

指数与对数函数

——学好数学，能让你风情万种

1. 为保证信息安全传输，有一种系统称为秘密密钥密码系统，其加密、解密原理如下：

明文 x $\xrightarrow{\text{加密密钥系统}}$ 密文 t $\xrightarrow{\text{发送}}$ 密文 t $\xrightarrow{\text{解密密钥系统}}$ 明文 y 。现在加密密钥为 $t = 2a^{x+1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)，解密密钥为 $y = 3t - 5$ ，过程如下：发送方发送明文“1”，通过加密后得到密文“18”，再发送密文“18”，接收方通过解密密钥解密得明文“49”。若接收方接到明文“4”，则发送方发送的明文为_____

- A. $-\log_3 2$ B. $\log_3 \frac{3}{2} + 1$ C. 162 D. $\log_3 \frac{7}{2} - 1$

2. 下列函数中，值域为 $(0, +\infty)$ 的是_____

- A. $y = x^2$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = 2^x$ D. $y = |\log_2 x|$

3. 函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-6x+5}$ 的单调递减区间为_____

- A. \mathcal{R} B. $[-3, 3]$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$

4. 方程 $1 + \log_2 x = \log_2(x^2 - 3)$ 的解为_____

便纵有万种风情，更与何人说？

5. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_4 = 0$, $a_5 = 5$, 则_____

A. $a_n = 2n - 5$

B. $a_n = 3n - 10$

C. $S_n = 2n^2 - 8n$

D. $S_n = \frac{1}{2}n^2 - 2n$

6. 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ 有下述四个结论:

① $f(x)$ 是偶函数

② $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 单调递增

③ $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 有 4 个零点

④ $f(x)$ 的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是_____

A. ①②④

B. ②④

C. ①④

D. ①③

7. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____

8. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 设 $(\sin B - \sin C)^2 = \sin^2 A - \sin B \sin C$.

(1) 求 A 。

(2) 若 $\sqrt{2}a + b = 2c$, 求 $\sin C$ 。



便纵有万种风情, 更与何人说?