

Laboratorio di Elettronica

Esercizi della Lezione 2:

Simulazione circuitale nel dominio del tempo

Valentino Liberali, Alberto Stabile



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
Dipartimento di Fisica "Aldo Pontremoli"

E-mail: valentino.liberali@unimi.it, alberto.stabile@unimi.it

Milano, 31 marzo - 1 aprile 2022

Contenuto

- 1 Simulazione nel dominio del tempo in SPICE
- 2 Analisi nodale per circuiti con capacità
- 3 Uso del parametro TMAX
- 4 Esercizi

Generatori di tensione sinusoidale in SPICE (1)

Un segnale sinusoidale si descrive in questo modo:

`SIN(V0 VA FREQ TD THETA PHASE)`

dove

- V0 è il valore in continua
- VA è l'ampiezza di picco
- FREQ è la frequenza
- TD è ritardo (cioè l'istante in cui la sinusoide inizia)
- THETA è il fattore di smorzamento
- PHASE è la fase all'istante TD

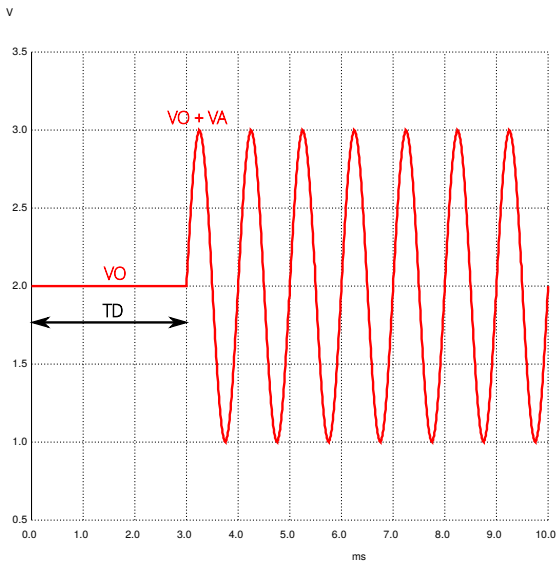
Per $t \leq T_D$:

$$v(t) = V_0$$

Per $t \geq T_D$:

$$v(t) = V_0 + V_A \cdot e^{-\frac{t-T_D}{\tau}} \cdot \sin(2\pi f(t - T_D) + \varphi)$$

Generatori di tensione sinusoidale in SPICE (2)



V1 1 0 SIN(2 1 1K 3M 0 0)

Generatori di tensione trapeziodale in SPICE (1)

Un segnale trapeziodale si descrive in questo modo:

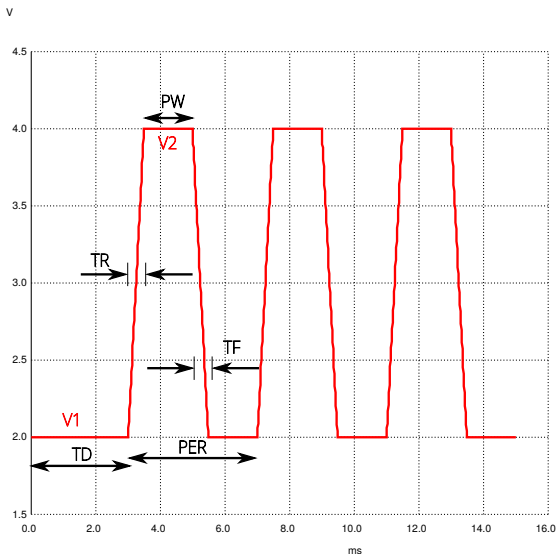
PULSE(V1 V2 TD TR TF PW PER)

dove

- V1 è il valore iniziale
- V2 è il valore impulsato
- TD è il ritardo (cioè l'istante in cui il valore inizia a cambiare)
- TR è il tempo di salita
- TF è il tempo di discesa
- PW è la durata al valore impulsato V2
- PER è il periodo

Se TR e TF sono molto piccoli rispetto a PW, il trapezio è molto simile ad un'onda quadra.

Generatori di tensione trapezoidale in SPICE (2)



V2 2 0 PULSE(2 4 3M 500U 500U 1500U 4M)

Elementi circuitali in SPICE

I tipi di elementi circuitali sono identificati da SPICE tramite l'*iniziale del nome*.

Componenti passivi:

- R** Resistore
- C** Condensatore
- L** Induttore
- K** Mutua induttanza
- T** Linea di trasmissione

Per resistenze, capacità, induttanze, il formato è:

`Rxxxxxxx n+ n- valore`

`Cxxxxxxx n+ n- valore <IC=v0>`

`Lxxxxxxx n+ n- valore <IC=i0>`

IC è la *condizione iniziale* (opzionale) che specifica la tensione (per C) o la corrente (per L) al tempo $t = 0$.

Simulazione nel dominio del tempo in SPICE

Analisi in transitorio: `.TRAN TSTEP TSTOP <TSTART TMAX> <UIC>`

- TSTEP è il passo con cui vengono memorizzati i risultati
- TSTOP è il tempo finale della simulazione
- TSTART è il tempo in cui iniziano ad essere memorizzati i risultati
- TMAX è il massimo intervallo di tempo di calcolo
- UIC (*use initial condition*) serve per usare le condizioni iniziali IC

Analisi nodale modificata per circuiti con capacità (1/2)

Per risolvere un circuito che contiene condensatori, osserviamo che per un qualsiasi nodo a cui sono collegati degli elementi capacitivi possiamo scrivere:

$$gv(t) + C \frac{dv(t)}{dt} = i(t)$$

dove:

- $gv(t)$ è la corrente nei bipoli resistivi
- $C \frac{dv(t)}{dt}$ è la corrente nei bipoli capacitivi
- $i(t)$ è la corrente dei generatori di corrente

Alla derivata $\frac{dv(t)}{dt}$ si sostituisce il rapporto incrementale $\frac{\Delta v}{\Delta t}$:

$$gv(t) + C \frac{\Delta v}{\Delta t} = i(t)$$

e si risolve rispetto a Δv , ottenendo la variazione di tensione:

$$\Delta v = \Delta t \cdot \frac{1}{C} \cdot (i(t) - gv(t))$$

Analisi nodale modificata per circuiti con capacità (2/2)

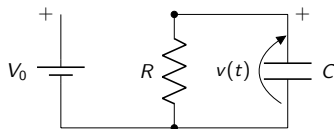
$$\Delta v = \Delta t \cdot \frac{1}{C} \cdot (i(t) - gv(t))$$

Se sono noti tutti i valori delle tensioni e delle correnti nel circuito all'istante t_k , si possono calcolare le incognite all'istante $t_{k+1} = t_k + \Delta t$:

$$v(t_k + \Delta t) = v(t_k) + \Delta t \cdot \frac{1}{C} \cdot (i(t_k) - gv(t_k))$$

Al tempo $t = 0$, il circuito viene risolto in continua, aggiungendo le *condizioni iniziali*, che sono le tensioni ai capi dei condensatori.

Esempio: Circuito RC (1)

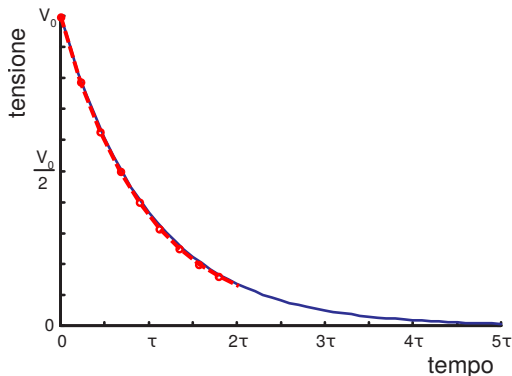


Per la scarica del circuito RC, abbiamo l'approssimazione:

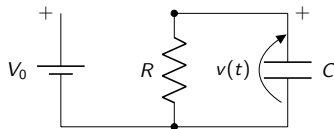
$$\begin{aligned}v(t_k + \Delta t) &= v(t_k) - \frac{\Delta t}{RC} \cdot v(t_k) \\ &= v(t_k) - \frac{\Delta t}{\tau} \cdot v(t_k)\end{aligned}$$

Se $\Delta t \ll \tau$, la discretizzazione dell'intervallo temporale non introduce errori:

- curva **blu**: curva esponenziale
- linea spezzata **rossa**:
approssimazione lineare a tratti



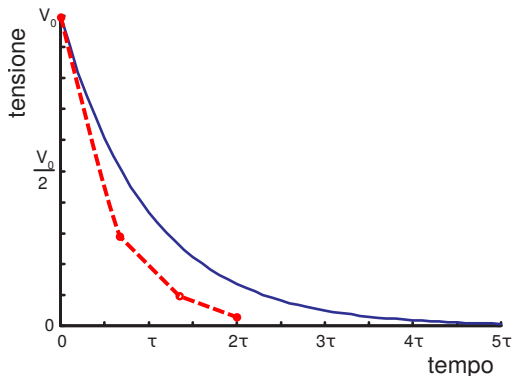
Esempio: Circuito RC (2)



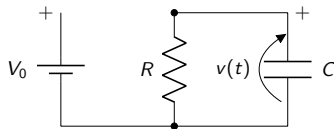
$$v(t_k + \Delta t) = v(t_k) - \frac{\Delta t}{\tau} \cdot v(t_k)$$

Se $\Delta t \lesssim \tau$, la discretizzazione dell'intervallo temporale introduce errori, e il risultato della simulazione indica erroneamente che la convergenza al valore finale è più veloce rispetto alla realtà:

- curva **blu**: curva esponenziale
- linea spezzata **rossa**:
approssimazione lineare a tratti



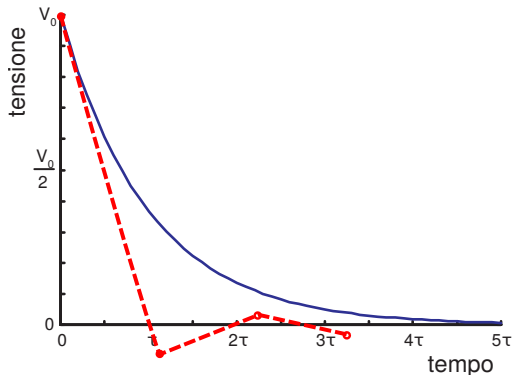
Esempio: Circuito RC (3)



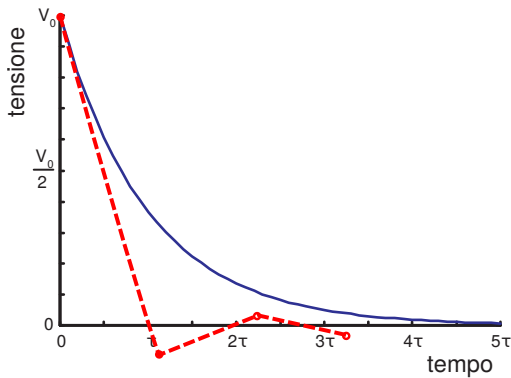
$$v(t_k + \Delta t) = v(t_k) - \frac{\Delta t}{\tau} \cdot v(t_k)$$

Se $\Delta t > \tau$, la discretizzazione dell'intervallo temporale introduce errori, e il risultato della simulazione indica erroneamente che ci sono oscillazioni nella convergenza verso il valore finale:

- curva **blu**: curva esponenziale
- linea spezzata **rossa**:
approssimazione lineare a tratti



Uso del parametro TMAX nella simulazione



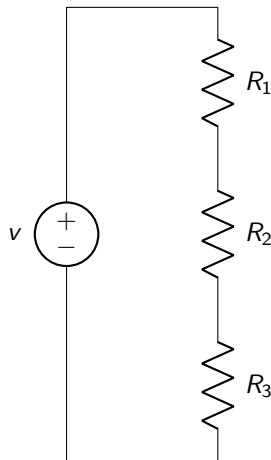
Se il risultato della simulazione nel tempo mostra un andamento a linea spezzata con segni alterni + e -, si può provare a migliorare l'accuratezza della simulazione, riducendo il valore del parametro TMAX.

Attenzione! Il parametro TMAX ha un effetto sul tempo di calcolo, perché il numero di iterazioni necessarie per completare la simulazione dipende dal rapporto TSTOP/TMAX.

Esercizi

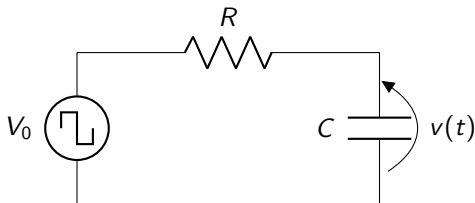
Per il partitore resistivo, scegliere valori diversi per le tre resistenze.

- 1 Simulare il circuito quando v è una tensione sinusoidale con ampiezza variabile da 0 a 10 V, ricavando l'andamento nel tempo delle tensioni in tutti i nodi.



Altri esercizi

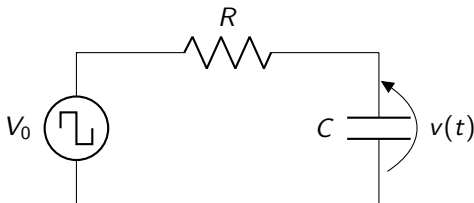
- 1 Scegliere valori opportuni dei componenti R e C , in modo da avere una costante di tempo $\tau = 1 \mu\text{s}$.
- 2 Simulare il circuito, quando il segnale di ingresso è un'onda quadra con ampiezza tra -5 V e 5 V , con periodo $T = 10 \mu\text{s}$.
- 3 Simulare il circuito, quando il segnale di ingresso è un'onda quadra con ampiezza tra -5 V e 5 V , con periodo $T = 0.5 \mu\text{s}$.



- 4 Scambiare di posto C e R , e ripetere gli esercizi precedenti ricavando la tensione ai capi di R .

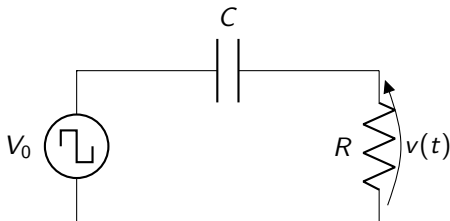
Nota: l'onda quadra non si può simulare! Bisogna descrivere il segnale come un impulso trapezoidale.

Laboratorio (1)



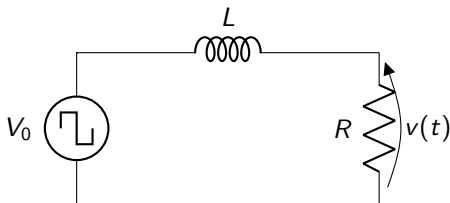
- 1 Scegliere valori opportuni dei componenti R e C , in modo da avere una costante di tempo $\tau = 15 \mu\text{s}$ (o altro valore a piacere).
- 2 Calcolare la frequenza caratteristica $f_c = \frac{1}{2\pi\tau}$.
- 3 Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto inferiore alla frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx \frac{1}{10} f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.
- 4 Abilitare i cursori dell'oscilloscopio, misurare la pendenza massima del segnale di uscita e ricavare sperimentalmente la costante di tempo.
- 5 Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto maggiore della frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx 10 f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.

Laboratorio (2)



- 1 Modificare il circuito, usando gli stessi valori di R e di C .
- 2 Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto inferiore alla frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx \frac{1}{10} f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.
- 3 Abilitare i cursori dell'oscilloscopio, misurare la pendenza massima del segnale di uscita e ricavare sperimentalmente la costante di tempo.
- 4 Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto maggiore della frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx 10 f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.

Laboratorio (3)

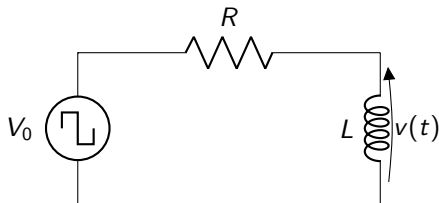


- ❶ Per il circuito RL , la costante di tempo è:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- ❷ Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto inferiore alla frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx \frac{1}{10} f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.
- ❸ Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto maggiore della frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx 10 f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.

Laboratorio (4)



- ❶ Per il circuito RL , la costante di tempo è:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- ❷ Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto inferiore alla frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx \frac{1}{10} f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.
- ❸ Applicare in ingresso un'onda quadra con frequenza molto maggiore della frequenza caratteristica (ad esempio, $\approx 10 f_c$) e confrontare sull'oscilloscopio le forme d'onda in ingresso e in uscita.