

Examen CTI

Iunie 2020

1. Fie  $f: [0,1] \times [0,2] \rightarrow [0,\infty)$ ,  $f(x,y) = k(2x^2y + xy)$  cu  $x \in [0,1]$ ,  $y \in [0,2]$ ,  $k > 0$ , densitatea de probabilitate a vectorului aleator  $(X,Y)$ .

a). (0,5 p) Calculati constanta  $k$ .

b) (1p) Determinati functiile de densitate de probabilitate  $f_X$ ,  $f_Y$  corespunzatoare variabilelor aleatoare  $X$  si  $Y$ .

c). (0,5 p) Calculati  $E(Y)$ ,  $\text{Var}(Y)$ .

d) (0,5p) Calculati  $\text{Cov}(X,Y)$

2) Fie  $X,Y$  variabile aleatoare care au repartitia comuna data de tabelul:

| X \ Y | 0   | 1    | 2    |  |
|-------|-----|------|------|--|
| -1    | 0,2 | 0,15 | 0,1  |  |
| 0     | 0   | 0    | 0,15 |  |
| 1     | 0,1 | 0,2  | 0,1  |  |
|       |     |      |      |  |

i). (1p) Determinati repartitiile marginale.

ii) (1p) calculati  $E(X)$ ,  $\text{Var}(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\text{Var}(Y)$

iii) (0,5p) Calculati  $\text{cov}(X,Y)$ .

3. (1p) Fie  $X$  o variabila aleatoare continua cu densitatea

$$f: [0, \infty) \times (0, \infty) \rightarrow (0, \infty), f(x, \theta) = \frac{x^2}{16\theta^3} e^{-\frac{x}{2\theta}}, x \geq 0, \theta > 0.$$

Pentru o selectie de volum  $n$ , determinati un estimator al parametrului  $\theta$  prin metoda verosimilitatii maxime.