! 10 APRILIE TEST 1 SEMINAR

Fie un poligon convex $(A_1, A_2, \dots A_n)$. Alegem 3 vf. consecutive având coord. $A(x_1, y_1, z_1)$.

Ec. planului are forma:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$ (EX TEST)

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

$$B = -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Puncte din față/spate/plan

$\pi(x,y,z) = Ax + By + Cz + D$

Fie un pct. M. Dacă:

- $\pi(M) = 0$ - pct. M e în plan
- $\pi(M) < 0$ - pct. M e în spate
- $\pi(M) > 0$ - pct. M e în față

<u>Ex</u>: $4x - 3y + 2z - 4 = 0$

- în plan: $(3,4,2)$, $(0,0,2)$
- în spate: $(-2,1,3)$, $(-1,1,-1)$
- în față: $(0,0,3)$, $(5,0,1)$

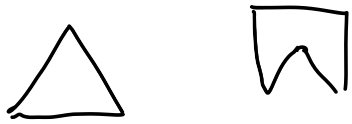
Normala la plan

- indică fața planului

$N = (A, B, C)$

$$n = \frac{(A,B,C)}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

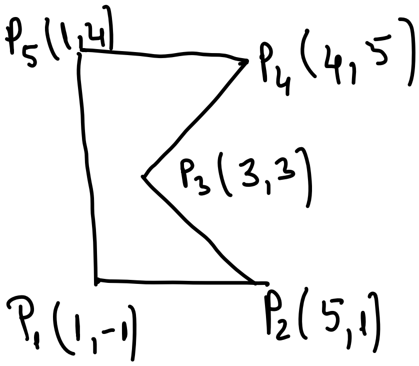
Poligoane convexe / concave



convex concav

T: Poligonul P e convex $\Leftrightarrow$ toate prod. de forma $\overrightarrow{P_{i-1}P_i} \times \overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ au pe ultima componentă același semn.

Ex:



$\overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1 = (4,0,0)$

$\overrightarrow{P_2P_3} = P_3 - P_2 = (-2,2,0)$

$\overrightarrow{P_3P_4} = P_4 - P_3 = (1,2,0)$

$\overrightarrow{P_4P_5} = P_5 - P_4 = (-3,1,0)$

$\overrightarrow{P_5P_1} = P_1 - P_5 = (0,-3,0)$

- $P_1P_2 \times P_2P_3 = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (0,0,\underline{8})+$

- $P_2P_3 \times P_3P_4 = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (0,0,-6)$

1 l, u.c

2.l u.c

3 lin u.col.

EXERCIȚII:

1. Fie P_1, P_2, P_3 și ec. planului $Ax+By+Cz+D=0$

$$\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_2P_3} = (A, B, C) \quad (\text{Adev.!})$$

$P_1(x_1, y_1, z_1)$
$P_2(x_2, y_2, z_2)$
$P_3(x_3, y_3, z_3)$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = P_2 - P_1 = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$\overrightarrow{P_2P_3} = P_3 - P_2 = (x_3 - x_2, y_3 - y_2, z_3 - z_2)$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_2P_3} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_2 & 1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_2 & 1 \\ z_2 - z_1 & z_3 - z_2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y_2 - y_1)(z_3 - z_2) - (y_3 - y_2)(z_2 - z_1) \\ -(x_2 - x_1)(z_3 - z_2) + (x_3 - x_2)(z_2 - z_1) \\ +(x_2 - x_1)(y_3 - y_2) - (x_3 - x_2)(z_2 - z_1) \end{array} \right. =$$

$= \ldots$

$$A = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = (y_2 z_3 - y_3 z_2) - (y_1 z_3 - y_3 z_1) + (y_1 z_2 - y_2 z_1)$$

$$B = -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = -(x_2 z_3 - x_3 z_2) - (x_1 z_3 - x_3 z_1) + (x_1 z_2 - x_2 z_1)$$

$$C = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (x_2 y_3 - x_3 y_2) - (x_1 y_3 + x_3 y_1) + (x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

2. $A(1,1,1)$
$B(4,-1,0)$
$C(0,3,0)$
$D(2,2,-1)$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3+1 = 4$$

$$B = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$D = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -12$$

ec: $4x+4y+4z-12=0$

- în plan: $(0,0,3)$ și $(1,1,1)$
- în spate: $(1,0,1)$ și $(1,0,0)$
- în față: $(5,7,1)$ și $(3,2,1)$