Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

martie 2021

Calcul Numeric – Laboratorul#3
Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei, Anul I

Algorithm 1: Metoda substituţiei descendente

Input: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$
Result: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

Pasul 1: $x_n = \dfrac{1}{a_{n,n}} \cdot b_n;$
Pasul 2: **for** $i \leftarrow n-1$ **to** 1 **do**

$$x_i \longleftarrow \frac{1}{a_{i,i}} \cdot \left[b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j \right]$$

end
Pasul 3: OUTPUT(x)
STOP.

Algorithm 2: Metoda de eliminare Gauss fără pivotare

Input: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$
Result: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ / mesaj de eroare

Pasul 1: Crează matricea extinsă a sistemului, $E = [A \mid b]$.
(Procesul de eliminare)
Pasul 2: **for** $i \leftarrow 1$ **to** $n-1$ **do**
Pasul 3: Caută cel mai mic întreg p , unde $i \leq p \leq n$ cu $a_{p,i} \neq 0$.
Dacă nu există niciun întreg p cu proprietatea de mai sus:
PRINT('Nu există soluţie unică!')
STOP.
Pasul 4: **if** $p \neq i$ **then**
$E_p \longleftrightarrow E_i$ (Schimbă linia p cu linia i)
end
Pasul 5: **for** $j \leftarrow 1+1$ **to** n **do**
Pasul 6: $m_{i,j} = \dfrac{1}{e_{i,i}} \cdot e_{j,i}$
Pasul 7: $E_j \longleftarrow E_j - m_{j,i} \cdot E_i$
end
end
Pasul 8: **if** $e_{n,n} = 0$ **then**
PRINT('Nu există soluţie unică!')
STOP.
end
(Extrage din matricea extinsă E matricea A rezultată şi vectorul b)
Pasul 9: $x =$ *substitutie_descendenta(A, b)*
Pasul 10: OUTPUT(x)
STOP.

Algorithm 3: Metoda de eliminare Gauss cu pivotare parţială

Input: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$
Result: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ / mesaj de eroare

Pasul 1: Crează matricea extinsă a sistemului, $E = [A \mid b]$.
(Procesul de eliminare)
Pasul 2: **for** $i \leftarrow 1$ **to** $n-1$ **do**
Pasul 3: Caută cel mai mic întreg p , unde $i \le p \le n$ cu proprietatea că $|e_{p,i}| = \max\limits_{j=\overline{i,n}} |e_{j,i}|$.
Dacă nu există niciun întreg p cu proprietatea de mai sus:
PRINT('Nu există soluţie unică!')
STOP.
Pasul 4: **if** $p \neq i$ **then**
$E_p \longleftrightarrow E_i$ (Schimbă linia p cu linia i)
end
Pasul 5: **for** $j \leftarrow 1+1$ **to** n **do**
Pasul 6: $m_{i,j} = \dfrac{1}{e_{i,i}} \cdot e_{j,i}$
Pasul 7: $E_j \longleftarrow E_j - m_{j,i} \cdot E_i$
end
end
Pasul 8: **if** $e_{n,n} = 0$ **then**
PRINT('Nu există soluţie unică!')
STOP.
end
(Extrage din matricea extinsă E matricea A rezultată şi vectorul b)
Pasul 9: $x =$ *substitutie_descendenta(A, b)*
Pasul 10: OUTPUT(x)
STOP.

– Exerciţii –

Ex. 1
Implementează in **Python** metodele **subs_desc**, **meg_fp** şi **meg_pp**. Pentru implementare, urmăreşte algoritmii de mai sus.

(a) În implementarea metodei **subs_desc**, verifică dacă:

- (i) Matricea A este pătratică;
- (ii) Matricea A este superior triunghiulară;
- (iii) Matricea A şi vectorul b sunt compatibili;
- (iv) Matricea A este inversabilă.

(b) În implmentarea metodelor de eliminare Gauss, verifică dacă:

- (a) Matricea A este pătratică;
- (b) Matricea A şi vectorul b sunt compatibili;
- (c) Matricea A este inversabilă.

Ex. 2 Foloseşte metodele de eliminare Gauss pentru a rezolva sistemul $A \cdot \underline{\boldsymbol{x}} = b$ unde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 8 \\ 17 \\ 10 \end{bmatrix}. \tag{1}$$