Calcul Numeric – Laboratorul#6
Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei, Anul I

Algorithm 1: Diferenţe finite ascendente, descendente şi centrale pentru $f'(x)$ (**variantă*)

Input: $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n+2}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n+2}$, **method** $\in [{'ascendente'}, {'descendente'}, {'centrale'}]$
Result: $\mathbf{df} \in \mathbb{R}^n$

Pasul 1: **if method** $\in [{'ascendente'}]$ **then**
Pasul 2: **for** $i \leftarrow 2$ **to** $n+1$ **do**
$$df_{i-1} \longleftarrow \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i};$$
end
end
Pasul 3: **if method** $\in [{'descendente'}]$ **then**
Pasul 4: **for** $i \leftarrow 2$ **to** $n+1$ **do**
$$df_{i-1} \longleftarrow \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}};$$
end
end
Pasul 5: **if method** $\in [{'centrale'}]$ **then**
Pasul 6: **for** $i \leftarrow 2$ **to** $n+1$ **do**
$$df_{i-1} \longleftarrow \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}};$$
end
end
Pasul 7: OUTPUT(**df**)
STOP.

Algorithm 2: Interpolare cu funcţii spline liniare

Input: $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}$
Result: $\mathbf{t} \in \mathbb{R}$

Pasul 1: **for** $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
Pasul 2:   **if** $z \in [x_i, x_{i+1}]$ **then**

$a \longleftarrow y_i$;

$b \longleftarrow \dfrac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$;

$t \longleftarrow a + b \cdot (z - x_i)$;

STOP.

    end
end
Pasul 3: OUTPUT($\mathbf{t}$)
STOP.

Algorithm 3: Interpolare cu funcţii spline pătratice *(*variantă)*

Input: $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathbf{dfa} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}$
Result: $\mathbf{t} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{dt} \in \mathbb{R}$

Pasul 1: $b_1 \longleftarrow dfa$;

Pasul 2: **for** $i \leftarrow 1$ **to** $n-1$ **do**

$b_{i+1} \longleftarrow 2 \cdot \dfrac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} - b_i$;

end

Pasul 3: **for** $i \leftarrow 1$ **to** n **do**

$c_j \longleftarrow \dfrac{y_{i+1} - y_i - (x_{i+1} - x_i) \cdot b_i}{(x_{i+1} - x_i)^2}$;

end

Pasul 4: **for** $i \leftarrow 1$ **to** n **do**

    if $z \in [x_i, x_{i+1}]$ **then**

$t \longleftarrow y_i + b_i \cdot (z - x_i) + c_i \cdot (z - x_i)^2$;

$dt \longleftarrow b_i + 2 \cdot c_i \cdot (z - x_i)$;

STOP.

    end
end

Pasul 5: OUTPUT($\mathbf{t}$, $\mathbf{dt}$)
STOP.

– Exerciţii –

Ex. 1
Implementează în **python** *metoda diferenţelor finite ascendente, descendente şi centrale pentru* $f'(x)$ cu numele **deriv_num**. Pentru implementare, urmăreşte algoritmul de mai sus.

(a) Calculează derivata functiei $f(x) = 5\sin(2x) - 2\cos(3x) + 11.5x$ folosind diferenţe finite ascendente, descendente şi centrale pe domeniul $[-1, 1]$ folosind o discretizare a domeniului cu $N \in [20, 40, 70]$ puncte echidistante. Într-o figură nouă afişează, pentru fiecare N: derivata exactă a funcţiei şi derivatele obţinute cu diferenţe finite;

(b) Într-o altă figură afişează, pentru fiecare N, graficul erorii de aproximare a derivatelor obţinute cu diferenţe finite.

Ex. 2
Implementează în **python** *metoda de interpolare cu funcţii spline liniare* cu numele **spline_liniara** şi *metoda de interpolare cu funcţii spline pătratice* cu numele **spline_patratica**. Pentru implementare, urmăreşte algoritmii de mai sus.

(a) Foloseşte *metoda Lagrange (din laboratorul precedent)* şi metodele *spline* de interpolare pentru a obţine o aproximare a graficului funcţiei $f(x) = \sin(2x) - 2\cos(3x)$ pe domeniul $[-\pi, \pi]$. Pentru generarea graficului funcţiei exacte foloseşte o discretizare cu 100 de puncte echidistante a domeniului. Pentru interpolări, foloseşte o discretizare cu N puncte echidistante, unde $N \in [10, 15, 30]$.
Pentru fiecare N, generează o figură în care să afişezi graficul funcţiei exacte, nodurile de interpolare şi graficele aproximarilor date de interpolări.

(b) Într-o altă figură afişează, pentru fiecare N, graficul erorii de interpolare pentru fiecare metodă de interpolare.

Ex. 3
Foloseşte *metoda Lagrange din laboratorul precedent* şi metodele *spline* de interpolare pentru a obţine conturul căţeluşei *Frida* pe baza datelor cunoscute. Datele reprezintă coordonatele unor click-uri efectuate pe contur.

(a) Ce poţi observa pe masură ce numărul de date cunoscute creşte?

(b) Ce metodă ai alege pentru o aplicaţie de desenat contururi? De ce?