

Examen Fizică Mecanică

A5. Obțineți modul fundamental și armonicele undelor staționare într-o coardă de chitară

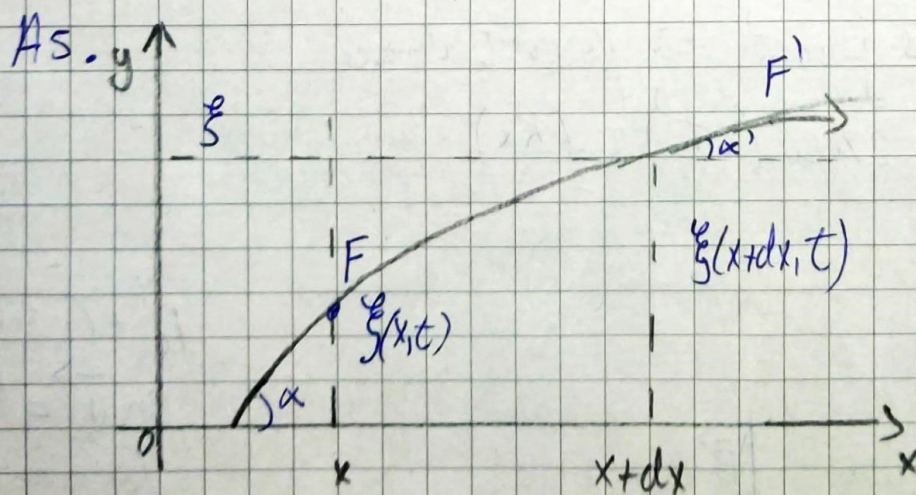
B1.1. Într-un experiment de rezonanță mecanică cu amortizare mică se obține o curbă de rezonanță la $B_{\max}/\sqrt{2}$ este $0,01 \text{ rad/s}$ aflați timpul de înjumătățire al oscilațiilor amortizate ($\ln 2 = 0,693$)

B2.5. Reprezentați schematic graficul elongației $x(t)$ a oscilației

liniar amortizate cunoscând pulsația oscilatorului (resortului) în absența amortizării $\omega = \pi \frac{\sqrt{17}}{8} \text{ s}^{-1}$ coeficientul de amortizare $b = \frac{\pi}{8} \text{ Kg/s}$, deplasarea inițială față de poziția de echilibru

$A_0 = 1 \text{ m}$, faza inițială a mișcării nulă și valorile $e^{-\frac{\pi}{4}} = 0,46$

$e^{-\frac{\pi}{2}} = 0,21$, $e^{-\frac{4\pi}{3}} = 0,21$, pentru intervalul de timp $t \in [0, 6] \text{ s}$



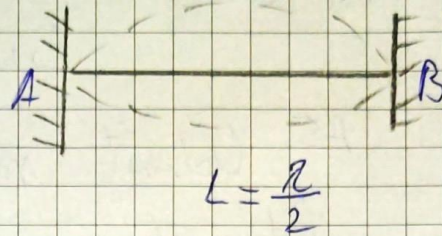
$$\tan \alpha = \frac{\partial y}{\partial x} = y'(x,t) \quad \tan \alpha \approx \sin \alpha$$

$$\tan \alpha' = y'(x+dx,t)$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \approx dx \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} = dx \sqrt{1 + f(x,t)^2} \approx dx$$

$$F \cos \alpha = F' \cos \alpha$$

$$F = F'$$



$$y(x,t) = y_+(t,x) + y_-(t,x) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \alpha) =$$

$$= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$y(t,L) = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(kL + \frac{\alpha}{2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow kL + \frac{\alpha}{2} = \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{și } L > 0$$

$$y(t,0) = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{(2m+1)\pi}{2} \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$kL = (2n+1 - 2m-1) \frac{\pi}{2} = i\pi, \quad i \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{i\pi}{k} = \frac{ic}{2} = \frac{ic}{2v} \Rightarrow$$

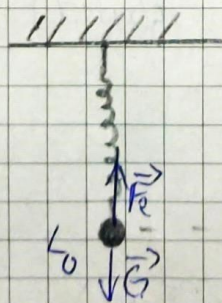
$$\Rightarrow v = \frac{ic}{2L}$$

$$f = \frac{c}{2L} \quad \text{cea mai mică frecvență } v \Rightarrow \text{modulul fundamental}$$

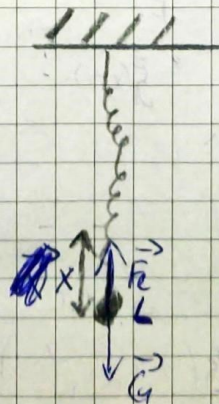
celelalte frecvențe \Rightarrow frecvențe armonice

$$y(x,t) = 2A \sin(\omega t) \sin(kx)$$

B11.



$$x = |L - L_0|$$



$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_e + \vec{G} &= 0 \\ m\vec{a} &= \vec{F}_e + \vec{G} \\ \vec{G} &= m\vec{g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\vec{a} = \vec{F}_e + m\vec{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot \ddot{x} = -Kx + m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \ddot{x}$$

$$\vec{F}_x = -Kx$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{K}{m} x = g \Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = g$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \\ v(t) = -x_0 \omega \sin \omega t + v_0 \cos \omega t \end{cases}$$

$$x^2(t) + \frac{v^2(t)}{\omega^2} = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cos \alpha \\ v_0 = \pm \omega A \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow x = A \cos \alpha \cos \omega t - A \sin \alpha \sin \omega t$$

$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t + \alpha)$$

$$B2.5 \quad \omega = \pi \frac{\sqrt{17}}{8} \text{ s}^{-1}$$

$$b = \frac{\pi}{8} \text{ Kg/s}$$

$$A_0 = 1 \text{ m}$$

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - b^2} = \sqrt{(\omega + b)(\omega - b)} = \sqrt{\left(\frac{\pi\sqrt{17}}{8}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{\pi^2}{4}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi\sqrt{17}}{8} > \frac{\pi}{8} \Rightarrow \omega > b \rightarrow \text{oscillazioni ammortizzate pseudoperiodiche}$$

$$x(t) = \frac{A_0}{2} e^{-bt} \left[e^{i(\omega' t + \alpha)} + e^{-i(\omega' t + \alpha)} \right] = A_0 e^{-bt} \cos(\omega' t + \alpha)$$

$$= e^{-\frac{\pi}{8}t} \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \alpha\right)$$

