

Probabilități Laborator 10

Lucru cu v.a. discrete unidimensionale și bidimensionale

1. Fie variabila aleatoare discretă $X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3p & 4p & 2p & p & p \end{pmatrix}$, $p \in \mathbb{R}$. Să se determine:

- determinați parametrul real p
- funcția de repartiție a variabilei aleatoare X și să se reprezinte grafic.
- media și dispersia variabilelor $16X - 23$ și $3X - 2$.

2. Se dau variabilele aleatoare discrete $X : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$ și $Y : \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$.

Fie $k = P(X = 1, Y = -1)$. Să se determine:

- repartiția comună a variabilelor aleatoare X și Y
- coeficientul de corelație al variabilelor X și Y
- valorile parametrului k pentru care X și Y sunt necorelate; în acest caz să se testeze dacă X și Y sunt independente.

3. Se dau variabilele aleatoare independente: $X : \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & p & q \end{pmatrix}$ și

$Y : \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}-q & p \end{pmatrix}$, $p, q, a \in \mathbb{R}$. Să se determine parametrul real a astfel încât

variabila aleatoare $X - Y$ să aibă dispersia egală cu $\frac{4}{9}$. Stabiliți dacă valoarea parametrului real a influențează valoarea coeficientului de corelație dintre X și Y .

4. Fie variabila aleatoare discretă $X : \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 6 \\ 6p & 2p & 9p & p \end{pmatrix}$, $p \in \mathbb{R}$. Să se determine

parametrii reali a și b astfel încât variabila aleatoare $Y = aX + b$ să aibă media egală cu 57 și dispersia egală cu 75. Construiți apoi funcția de repartiție a variabilei aleatoare X și reprezentați-o grafic.

5. Se dau variabilele aleatoare discrete $X : \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$ și $Y : \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$.

Fie $k = P(X = -2, Y = 3)$.

- Să se construiască repartiția comună a variabilelor aleatoare X și Y .
- Să se determine parametrul real k astfel încât cele două variabile să fie necorelate.
- Pentru k de la punctul anterior să se verifice dacă variabilele X și Y sunt independente.

6. Fie variabila aleatoare discretă:

$$X : \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3p & 4p & 2p & p & p \end{pmatrix}, \quad p \in \mathbb{R}$$

- Determinați valoarea parametrului $p \in \mathbb{R}$
- Construiți funcția de repartiție a lui X și realizați graficul acesteia
- Calculați $E(3X - 2)$, $Var(6X - 3)$, $E(X + X^2)$
- Calculați $P(|X| < \frac{1}{2} / -1.25 < X < 0.75)$

7. Se consideră variabila aleatoare bidimensională (X, Y) , având repartiția:

$X \backslash Y$	-2	0	9	$P(X = X_i)$
-1	b	$2b$	0	
0	$3b$	$4b$	$5b$	
$P(Y = Y_j)$				

unde $b \in \mathbb{R}$.

- Să se determine tabloul repartiției variabilei aleatoare bidimensionale (X, Y) și repartițiile marginale.
- Să se studieze independența variabilelor aleatoare X și Y și să se calculeze $P(X \cdot Y \neq 0)$
- Să se calculeze dispersia variabilei aleatoare $3X - 2Y$.

8. Fie X și Y două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	-2	-1	0	1	p_i
-1	1/80	2/80	3/80		1/4
0	2/80	3/80	14/80	1/80	
1	3/80		1/80	2/80	1/4
2			2/80		
q_j	1/4			1/4	

Să se determine:

- repartiția comună a lui X și Y (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre X și Y
- v.a. condiționate $X|Y=0$ și $Y|X=2$ și mediile acestora
- $\text{Var}(-3Y+3)$
- $P(X<1, Y>-1)$

9. Fie X și Y două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	-2	-1	0	1	2	p_i
-1	1/10	1/50	3/50	1/50	1/10	
0		3/25		3/25		
1	2/25	1/50	7/50	1/50	2/25	
q_j	11/50		6/25		11/50	

Să se determine:

- repartiția comună a lui X și Y (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre X și Y
- v.a. condiționate $X|Y=0$ și $Y|X=1$ și mediile acestora
- $\text{Var}(3X+5)$
- $P(X<1, Y>0)$

10. Fie X și Y două v.a. discrete a căror repartiție comună incompletă este dată mai jos:

$X \backslash Y$	1	2	3	4	p_i
0	4/40	3/40	2/40		1/4
1		4/40	3/40	2/40	1/4
2	2/40	1/40		3/40	1/4
3	3/40		1/40	4/40	
q_i					

Să se determine:

- repartiția comună a lui X și Y (de completat tabelul!) și repartițiile marginale ale acestora
- coeficientul de corelație dintre X și Y
- v.a. condiționate $X|Y=3$ și $Y|X=1$ și mediile acestora
- $\text{Var}(-X+5)$
- $P(X < 1, Y > 3)$