Calcul Numeric Examen - proba scrisă – Calculatoare și Tehnologia Informației, Anul I

INSTRUCŢIUNI:

- 1. Toate problemele sunt obligatorii.
- 2. TIMP DE LUCRU: 2 ore
- 3. Rezolvările problemelor corespunzătoare acestui test vor fi trimise prin email de pe adresa instituțională:
 - ca fişier .pdf, cu denumirea Nume_Prenume_Grupa_Examen_Proba_Scrisa.pdf
 - la adresele:
 - razvan.sfetcu@unibuc.ro si;
 - andreea-paula.marinescu@unibuc.ro.
 - $\bullet\,$ vor avea următoarea linie de subiect:

Examen CN - Nume şi prenume student, Grupa 16X

4. Termenul limită de trimitere prin email a rezolvărilor problemelor: 18 iunie 2021, orele 12:00.

Oficiu: 1 punct

Ex. 1 (2 puncte) Să se rezolve sistemul de mai jos, folosind metoda Gauss cu pivotare totală:

$$\begin{cases} x - y - 2z = 7 \\ x + y - 3z = -3 \\ x + 2y - z = 12. \end{cases}$$

Ex. 2. (2 puncte) Determinați factorizarea LU, folosind metoda Gauss fără pivotare, pentru matricea:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ex. 3. (1.5 puncte) Fie $f:[0,5] \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 4^x + 3 \cdot 3^x - 11 \cdot x^2.$$

Folosind metoda Newton cu diferențe divizate, determinați polinomul Lagrange de interpolare $P_2(x)$ al funcției f, relativ la diviziunea (0,3,5).

Ex. 4.

(a) (2 puncte) Aproximați integrala

$$I = \int_{1}^{4} \left(3 \cdot x^{6} + 6 \cdot x^{5} + \frac{3}{2} \cdot x^{3} + 9 \cdot x^{2} \right) dx,$$

folosind formula de cuadratură sumată a trapezului, pentru m=3.

(b) (0.5 puncte) Calculați eroarea absolută a aproximării de la punctul (a).

Ex. 5. Fie $f:[a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ o funcție, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, $a=x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_{n+1} = b$ o diviziune a intervalului [a,b] și polinomul

$$P_n(x) = f[x_1] + f[x_1, x_2](x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2) + a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \dots + a_{n+1}(x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_n)$$
 astfel încât $P_n(x_3) = f(x_3)$.

- $\text{(a) } (0.75 \text{ puncte}) \quad \text{Arătaţi că } f[x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_3] f[x_1]}{(x_3 x_1)(x_3 x_2)} \frac{f[x_1, x_2]}{(x_3 x_2)}.$
- (b) (0.25 puncte) Arătați că $a_3 = f[x_1, x_2, x_3]$.