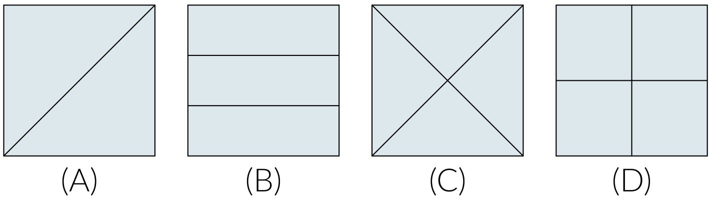
Frações Equivalentes e Comparação de Frações



EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

A turma de Rita vai fazer um piquenique. A professora comprou pães para a turma preparar sanduíches. Cada colega de Rita preparou um sanduíche e partiu-o em partes iguais. Veja como alguns dos colegas repartiram o seu sanduiche:



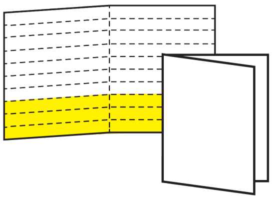
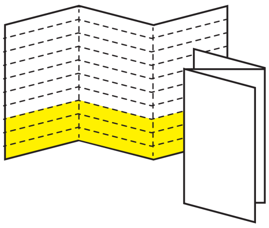
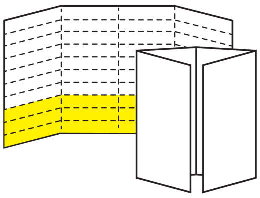
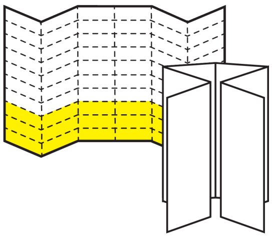
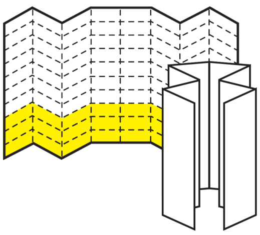
a) Nessas repartições, que fração do sanduíche pode representar cada uma das partes em que o sanduíche foi repartido?

b) Em quais dessas repartições é possível comer metade do sanduíche apenas com as partes em que cada sanduíche foi repartido? Justifique sua resposta!

c) Para cada uma das repartições que você deu como resposta no item b), expresse, por meio de frações, a metade do sanduíche.

Atividade 2

Junte-se a seus colegas e dobrem o retângulo da página de reprodução como indicado na coluna mais à esquerda da tabela. Observando as dobras feitas, responda às questões propostas, preenchendo a tabela. Divida o trabalho em sua equipe: cada membro pode ficar encarregado de uma ou mais linhas da tabela. Lembre-se: as dobraduras devem ser feitas perpendicularmente às várias linhas desenhadas no retângulo da página de reprodução.

Como dobrar	Quantidade de retângulos pintados	Quantidade total de retângulos	Fração do retângulo do encarte que está pintada
	3	10	$\frac{3}{10}$
			
			
			
			
			

REFLETINDO

Na atividade 2, a folha foi divida inicialmente em dez retângulos iguais, dos quais três deles foram pintados de amarelo.

Ao realizar a primeira dobra, cada retângulo inicial ficou dividido ao meio, inclusive os pintados de amarelo. Assim, tanto para cobrir a área da região pintada de amarelo como para cobrir a área da folha será necessário o dobro da quantidade inicial:

Área da folha $=$ área de 10 retângulos $=$ área de 20 “retângulos divididos ao meio”;

Área da região pintada $=$ área de 3 retângulos $=$ área de 6 “retângulos divididos ao meio”.

Assim pode-se dizer que a área da região pintada de amarelo é $\frac{3}{10}$ ou $\frac{6}{20}$ da área da folha. De onde se conclui que estas frações representam a mesma quantidade: a área da região pintada de amarelo tendo a área da folha como unidade. Por isso escrevemos

$$\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = \frac{2 \times 3}{2 \times 10},$$

onde 2 é o número de partes em que você dobrou a folha.

Ora, quando você dobrou a folha em três partes iguais, cada retângulo inicial ficou dividido em três partes, inclusive os pintados de amarelo. Assim, tanto para cobrir a área da região pintada de amarelo como para cobrir a área da folha será necessário o triplo da quantidade inicial:

Área da folha $=$ área de 10 retângulos $=$ área de 30 “retângulos divididos em três partes”;

Área da região pintada $=$ área de 3 retângulos $=$ área de 9 “retângulos divididos em três partes”.

De onde se conclui que as frações $\frac{3}{10}$ e $\frac{9}{30}$ representam a mesma quantidade: a área da região pintada de amarelo tendo a área da folha como unidade. Por isso escrevemos

$$\frac{3}{10} = \frac{9}{30} = \frac{3 \times 3}{3 \times 10},$$

onde 3 é o número de partes em que você dobrou a folha.

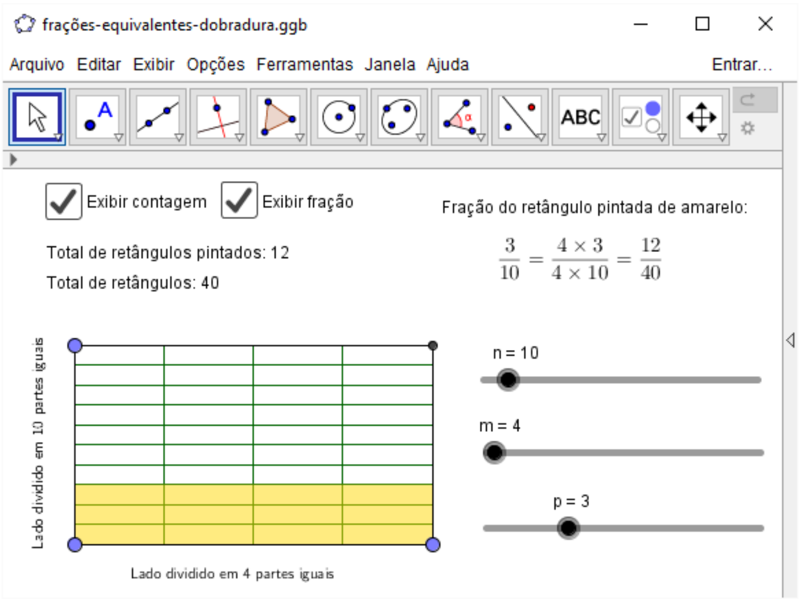
Do mesmo modo, ao dobrar a folha em quatro, seis ou oito partes iguais, você obteve outras representações equivalentes para a fração $\frac{3}{10}$:

- ao dobrar em **quatro** partes iguais: $\frac{3}{10} = \frac{12}{40} = \frac{4\times3}{4\times10}$; em que 4 é o número de partes em que você dobrou a folha;
- ao dobrar em **seis** partes iguais: $\frac{3}{10} = \frac{18}{60} = \frac{6\times3}{6\times10}$; em que 6 é o número de partes em que você dobrou a folha;
- ao dobrar em **oito** partes iguais: $\frac{3}{10} = \frac{24}{80} = \frac{8\times3}{8\times10}$; em que 8 é o número de partes em que você dobrou a folha.

Assim, generalizando o processo de "dobrar" a folha, tem-se que, ao "dobrar" a folha em n partes iguais:

$\frac{3}{10} = \frac{n\times3}{n\times10}$, onde n é o número de partes em que você dobrou a folha.

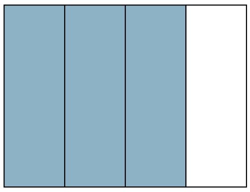
Agora, recomenda-se que você utilize o aplicativo disponível no link a seguir `http://tube.geogebra.org/m/X52U83TR` para dobrar a folha em partes cada vez menores (basta aumentar o valor de m no aplicativo). Mexa à vontade! Qualquer dúvida pergunte ao seu professor.



Atividade 3

(Garcez, 2013)

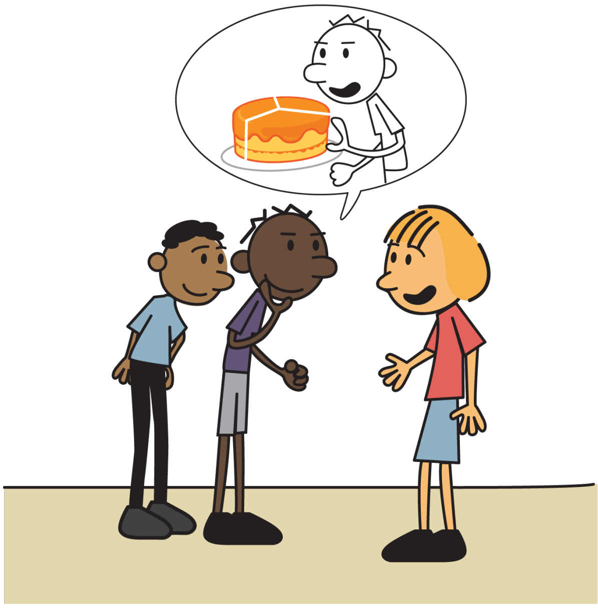
a) O retângulo desenhado a seguir está dividido em 4 partes iguais, dais quais 3 estão pintadas de azul. Que fração do retângulo está pintada de azul?



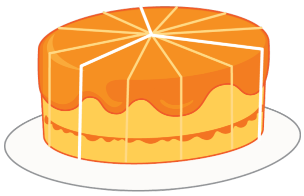
b) O retângulo do item anterior foi dividido com o acréscimo de onze linhas horizontais igualmente espaçadas e ele está parcialmente coberto com um retângulo vermelho que impede a visualização dos retângulos menores que compõem a nova equipartição. Com essa nova divisão, em quantas partes fica dividido o retângulo? Quantas destas partes estão pintadas de azul? Que fração do retângulo está pintada de azul?

Atividade 4

Rita convidou seus colegas de escola para virem à sua casa conhecer seu novo cãozinho. Sua mãe preparou um bolo para o lanche da tarde das crianças. Às 16h chegaram dois de seus colegas, João e Mário. Mário logo imaginou o bolo repartido em 3 pedaços e pensou que ele poderia então comer um terço do mesmo



A mãe de Rita começou a cortar o bolo, partindo-o, como Mário havia imaginado, em 3 partes. No entanto, antes que começassem a comer, chegaram mais 4 colegas da escola. Então a mãe de Rita dividiu cada um dos 3 pedaços iniciais em 4 partes de igual tamanho.



Na hora do lanche, João comeu 2 pedaços do bolo e Mário comeu 4.

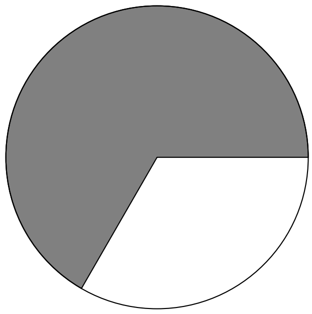
- Que fração do bolo Mário comeu?
- Que fração do bolo João comeu?

Se os amigos atrasados não tivessem aparecido antes do lanche, a mãe de Rita não teria subdivido as 3 fatias iniciais. Assim, se fossem apenas Rita, Mário e João, cada um teria comido $\frac{1}{3}$ do bolo.

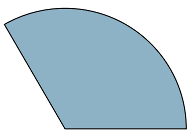
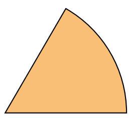
- Nesse caso, Mário teria comido menos bolo, mais bolo ou a mesma quantidade de bolo que comeu?
- E João, teria comido menos bolo, mais bolo ou a mesma quantidade de bolo que comeu?

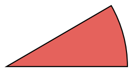
Atividade 5

O objetivo desta atividade é estudar a fração do círculo que está pintada de cinza no encarte que você recebeu.



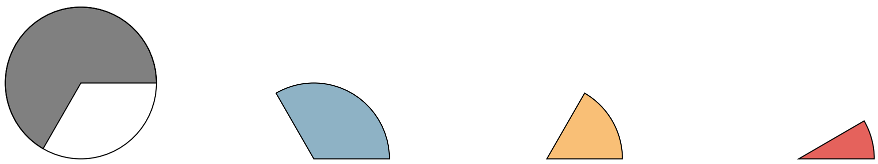
Para isto, responda às perguntas na tabela a seguir com frações adequadas. Se necessário, use as peças coloridas que você recortou e usou na Atividade 10 da Lição 1 para avaliar as suas respostas.

Tipo da peça	Quantas peças como essa cabem na região cinza?	As peças que você usou, juntas, são que fração do círculo?	Que fração do círculo não está colorida de cinza?
$\frac{1}{3}$ 			
$\frac{1}{6}$ 			

Tipo da peça	Quantas peças como essa cabem na região cinza?	As peças que você usou, juntas, são que fração do círculo?	Que fração do círculo não está colorida de cinza?
$\frac{1}{12}$ 			

REFLETINDO

Ao resolver esta última atividade você deve ter percebido que a região do círculo destacada em cinza pode ser preenchida de diferentes maneiras por justaposições de cada uma das peças coloridas que você recortou.



Além disso, deve ter observado que, quanto menor a peça colorida, mais dessas peças você precisou para cobrir a região do círculo destacada em cinza.
Ao preencher a **primeira linha da tabela**, você deve ter percebido que três peças azuis cobrem o círculo inteiro e que duas peças azuis cobrem a região do círculo destacada em cinza.

Portanto, a região do círculo destacada em cinza é igual a $\frac{2}{3}$ do círculo.
Para preencher a **segunda linha da tabela** você deve ter percebido que

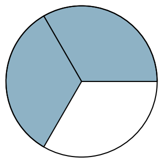
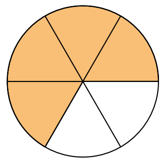
- que seis peças laranjas cobrem o círculo inteiro;

- que duas peças laranjas cobrem uma peça azul;

- e que quatro peças laranjas cobrem a região do círculo destacada em cinza.

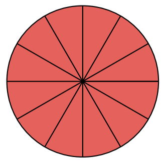
$\left(\frac{4}{6} = \frac{2\times 2}{2\times 3} = \frac{2}{3}\right)$. Portanto, a região do círculo destacada em cinza é igual a $\frac{4}{6}$ do círculo.
Este raciocínio pode ser escrito da seguinte maneira: $\frac{1}{3}$ é igual a dois $\frac{1}{6}$, ou, simplesmente, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Logo, $\frac{4}{6} = \frac{2\times 2}{2\times 3} = \frac{2}{3}$.

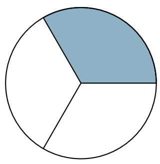
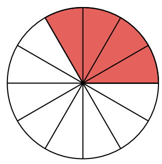
 

Do mesmo modo, para preencher a **terceira linha da tabela** você deve ter percebido:

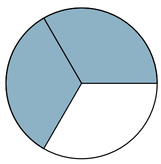
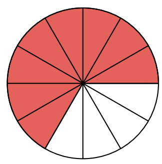
- que doze peças vermelhas cobrem o círculo inteiro;



- que quatro peças vermelhas cobrem uma peça azul;

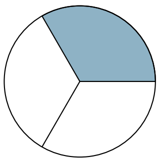
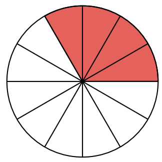
 

- e que oito peças vermelhas cobrem a região do círculo destacada em cinza

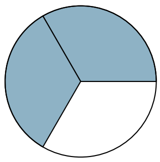
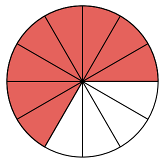
$$\left(\frac{8}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3}\right).$$

Logo, a região do círculo destacada em cinza é igual a $\frac{8}{12}$ do círculo.
Este raciocínio pode ser representado do seguinte modo: $\frac{1}{3}$ é igual a quatro $\frac{1}{12}$, ou, simplesmente, $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.

Logo,

$$\frac{8}{12} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{3}.$$

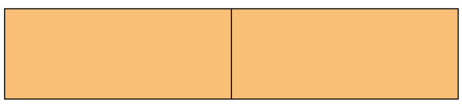
Portanto, a região do círculo destacada em cinza, que é $\frac{2}{3}$ do círculo, também é igual a $\frac{4}{6}$ do círculo e igual a $\frac{8}{12}$ do círculo, ou seja, as frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$e $\frac{8}{12}$ representam a mesma quantidade e, portanto, são iguais:

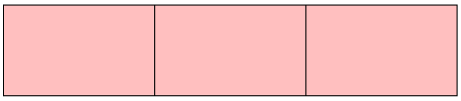
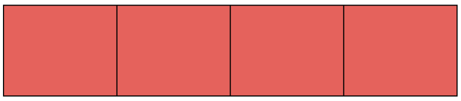
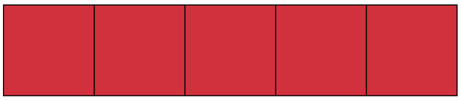
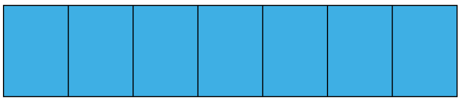
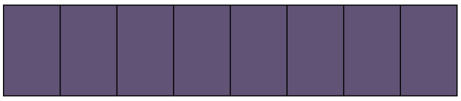
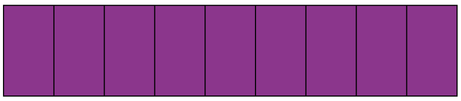
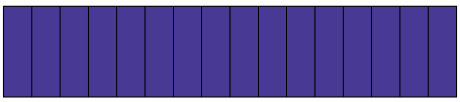
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}.$$

Atividade 6

PARTE 1

Você recebeu um encarte com 10 retângulos coloridos de mesmo tamanho, cada um deles dividido em um determinado número de partes iguais. Seguindo o modelo feito para o primeiro retângulo, preencha a tabela a seguir.

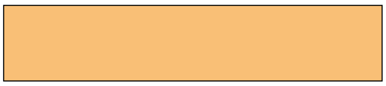
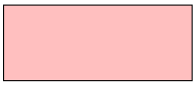
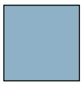
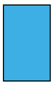
Retângulo	Número de partes em que se encontra dividido	Cada parte é que fração do retângulo?
	2	$\frac{1}{2}$

Retângulo	Número de partes em que se encontra dividido	Cada parte é que fração do retângulo?
		
		
		
		
		
		
		
		
		

PARTE 2

O objetivo desta parte é estudar a fração do retângulo que está colorida de cinza no segundo encarte que você recebeu.

Para isto, responda às perguntas na tabela a seguir com frações adequadas. Se necessário, recorte e use as peças coloridas do primeiro encarte para avaliar as suas respostas.

Tipo da peça	Quantas peças como essa cabem na região cinza?	As peças que você usou, juntas, são que fração do retângulo do encarte?	Que fração do retângulo do encarte não está colorida de cinza?
			
			
			
			
			
			

REFLETINDO

Você deve ter observado que as atividades 5 e 6 são muito parecidas. A diferença é que, nesta última foram utilizadas figuras retangulares (na atividade 5 foram usadas figuras circulares). Ao resolver esta atividade você deve ter percebido que

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{8}{16},$$

pois todas as frações representam a mesma quantidade: a medida da área da região retangular cinza em relação à área do retângulo do encarte, isto é, quando a unidade considerada é a área do retângulo do encarte. Observe ainda que as igualdades acima podem ser reescritas do seguinte modo:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{1 \times 2} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{4 \times 1}{4 \times 2} = \frac{5 \times 1}{5 \times 2} = \frac{8 \times 1}{8 \times 2}.$$

Na verdade, para qualquer subdivisão da fração $\frac{1}{2}$ em p partes iguais, deve-se considerar p dessas novas partes para obter uma fração igual à anterior. Matematicamente falando, isto significa que:

$$\frac{1}{2} = \frac{p \times 1}{p \times 2}$$

qualquer que seja p um número natural maior que zero. De modo geral, para qualquer fração de numerador n e denominador d, temos que

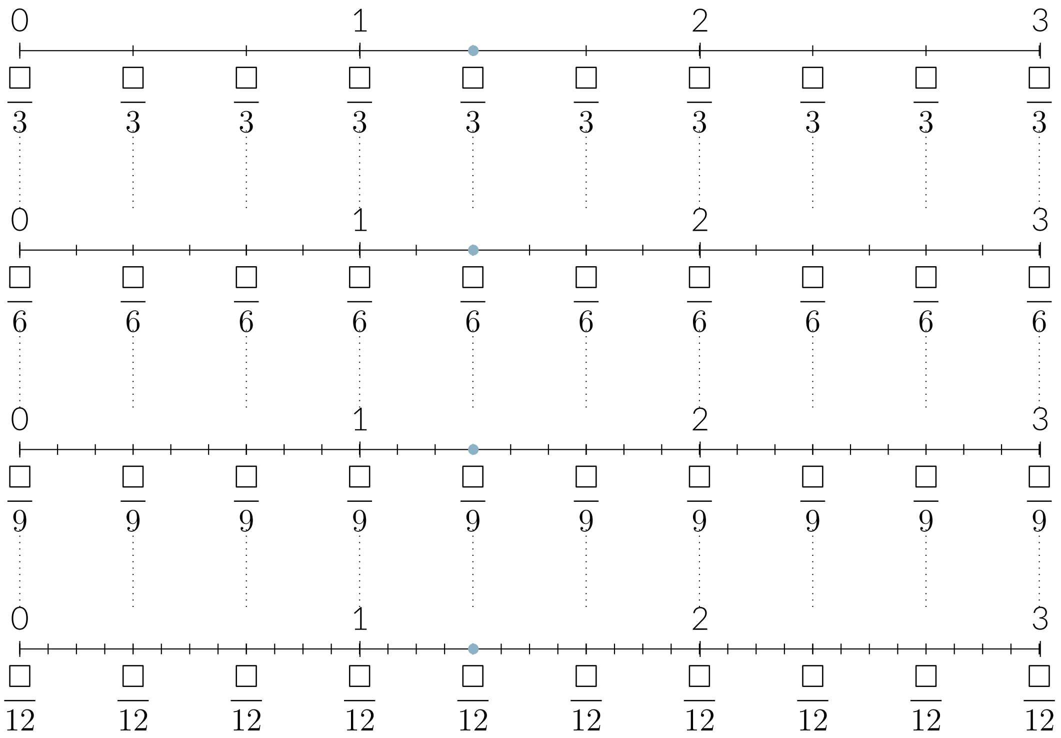
$$\frac{n}{d} = \frac{1 \times n}{1 \times d} = \frac{2 \times n}{2 \times d} = \frac{3 \times n}{3 \times d} = \frac{4 \times n}{4 \times d} = \frac{5 \times n}{5 \times d} = \cdots = \frac{p \times n}{p \times d} = \cdots$$

qualquer que seja o número natural $p > 0$. Com isso, você aprendeu uma técnica para obter frações que representam a mesma quantidade que uma fração dada: basta multiplicar o numerador e o denominador da fração dada por um mesmo número natural $p > 0$.

Isto será muito útil para a realização de outras atividades com frações.

Atividade 7

a) Preencha os quadradinhos ☐ com numeradores adequados de modo que cada fração corresponda a sua respectiva marca em cada reta numérica.

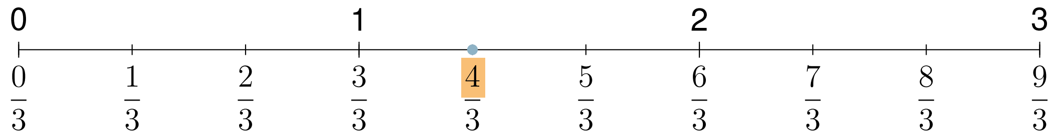


b) Escreva quatro frações com numeradores diferentes (consequentemente com denominadores também diferentes) que correspondam ao ponto azul em destaque na figura.

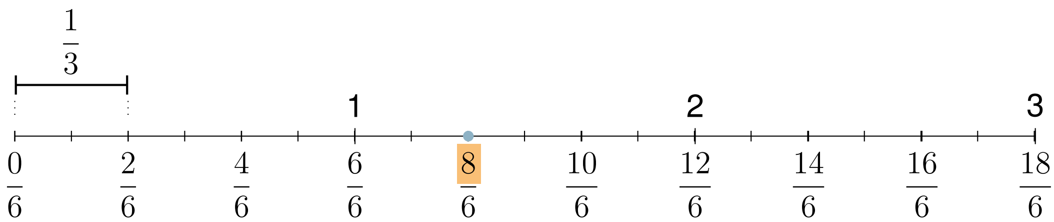
c) Determine uma fração de denominador 15 que corresponda ao ponto azul em destaque. Justifique sua resposta usando uma reta numérica!

REFLETINDO

Na Atividade 7, foram apresentadas quatro figuras que mostravam a reta numérica com subdivisões em partes iguais, mas de formas diferentes.
Na primeira figura, as subdivisões do segmento unitário (que está, aqui, servindo como unidade) eram em três partes iguais, ou seja, em terços. Para representar o ponto azul na reta numérica da primeira figura, foram consideradas quatro cópias de $\frac{1}{3}$, justapostas a partir da origem. Portanto, o ponto azul indica na reta numérica a fração $\frac{4}{3}$.



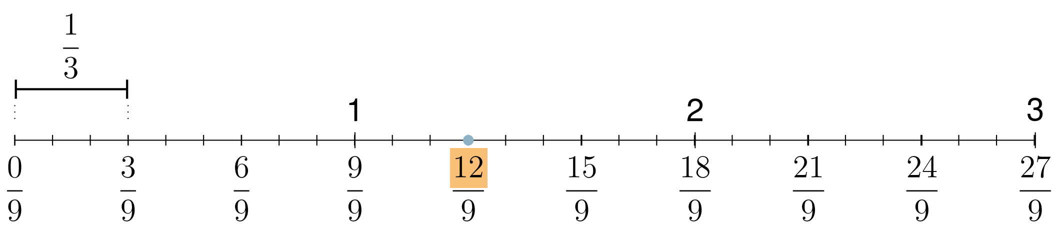
Na segunda figura, cada uma das subdivisões do segmento unitário foram divididas em duas partes iguais. Assim, as justaposições dos segmentos unitários ficam subdivididos em seis partes iguais, ou seja, em sextos. Para representar o ponto azul na reta numérica da segunda figura, foram necessárias então oito (o dobro da quantidade anterior) cópias de $\frac{1}{6}$. Logo, o ponto azul representa também a fração $\frac{8}{6}$.



Isto é,

$$\frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{2 \times 3} = \frac{8}{6}.$$

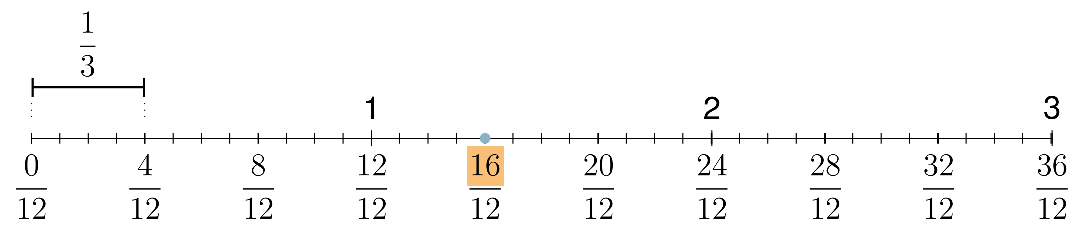
Na terceira figura, cada uma das três subdivisões do segmento unitário apresentadas na primeira figura foi dividida em três partes iguais. Assim, as justaposições dos segmentos unitários ficam subdivididos em nove partes iguais, ou seja, em nonos. Para representar o ponto azul na reta numérica da terceira figura, foram necessárias doze (o triplo da quantidade inicial) cópias de $\frac{1}{96}$. Portanto, o ponto azul representa também a fração $\frac{12}{9}$.



Isto é,

$$\frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{3 \times 3} = \frac{12}{9}.$$

Na quarta figura, cada uma das três subdivisões do segmento unitário apresentadas na primeira figura foi dividida em quatro partes iguais.



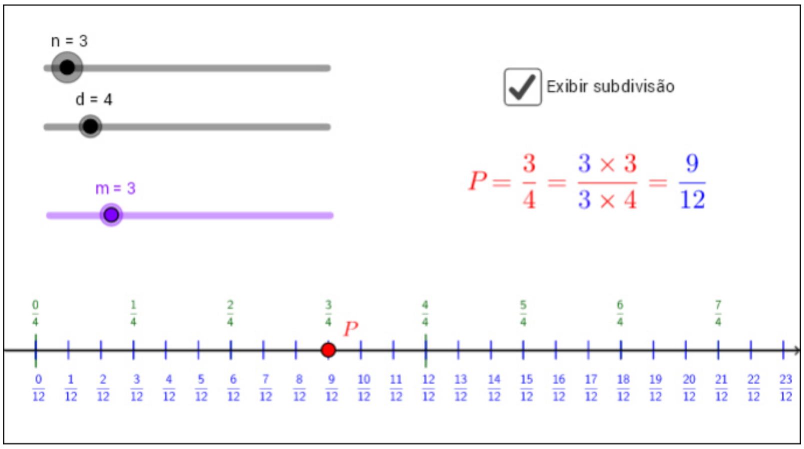
Assim, como nos casos anteriores, conclui-se que o ponto azul representa a fração $\frac{16}{12}$:

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 4}{4 \times 3} = \frac{16}{12}.$$

Portanto, o ponto azul indica qualquer uma das frações iguais

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \frac{12}{9} = \frac{16}{12}.$$

Agora, recomenda-se que você utilize o aplicativo disponível no link a seguir (`https://www.geogebra.org/m/Pr3s9vak`) para perceber como frações com numeradores e denominadores diferentes podem representar um mesmo ponto na reta numérica. Mexa à vontade! Qualquer dúvida pergunte ao seu professor.



Mais geralmente, ao subdividir cada subintervalo de comprimento igual a $\frac{1}{3}$ em m partes iguais, obtém-se que

$$\frac{4}{3} = \frac{m \times 4}{m \times 3}.$$

Esse raciocínio vale para qualquer fração. Ou seja, dada uma fração $\frac{n}{d}$, pode-se representá-la de forma equivalente, subdividindo cada subintervalo de comprimento $\frac{1}{d}$ em m partes iguais.
Neste caso serão necessárias $(m \times n)$ cópias de subintervalos de comprimento $\frac{1}{m \times d}$, isto é:

$$\frac{n}{d} = \frac{m \times n}{m \times d},$$

qualquer que seja o número natural $m > 0$.

Atividade 8

O objetivo desta atividade é determinar uma fração de denominador 12 que seja igual à fração $\frac{5}{4}$.

a) Tomando um círculo como unidade:

   (i) Faça um desenho que represente $\frac{5}{4}$ da unidade.

   (ii) Usando o desenho feito, represente uma fração de denominador 12 que seja igual a $\frac{5}{4}$.

b) Tomando um quadrado como unidade:

   (i) Faça um desenho que represente $\frac{5}{4}$ da unidade.

   (ii) Usando o desenho feito, represente uma fração de denominador 12 que seja igual a $\frac{5}{4}$.

c) Desenhe uma reta numérica e, em seguida, marque os números 0, 1 e $\frac{5}{4}$. A partir deste desenho, represente uma fração de denominador 12 que seja igual a $\frac{5}{4}$.

ORGANIZANDO AS IDEIAS

Olá! É chegada a hora de ajudar Miguel e Alice, nossos amigos da história em quadrinhos do início da lição, a compararem as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{8}{25}$.

Ora, na lição anterior você aprendeu a comparar frações com o mesmo denominador. Neste caso, como os denominadores eram iguais, você precisou comparar apenas os numeradores da fração. Você também aprendeu a comparar frações com o com mesmo numerador. Neste caso, como os numeradores eram iguais, você precisou comparar apenas os denominadores da fração. Mas, Miguel e Alice querem comparar duas frações com denominadores bem como numeradores diferentes.

Aí vai uma pista. A ideia é utilizar o que você aprendeu até aqui nesta lição para determinar frações iguais às frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{8}{25}$ que possuem o mesmo denominador.

Deste modo, transforma-se um "novo problema" em um "velho problema": o de comparar frações com o mesmo denominador.

Usando o que você aprendeu com as atividades anteriores, pode-se, por exemplo, construir as seguintes igualdades:

$$\frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{2 \times 3} = \frac{3 \times 1}{3 \times 3} = \frac{4 \times 1}{4 \times 3} = \frac{5 \times 1}{5 \times 3} = \cdots = \frac{n \times 1}{n \times 3} = \cdots$$

e

$$\frac{8}{25} = \frac{2 \times 8}{2 \times 25} = \frac{3 \times 8}{3 \times 25} = \frac{4 \times 8}{4 \times 25} = \frac{5 \times 8}{5 \times 25} = \cdots = \frac{m \times 8}{m \times 25} = \cdots$$

quaisquer que sejam m e n números naturais, $m > 0$, $n > 0$.

Ao observar a lista de frações iguais à fração $\frac{1}{3}$, enunciada acima, você deve ter percebido que os denominadores dessas frações são múltiplos de 3. Do mesmo modo, com relação à lista de frações iguais à fração $\frac{8}{25}$, você deve ter percebido que os denominadores dessas frações são múltiplos de 25. Assim, para efeito de comparação, será necessário encontrar frações iguais às frações dadas que possuem denominadores que sejam, simultaneamente, múltiplos de 3 e de 25. Um número que satisfaz essa condição é o número $75 = 3 \times 25$.

Desta maneira, obtém-se que

$$\frac{1}{3} = \frac{25 \times 1}{25 \times 3} = \frac{25}{75}$$

e que

$$\frac{8}{25} = \frac{3 \times 8}{3 \times 25} = \frac{24}{75}.$$

Agora é só comparar as frações $\frac{25}{75}$ e $\frac{24}{75}$. Mas, isto, já é conhecido. Como $25 > 24$, tem-se que

$$\frac{1}{3} = \frac{25}{75} > \frac{24}{75} = \frac{8}{25};$$

isto é,

$$\frac{1}{3} > \frac{8}{25}.$$

Generalização do procedimento

Para generalizar o procedimento apresentado aqui, considere duas frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ diferentes.

Com base na solução dada para o problema do Miguel e da Alice, você deve ter percebido que para comparar duas frações, basta comparar as frações iguais a elas, mas que possuem o mesmo denominador. Uma forma simples para realizar tal tarefa é procurar frações iguais às frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ cujos denominadores são iguais ao número $d \times b$ que é um múltiplo comum de b e d.

Ora, para obter uma fração igual à fração $\frac{a}{b}$ cujo denominador seja igual a $d \times b$ basta multiplicar tanto o numerador como o denominador da fração por d (denominador da segunda fração):

$$\frac{d \times a}{d \times b} = \frac{a}{b}.$$

Do mesmo modo, para obter uma fração igual à fração $\frac{c}{d}$ cujo denominador seja igual $d \times b$ basta multiplicar tanto o numerador e como o denominador da fração por b (denominador da primeira fração):

$$\frac{b \times c}{b \times d} = \frac{c}{d}.$$

Assim, para comparar as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ é suficiente comparar os numeradores das frações $\frac{d \times a}{d \times b}$ e $\frac{b \times c}{b \times d}$. Isto é,

$$\text{se } d \times a > b \times c \text{ então } \frac{a}{b} = \frac{d \times a}{d \times b} > \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{c}{d}$$

e

$$\text{se } d \times a < b \times c \text{ então } \frac{a}{b} = \frac{d \times a}{d \times b} < \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{c}{d}.$$

MÃO NA MASSA

Atividade 9

Determine uma fração que seja igual a $\frac{7}{3}$ e que tenha denominador

a) 6 b) 21 c) 123 d) 210

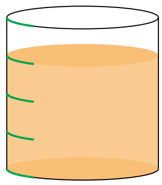
Atividade 10

(Van de Walle, 2009) Preencha os $\square$ com números de forma a tornar as igualdades verdadeiras.

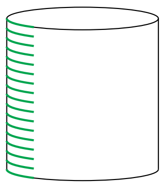
a) $\frac{5}{3} = \frac{\square}{6}$ b) $\frac{2}{3} = \frac{6}{\square}$ c) $\frac{8}{12} = \frac{\square}{3}$ d) $\frac{9}{12} = \frac{3}{\square}$ e) $\frac{9}{12} = \frac{6}{\square}$ f) $\frac{6}{8} = \frac{\square}{12}$

Atividade 11

Você tem um copo cilíndrico graduado com cinco marcas horizontais igualmente espaçadas. O copo tem suco de laranja até $\frac{3}{4}$ de sua capacidade, como ilustra a imagem:



Seu colega tem um copo cilindrico idêntico, mas graduado com 17 níveis horizontais igualmente espaçados:



Verifique se é possível completar um número inteiro de níveis do copo de seu colega de modo a ficar com a mesma quantidade de suco. Em caso afirmativo, explique sua resposta.

Atividade 12

a) Quantas são as frações com denominador igual a 5 que são menores do que $\frac{3}{5}$? Explique como você chegou à sua resposta.

b) Quantas são as frações com denominador igual a 5 que são maiores do que $\frac{3}{5}$? Explique como você chegou à sua resposta.

Atividade 13

Para cada par de frações na mesma linha da tabela a seguir, determine frações de mesmo denominador que sejam iguais a cada uma das frações dadas. Em seguida, compare essas frações, preenchendo a coluna em branco, com um dos símbolos "$>$", "$<$" ou "$=$", de forma que, em cada linha da tabela, a comparação estabelecida seja verdadeira. Vamos fazer o Item a) juntos: observe que

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{5 \times 6} = \frac{25}{30}$$

e $\frac{4}{5} = \frac{6 \times 4}{6 \times 5} = \frac{24}{30}$.

Como $25 > 24$, segue-se que $\frac{25}{30} > \frac{24}{30}$. Portanto, preenchemos a coluna em branco da primeira linha com $>$.

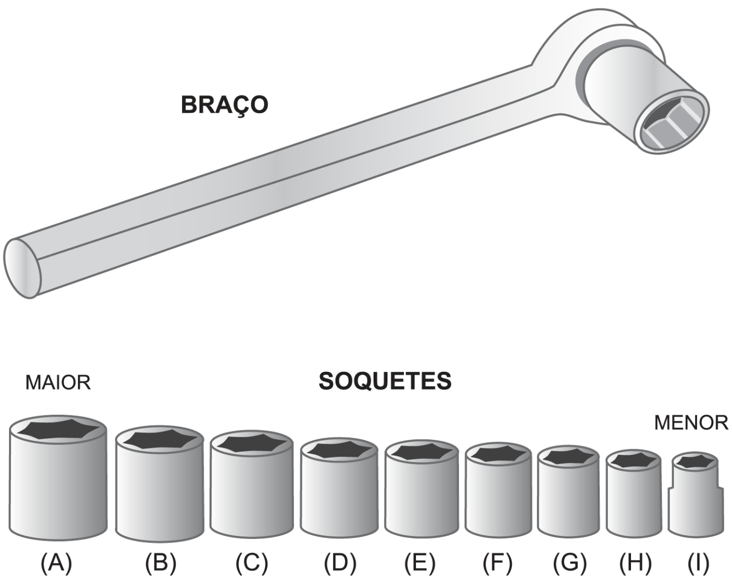
Item	Fração	$>$, $<$ ou $=$	Fração
a)	$\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$	$>$	$\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$
b)	$\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{2}{3}$
c)	$\frac{2}{10} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{3}{15}$
d)	$\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{6}{25}$
e)	$\frac{22}{7} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{31}{10}$
f)	$\frac{22}{33} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{24}{36}$
g)	$\frac{5}{10} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{50}{100}$
h)	$\frac{7}{5} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{17}{12}$

i)	$\frac{7}{12} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{\square}{\square} = \frac{9}{20}$

Atividade 14

A chave de caixa é uma ferramenta usada para apertar (ou afrouxar) porcas e parafusos. Ela consiste de um braço no qual, em uma de suas extremidades, é possível acoplar soquetes de tamanhos variados. Estes soquetes são identificados por frações que especificam seus tamanhos em polegadas (a polegada é uma medida de comprimento usada nos Estados Unidos e no Reino Unido).

Na figura a seguir, observe o tamanho dos soquetes e identifique cada um deles com uma das seguintes frações $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{11}{16}$ e $\frac{13}{16}$.



Atividade 15

Responda às seguintes questões:

a) A fração determinada pela adição de 1 ao numerador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

b) A fração determinada pela adição de 1 ao denominador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

c) A fração determinada pela subtração de 1 ao denominador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

d) A fração determinada pela adição de 2 ao numerador e ao denominador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

e) A fração determinada pela multiplicação por 2 do numerador e do denominador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

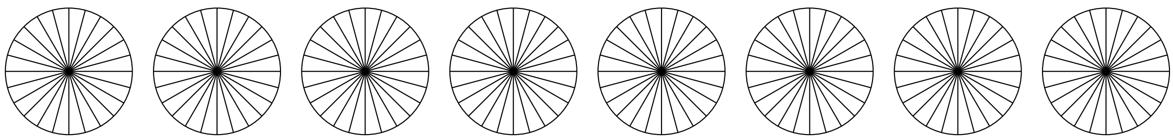
f) A fração determinada pela adição de 1 ao numerador e subtração de 1 ao denominador da fração $\frac{4}{7}$ é maior, menor ou igual a $\frac{4}{7}$? Explique como chegou a essa conclusão.

Atividade 16

(Adaptado de Empson (2001))

24 amigos estão querendo dividir igualmente 8 panquecas circulares.

Luciano, um dos amigos sugeriu que cada panqueca fosse dividida em 24 partes iguais e que, então, cada um dos 24 amigos recebesse 8 dessas partes.



a) Com a divisão sugerida por Luciano, qual a fração de uma panqueca que cada amigo vai receber?

b) Quantos cortes da panqueca (do centro para a borda, como no desenho) são necessários para a divisão proposta?

c) É possível dividir igualmente as 8 panquecas entre os 24 amigos fazendo menos cortes do que como Luciano sugeriu? Se você acha que sim, quantos cortes serão necessários e qual é a fração de uma panqueca que cada amigo poderia receber neste caso?

Atividade 17

Dizemos que uma fração é **irredutível** se o máximo divisor comum entre o seu numerador e o seu denominador é igual a 1. Para cada fração indicada a seguir, determine uma fração igual, mas que seja irredutível.

a) $\dfrac{2}{4}$, b) $\dfrac{6}{9}$, c) $\dfrac{4}{2}$, d) $\dfrac{5}{35}$, e) $\dfrac{50}{100}$.

Atividade 18

O objetivo desta atividade é determinar qual é a maior e qual é a menor fração entre as frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

a) Determine três frações de mesmo denominador que sejam iguais às frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

b) Usando as frações do item a), determine qual é a maior e qual é a menor fração entre as frações $\frac{11}{6}$, $\frac{28}{15}$ e $\frac{37}{20}$.

Atividade 19

Dadas duas frações, se o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração for igual ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração, então as frações são iguais.

Vamos ver um exemplo: para as frações $\frac{14}{6}$ e $\frac{21}{9}$, note que $14 \times 9 = 126 = 6 \times 21$. Vamos agora usar este fato de que $14 \times 9 = 6 \times 21$ para concluir que $\frac{14}{6} = \frac{21}{9}$:

$$\frac{14}{6} = \frac{9 \times 14}{9 \times 6} = \frac{14 \times 9}{9 \times 6} = \frac{6 \times 21}{9 \times 6} = \frac{6 \times 21}{6 \times 9} = \frac{21}{9}.$$

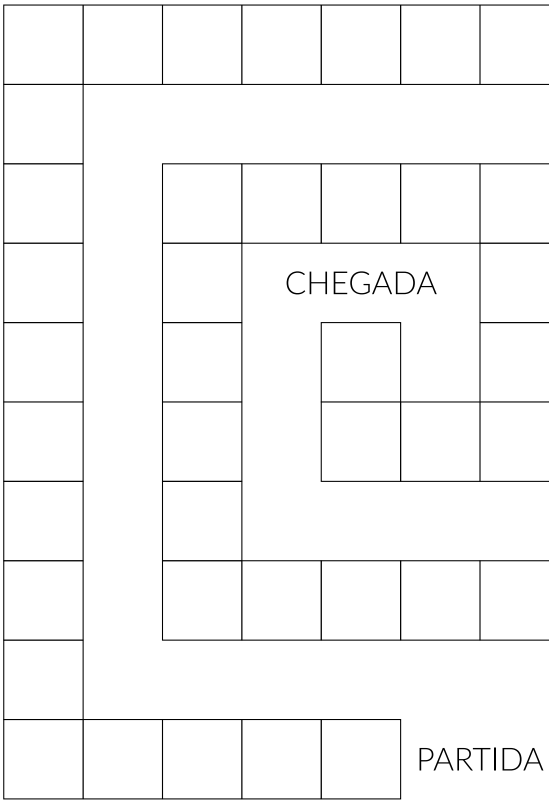
a) Use o procedimento do exemplo para mostrar que $\frac{2}{8} = \frac{5}{20}$.

b) Verdadeirou ou falso? Se duas frações são iguais, então o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração é igual ao produto do denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração. Justifique sua resposta.

Atividade 20

Trilha dos doze avos

Junte seus amigos para jogar! Seu grupo vai receber uma cópia de um tabuleiro onde há uma trilha com as posições de partida e chegada indicadas e um dado com 12 faces marcadas com os números de 1 a 12.



Seu grupo também receberá peões que identificarão as posições dos jogadores na trilha. Cada jogador deve escrever o seu nome no peão (na imagem a seguir, o peão está com o nome "Antônio").

O dado pode ser usado para decidir a ordem de jogada. As regras do jogo são as seguintes:

1º No desenvolvimento do jogo, cada jogador lança o dado duas vezes. Esses lançamentos determinam a fração que correspondente ao movimento que o jogador fará: o primeiro lançamento registra o denominador da fração e o segundo o numerador. Assim, por exemplo, se o primeiro lançamento do dado resulta no número 12 e o segundo lançamento resulta no número 10, a fração correspondente é $\frac{10}{12}$. Outro exemplo: se o número do primeiro lançamento do dado é 6 e o número do segundo lançamento é 3, a fração correspondente é $\frac{3}{6}$. Mais um exemplo: se o número do primeiro lançamento do dado é 5 e o número do segundo lançamento é 7, a fração correspondente é $\frac{7}{5}$.

2º Se a fração obtida com o lançamento dos dados for equivalente a uma fraçào de denominador 12, ou seja, a certa quantidade de doze avos, o peão “caminha” essa quantidade de passos. Caso contrário, ele não sai do lugar que está e passa a vez para o próximo jogador. Assim, por exemplo: se a fração obtida for $\frac{10}{12}$, seu peão andará 10 casas. Se a fração obtida for $\frac{3}{6}$, seu peão andará 6 casas, pois $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$. Se a fração obtida for $\frac{7}{5}$, seu peão permanecerá na casa em que está e você passará a vez.

3º Vence o jogo aquele jogador que, em primeiro lugar, atingir o ponto de chegada.

Depois de jogar algumas vezes responda às questões a seguir.

a) Quantos passos um jogador deu se ele obteve nos dois lançamentos respectivamente os seguintes números:

1º) 12 e 7?	2º) 6 e 5?	3º) 8 e 6?	4º) 8 e 7?	5º) 9 e 12?
6º) 7 e 8?	7º) 11 e 4?	8º) 1 e 1?	9º) 6 e 3?	10º) 3 e 6?

b) Em 5 rodadas consecutivas, o primeiro jogador sorteou as frações $\frac{7}{12}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{2}$e $\frac{12}{6}$. Já o segundo jogador, nessas 5 rodadas, deu ao todo 47 passos. Ao final dessas rodadas, qual deles está a frente?

QUEBRANDO A CUCA

Atividade 21

Jorge e Ana estão comparando as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{10}$. Jorge afirma que $\frac{2}{3} < \frac{6}{10}$ porque $2 < 6$ e $3 < 10$. Ana diz que $\frac{2}{3} > \frac{6}{10}$. Use desenhos, palavras ou apenas números para ajudar Ana a explicar a Jorge porque ele está errado.

Atividade 22

Uma fração é dita **unitária** se o seu numerador é igual a 1.

a) Quais das frações a seguir são iguais a alguma fração unitária? Justifique sua resposta.

$$\frac{4}{20}, \qquad \frac{21}{7}, \qquad \frac{4}{30}, \qquad \frac{6}{18}.$$

b) Uma fração com numerador maior do que o denominador pode ser igual a uma fração unitária? Justifique sua resposta!

c) Existe uma fração de denominador ímpar que seja igual à fração unitária $\frac{1}{2}$? Justifique sua resposta!

Atividade 23

Diga se cada uma das sentenças a seguir é verdadeira ou falsa. Explique a sua resposta com exemplos, desenhos ou palavras.

a) Se duas frações têm numeradores e denominadores diferentes, então elas representam quantidades diferentes.

b) Se duas frações têm denominadores iguais, mas numeradores diferentes, então elas representam quantidades diferentes.

c) Se duas frações têm numeradores iguais e maiores do que zero, mas denominadores diferentes, então elas representam quantidades diferentes.

d) Se duas frações representam quantidades iguais, então o numerador e o denominador de uma são obtidos multiplicando-se o numerador e o denominador da outra por um mesmo número natural.

Atividade 24

a) Escreva uma fração que seja menor do que 1 e maior do que 0.

b) Existe uma fração maior do que 0 e menor do que a fração que você escreveu no item a)? Em caso afirmativo, escreva uma tal fração.

c) Existe uma fração menor do que a fração que você escreveu no item b)? Em caso afirmativo, escreva uma tal fração.

d) É possível generalizar este processo, isto é, dada uma fração menor do que 1 e maior do que 0, é sempre possível determinar uma outra fração menor ainda? Em caso afirmativo, explique como tal fração pode ser obtida.

e) Existe uma fração menor do que 1 e que seja maior do que a fração que você escreveu no item a)? Em caso afirmativo, escreva uma tal fração.

f) Existe uma fração menor do que 1 e que seja maior do que a fração que você escreveu no item e)? Em caso afirmativo, escreva uma tal fração.

g) É possível generalizar este processo, isto é, dada uma fração menor do que 1, é sempre possível determinar uma outra fração menor do que 1 e que seja maior do que a fração dada? Em caso afirmativo, explique como tal fração pode ser obtida.

Atividade 25

Fabrício acredita que não existem frações entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$ (isto é, maiores de que $\frac{3}{5}$ e menores do que $\frac{4}{5}$) porque $3 < 4$ e não existe número natural entre 3 e 4. Fabrício continua: "Pelo mesmo motivo, não existem frações entre $\frac{11}{10}$ e $\frac{12}{10}$ e entre $\frac{19}{20}$ e $\frac{20}{20}$!”. Você concorda com as afirmações e argumentos de Fabrício? Se você acha que Fabrício está errado, determine:

a) uma fração entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$;

b) duas frações entre $\frac{11}{10}$ e $\frac{12}{10}$;

c) uma fração entre $\frac{19}{20}$ e $\frac{20}{20}$.

REFLETINDO

Nas atividades 24 e 25 você estudou uma propriedade importante do conjunto das frações:

dadas quaisquer duas frações que representam diferentes quantidades, sempre é possível encontrar uma fração entre elas.

Ora, se sempre é possível, como se pode então determinar uma terceira fração entre as frações dadas? Para explicar melhor o procedimento, veja primeiro um exemplo.

Suponha que se quer determinar uma fração entre as frações $\frac{5}{7}$ e $\frac{3}{4}$.

O primeiro passo é reescrevê-las usando um mesmo denominador:

$$\frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{4 \times 7} = \frac{20}{28}$$

e

$$\frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{7 \times 4} = \frac{21}{28}.$$

Ao comparar as frações obtidas, percebe-se que $\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$. No entanto, não se vê de imediato um exemplo de fração que seja maior que $\frac{20}{28}$ e menor que $\frac{21}{28}$. Isto ocorre porque os números 20 e 21 são consecutivos.

Humm... que tal aumentar ainda mais os denominadores? Pois é isso que será feito. Multiplique por dois os numeradores e denominadores de cada uma das frações. Veja:

$$\frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{4 \times 7} = \frac{20}{28} = \frac{2 \times 20}{2 \times 28} = \frac{40}{56}$$

e

$$\frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{7 \times 4} = \frac{21}{28} = \frac{2 \times 21}{2 \times 28} = \frac{42}{56}.$$

Agora sim. Pode-se escolher a fração $\frac{41}{56}$ como solução do problema:

$$\frac{5}{7}=\frac{4\times 5}{4\times 7}=\frac{20}{28}=\frac{2\times 20}{2\times 28}=\frac{40}{56}<\frac{41}{56}<\frac{42}{56}=\frac{2\times 21}{2\times 28}=\frac{21}{28}=\frac{7\times 3}{7\times 4}=\frac{3}{4}.$$

De modo resumido:

$$\frac{5}{7}=\frac{40}{56}<\frac{41}{56}<\frac{42}{56}=\frac{3}{4}.$$

Fácil, não é mesmo? O método consiste em buscar representações equivalentes com denominadores suficientemente grandes que permitam a nossa escolha do numerador. Por isso a multiplicação simultânea dos numeradores e denominadores das frações acima por dois. Os números 20 e 21 são consecutivos, essa foi a dificuldade inicial. Mas o dobro de 20 e o dobro de 21, que são números pares, não são números consecutivos. E essa foi a jogada de mestre!

Agora sim, pode-se apresentar o procedimento utilizado em uma linguagem mais geral.

Dadas duas frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ diferentes (suponha $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$), queremos determinar uma terceira fração $\frac{p}{q}$ tal que $\dfrac{a}{b}<\dfrac{p}{q}<\dfrac{c}{d}$.

O primeiro passo é encontrar frações iguais às anteriores, mas que tenham o mesmo denominador.

Para isso, basta multiplicar os numeradores e os denominadores de cada fração pelo denominador da outra fração. Veja:

$$\frac{a}{b}=\frac{d\times a}{d\times b},$$

onde d é o denominador da segunda fração e

$$\frac{c}{d}=\frac{b\times c}{b\times d},$$

onde b é o denominador da primeira fração.

Além disso, como $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$, o produto $d\times a$ é diferente do produto $b\times c$.

Ora, se $d\times a$ e $b\times c$ não são números naturais consecutivos, já temos condições de determinar a fração $\frac{p}{q}$ basta fazer $q=b\times d$ e escolher um número natural m entre $d\times a$ e $b\times c$. Neste caso tem-se como solução para o problema a fração

$$\frac{p}{q}=\frac{m}{b\times d},$$

onde m é um número natural entre $d \times a$ e $b \times c$. Agora, se $d \times a$ e $b \times c$ são números naturais consecutivos, usa-se a jogada de mestre. Isto é, multiplica-se por dois os numeradores e denominadores das frações acima:

$$\frac{a}{b} = \frac{2d \times a}{2d \times b}$$

e

$$\frac{c}{d} = \frac{2b \times c}{2b \times d}.$$

Ora, $(2d \times a)$ e $(2b \times c)$ são dois números pares diferentes e, portanto, não consecutivos.

Portanto, basta escolher $p = (2d \times a) + 1$, o primeiro número ímpar depois do número $(2d \times a)$, e $q = (2b \times d)$, para encontrar uma solução do nosso problema:

$$\frac{a}{b} = \frac{2d \times a}{2d \times b} < \frac{(2d \times a) + 1}{2b \times d} < \frac{2b \times c}{2b \times d} = \frac{c}{d}.$$

Isto é,

$$\frac{a}{b} < \frac{p}{q} < \frac{c}{d}.$$

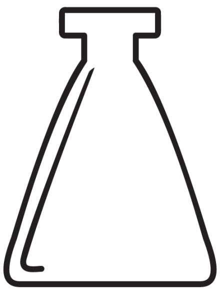
Lição 5

Adição e subtração de frações

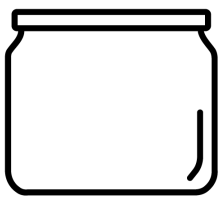
EXPLORANDO O ASSUNTO

Atividade 1

Miguel e Alice estão participando de uma campanha da escola para coleta de óleo de cozinha. O objetivo é disponibilizar recipientes para que as pessoas depositem óleo. Depois esses recipientes serão destinados a empresas que usarão o óleo descartado para fazer sabão. Eles conseguiram diferentes recipientes e agora desejam saber qual tem maior capacidade.



Recipiente 1: trazido pela Alice



Recipiente 2: trazido pelo Miguel

Eles tiveram a seguinte ideia: encheram os dois recipientes com água para depois verificarem onde havia mais água. Para isso, usaram um copo d'água como unidade de medida.

- O recipiente trazido por Alice foi enchido com 26 copos.
- O recipiente trazido por Miguel foi enchido com 40 copos.

Eles então observaram que a partir de **uma unidade de medida comum** (nesse caso o copo), poderiam não só dizer qual recipiente tinha maior capacidade, mas também o quanto era maior e qual seria a capacidade dos dois recipientes juntos. Usando a ideia de medida de Miguel e Alice, isto é, tomando o copo como unidade de medida, responda:

a) Qual recipiente tem maior capacidade?

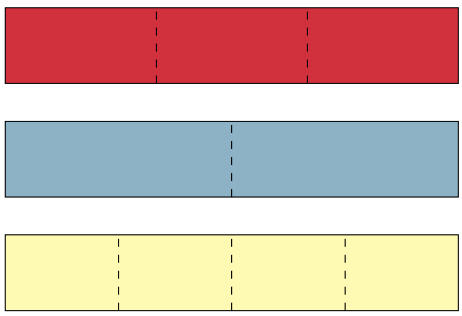
b) Qual é a capacidade dos dois recipientes juntos?

c) Quanto se deve retirar do recipiente maior, para ter o mesmo volume de líquido que é possível colocar no recipiente menor?

Atividade 2

A professora Estela quer enfeitar sua sala de aula para uma festa da escola. Para isso ela comprou várias fitas, todas de mesmo tamanho, nas cores vermelho, azul e amarelo.

A professora cortou cada fita vermelha em 3 partes iguais, cada fita azul em 2 partes iguais e cada fita amarela em 4 partes iguais.



a) A que fração da fita original corresponde cada pedaço recortado pela professora Estela?

Em seguida, a professora Estela começou a juntar pedaços recortados das fitas, formando novas fitas coloridas. Ela começou juntando (de forma intercalada) um pedaço azul e dois pedaços amarelos.

Ela verificou que a nova fita formada tinha o mesmo tamanho da fita original. Isso aconteceu por que cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos. Podemos representar o tamanho da nova fita formada pela professora por meio de uma **soma de frações**. Cada pedaço azul corresponde a $\frac{1}{2}$ da fita original. Cada pedaço amarelo corresponde a $\frac{1}{4}$ da fita original, então 2 pedaços amarelos correspondem a $\frac{2}{4}$ da fita original. Portanto, o tamanho da nova fita é igual a:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}.$$

Mas, como $\frac{2}{4}$ é igual a $\frac{1}{2}$ (cada pedaço azul tem o mesmo tamanho de dois pedaços amarelos), então:

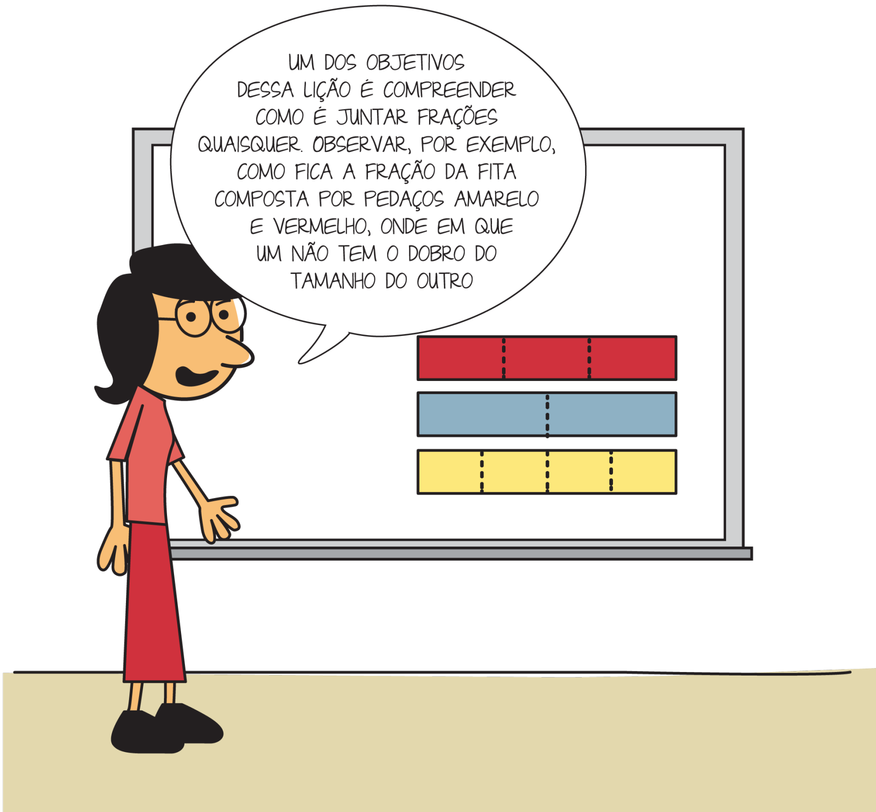
$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.$$

O resultado dessa soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ é igual 2 pedaços de $\frac{1}{2}$, isto é, $\frac{2}{2}$ (que é igual 1). Assim:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1.$$

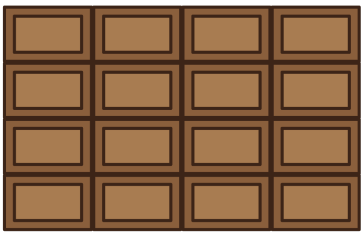
Neste caso, o resultado 1 corresponde ao tamanho da fita original.

b) A professora também agrupou pedaços de fita, juntando 1 pedaço amarelo e 1 pedaço azul, como na figura abaixo. Qual fração da fita inicial corresponde esses dois pedaços juntos?

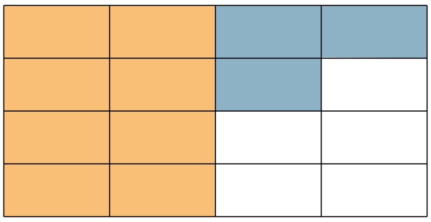


Atividade 3

Uma barra de chocolate é vendida com as marcações mostradas na figura abaixo.



Alice comeu a metade dessa barra de chocolate (em bege), quebrou o restante da barra em pedaços, seguindo as marcações e comeu 3 desses pedaços (em azul).



Se considerarmos a barra de chocolate como a unidade indicamos que as quantidades comidas são: $\frac{1}{2}$ por Alice e $\frac{3}{16}$ por Miguel. Os pedaços da barra (quebrados por Miguel de acordo com as marcações na barra) correspondem a uma subdivisão dessa unidade. Observe que ambas as frações da barra de chocolate comidas por Alice e Miguel podem ser obtidas a partir dessa subdivisão: Miguel comeu 3 pedaços e a quantidade comida por Alice corresponde a 8 pedaços.

a) Um pedaço corresponde a que fração da barra de chocolate?

b) Complete a parte em branco (numerador) para indicar a fração da barra de chocolate que Alice comeu.

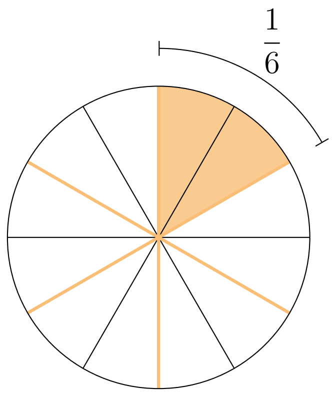
$$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{16}$$

c) Que fração da barra de chocolate foi comida por Alice e por Miguel, juntos?

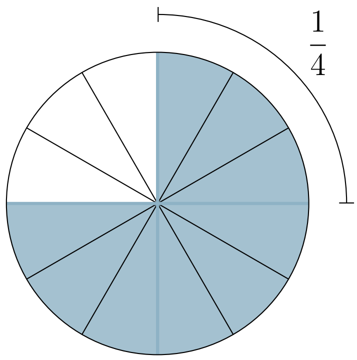
d) Que fração da barra de chocolate não foi comida?

Atividade 4

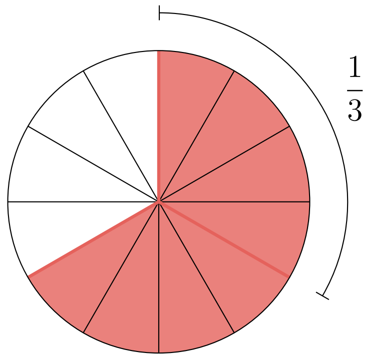
Amanda, Bruno e Caio pediram três pizzas do mesmo tamanho, mas com sabores diferentes. Todas as pizzas nessa pizzaria são servidas em **12 fatias** iguais. Amanda comeu $\frac{1}{6}$ de uma pizza, Bruno comeu $\frac{3}{4}$ de outra, e Caio comeu $\frac{2}{3}$ da pizza que pediu.



Fração de pizza consumida por Amanda $\frac{1}{6}$



Fração de pizza consumida por Bruno $\frac{3}{4}$



Fração de pizza consumida por Caio $\frac{2}{3}$

a) Que fração de uma pizza cada fatia representa?

b) Complete os espaços (numeradores) a seguir registrando outra representação para a fração de uma pizza que cada uma das crianças comeu.
Amanda: $\frac{1}{6} = \frac{}{12}$ Bruno: $\frac{3}{4} = \frac{}{12}$ Caio: $\frac{2}{3} = \frac{}{12}$

c) Quem comeu mais pizza? Quem comeu menos pizza?

d) Que quantidade de pizza Bruno comeu a mais do que Caio?

e) Que quantidade de pizza Amanda e Bruno comeram juntas?

f) Que fração de uma pizza Amanda comeu a menos do que Caio?

g) Quanto a mais de pizza Bruno consumiu, em relação a Amanda?

ORGANIZANDO AS IDEIAS

No caso de quantidades expressas por meio de frações de uma unidade dada, para comparar, determinar a soma ou determinar a diferença, é necessário uma **subdivisão da unidade** com a qual seja possível expressar ambas as quantidades. Por exemplo:

- Na Atividade 3, a subdivisão da unidade considerada, barra de chocolate permitiu expressar as quantidades de chocolate comidas por Alice e por Miguel a partir da contagem da mesma subdivisão da unidade. A partir dessa estratégia foram determinadas a quantidade de chocolate comidas por Alice e Miguel juntos, bem como a quantidade de chocolate restante.

- Na Atividade 4, a unidade é uma pizza e a fatia de pizza é uma subdivisão dessa unidade. Neste caso, pôde-se expressar todas as frações de pizza consumidas por Amanda, Bruno e Caio a partir contagem dessas fatias (subdivisões da unidade). Relembrando:

$$\frac{1}{6}=\frac{2}{12} \qquad \frac{3}{4}=\frac{9}{12} \qquad \frac{2}{3}=\frac{8}{12}.$$

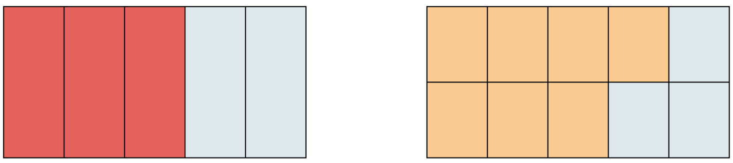
Como os exemplos acima ilustram, a escolha adequada de uma subdivisão da unidade que permita representar as frações dadas com um mesmo denomindador foi a estratégia usada para calcular a adição e a subtração dessas frações. É exatamente essa estratégia que usaremos para calcular adição e subtração de frações em geral.

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{11}{12}.$$

MÃO NA MASSA

Atividade 5

Tendo como unidade um mesmo retângulo, as representações das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{7}{10}$ estão ilustradas nas figuras a seguir.



a) Determine uma subdivisão da unidade que permita expressar essas quantidades por frações com um mesmo denominador. Represente, usando essas figuras, essa subdivisão.

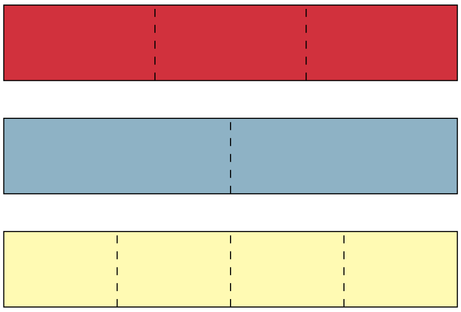
b) Escreva frações iguais a $\frac{3}{5}$ e a $\frac{7}{10}$ a partir dessa subdivisão.

c) Existe alguma outra subdivisão, diferente da que você usou para responder os itens a) e b), com a qual também seja possível responder ao item b)? Se sim, qual?

d) Juntas, as regiões destacadas em vermelho e em bege determinam um região total maior, menor ou igual a um retângulo? Explique

Atividade 6

Aqui retomamos a Atividade 2, na qual a professora Estela comprou e dividiu fitas de mesmo tamanho: a vermelha em três pedaços; a azul em dois pedaços e a amarela em quatro pedaços.



a) Agora, a professora Estela juntou um pedaço da fita vermelha com um pedaço da fita azul. Essa nova fita formada tem tamanho maior ou menor ou igual ao tamanho orignal das fitas? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos de uma fita original e da fita vermelha e azul?

b) A professora formou então mais uma fita colorida, agora juntando (de forma intercalada) dois pedaços vermelhos e três pedaços amarelos. Essa nova fita vermelha e amarela é maior ou menor do que uma fita original? A que fração de uma fita original corresponde a nova fita vermelha e azul? Qual é a diferença entre os tamanhos da fita original e da fita vermelha e amarela?

Atividade 7

Em cada um dos itens a seguir, escreva frações iguais às frações dadas que tenham mesmo denominador. Para cada par de frações, destaque a subdivisão escolhida da unidade para determinar o denominador comum e represente essa subdivisão por meio de um desenho.

a) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{9}$ b) $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{5}$ c) 1 e $\frac{3}{7}$

d) $\frac{3}{5}$ e $\frac{8}{3}$ e) $\frac{7}{8}$ e $\frac{13}{12}$ f) $\frac{7}{4}$ e 5

Atividade 8

Faça as contas a seguir. Represente cada umas das subdivisões usadas para fazer as contas por meio de um desenho.

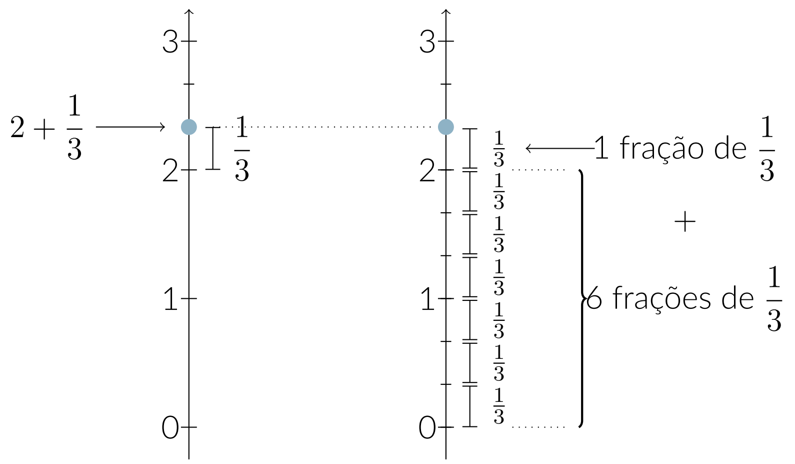
a) $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$ b) $\frac{3}{10} + \frac{4}{5}$ c) $1 - \frac{3}{7}$

Atividade 9

Miguel deseja calcular a soma $2 + \frac{1}{3}$. Para isso, marcou na reta numérica ponto determinado pela justaposição do segmento correspondente a 2 unidades com um segmento igual a $\frac{1}{3}$ da unidade, como na figura abaixo.

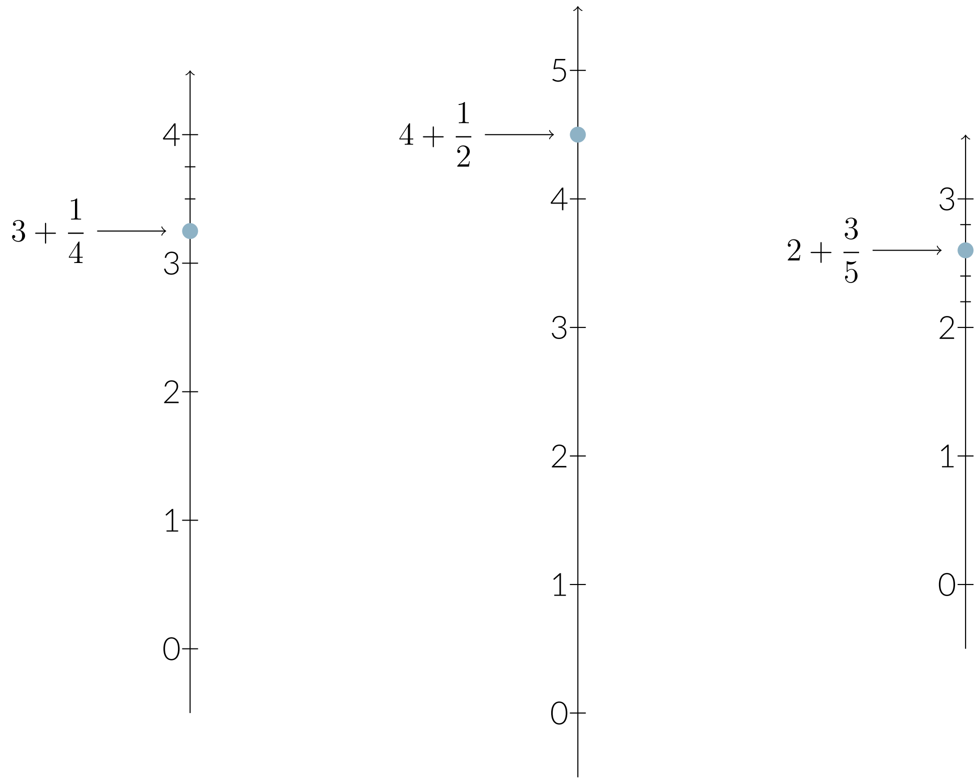
Miguel relacionou essa estratégia com o seguinte cálculo:

$$2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$



a) Em cada item a seguir, a partir da imagem repita o procedimento feito por Miguel e realize os cálculos.

(A) (B) (C)



b) Que valor é obtido se juntarmos 7 inteiros com dois terços?

Atividade 10

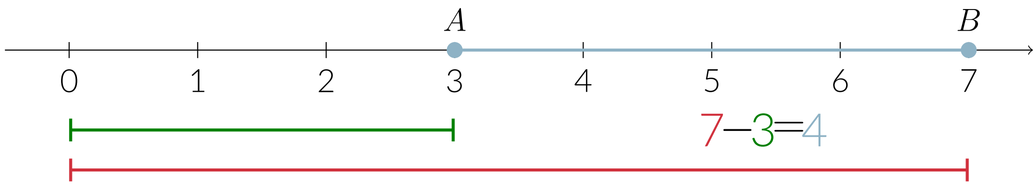
Quanto se deve acrescentar a $\frac{3}{8}$ para que se obtenha $\frac{27}{8}$?

Atividade 11

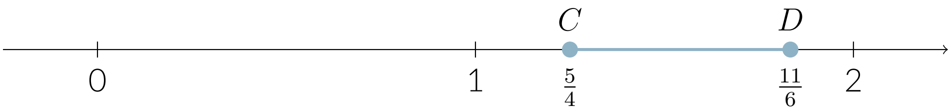
Qual o maior número, $\frac{19}{7}$ ou 2? Quanto se deve acrescentar ao menor número para chegar ao maior?

Atividade 12

Observando a reta, Miguel conseguiu determinar o tamanho do segmento entre os dois pontos $A = 3$ e $B = 7$ marcados da seguinte forma:



Miguel calculou o tamanho do segmento azul fazendo a diferença entre o tamanho do segmento vermelho e o tamanho do segmento verde. Assim, concluiu que o tamanho do segmento AB é igual a 4. Usando um raciocínio parecido, e considerando $C = \frac{5}{4}$ e $D = \frac{11}{6}$, ajude Miguel a realizar as tarefas a seguir.



a) Escreva C e D a partir de uma mesma subdivisão da unidade (isto é, com o mesmo denominador).

b) Determine seis frações que correspondam a pontos entre C e D.
Discuta com seus colegas se é possível determinar mais que seis valores e, se for possível, qual seria a estratégia para fazer isso.

c) Calcule o tamanho do segmento CD .

d) Determine uma fração que somada a $\frac{5}{4}$ dê um resultado menor que $\frac{11}{6}$. Justifique a sua resposta usando a reta.

$$\frac{5}{4} + \text{—} = \frac{11}{6}.$$

e) Encontre mais três frações possíveis para completar a expressão do item anterior.

f) Determine duas frações possíveis que quando somadas a $\frac{5}{4}$ tenham como resultado $\frac{11}{6}$. Justifique a sua resposta usando a reta.

$$\frac{5}{4} + \text{—} + \text{—} = \frac{11}{6}.$$

Atividade 13

A família de Miguel reservou um determinado espaço retangular para fazer um canteiro em seu quintal. A família quer que o cateiro tenha rosas e verduras frescas. O pai de Miguel disse que precisa de $\frac{2}{3}$ do espaço inicialmente reservado, para cultivar rosas. A mãe disse que necessita de $\frac{1}{2}$ desse espaço, para plantar as verduras. Quando Miguel ouviu o diálogo dos pais, pensou nas seguintes questões:

a) Quem precisa de mais espaço, seu pai ou sua mãe?

b) O espaço reservado inicialmente para o canteiro é suficiente para comportar os espaços de que o pai e a mãe de Miguel precisam?

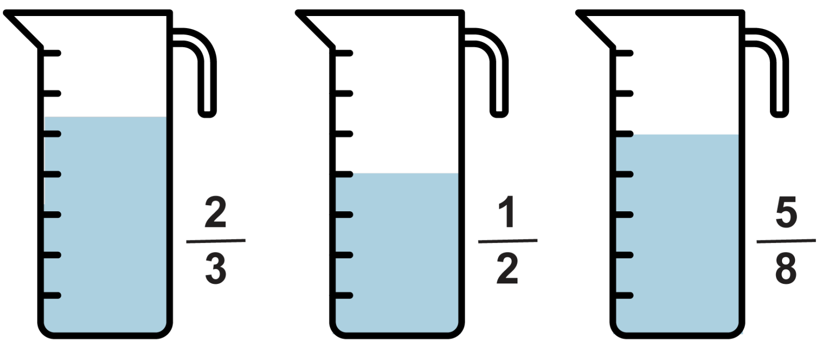
c) Caso o espaço seja suficiente, que fração do mesmo ficaria sem uso?

d) Caso o espaço não seja suficiente, que fração do canteiro reservado inicialmente deverá ser acrescentada para que a família consiga fazer as plantações que deseja?

Faça um desenho que ajude a explicar as suas respostas para as questões de Miguel. Não deixe de indicar a subdivisão da unidade que você empregou.

Atividade 14

Há três recipientes cilíndricos, de mesmo tamanho, contendo água. No primeiro recipiente, a água ocupa dois terços de sua capacidade. No segundo, a água ocupa metade de sua capacidade. No terceiro, a água ocupa cinco oitavos de sua capacidade.



É possível redistribuir a água de todos os recipientes em somente dois deles?

QUEBRANDO A CUCA

Atividade 15

Diga se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas. Para as verdadeiras, explique com as suas palavras por que acha que são verdadeiras. Para as falsas, dê um exemplo que justifique a sua avaliação.

a) A soma de um número inteiro com uma fração não inteira é, necessariamente, um número inteiro.

b) A diferença entre um número inteiro e uma fração não inteira é, necessariamente, um número inteiro.

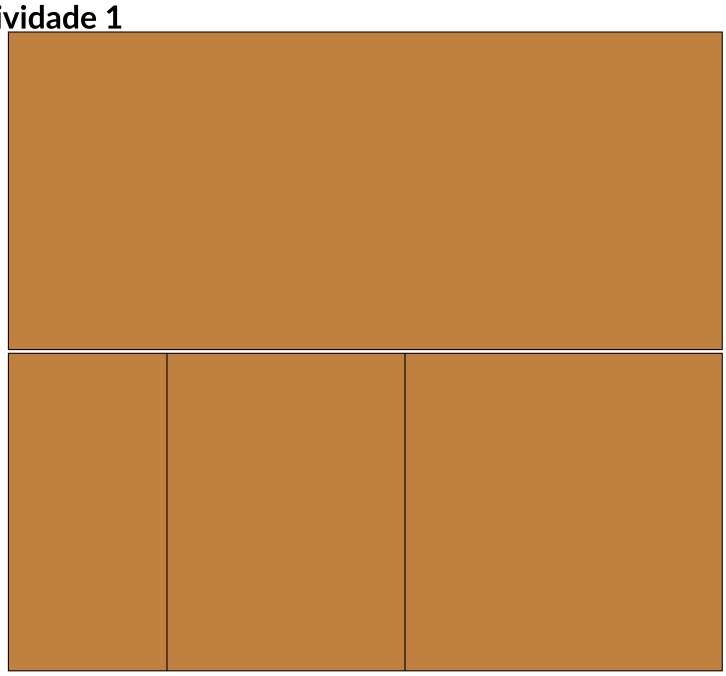
c) A soma de uma fração não inteira com uma fração não inteira é, necessariamente, uma fração não inteira.

d) A diferença entre uma fração não inteira e uma fração não inteira é, necessariamente, uma fração não inteira.

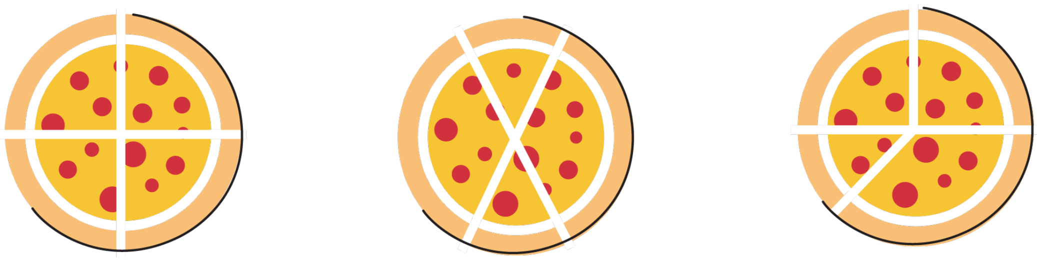
Folhas para reprodução

LIÇÃO 1

Atividade 1

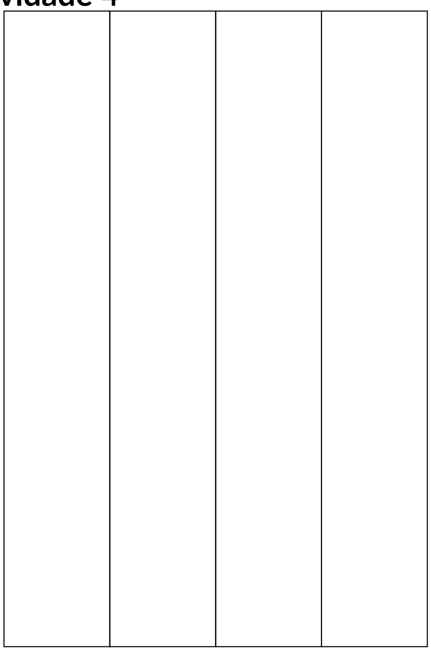


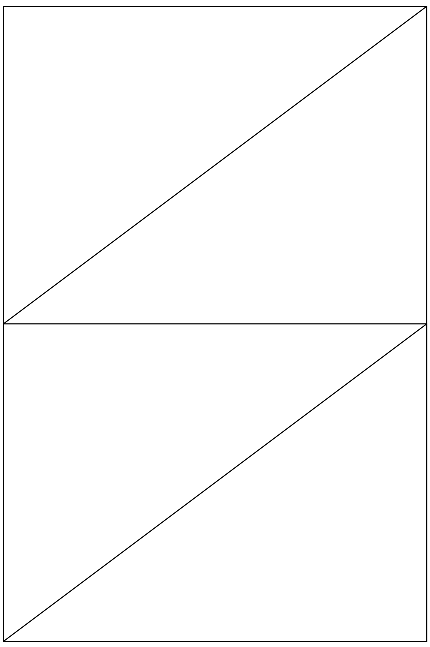
Atividade 2

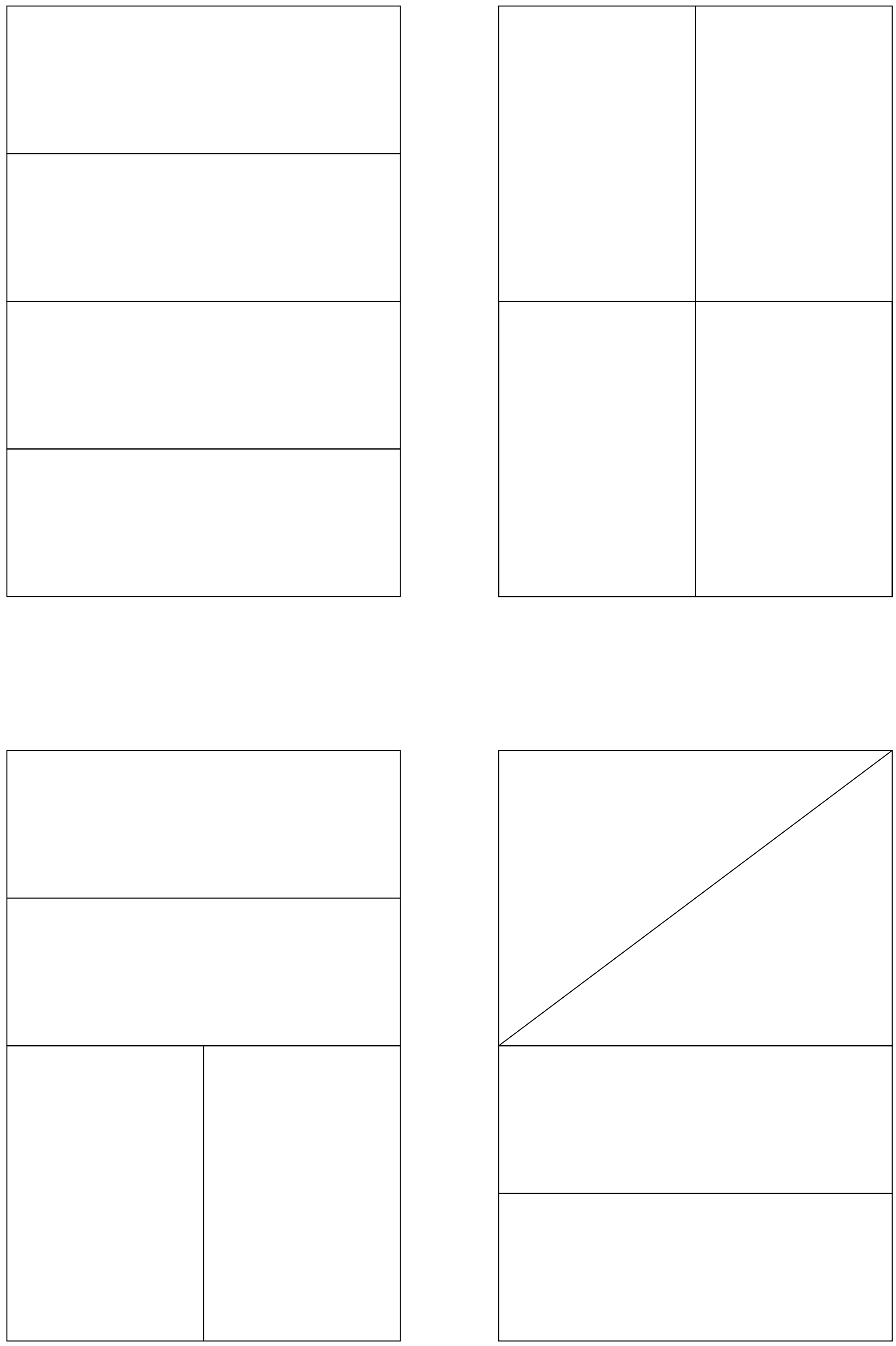


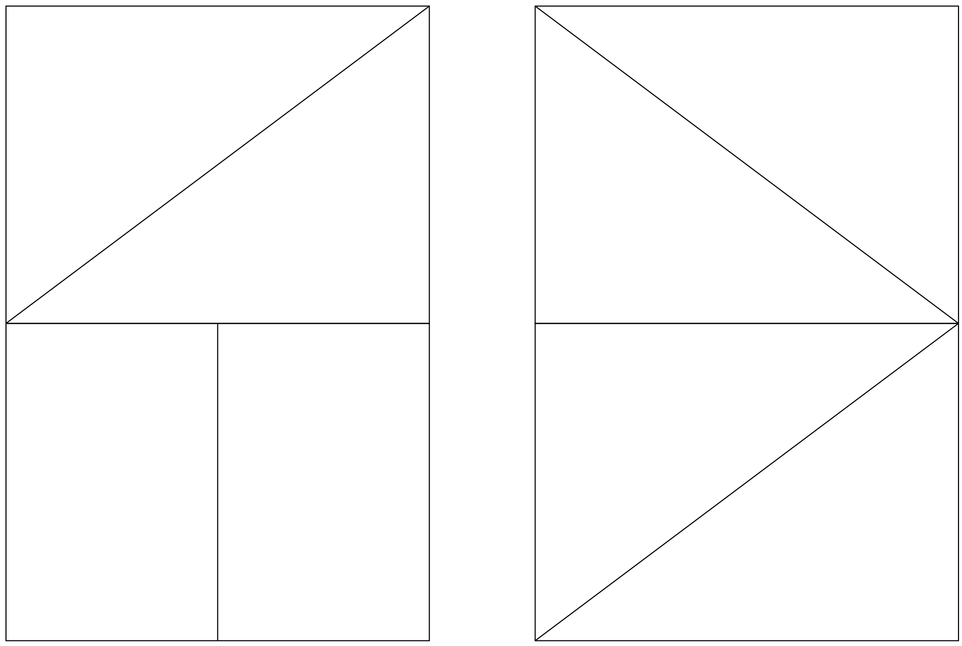
Atividade 3

Atividade 4









Atividade 9

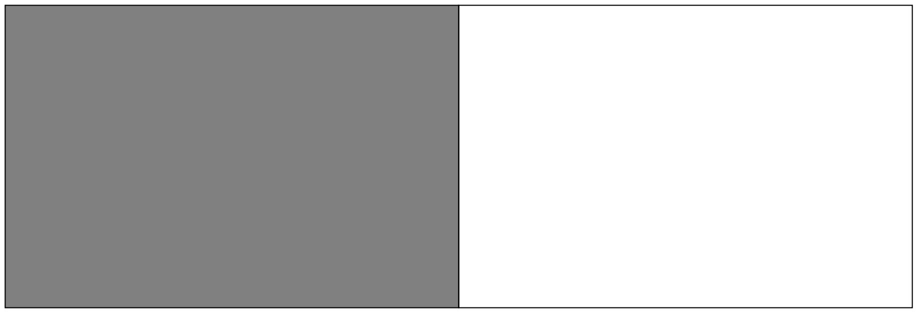


Figura 1

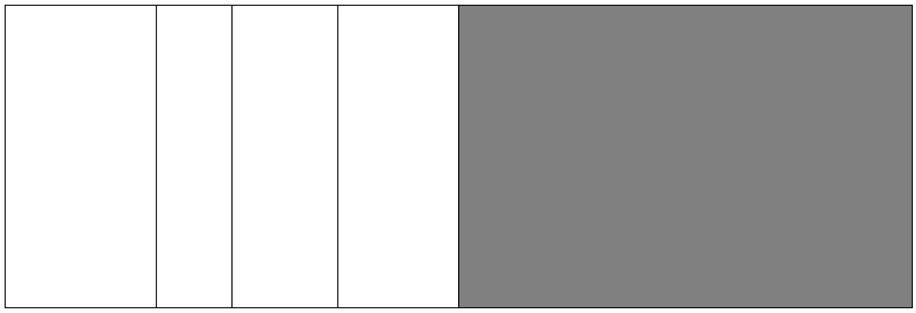


Figura 2

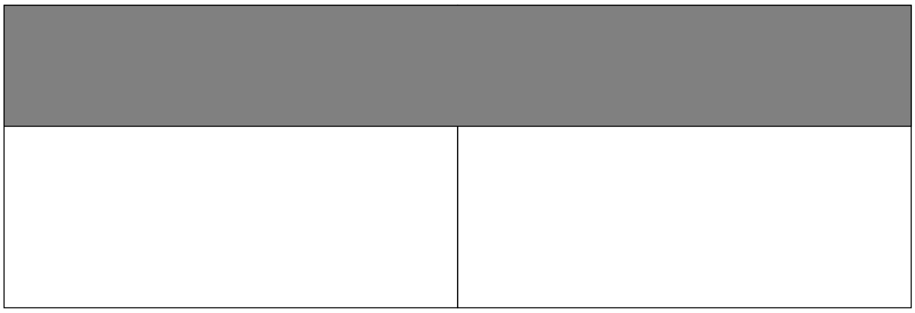


Figura 3

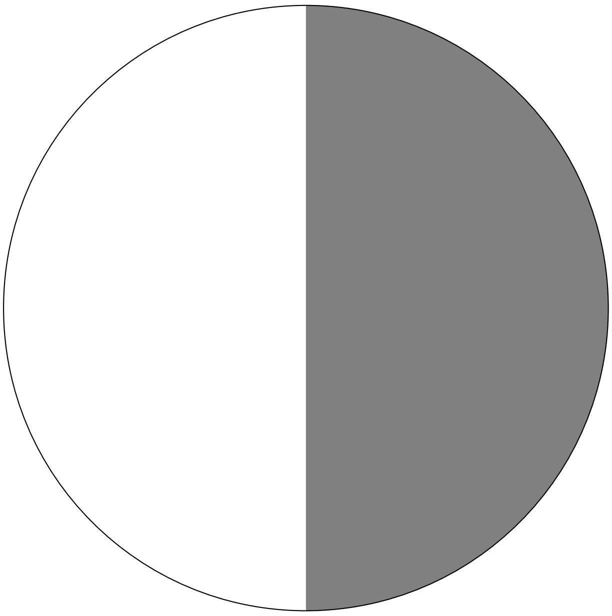


Figura 4

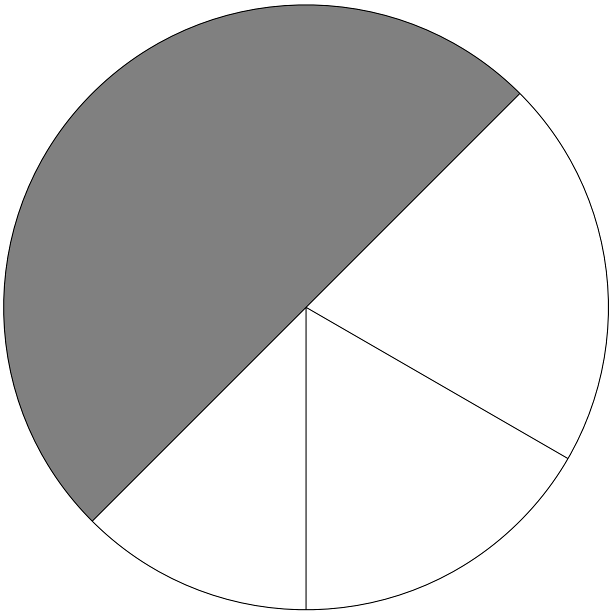


Figura 5

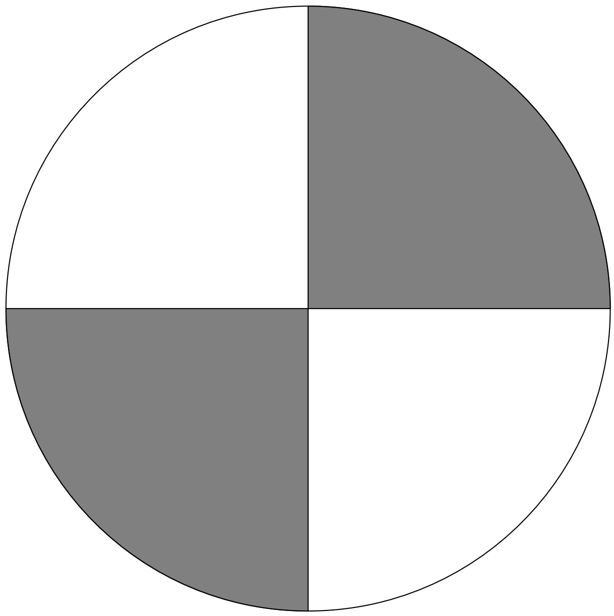


Figura 6

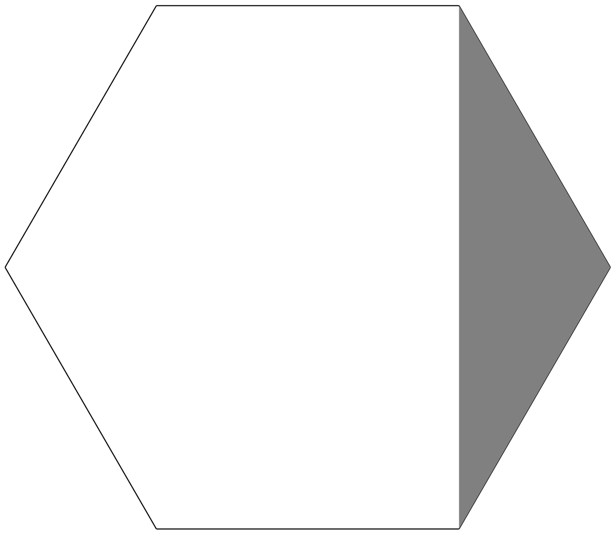


Figura 7

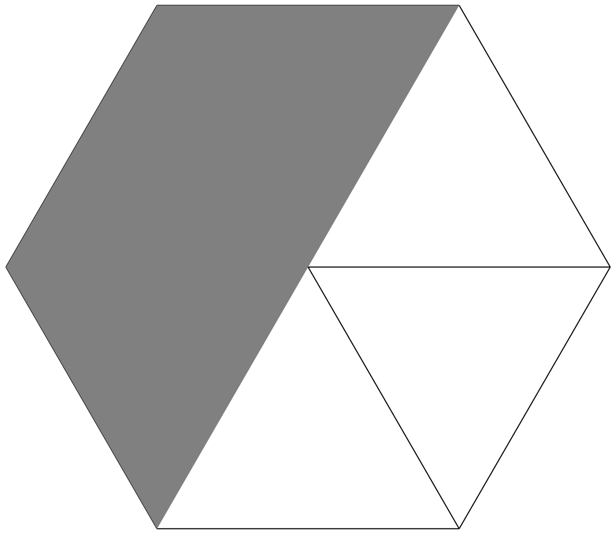


Figura 8

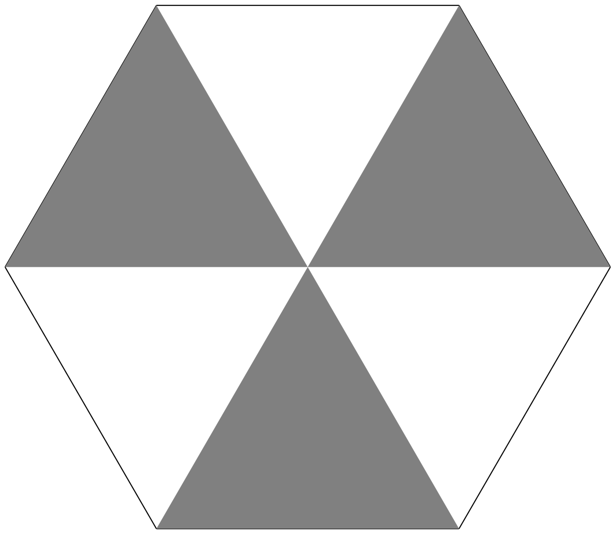


Figura 9

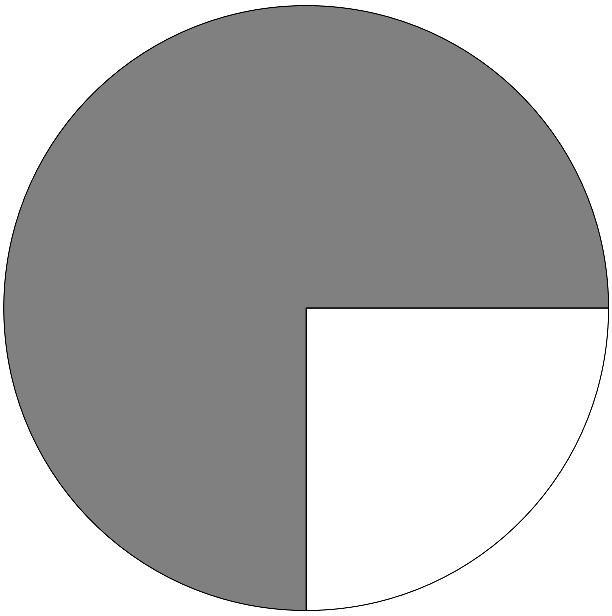


Figura 10

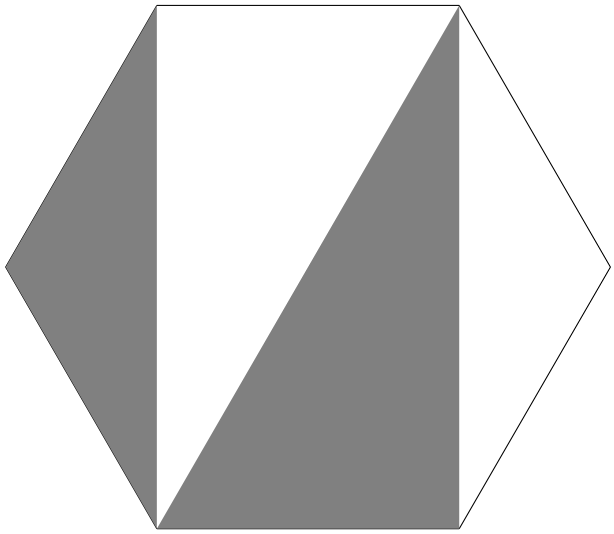
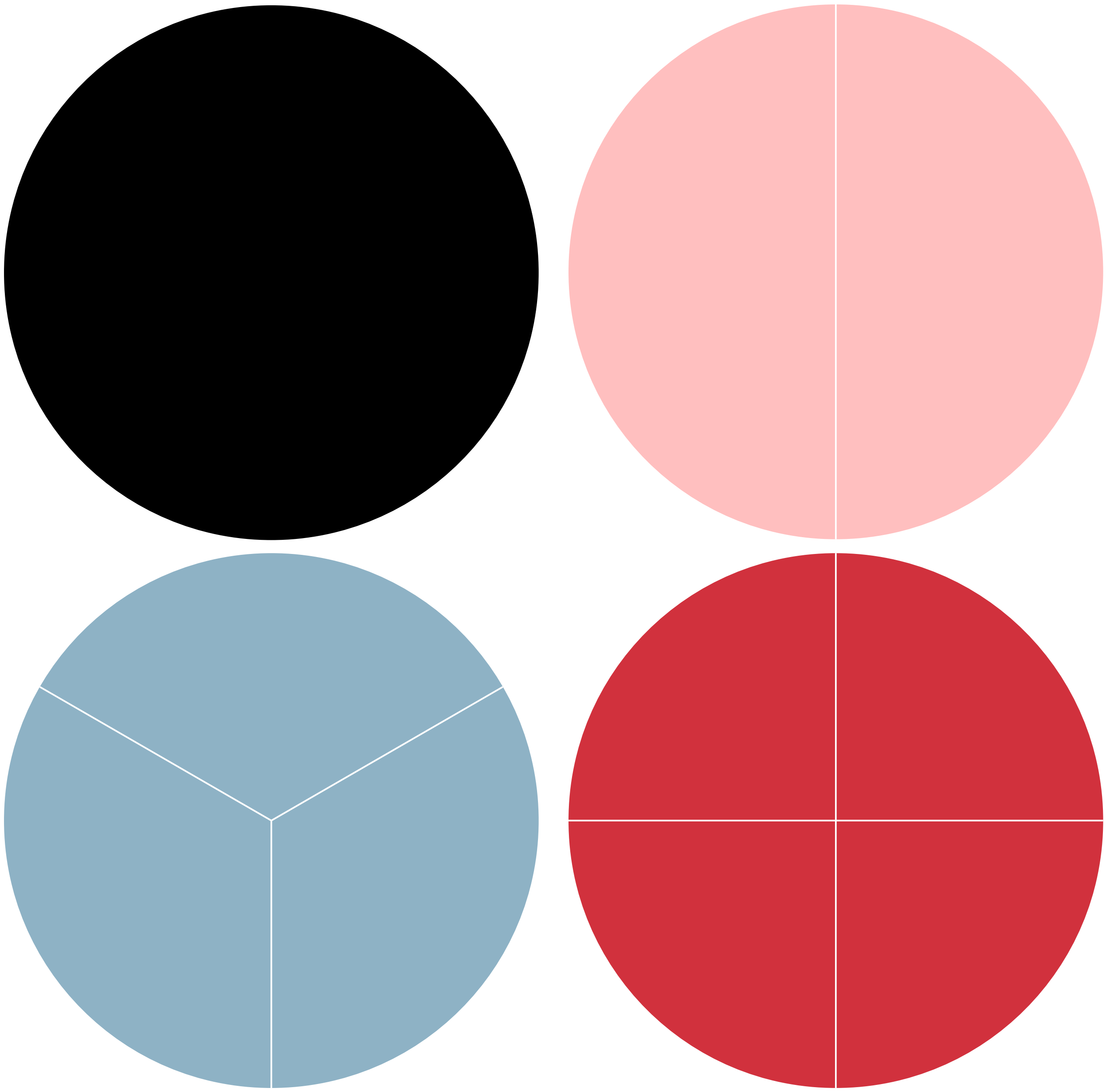
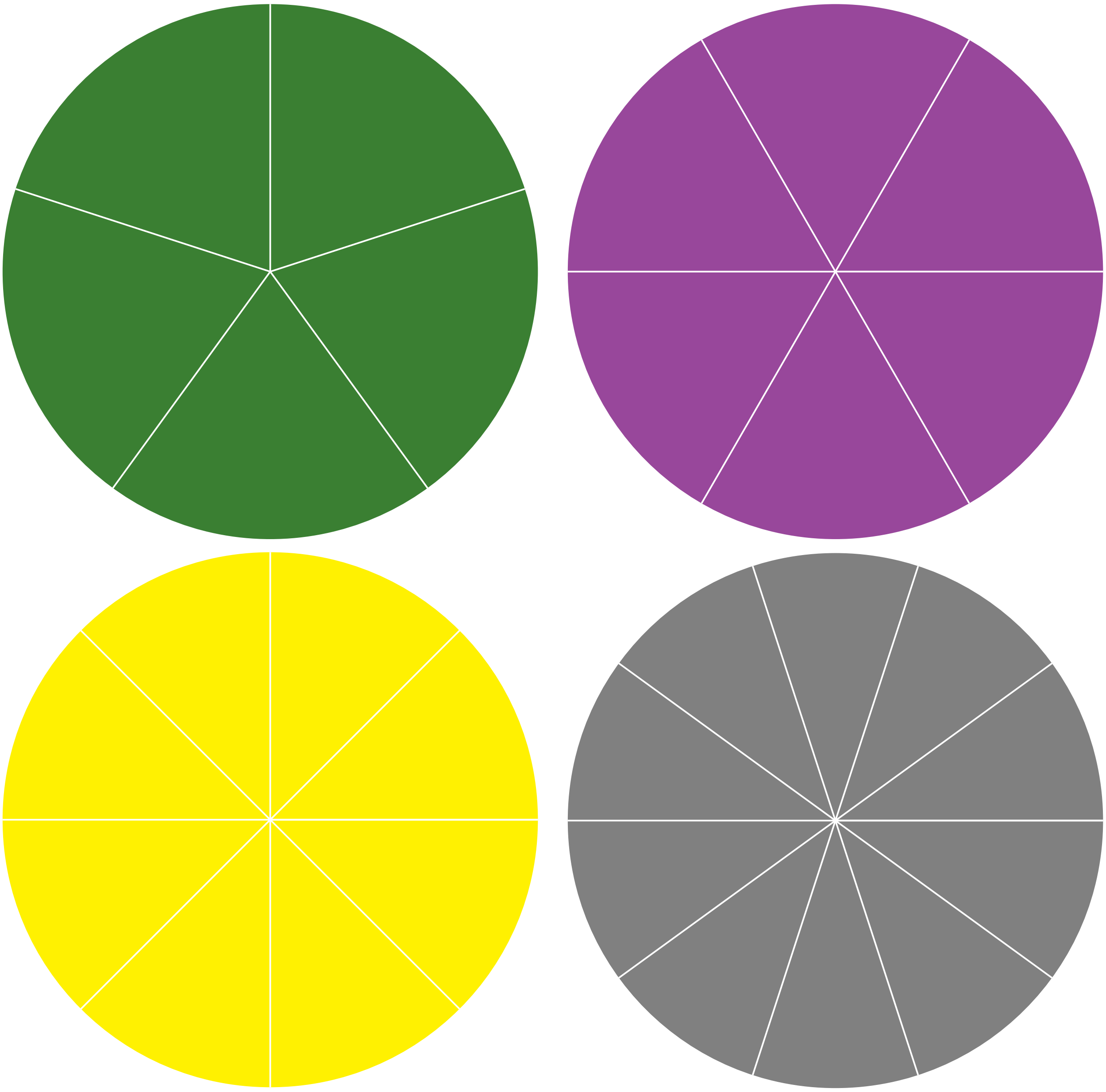


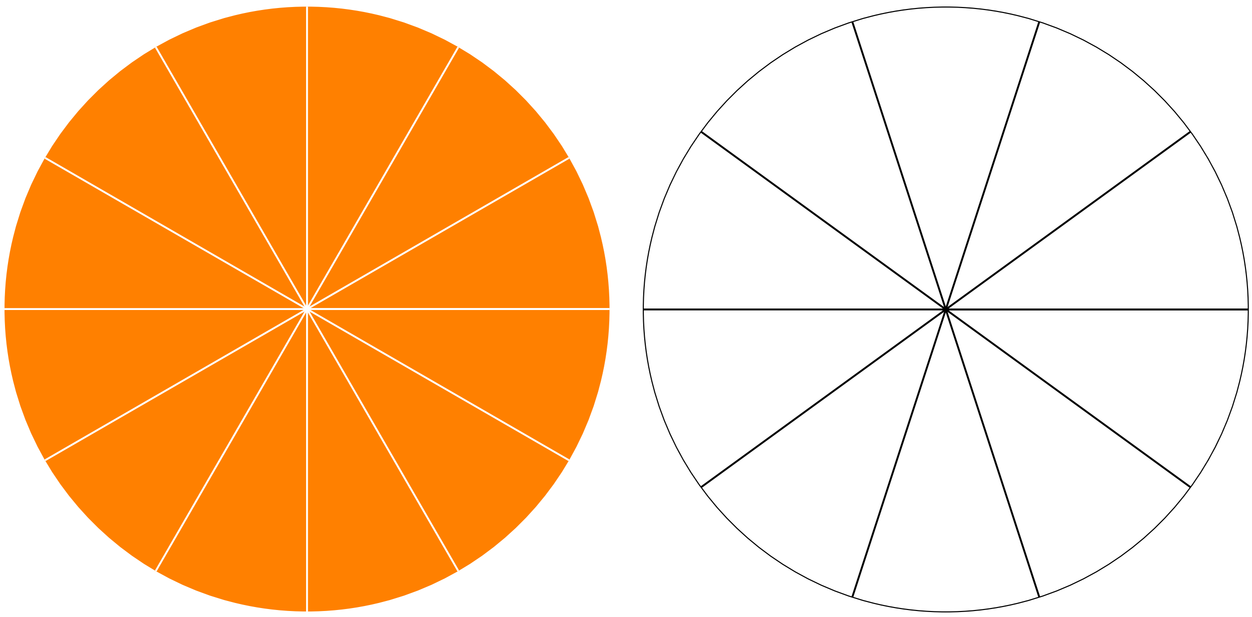
Figura 11

Figura 12

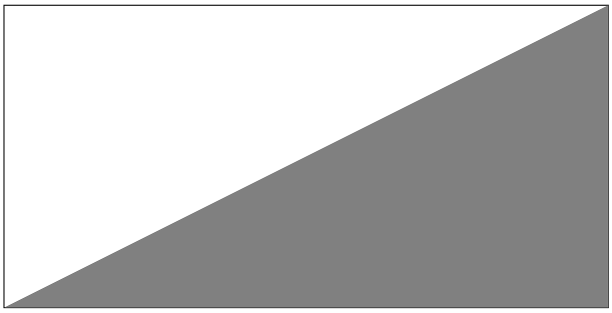
Atividade 10

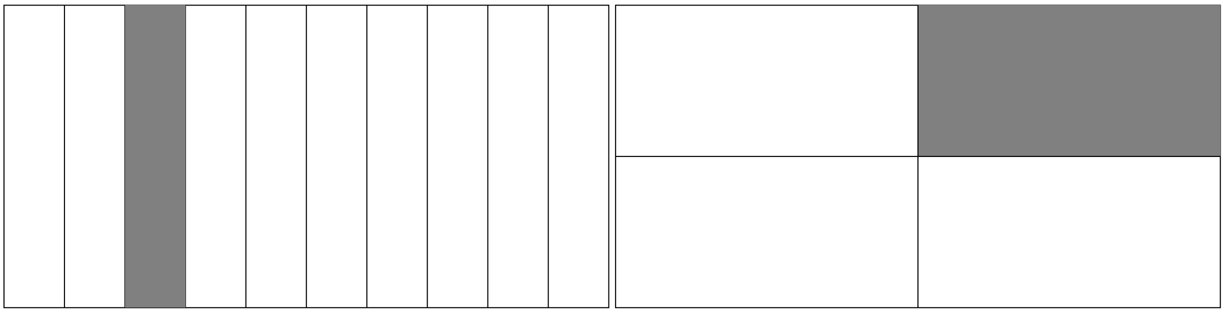


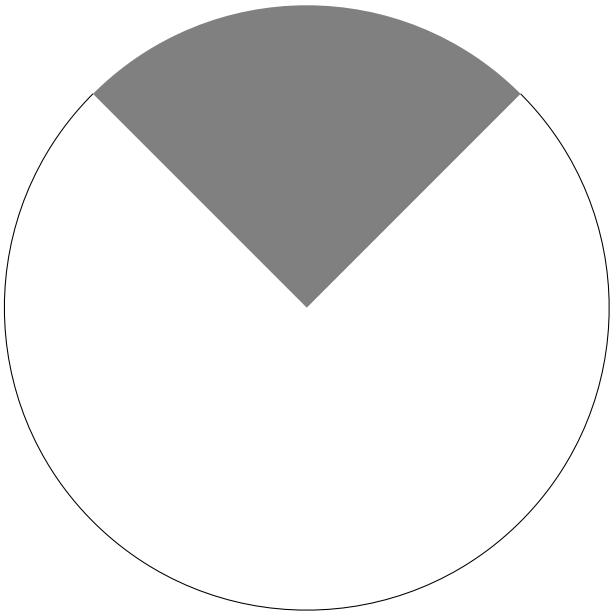


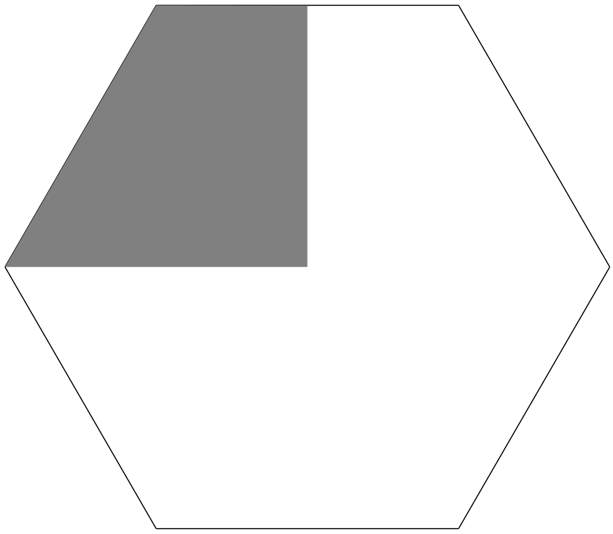


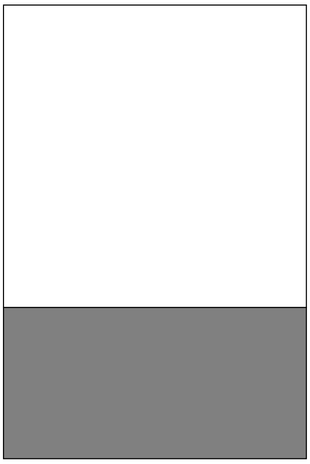
Atividade 12

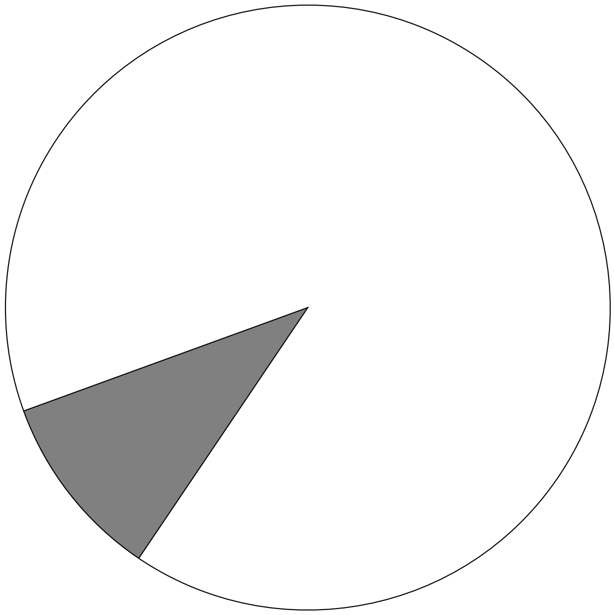


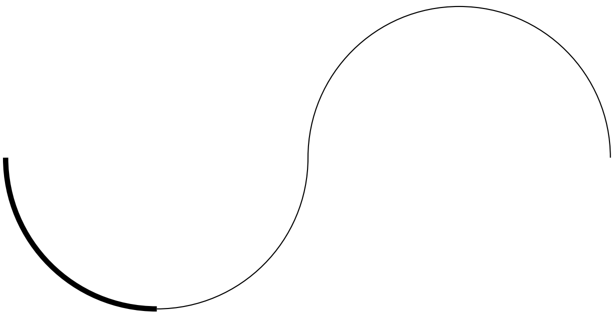


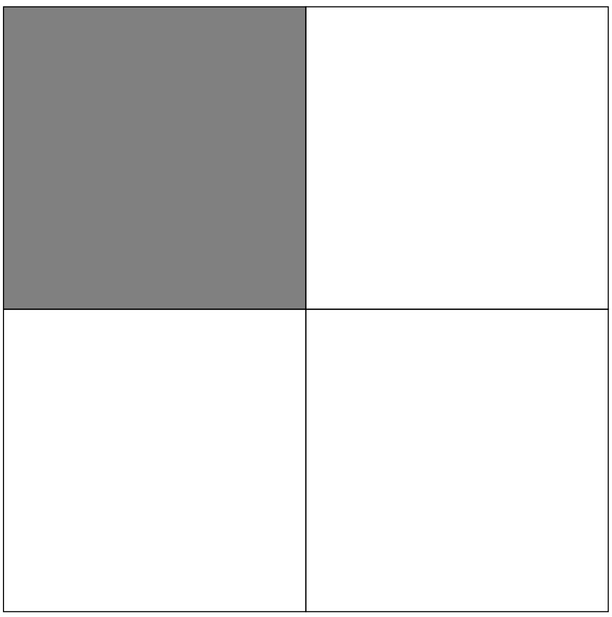


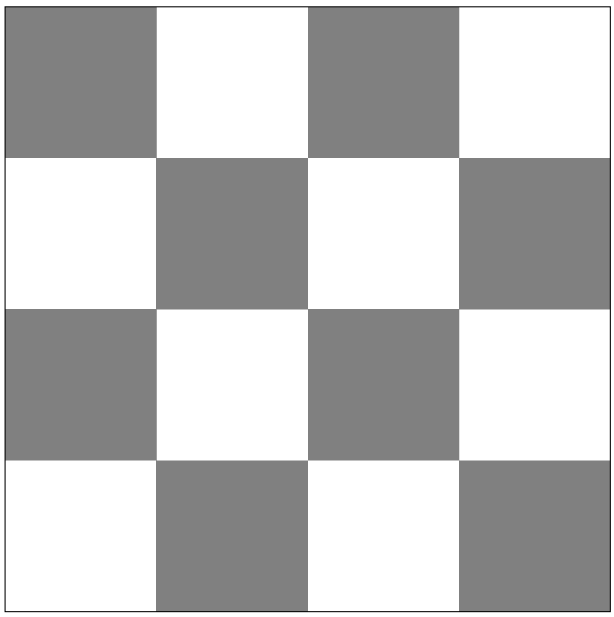




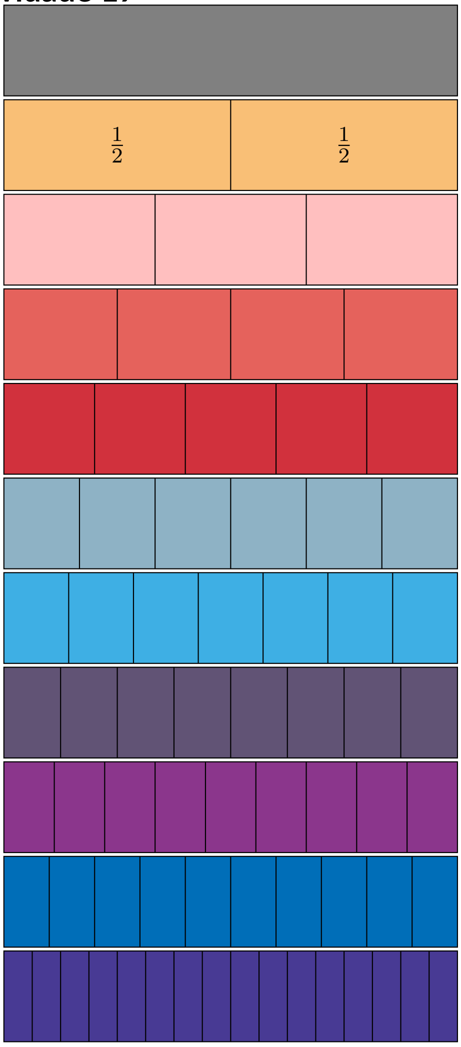








Atividade 17



LICAO 2

Atividade 1

Atividade 2

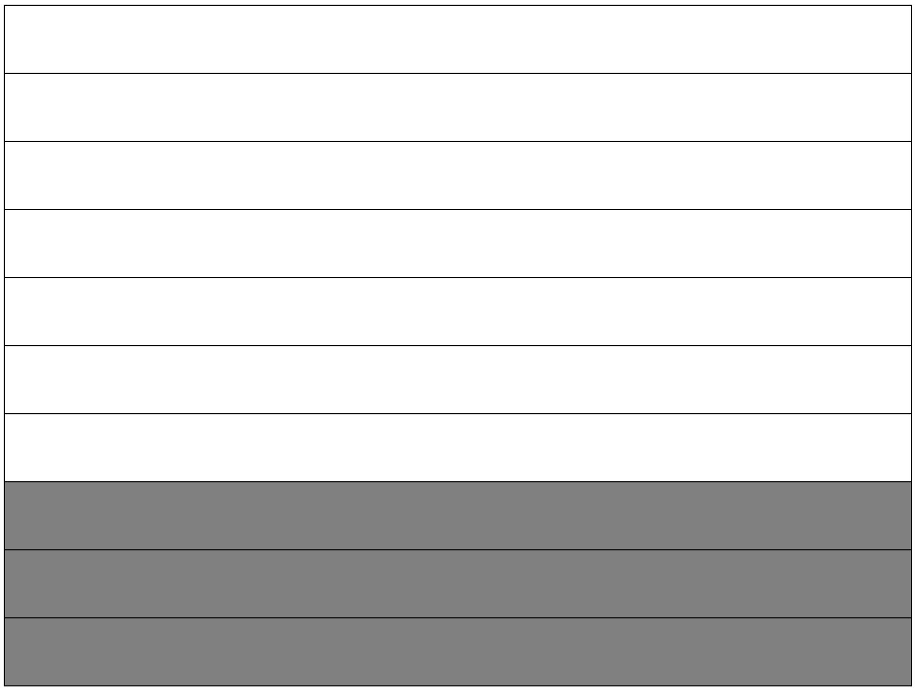
LICAO 3

Atividade 6

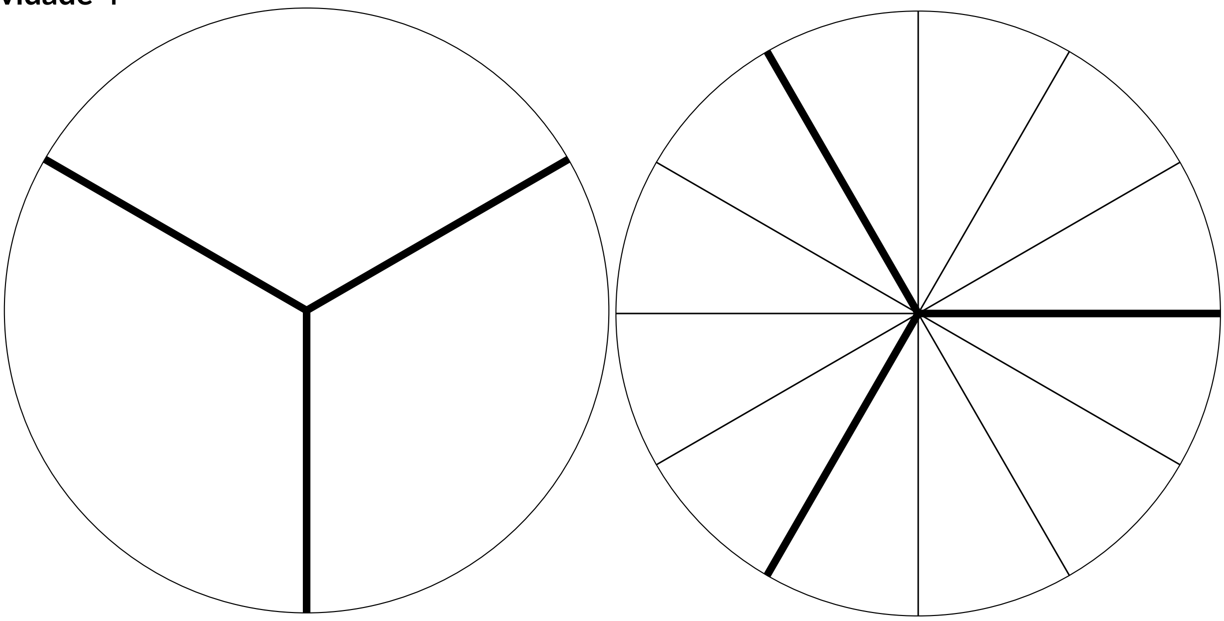
Atividade 7

LICAO 4

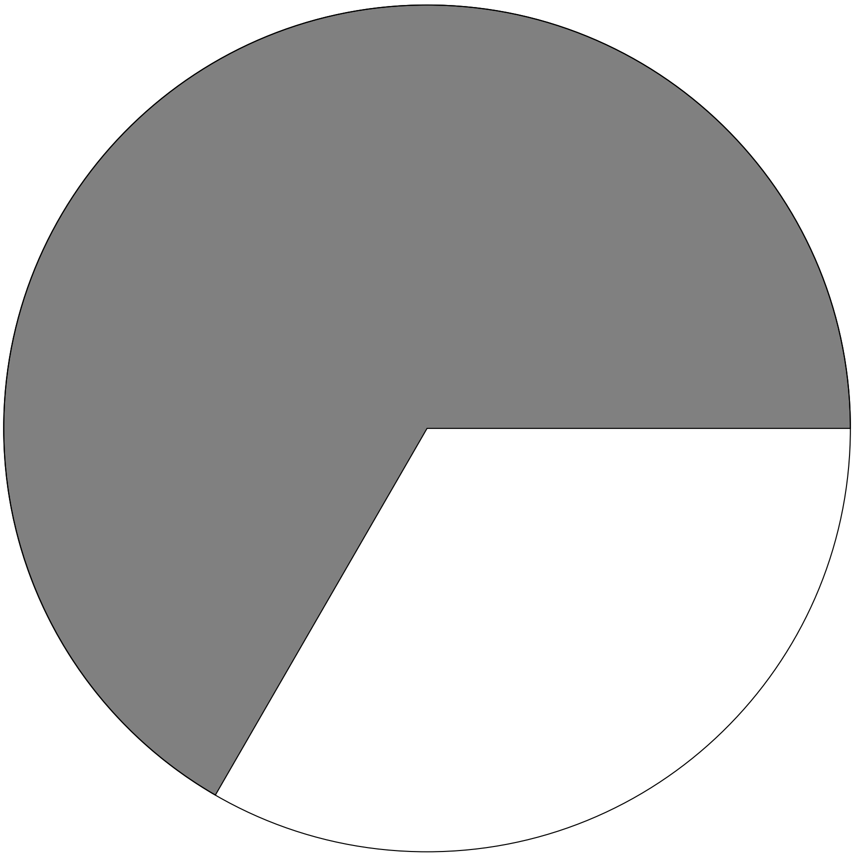
Atividade 2



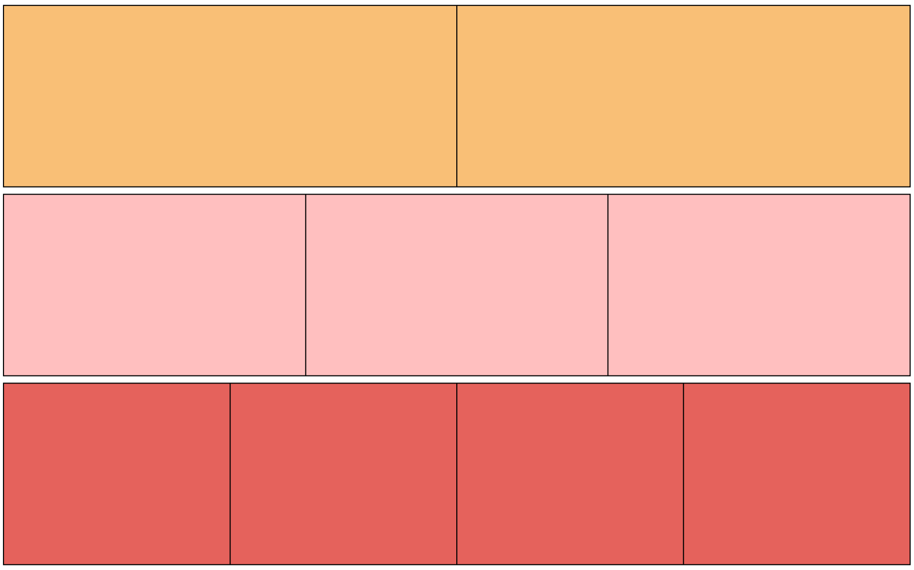
Atividade 4

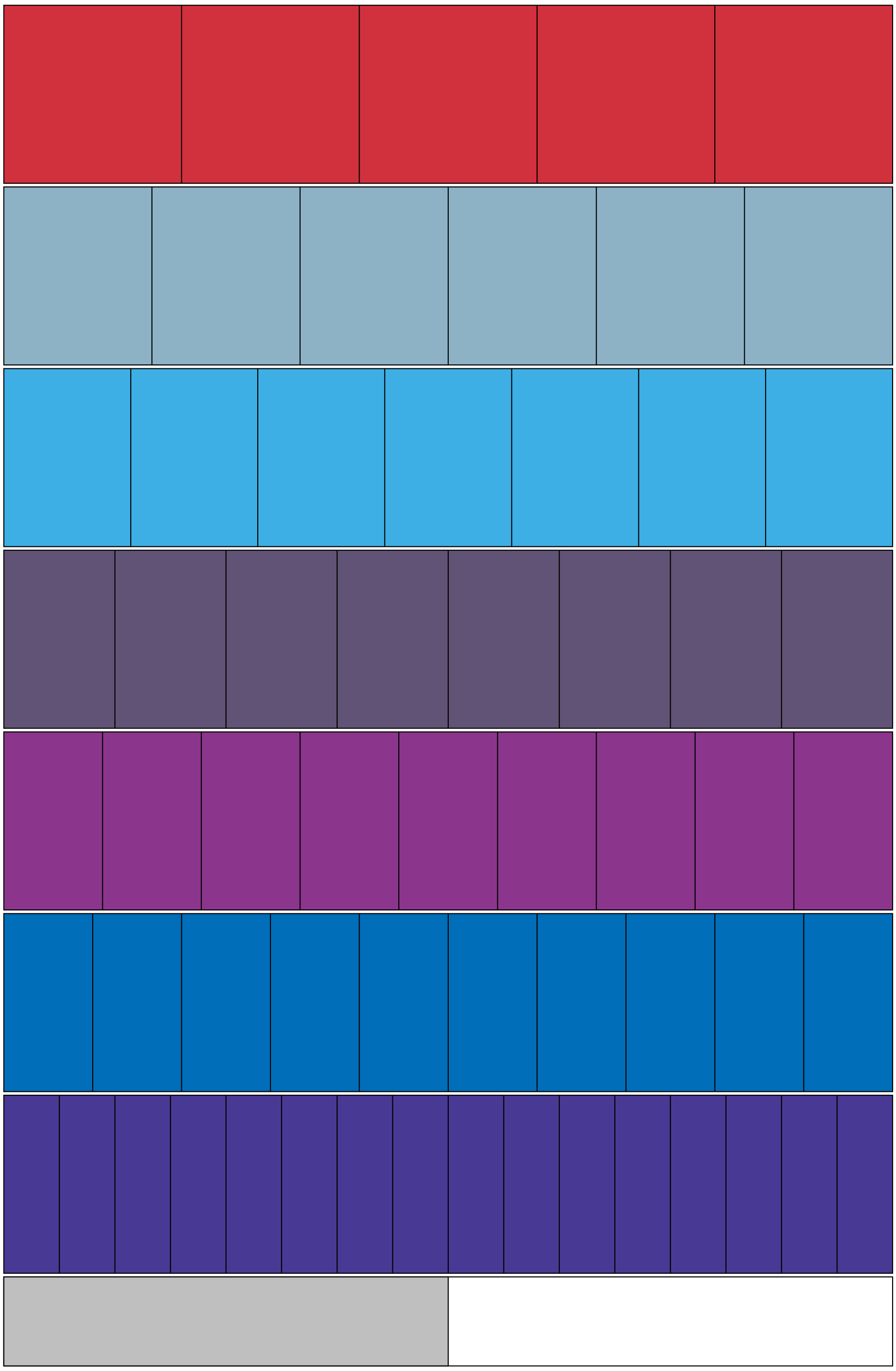


Atividade 5

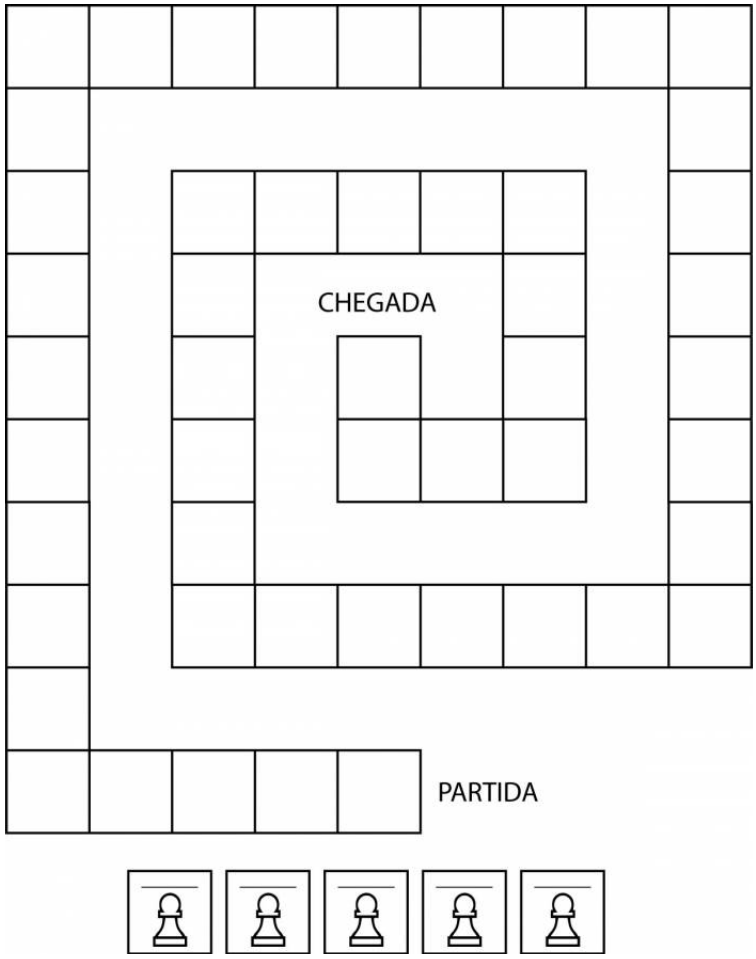


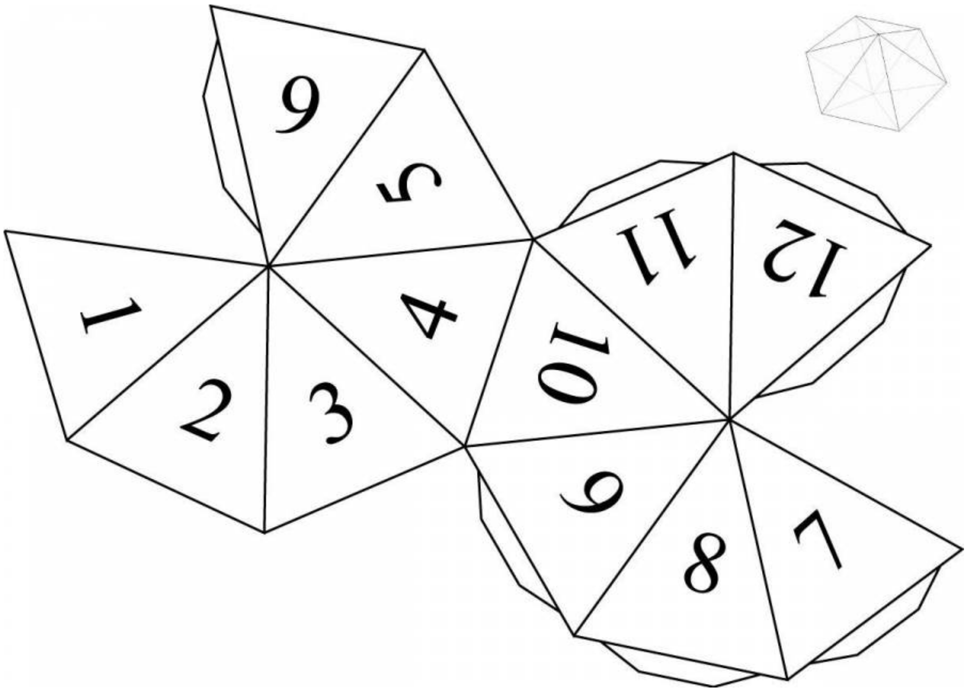
Atividade 6





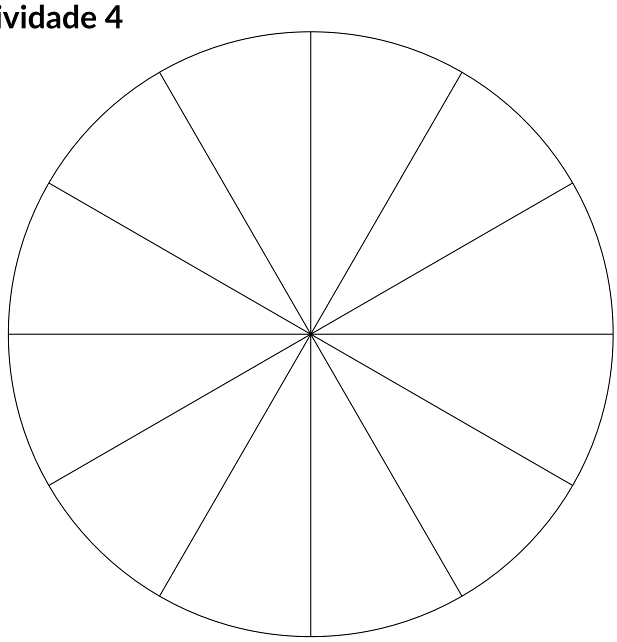
Atividade 20





LIÇÃO 5

Atividade 4



Referências Bibliográficas

[1] Behr, Merlyn J.; Wachsmuth, Ipke; Post, Thomas R.; Lesh, Richard. Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. Journal for Research in Mathematics Education, v. 15, n. 15, p. 323-341, 198 4.

[2] Confrey, J.; Maloney, A.; Nguyen, K.; Mojica, G.; Myers, M. Equipartitioning/Splitting as A Foundation of Rational Number Reasoning using Learning Trajectories. Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (p. 345–353). Thessaloniki, Greece, 2009.

[3] Cramer, Kathleen; Behr, Merlyn; Post, Thomas; Lesh, Richard. Rational Number Project: Initial Fraction Ideas. University of Minnesota, 2009.

[4] Empson, Susan B. Equal Sharing and Shared Meaning: The Development of Fraction Concepts in A First-Grade Classroom. Cognition and Instruction, v. 17, n. 3, p. 283-342, 1999.

[5] Freitag, Mark A. Mathematics for Elementary School Teachers: A Process Approach. Cengale Learning, 2014.

[6] Garcez, Wagner Rohr. Tópicos sobre O Ensino de Frações: Equivalência. Trabalho de Conclusão de Curso do PROFMAT, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2013.

[7] IES PRACTICE GUIDE WHAT WORKS CLEARINGHOUSE. Developing Effective Fractions Instruction for Kindergarten Through 8th Grade. Institute of Education

Sciences, 2010. - Este relatório oferece um conjunto de diretivas, procedimentos e cuidados no ensino de frações nas séries iniciais que foram compilados a partir de relatos de experiência e estudos científicos.

[8] Lewin, Renaio; López, Alejandro; Martínez, Salomé; Rojas, Daniela; Zanocco, Pierina. Números para Futuros Profesores de Educación Básica. ReFIP Matemática: Recursos para La Formación Inicial de Profesores Educación Básica. Ediciones SM Chile S.A., 2013.

[9] Litwiller, Bonnie H. Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions: 2002 Yearbook. National Council of Teache rs of Mathematics. 2002.

[10] Mathematics Navigator. Misconceptions and Errors. America's Choice. Pearson, 2016.

[11] McNamara, Julie; Shaughnessy, Meghan M. Beyond Pizzas and Pies, Grades 3-5, Second Edition: 10 Essential Strategies for Supporting Fraction Sense. Math Solutions Publications, 2015.

[12] MEC, Brasil. Números Racionais: Conceito e Representação (TP6). Programa Gestão da Aprendizagem Escolar GESTAR I. 2007.

[13] Monteiro, Cecília; Pinto, Hélio. Desenvolvendo O Sentido de Número Racional. Associação de Professores de Matemática, 2009.

[14] Musser, Gary L.; Peterson, Blacke E.; Burger, William F. Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach. John Wiley & Sons, Inc., 2014.

[15] Ni, Yujing. How Valid is It To Use Number Lines to Measure Children's Conceptual Knowledge about Rational Number? Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, v. 20, n. 2, p. 139-152, 2000.

[16] Pearn, Catherine; Stephens, Max. Why You Have To Probe To Discover What Year 8 Students Really Think about Fractions. MERGA 27, v. 2, p. 430-437, 2004.

[17] Pereira, Ana Paula Cabral Couto. O Ensino de Frações na Escola Básica: O Currículo Common Core nos EUA, Hung-Hsi Wu e Uma Análise Comparativa em Dois Livros Didáticos do PNLD. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional PROFMAT), Universidade Federal Fluminense, 2015.

[18] Petit, Marjorie M.; Laird, Robert E.; Marsden, Edwin L. A focus On Fractions: Bringing Research To The Classroom. Studies in Mathematical Thinking and Learning. Taylor & Francis, 2010.

[19] Post, Thomas R.; Wachsmuth, Ipke; Lesh, Richard; Behr, Merlyn J. Order and Equivalence of Rational Number: A Cognitive Analysis. Journal for Research in Mathematics Education v. 16, v. 1, p. 18-36, 1985.

[20] Pothier, Yvone; Sawada, Daiyo. Partitioning: The Emergence of Rational Number Ideas in Young Children. Journal for Research in Mathematics Education, v. 14, n. 4, p. 307-317, 1983.

[21] Schliemann, Analúcia; Carraher, David W.; Caddle, Mary C. From Seeing Points To Seeing Intervals in Number Lines in Graphs. Em: Brizuela, Bárbara M.; Gravel, Brian E. (Ed.). Show Me What You Know, Teachers College, Columbia University, 2013.

[22] Small, Marian. Uncomplicating FRACTIONS To Meet Common Core Standards in Math, K-7. Teachers College Press, 2013.

[23] Spangler, David B. Strategies for Teaching Fractions: Using Error Analysis for Intervention and Assessment. Corwin, 2011.

[24] Tierney, Cornelia; Berle-Carman, Mary. Fractions: Fair Shares. Investigations in Number, Data, and Space. Dale Seymour Publications, 1998.

[25] Tierney, Cornelia. Different Shapes, Equal Pieces: Fractions and Area. Investigations in Number, Data, and Space. Scott Foresman, 2004.

[26] Thomaidis, Yannis; Tzanakis, Constantinos. The Notion of Historical "parallelism" Revisited: Historical Evolution and Students' Conception of The Order Relation On The Number Line. Educational Studies in Mathematics, v. 66, p. 165-183, 2007.

[27] Vamvakoussi, Xenia; Vosniadou,Stella. Bridging the Gap Between the Dense and the Discrete: The Number Line and the "Rubber Line" Bridging Analogy. Mathematical Thinking and Learning, v. 14, n. 4, p. 265-284, 2012. DOI: 10.1080/10986065.2012.717378. - Este artigo faz um resumo histórico de como a noção de densidade surgiu.

[28] Vance, James H. Understanding Equivalence: A Number by Any Other Name. School Science and Mathematics, v. 92, n. 5, p. 263-266, 1992.

[29] Van de Walle, John A. Matemática no Ensino Fundamental. Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Sexta edição. Artmed, 2009.

[30] Ventura, Hélia Margarida Gaspar Lopes. A Aprendizagem de Números Racionais através das Conexões entre As Suas Representações: Uma Experiência de Ensino no 2.o Ciclo do Ensino Básico. Tese de doutorado, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2013.

[31] Wu, Hung-Hsi. Understanding Numbers in Elementary School Mathematics. American Mathematical Society, 2011.