Le Web -Activité « Pagerank »

Cette activité permet d'expérimenter la mise en œuvre de **l'algorithme PageRank** dans une version très simplifiée. Le moteur de recherche a sélectionné un certain nombre de pages représentés par des lettres.

On considère ici un internaute qui clique au hasard sur un hyperlien présent sur une page et ainsi de suite.

<u>Problématique</u> : quel site possède la plus grande popularité ?

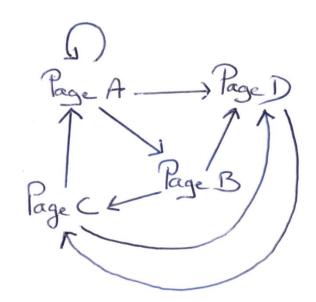
I/ Simulation du PageRank à l'aide d'un dé

Voici un **graphe orienté** représentant les liens existants entre 4 pages Web.

Une flèche signifie qu'il existe un hyperlien allant de la page actuelle vers la page ciblée.

Voici les hyperliens présents par page :

- La page A permet de visiter la page B ou la page D ou de rester sur la page A.
- La page **B** permet de visiter la page C ou la page D.
- La page **C** permet de visiter la page C ou la page D.
- La page **D** permet de visiter la page C.



Le programme Python suivant permet de simuler le jet d'un dé à 6 faces non truqué (ou non pipé).

from random import randint
print(randint(1,6))

A l'aide ce programme à <u>recopier</u> et <u>exécuter</u> sur **Jupyter**, **simuler 50 clics au hasard d'un internaute**. **En déduire** <u>le pourcentage</u> de visite de chaque site et celui qui semble le plus populaire.

Page A: Page C:

Page B: Page D:

(-Oral-) Comparer les résultats obtenus, pourquoi sont-ils différents ? Comment faire pour limiter la **dispersion** des résultats ?

Appeler le professeur pour validation.

II/ Programmation du PageRank à l'aide de Python

Voici un programme écrit en Python permettant de simuler l'algorithme PageRank du graphe orienté précédent.

1/ Ecrire ce programme sur Python. On n'écrira pas les commentaires (en grisé, italique, après le #).

```
5 from random import choice
 6 from random import randint
8 # Répertorie les sites enregistrés par le moteur de recherche
9 nom = ["A","B","C","D"]
11 # Taille de la liste nom
12 \text{ szNom} = \text{len(nom)}
14 # Répertorie les hyperliens sortants de chaque site (à faire en fonction du graphe)
15 # 0 correspond au site "A", 1 correspond au site B etc.
16 hyperliens = [[0,1,3],[2,3],[0,3],[2]]
17
18 # Demande du nombre de tests souhaités converti en entier
19 # Ne pas dépasser 1 millions de tests
20 nbEtapes = int(input("Nombre de tests souhaités : "))
22 # Déclaration et initialisation de variables
23 nbVisites = []
                              # Nombre de fois où chaque site est visité
24 for i in range(0,szNom):
      nbVisites.append(0)
                              # Crée le tableau souhaité en fonction du nombre de sites
26
27 page = randint(0,szNom) # Site actuellement visité, valeur aléatoire au départ
28
29 for i in range(nbEtapes) :
   # Permet de sélectionner aléatoirement le futur site visité PARMI
30
     # les hyperliens disponibles du site en question
31
      page = choice(hyperliens[page])
32
33
34
      # On incrémente le nombre de fois où le site ainsi visité
35
      nbVisites[page] = nbVisites[page] + 1
36
37
38 # Pourcentage de visite de chaque site et affichage des résultats
39 for i in range(0,szNom):
      nbVisites[i] = 100.0 * nbVisites[i] / nbEtapes # Conversion implicite en float
      print(nom[i] + " = " + str(nbVisites[i]) + " %") # Affichage des résultats
```

2/ **Tester** pour 100 ; 1 000 ; 10 000 ; 100 000 et 1 000 000 de tests. **Compléter** le tableau ci-dessous après chaque test.

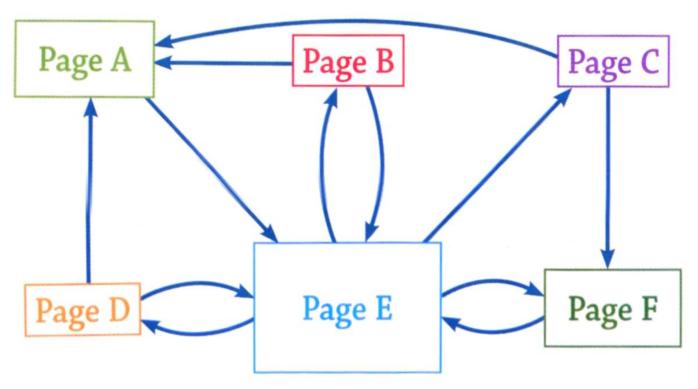
Nbre.Tests	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	Page A:				
%.Chaque.Page	Page B:				
	Page C:				
	Page D :				

3/ En déduire quelle page est la plus populaire en justifiant la réponse.

.....

III/ Améliorer la popularité d'un site

Voici un autre graphe orienté représentant une autre situation.



- 1/ **Copier-coller** dans Jupyter le programme à ce lien : https://github.com/lmayer65/SNT/blob/Private/Partie.l.Le%20Web/LeWeb.PageRank.ll.py
- 2/ Modifier ce programme pour qu'il corresponde au graphe orienté ci-dessus.
- 3/ **Tester** pour 100 ; 1 000 ; 10 000 ; 100 000 et 1 000 000 de tests. **Compléter** le tableau ci-dessous après chaque test.

Nbre.Tests	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	Page A:				
	Page B:				
%.Chaque.Page	Page C:				
	Page D:	Page D :	Page D :	Page D :	Page D :
	Page E :	Page E :	Page E :	Page E:	Page E :
	Page F:				

<u>A noter</u>: pour un million de tests, les résultats obtenus doivent être proches de ceux-là: https://github.com/lmayer65/SNT/blob/Private/Partie.I.Le%20Web/LeWeb.PageRank.Resultats.III.png

4/ **Vérifier** que si l'on remplace le lien de la page A vers la page E par un lien de la page A vers la page C, les popularités de A et C augmentent.

Aide: on modifiera le programme pour répondre à la question.

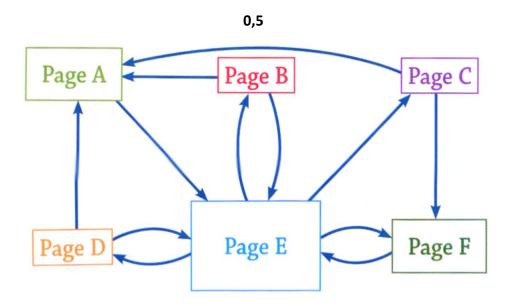
5/ Expliquer ce phénomène.

IV/ Aller plus loin : les matrices de transition

1/ Tout comme pour les arbres pondérés, **compléter** les probabilités d'aller d'une page à l'autre.

Exemple:

De la page C, on peut aller à la page A ou F. Il y a donc une probabilité de 0,5 d'aller à la page A (ou F).



2/

Compléter le tableau suivant.

Remarque: on écrira 0 s'il n'y a aucun lien.

Ce tableau (sans les cellules en bleu) représente une matrice de transition d'un état au suivant. En multipliant successivement suffisamment de fois cette matrice par elle-même, on est capable d'estimer l'état final qui correspond ici à la popularité de chaque site grâce aux valeurs de chaque colonne.

Vers	Α	В	С	D	Е	F
Α	0	0	0	0	1	0
В						
С	0.5					
D						
E						
F						

3/ Aller sur le site https://matrixcalc.org/fr/

Compléter la matrice A (il faut cliquer sur « + » pour augmenter le nombre de lignes/colonnes), **cocher** « Montrer les nombres décimaux » à **2 décimales**, **l'élever à la puissance 100** et **appuyer** sur entrée.

<u>Important</u> : écrire les nombres décimaux avec un point comme séparateur et non une virgule.

Vérifier alors que les résultats de chaque colonne correspondent à la popularité trouvée par le programme Python précédent ici :

https://github.com/lmayer65/SNT/blob/Private/Partie.I.Le%20Web/LeWeb.PageRank.Resultats.III.png.

Appeler le professeur pour validation.