

Exerciții și probleme

Grafică pe calculator

0. Preliminarii

0.1 Calculați produsul vectorial $v \times w$, pentru $v = (1, 2, 0)$ și $w = (-3, 1, 0)$. Aceeași cerință pentru $v = (2, 4, 1)$ și $w = (-1, -1, 1)$.

0.2 Fie $A = (3, 1), B = (5, 3), C = (10, 8), D = (1, -1)$. Stabiliți dacă segmentele $[AB]$ și $[CD]$ se intersectează și, în caz afirmativ, determinați coordonatele punctului de intersecție.

0.3 Fie $A = (1, 2, 3), B = (3, 2, 5), C = (8, 6, 2), D = (-1, 0, 3)$, Stabiliți dacă segmentele $[AB]$ și $[CD]$ se intersectează și, în caz afirmativ, determinați coordonatele punctului de intersecție.

0.4 Fie P_1, P_2, P_3 trei puncte necoliniare din \mathbb{R}^3 . Considerăm ecuația planului $Ax + By + Cz + D = 0$ obținută prin dezvoltarea determinantului din ecuația planului. Verificați că $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_2P_3} = (A, B, C)$.

1. Primitive grafice

1.1 Câte triunghiuri vor fi desenate dacă între `glBegin(GL_TRIANGLES)` și `glEnd()` sunt enumerate 40 de vârfuri distincte?

1.2 Considerăm punctele $P_1 = (2, 3, 5), P_2 = (3, 4, 6), P_3 = (0, 3, 4), P_4 = (3, 2, 5)$. Stabiliți care este poziția lui P_4 față de $\Delta P_1P_2P_3$.

1.3 Considerăm punctele $A = (-1, 0, 1), B = (1, 0, 1), C = (1, 0, -1), D = (-1, -0, -1)$. În ce ordine trebuie indicate punctele pentru ca fața poligonului să fie orientată spre prelungirea axei Oy ?

1.4 Fie punctele $A = (2, 3, 0), B = (5, 4, 0), C = (0, 8, 0)$. Stabiliți ordinea în care trebuie indicate punctele astfel ca punctul $(-1, 2, 6)$ să fie în fața planului triunghiului determinat de ele.

1.5 Stabiliți care este poziția punctului $M = (a, b, c)$ (**alegeți a, b, c cu $c \neq 15$**) față de poligonul desenat de secvența de cod sursă

```
glFrontFace (GL_CCW);
glBegin(GL_QUADS);
    glVertex3i (-20, 2, 15);
    glVertex3i (-20, -2, 15);
    glVertex3i (20, -2, 15);
    glVertex3i (20, 2, 15);
glEnd();
```

1.6 Stabiliți natura virajelor din poligonul $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, pentru $P_1 = (1, 0)$, $P_2 = (4, 0)$, $P_3 = (7, 2)$, $P_4 = (5, 4)$, $P_5 = (8, 6)$, $P_6 = (0, 7)$.

1.7 Fie $\triangle P_1P_2P_3$ determinat de punctele de coordonate $P_1 = (0, 6)$, $P_2 = (9, 6)$, $P_3 = (5, 15)$. Determinați folosind arii un punct M care se află în interiorul $\triangle P_1P_2P_3$.

2. Transformări

2.1 Determinați numărul real λ astfel ca în planul proiectiv $\mathbb{P}^2\mathbb{R}$ să aibă loc egalitatea $[1, 2, 3] = [2, 4, \lambda^2 - \lambda]$.

2.2 Determinați punctul de la infinit al dreptei d din \mathbb{R}^3 având ecuațiile implicite

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2 = 0. \end{cases}$$

2.3 Stabiliți care este suma elementelor matricea 4×4 generată la apelarea funcției `gTranslatef(a, b, c)`, (**alegeți (a, b, c) nenul!**) .

2.4 Fie matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

și \mathbf{T}_A transformarea asociată.

a) Arătați că: (i) punctul real $P = [1, 1, 1, 1]$ este transformat în punctul real $[4, 3, 0, 3] = [\frac{4}{3}, 1, 0, 1]$, (ii) imaginea punctului real $Q = [1, 3, 6, 1]$ prin \mathbf{T}_A este punctul de la infinit $[8, 20, 0, 0]$, (iii) punctul de la infinit $R = [1, -1, 2, 0]$ are ca imagine punctul real $[-1, 5, 1, -2] = [\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}, 1]$.

b) Pentru transformarea \mathbf{T}_A , dați și alte exemple de puncte reale care au ca imagine puncte de la infinit și reciproc. Determinați mulțimea tuturor punctelor de la infinit care au ca imagine puncte de la infinit și stabiliți dimensiunea acestui loc geometric.

2.5 Determinați matricea compunerii dintre translația de vector $(2, 3, 1)$ și scalarea de factori $(-1, 3, 5)$. Care este rezultatul dacă cele două transformări sunt aplicate în ordine inversă?

3. Reprezentarea scenelor 3D

3.1 Se presupune că s-a apelat funcția `gluLookAt(1, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 0)`. Calculați versorul care direcționează versorul din planul de vizualizare.

3.2 Care sunt valorile implicite pentru verticala din planul de vizualizare, indicată în funcția `gluLookAt`?

3.3 Se apelează funcția `glOrtho(10, 30, 20, 40, 5, 10)`. Calculați suma elementelor de pe diagonala principală a matricei.

3.4 De ce în cazul funcției `glFrustum` sunt necesari șase parametri, iar în cazul funcției `gluPerspective` doar patru?.

3.5 Se apelează funcția `glOrtho(10, 30, ywmin, ywmax, dnear, dfar)`. Dați un exemplu un set de valori pentru `ywmin`, `ywmax`, `dnear`, `dfar` astfel încât suma elementelor de pe diagonala principală să fie 0 .

3.6 La apelarea funcției `gluOrtho2D (-10,10,-20,20)`, dreptunghiul decupat are aria egală cu:

3.7 Se apelează funcția `glFrustum(-50,50,-10,10,3,300)`. Calculați matricea asociată:

4. Iluminare

4.1 Care este vectorul de poziție implicit pentru o sursă de lumină?

4.2 Care este combinația RGB corespunzătoare unui vârf cu proprietățile de material `GL_EMISSION` (0.3, 0.4, 0.1), `GL_AMBIENT` (1.0, 0.4, 0.5), dacă `GL_LIGHT_MODEL_AMBIENT` este (0.4, 0.5, 0.2) și nu este activată nicio sursă de lumină?

4.3 Determinați valoarea termenului difuz (*diffuse term*) pentru un vârf de coordonate (2, 3, 4) cu proprietățile de material `GL_DIFFUSE`=(0.3, 0.4, 0.2) știind că normala la suprafață în vârful respectiv este (0, 0, 1) și sursa de lumină este situată în punctul (3, 4, 3).

4.4 Care este factorul de atenuare implicit pentru o sursă aflată la distanța 5 de un vârf?

4.5 Determinați valoarea termenului difuz (*diffuse term*) pentru un vârf de coordonate (2, 4, 3) cu proprietatea de material neprecizată explicit știind că normala la suprafață în vârful respectiv este $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$ și sursa de lumină, cu `GL_DIFFUSE` dat de (α, β, γ) (**alegeți** $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$), este situată în punctul (2, 4, 4).

4.6 Presupunem că avem o sursă de lumină punctuală cu `GL_DIFFUSE`=(0.2, 0.3, 0.4) situată în punctul $O = (0, 0, 0)$. Se consideră patrulaterul $ABCD$, cu $A = (4, 1, 2)$, $B = (7, 1, 2)$, $C = (7, 3, 2)$, $D = (a, b, 2)$. **Alegeți** a, b astfel ca punctul D să fie în exteriorul triunghiului ABC , justificând alegerea făcută.

a) Alegeți un punct M pe una dintre laturile patrulaterului $ABCD$ (diferit de vârfuri) și alegeți o proprietate de material `GL_DIFFUSE` nenulă. Calculați valoarea termenului difuz în punctul respectiv, știind că normala este cea determinată de patrulater, iar punctul O este în fața acestuia.

b) Dați exemplu de puncte A_1 și A_2 astfel ca A_1 să fie situat în interiorul umbrei patrulaterului $ABCD$, iar A_2 să fie în exteriorul acesteia (proiecția este realizată pe planul $z = 4$). Justificați!

4.7 Dați exemplu un set de valori astfel încât attenuation factor să fie 0.25 știind că $d=4$.

4.8 Dați exemplu un set de valori pentru apelurile `GL_AMBIENT` pentru lumină și `GL_AMBIENT` pentru material astfel încât ambient term să fie (0.5, 0.2, 0.32).

5. Efecte vizuale

5.1 Se presupune că se utilizează modelul de amestecare în care factorul sursă are toate componentele egale cu `GL_SRC_ALPHA`, iar factorul destinație `GL_ONE_MINUS_SRC_ALPHA`. Se desenează un pătrat verde, apoi un pătrat roșu. Care va fi combinația RGB în zona de suprapunere, dacă fundalul este $(0.0, 0.0, 0.0, 1.0)$ și ambele pătrate au componenta `ALPHA` = 0.5?


5.2 Este aplicat modelul de ceață exponențial-pătratic. Pentru densitatea ceții $\rho = \dots\dots\dots$ (alegeți ρ) și $z = 0.4$, factorul ceață este egal cu $\dots\dots\dots$.

5.3 Care este valoarea implicită a funcției f (factor ceață) pentru $z = 3$?

6. Texturare

6.1 Se presupune că punctelor $(8.0, 7.0)$, $(6.0, 11.0)$, $(13.0, 13.0)$ din spațiul de modelare le sunt asociate coordonatele de texturare $(0.2, 0.4)$, $(0.6, 0.8)$, respectiv $(0.2, 0.2)$. Care sunt coordonatele de texturare ale punctului $(10.0, 11.0)$?

6.2 Se presupune că am generat o textură reprezentând o tablă de șah 8×8 și că aceasta este apelată folosind coordonatele de texturare $(0.0, 0.0)$, $(2.0, 0.0)$, $(2.0, 2.0)$, $(0.0, 2.0)$ și opțiunea `GL_REPEAT`. Câte pătrățele albe apar? (fondul este negru)


6.3 Pe un fundal verde este desenat un pătrat folosind textura ; coordonatele de texturare asociate vârfurilor pătratului sunt $(0.0, 0.0)$, $(2.0, 0.0)$, $(2.0, 2.0)$, $(0.0, 2.0)$, iar opțiunea utilizată este `GL_CLAMP`. Care este raportul dintre suprafața colorată cu alb și cea colorată cu negru?

7. Probleme de sinteză

7.1 Fie codul sursă

```
glTranslatef(10.0, 20.0, 2.0);
glScalef(0.5, 2.0, 0.0);
glBegin(GL_LINES)
    glVertex2i(30, 50);
    glVertex2i(70, 40);
glEnd();
```

a) Care sunt coordonatele mijlocului segmentului randat?

b) Se aplică textura 1D  astfel încât $(30, 50)$ are coordonatele de texturare $(0, 0)$ și $(70, 40)$ are coordonatele de texturare $(3, 0)$, opțiunea fiind `GL_REPEAT`. Fie N mijlocul lui $[AM]$, unde M este mijlocul lui $[AB]$ și $A = (30, 50)$, $B = (70, 40)$. Ce culoare are N ?


c) Fie $Q = (29, 116)$. Stabiliți dacă Q este pe segmentul randat și, dacă da, culoare pe care o are.

7.2 Se consideră secvența de cod sursă

```
glScalef (s1, s2, 0.0);
glTranslatef (t1, t2, t3);
```

`glRecti (a, b, c, d);`.

a) **Alegeți valori nenule pentru** $t_1, t_2, t_3, s_1, s_2, a, b, c, d$; $s_1 \neq 1, s_2 \neq 1, s_1 \neq s_2, a < c, b < d$ astfel ca în urma aplicării acestei secvențe de cod sursă să fie obținut un pătrat cu centrul în origine.

b) Pentru alegerile făcute, aplicăm pătratului rezultat în urma transformării textura ; coordonatele de texturare asociate vârfurilor pătratului sunt (0,0) (stânga jos), (4,0) (dreapta jos), (4,3) (dreapta sus), (0,3) (stânga sus), iar fundalul este roșu. Stabiliți care este raportul dintre aria colorată cu alb și cea colorată cu negru, știind că este utilizată opțiunea `GL_CLAMP`.

7.3 Se aplică funcția `gluLookAt(3,5,7,1,5,7,0,0,1)`. Este desenat triunghiul determinat de vârfurile $A(0,3,7), B(0,7,7), C(0,4,9)$. Se presupune că se aplică o proiecție ortogonală cu parametri adecvați (adică, după aplicarea acestora, triunghiul este desenat complet). Să se arate că în randare triunghiul are o latură orizontală și să se stabilească dacă cel de-al treilea vârf este reprezentat deasupra sau dedesubtul acestei laturi.

7.4 Se aplică `glOrtho(-10,10,-10,10,0,10)`; . În funcția de desenare se apelează

```
GLfloat a;  
glTranslatef(0.0,0.0,a);  
glColor3f(1.0,0.0,0.0);  
glutSolidSphere (3.0,100,100);
```

Ce arie va avea figura desenată cu roșu dacă (i) $a=-5.0$; (ii) $a=-12.0$?

7.5 Se aplică `glOrtho(-10,10,-10,10,0,10)`; . În funcția de desenare se apelează

```
glColor3f(0.0,0.0,1.0);  
glBegin(GL_QUADS);  
glVertex3f(-2.0, 3.0,-2.0);  
glVertex3f(2.0, 3.0,-2.0);  
glVertex3f(2.0, -2.0,-8.0);  
glVertex3f(-2.0, -2.0,-8.0);  
glEnd();
```

Ce arie va avea figura desenată cu albastru?

7.6 Se utilizează proiecția ortogonală `glOrtho(-10,10,-10,10,0,10)`; . Este posibil ca prin utilizarea (apelarea) a doar trei vârfuri să fie randat un patrulater? Dați un exemplu concret!

7.7 Se utilizează o proiecție perspectivă. Observatorul este situat în punctul $O = (0,0,0)$, iar planul de vizualizare este $z = 1$, dreptunghiul delimitat în acest plan fiind determinat de punctele $(-2,-2,1), (-2,2,1), (2,2,1), (2,-2,1)$. Dați exemplu de patrulater situat în planul $z = 2$ care să fie proiectat într-un dreptunghi de arie 1.