

## 春天的 BBQ

1. 甲、乙、丙、丁四名教师带领学生参加校园植树活动，教师随机分成三组，每组至少一人，则甲、乙在同一组的概率为

A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{2}$

2. 平面向量  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  相互垂直，已知  $\mathbf{a} = (6, -8)$ ， $|\mathbf{b}| = 5$ ，且  $\mathbf{b}$  与向量  $(1, 0)$  的夹角是钝角，则  $\mathbf{b} =$ \_\_\_\_\_

A.  $(-3, -4)$                       B.  $(4, 3)$                       C.  $(-4, 3)$                       D.  $(-4, -3)$

3. 某工厂生产的产品的质量指标服从正态分布  $N(100, \sigma^2)$ 。质量指标介于 99 至 101 之间的产品为良品，为使这种产品的良频率达到 95.45%，则需调整生产工艺，使得  $\sigma$  至多为\_\_\_\_\_。（若  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则  $P\{|X - \mu| < 2\sigma\} = 0.9545$ ）

4. 若  $P, Q$  分别是抛物线  $x^2 = y$  与圆  $(x - 3)^2 + y^2 = 1$  上的点, 则  $|PQ|$  的最小值为\_\_\_\_\_

5. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  在区间  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  单调, 其中  $\omega$  为正整数,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ , 且  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 。

(1) 求  $y = f(x)$  图像的一条对称轴;

(2) 若  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\varphi$ 。

