

Ce sujet contient 1 pages (en comptant la page de garde) et 1 exercices.
Le nombre total de point est de 10.

Barème

Question	Points	Score
1	10	
Total:	10	

1. (10 points) **Exercice 1**

Considérons un pendule simple de masse m et de longueur L dans le champ gravitationnel (g) de la Terre and forcé par un couple constant Γ . En partant des principes de Newton, l'équation de la dynamique s'écrit

$$mL^2\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgL \sin(\theta) = \Gamma.$$

L'objectif est alors de déterminer le type de bifurcation rencontrée par le système en fonction du couple Γ appliqué.

- (a) En introduisant τ telle que $t \mapsto \tau t$, montrez qu'il y'a deux choix possibles pour définir cette échelle de temps et discutez de leurs implications physiques.
- (b) En supposant que l'on se trouve dans la situation où les forces de frottement dominent, l'équation de la dynamique peut se réduire (au moins en première approximation) à

$$\dot{\theta} = \gamma - \sin(\theta)$$

avec $\gamma = \Gamma/mgL$. Faites un schéma de la ligne de phase du système pour différentes valeurs de γ .

- (c) Lorsque $\gamma \rightarrow 1_+$, un point fixe métastable est créé en $\theta = \pi/2$. Déterminez le type de bifurcation rencontrée.
- (d) Pour $|\gamma| < 1$, le système possède deux états d'équilibre. Discutez de leur stabilité et de leur interprétation physique.