262 CTI
Licu Mihai-George
A6 B8 C8

Examen Teoria Sistemelor

A) 6.

Problema A.

Desenaţi diagrama Bode aproximativă a amplificării pentru funcţia de transfer $H(s)$ dată mai jos.

Versiunea 6

$$H(s) = \frac{s^2\,(s+100)}{(s+1)(s+10)^2}$$

$$\left|H(s)_{s\to j\omega}\right| = \left|\frac{j^2\omega^2\,(j\omega+100)}{(j\omega+1\,)(j\omega+10)^2}\right|$$

Frecventele zerourilor sunt modul de unde se anuleaza numaratorul
$\omega = |0|\ dublu$; $\omega = |-\ 100|$

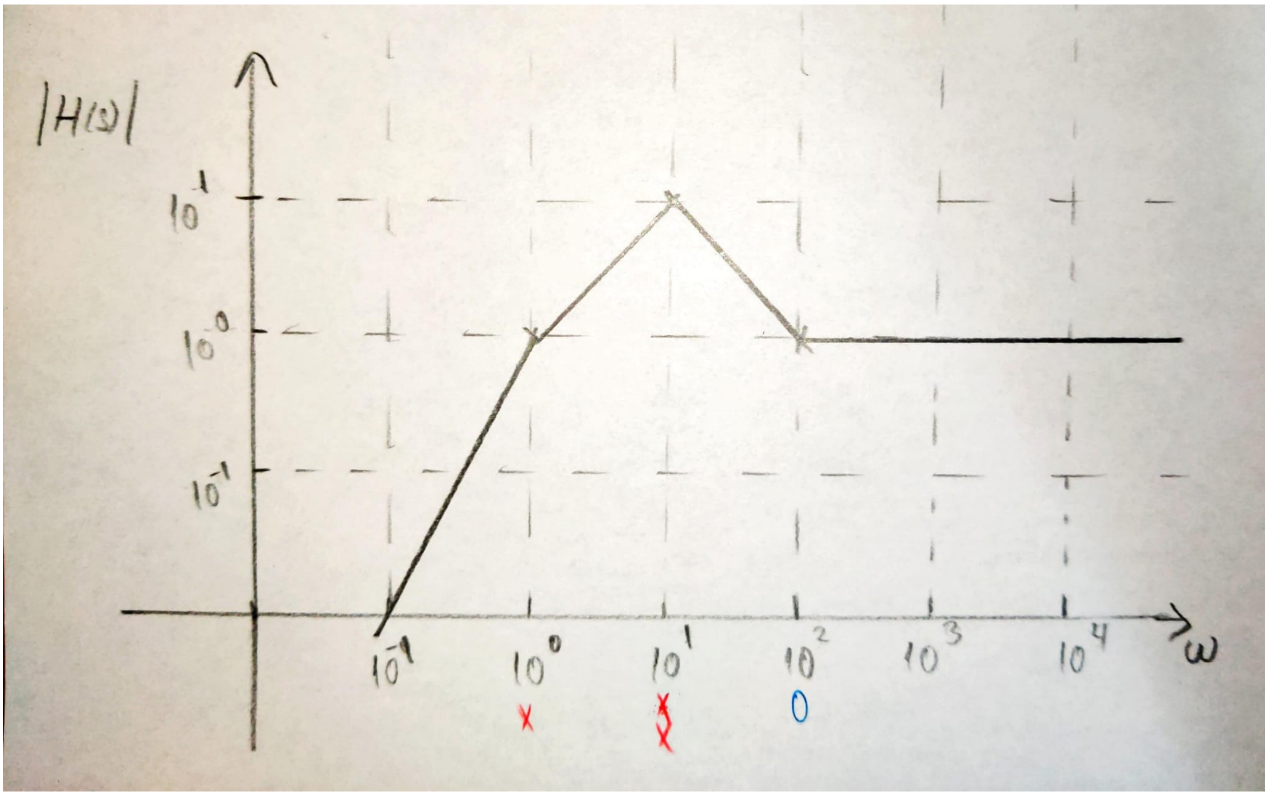
Frecventele polilor sunt modul de unde se anuleaza numitorul
$\omega = |-\ 1|$; $\omega = |-\ 10|\ dublu$

$$\omega \ll 1 \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{\omega^2\,100}{100} = \omega^2$$

$$\omega \gg 100 \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{\omega^3}{\omega^3} = 1$$

In punctul 0 avem un dublu zero, deci de acolo panta va fi +2 pana in punctul 1 care este pol, deci panta va scadea la +1. Apoi, in punctul 10 care este pol dublu panta va scadea cu 2 decade, la -1, iar in punctul 100 care este zero va creste din nou si va deveni 0.

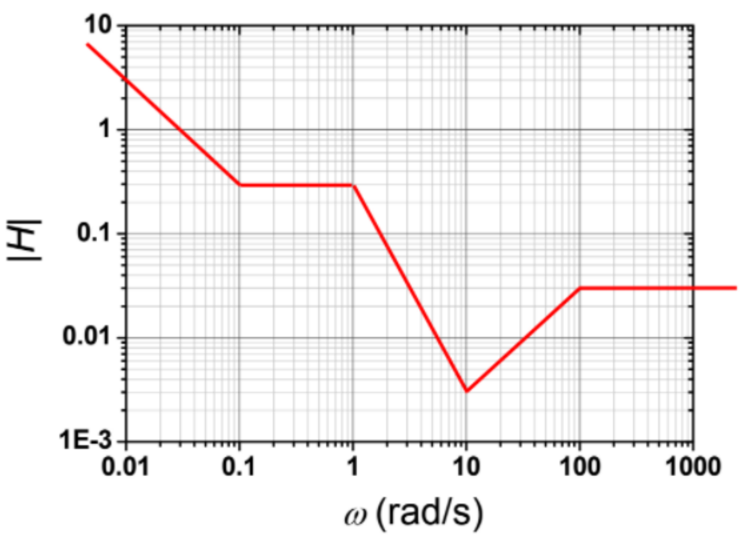
Licu Mihai-George
A6 B8 C8



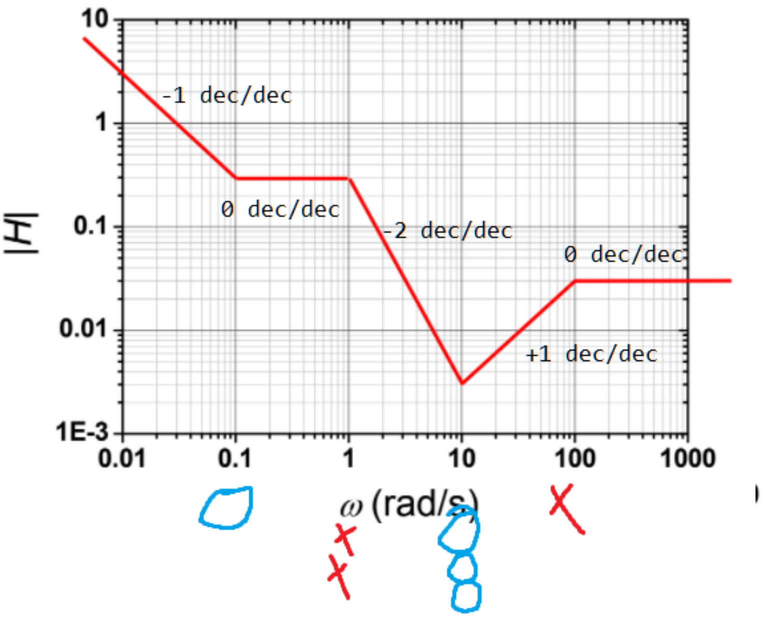
B) 8.

Problema B.

In figură aveţi modulul unei funcţii de transfer $H(s)$ în funcţie de frecvenţă. Scrieţi expresia funcţiei de transfer ştiind că polii şi zerourile sunt reale. Calculaţi valorile exacte ale amplificării la punctele de frîngere şi reprezentaţi punctele respective pe desen.



Functia incepe cu o panta de -1 pana in punctul 0,1 unde panta creste la 0 deci acest punct este zero simplu. Panta ramane 0 pana in punctul 1 unde scade cu doua decade la -2, acest punct fiind pol dublu. Apoi, in punctul 10 panta devine +1 deci punctul 10 este un triplu zero. In final, in punctul 100 panta devine 0 deci punctul 100 este pol simplu.



Deoarece sistemul este unul stabil polii si zerourile sunt negative.

$\Rightarrow polii: s = 0;\ s =- 1\ (dublu);\ s =- 100$

$\Rightarrow zerouri: s =- 0,1;\ s =- 10(triplu)$

$\Rightarrow |H(s)| = k\,\frac{(s+0,1)(s+10)^3}{s(s+1)^2(s+100)}$

$$\omega \gg 100 \Rightarrow |H(\omega)| = k\frac{\omega^4}{\omega^4} = k$$

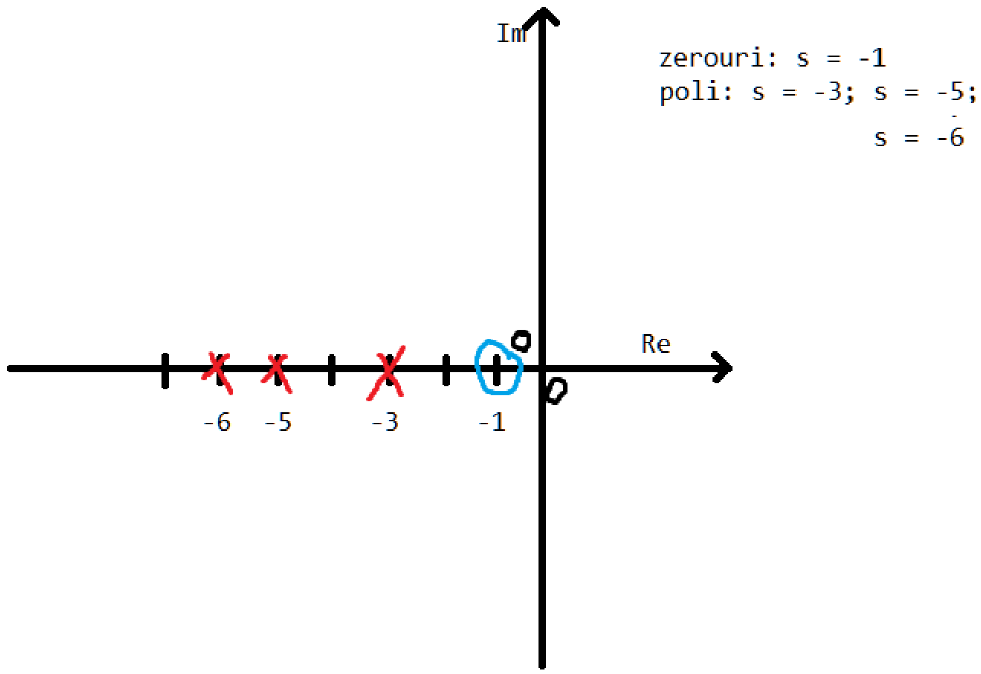
$\omega = 100 \Rightarrow |H| = k = 3 \cdot 10^{-2}$

C) 8.

Problema C

Trasați aproximativ locul rădăcinilor pentru un sistem cu reacție negativă unitară ce are funcția de transfer a buclei de mai jos și discutați stabilitatea sa.

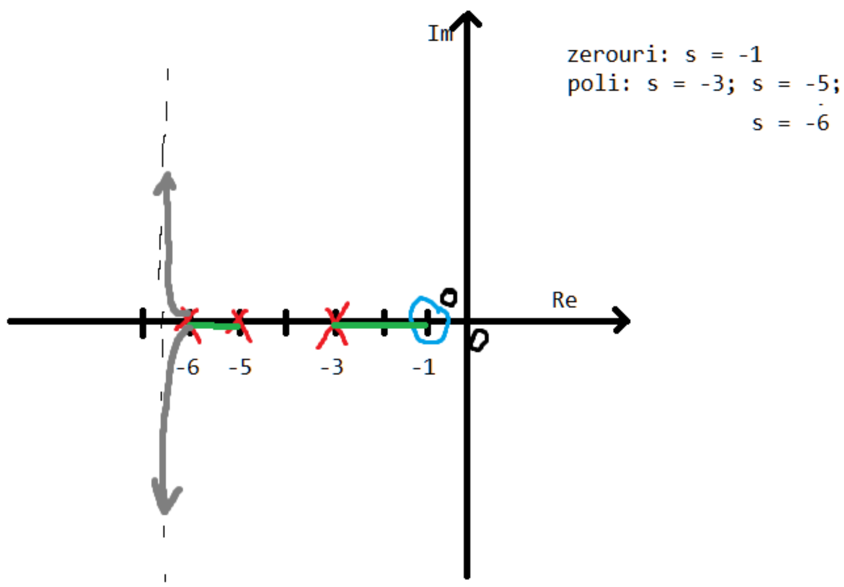
$$L(s) = k \cdot \frac{s+1}{(s+3)(s+5)(s+6)}$$



Deoarece avem 3 poli inseamna ca vom avea 3 ramuri. Avem un singur zero deci o singura ramura va merge la zero, celelalte doua vor merge catre infinit, deci vom avea doua simptote.

$$s_{CG} = \frac{\Sigma poli - \Sigma zerouri}{nr\ asimptite} = \frac{-14-(-1)}{2} = -\ 6,5$$

Fac parte din locul radacinilor portiunile axei reale care au in dreapta un numar par de poli si zerouri.



$1 + L(s) = 0;\ s = j\omega$

$\Rightarrow 1 + k\frac{s+1}{(s+3)(s+5)(s+6)} = 0$

$\Rightarrow k + ks + s^3 + 15s^2 + 72s + 108 = 0$

$\Rightarrow k + kj\omega - j\omega - 15\omega^2 + 72j\omega + 108 = 0$

$\Rightarrow k + kj\omega - 15\omega^2 + 71j\omega + 108 = 0$

$\Rightarrow \omega(k + 71) = 0 \Rightarrow (\omega = 0)$
si
$\Rightarrow k - 15\omega^2 + 108 = 0 \Rightarrow 108 + k = 0 \Rightarrow (k = -108)$
$\Rightarrow (\omega = 0;\ k = -108)$

sau
$\Rightarrow \omega(k + 71) = 0 \Rightarrow (k = -71)$
si
$\Rightarrow k - 15\omega^2 + 108 = 0 \Rightarrow -15\omega^2 + 37 = 0 \Rightarrow \omega_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{37}{15}}$

Deoarece nu avem solutie a sistemului in care k sa fie pozitiv si ω sa fie real inseamna ca sistemul este instabil.