Simulated Annealing voor TTP (TTSA)

Capita selecta computerwetenschappen: Artificiële intelligentie (|H05N0a|)

Philippe Tanghe Li Quan

16 maart 2011

Inhoudsopgave

1 Inleiding

Dit verslag behandelt het traveling tournament problem (TTP). Hierbij worden optimale sport schedules gezocht die voldoen aan bepaalde constraints [3]. De gekozen paper is van Anagnostopoulos, Van Hentenryck, Michel en Vergados [1]: hun aanpak is gebaseerd op simulated annealing (SA) zoals oorspronkelijk beschreven in [4], met enkele uitbreidingen zoals reheating en strategic oscillation. Additioneel is er ook de paper van Van Hentenryck en Vergados die de bovenstaande paper evalueert en uitbreidt naar niet NL-instanties [12].

De reden voor de keuze van de paper is drievoudig:

1. Uit de literatuur blijkt dat SA een van de betere metaheuristieken is voor het TTP [9]. De meerdere resultaten van de auteurs op de website [11] tonen dit ook aan.

2. De gekozen paper beschrijft de gebruikte werkwijze duidelijk en concreet.

3. Een van de personen die meegewerkt hebben aan de paper, namelijk Pascal Van Hentenryck, is een Belg.

In dit verslag bespreken we eerst kort het probleem, de methode en de verschillende parameters, onze eigen implementatie en de moeilijkheden hierbij. We vergelijken onze resultaten met die in de paper en de website [11]. Ten slotte geven we mogelijke verbeteringen die onderzocht kunnen worden.

2 Probleembeschrijving

Voor een meer gedetailleerde beschrijving van het TTP wordt verwezen naar [1, 3].

Input n teams (n even) en een $n \times n$ symmetrische afstandsmatrix D, waarbij het element d_{ij} de afstand tussen team T_i en T_j is.

Output Een double round-robin tournament schema (= schedule).

Een double-round robin tournament is een toernooi waarbij elk team exact tweemaal kampt tegen elk ander team, namelijk eenmaal thuis en eenmaal uit. De kost van een team is de totale afstand die het team moet afleggen. De totale kost is dan de som van de kost van alle teams (waarbij elk team thuis start en eindigt).

Er wordt dus gezocht naar een schedule met minimale afstandskost en die voldoet aan de atmost en norepeat constraints. De atmost constraints houden in dat elk team maximaal drie keer opeenvolgend thuis of uit mag spelen; de norepeat constraints dat een wedstrijd T_i uit bij T_j niet onmiddellijk mag gevolgd worden door de wedstrijd T_i thuis versus T_j.

Een schedule wordt voorgesteld door een tabel die de tegenstander van elk team weergeeft. De rijen stellen hierbij de teams voor; de kolommen de ronden. De tegenstander van team T_i in ronde r_k wordt gegeven door de absolute waarde van het element (i, k). Indien (i, k) positief is, speelt T_i thuis; anders op verplaatsing.

3 Simulated annealing

Het oorspronkelijke algemene simulated annealing [2, 4] wordt hier niet verder besproken. Het voorgestelde simulated annealing algoritme voor het TTP (TTSA) heeft volgende belangrijke karakteristieken [1]:

1. TTSA deelt de constraints op in hard (geldig double round-robin tournament) en soft constraints (atmost en de norepeat constraints).
2. TTSA heeft een nabuurschap (neighborhood) van grootte $\mathcal{O}(n^3)$.
3. TTSA bevat een strategic oscillation strategie om de tijd die doorgebracht wordt in de feasible en infeasible oplossingen te balanceren.
4. TTSA gebruikt het concept van 'reheats' om uit locale minima te geraken bij lage temperaturen.

Initiële oplossing

TTSA begint vanuit een random gegenereerde schedule, die een double round-robin tournooi voorstelt. Deze wordt gevonden met een eenvoudige recursieve backtrack search.

Local search

De basisstap is dat van een huidig schedule S een schedule S' gekozen wordt in de neighborhood. Indien het verschil tussen de nieuwe kost en de oude kost, Δ, kleiner is dan 0, wordt S' geaccepteerd; anders slechts met kans $\exp(-\Delta/T)$ (waarbij de temperatuur T een controleparameter is). Na een bepaald aantal iteraties wordt afgekoeld ($T \leftarrow T \cdot \beta$) waardoor de kans om slechtere oplossingen te kiezen, gradueel kleiner wordt.

Neighborhood

Er zijn vijf mogelijke modificaties:

1. *SwapHomes*(S, T_i, T_j) wisselt in schedule S de thuis- en uitrollen van teams T_i en T_j.
2. *SwapRounds*(S, r_k, r_l) wisselt in schedule S ronde r_k met ronde r_l.
3. *SwapTeams*(S, T_i, T_j) wisselt in schedule S het schema van team T_i met dat van T_j (behalve in de rondes waarin ze tegen elkaar spelen).
4. *PartialSwapRounds*(S, T_i, r_k, r_l) wisselt in schedule S ronde r_k met r_l voor team T_i en zorgt (op een deterministische wijze) dat het bekomen schema terug een double round-robin schema wordt.
5. *PartialSwapTeams*(S, T_i, T_j, r_k) wisselt in schedule S de tegenstander van T_i met die van T_j in ronde r_k en zorgt (op een determistische wijze) dat het bekomen schema terug een double round-robin schema wordt.

Objectieffunctie

De objectieffunctie C van een schedule S is als volgt gedefinieerd:

$$C(S) = \begin{cases} cost(S) & \text{als } S \text{ feasible is,} \\ \sqrt{cost(S)^2 + [w \cdot f(nbv(S))]^2} & \text{anders.} \end{cases}$$

$cost(S)$ is de gewone afstandskost van een schedule, $nbv(S)$ duidt het aantal violations tegen de (soft) constraints van S aan. w is een gewichtsfactor en f een sublineaire functie waarbij $f(1) = 1$. Het doel van deze laatste functie is om de eerste violation kostelijker te maken dan de volgende. In de oorspronkelijke paper[1] wordt gebruik gemaakt van $f(v) = 1 + (\sqrt{v} \ln v)/2$.

[1] In [12] wordt dit echter verfijnd naar $f(v) = 1 + (\sqrt{v} \ln v)/\lambda$, met $\lambda = 2$ voor kleine instanties en $\lambda = 1$ voor grotere instanties. In onze experimenten werd steeds de oorspronkelijke versie gebruikt.

Strategic Oscillation

De gewichtsfactor w wordt gebruikt om de zoektocht te leiden langs feasible dan wel infeasible schedules. Wanneer TTSA een nieuwe beste oplossing vindt, wordt w vermenigvuldigd met δ als het een infeasible schedule is en indien feasible, gedeeld door θ (waarbij δ en $\theta > 1$). In de paper wordt $\delta = \theta = 1.04$ gekozen.

Reheating

TTSA kan moeilijk uit lokale minima ontsnappen op lage temperaturen. Daarom wordt een aantal keren de temperatuur opnieuw verhoogd. We gebruiken een eenvoudig reheating schema: na een bepaald aantal opeenvolgde iteraties waarin geen betere oplossingen wordt gevonden, wordt de temperatuur bij de beste oplossing verdubbeld.

4 Implementatie

De implementatie van het algoritme TTSA zoals beschreven in [1] is in MATLAB gedaan. De keuze hiervoor was dat MATLAB toelaat om heel vlug volledige programma's te schrijven en de bewerkingen voor de matrices ook heel eenvoudig te gebruiken zijn.

Het nadeel van een geïnterpreteerde taal ten op zichte van een gecompileerde is uiteraard de performantie; vectoroperaties en de optimisaties van de JIT accelerator voor for-loops zouden deze kloof echter aanzienlijk moeten verkleinen [10].

Het recursieve backtrack algoritme om een random schedule te genereren werd ietwat gewijzigd: in de paper stond een fout in het algoritme waardoor soms niet-feasible schedules werden geproduceerd of sommige feasible schedules verworpen. De paper vermeldt ook dat aan dit algoritme weinig aandacht besteed werd en feasible schedules redelijk efficiënt werden geproduceerd met hun algoritme, hoewel het heel wat verbeterd kan worden [1]. In [12] gebruiken ze een beter scaleerbaar algoritme.

5 Experimenten

Recursieve backtrack algoritme

In onze experimenten met ons eigen recursieve backtracking algoritme in MATLAB bleek het algoritme perfect te werken voor NL4–10, degelijk voor NL12, en slecht voor NL14–16.

Uit nader onderzoek blijkt dit te komen door het aantal backtracks; voorlopig wordt echter gewoon het algoritme in deze vorm gebruikt. De resultaten met het recursieve backtrack algoritme om initiële schedules te maken, zijn samengevat in tabel 1.

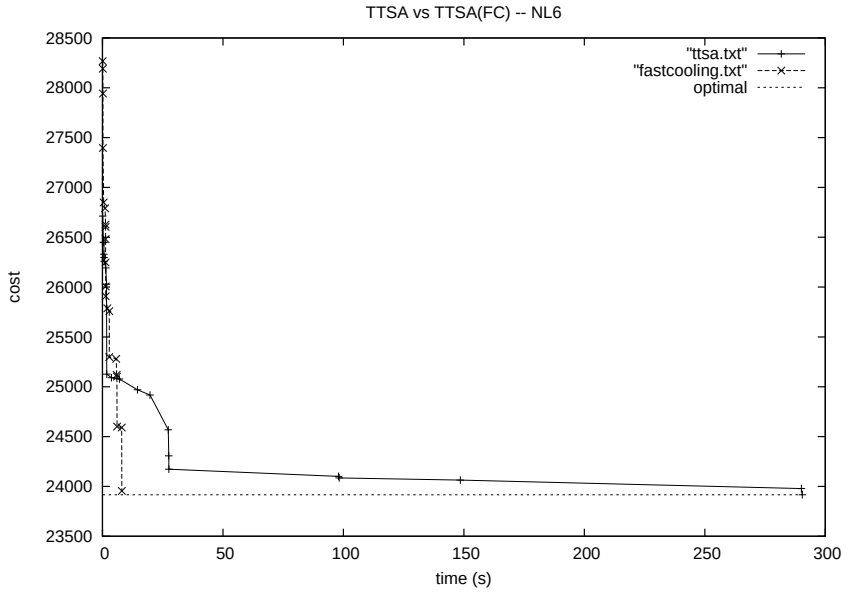
TTSA

Wegens tijdsrestricties werden niet voor elke instantie even veel experimenten uitgevoerd. De experimenten werden ook niet slechts op een enkele computer uitgevoerd en ook niet onder dezelfde omstandigheden, dus de tijdaanduidingen geven slechts een grootteorde weer.

n	min (s)	avg (s)	max (s)	std (s)
4	0.004	0.006	0.009	0.002
6	0.011	0.017	0.044	0.010
8	0.020	1.889	18.558	5.857
10	0.031	14.271	112.291	35.549
12	0.055	8.795	51.114	16.583
14	0.089	96.782	612.953	195.414
16	1.088	286.021	823.226	360.467

Tabel 1: Tijd nodig om een random schedule te maken via een recursief backtrack algoritme ($N = 10$).

Eerst werden de parameters uit de paper geprobeerd. Deze gaven echter redelijk teleurstellende resultaten: het duurde namelijk enorm lang om oplossingen te vinden met kwaliteit vergelijkbaar zoals in de paper. De fast cooling schedules werkten echter behoorlijk: deze werden dan ook het meest getest. Figuren 1 en 2 tonen dit voor NL6.

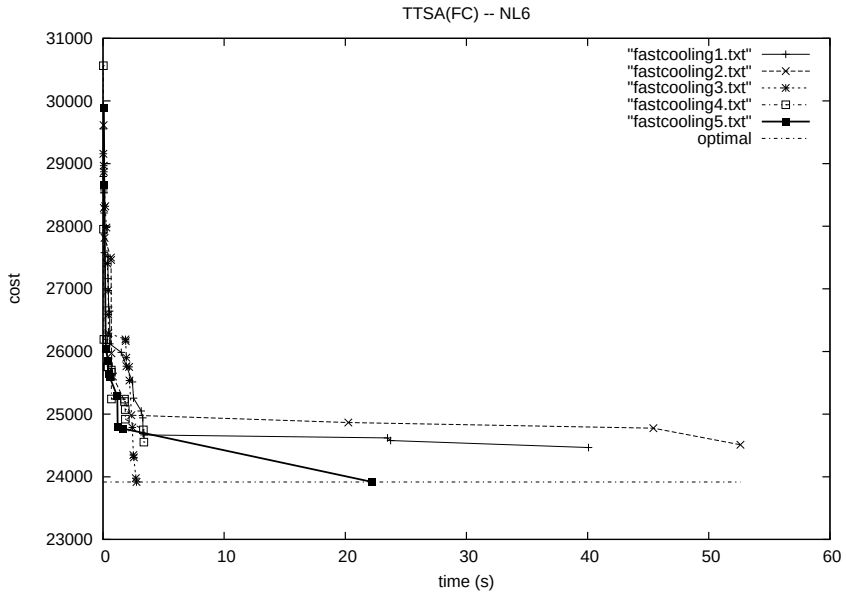


Figuur 1: TTSA vs TTSA(FC) NL6.

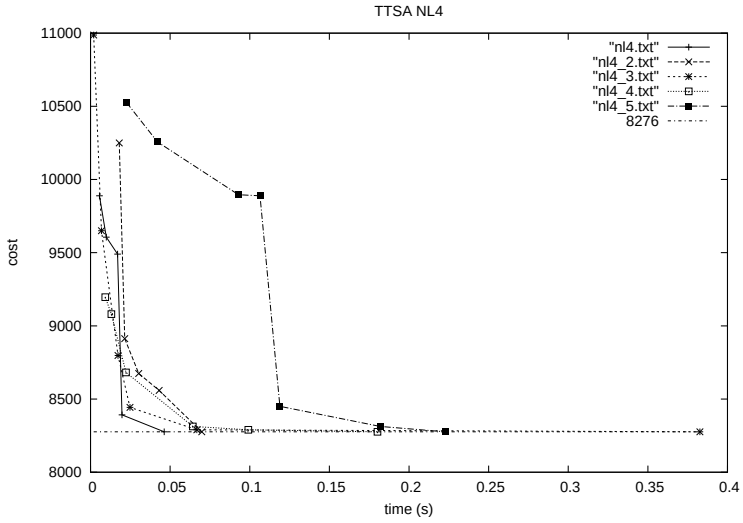
Het probleem NL4 is triviaal: optimale oplossingen worden in enkele seconden gevonden en de parameters hebben hierbij heel weinig invloed (figuur 3). Voor NL6 en NL8 werden de optimale oplossingen gevonden; voor NL8 gebeurde dit echter slechts eenmaal en hebben we niet verder geprobeerd wegens tijdsoverwegingen (figuur 4).

Figuur 5, 6, 7 toont de resultaten voor respectievelijk NL12, 14 en 16 op een logaritmische tijdsas.

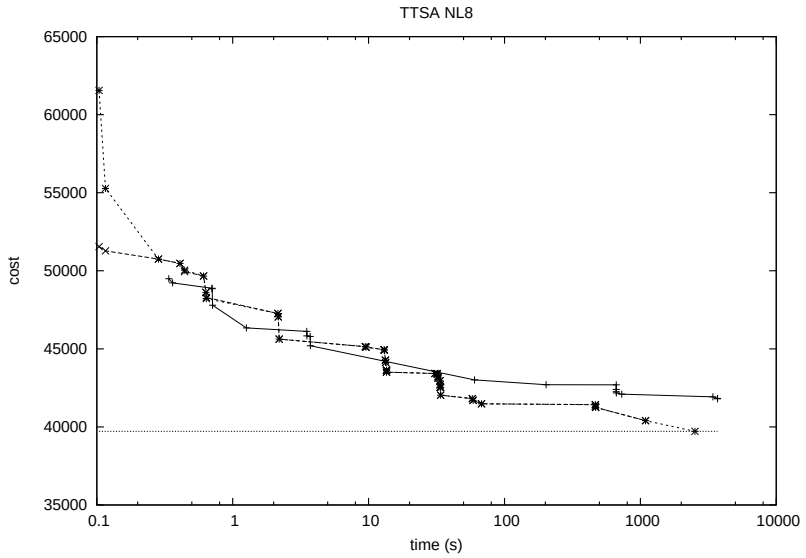
Tabel 2 en 3 toont alle resultaten en parameters van de uitgevoerde experimenten.



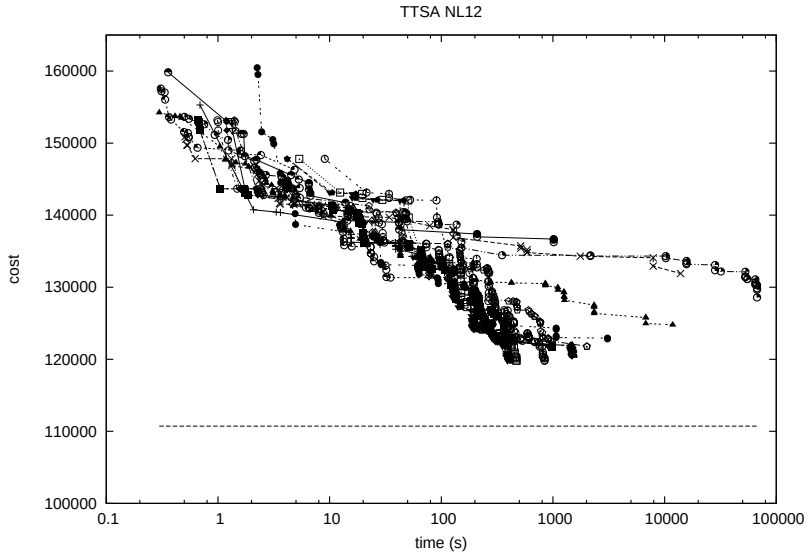
Figuur 2: TTSA (FC) NL6.



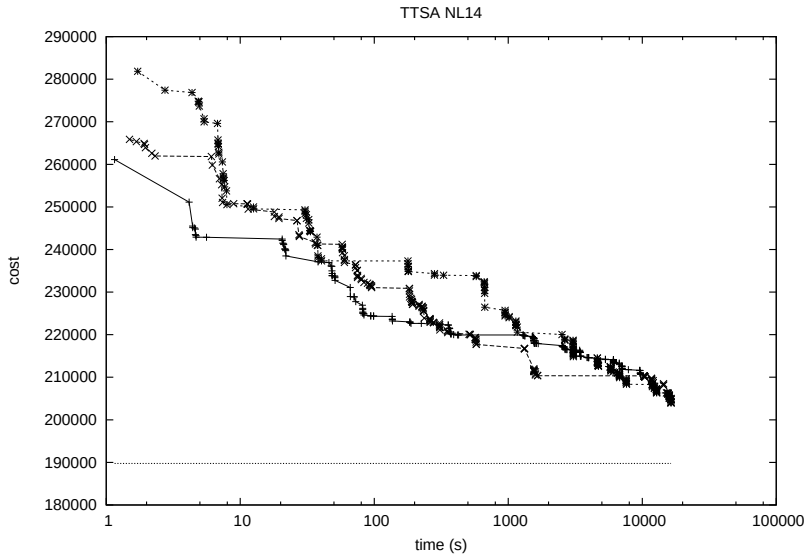
Figuur 3: TTSA NL4.



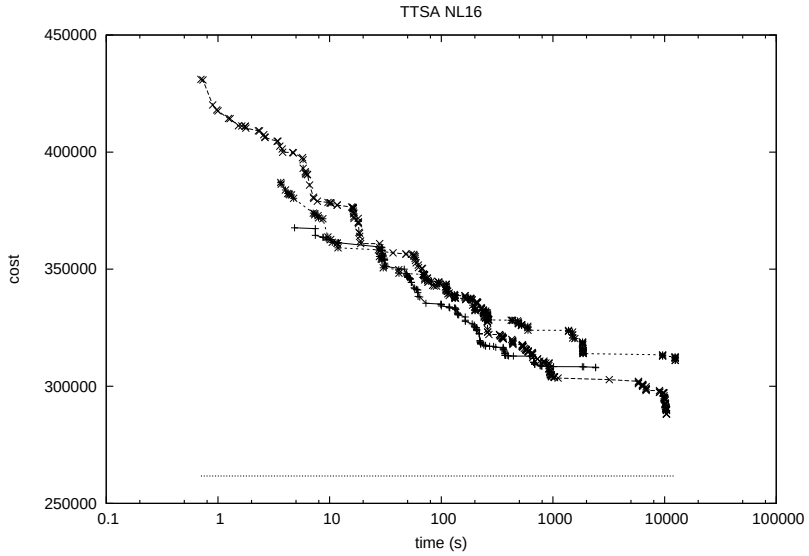
Figuur 4: TTSA NL8.



Figuur 5: TTSA NL12 (logaritmische tijdsas).



Figuur 6: TTSA NL14 (logaritmische tijdsas).



Figuur 7: TTSA NL16 (logaritmische tijdsas).

n	cost	time (s)	T_0	β	δ	θ	$maxC$	$maxP$	$maxR$	w_0
4	8276	1.2	500	0.99	1.04	1.04	10	30	1	4000
4	8276	2.2	500	0.99	1.04	1.04	10	30	1	4000
4	8276	0.8	500	0.99	1.04	1.04	10	30	1	4000
4	8276	1.2	500	0.99	1.04	1.04	10	30	1	4000
4	8276	1.1	500	0.99	1.04	1.04	10	30	1	4000
6	23916	225	400	0.99	1.04	1.04	100	100	5	4000
6	23916	822	400	0.999	1.04	1.04	5000	7100	10	4000
6	23916	27	400	0.999	1.04	1.04	100	100	10	4000
6	23916	78	500	0.9999	1.04	1.04	50	100	1	4000
6	24108	326	500	0.99	1.04	1.04	50	100	1	4000
6	23916	6923	400	0.9999	1.04	1.04	5000	7100	10	4000
6	24070	371	400	0.99	1.04	1.04	100	100	3	4000
6	23916	184	400	0.99	1.04	1.04	100	50	2	4000
6	24073	572	400	0.99	1.04	1.04	100	100	3	4000
6	24073	616	400	0.99	1.04	1.04	100	100	5	4000
6	23916	225	400	0.99	1.04	1.04	100	100	5	4000
6	23916	905	400	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
8	40395	812	400	0.99	1.04	1.04	100	50	2	4000
8	40340	1102	400	0.99	1.04	1.04	100	100	3	4000
8	41126	301	400	0.99	1.04	1.04	100	100	1	4000
8	40720	484	400	0.99	1.04	1.04	100	50	5	4000
8	41838	141	400	0.99	1.04	1.04	50	50	5	4000
8	40228	270	400	0.99	1.04	1.04	50	100	3	4000
8	39987	645	400	0.99	1.04	1.04	200	50	3	4000
8	40898	891	400	0.99	1.04	1.04	200	100	1	4000
8	40018	213	400	0.99	1.04	1.04	100	50	3	4000
8	40952	507	400	0.99	1.04	1.04	150	75	3	4000
8	39891	12 941	500	0.999	1.04	1.04	200	500	2	4000
8	39721	4834	400	0.999	1.04	1.04	4000	7000	10	4000
10	66689	544	500	0.99	1.04	1.04	100	100	1	4000
10	66562	4760	400	0.999	1.04	1.04	1000	100	7	4000
10	66209	507	500	0.99	1.04	1.04	100	100	1	4000
10	65088	641	400	0.99	1.04	1.04	100	50	10	4000
10	64379	414	400	0.99	1.04	1.04	100	50	7	4000
10	64057	1903	400	0.99	1.04	1.04	100	50	5	4000
10	62106	417	400	0.99	1.04	1.04	100	50	4	4000

Tabel 2: Experimenten voor NLn instanties.

Merk op dat de tijd aangeduid de tijd nodig was om de oplossing gegeven in de tabel te zoeken en niet de tijd voor het eindigen van het algoritme.[2]

n	cost	time (s)	T_0	β	δ	θ	$maxC$	$maxP$	$maxR$	w_0
12	125684	15 318	500	0.99	1.04	1.04	200	500	1	4000
12	123701	4069	400	0.99	1.04	1.04	100	50	7	4000
12	127697	1171	400	0.99	1.04	1.04	100	50	7	10000
12	126360	3663	400	0.9	1.04	1.04	100	50	5	10000
12	125583	65	700	0.99	1.04	1.04	200	100	4	4000
12	121750	2606	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119807	3197	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119257	4479	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	118499	7450	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	946	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	2618	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119807	472	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	120526	1524	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	924	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119807	392	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	120526	1479	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	928	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	2015	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119807	421	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	119807	844	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121750	1288	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	121043	1516	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
12	120084	2850	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
14	217159	612	500	0.999	1.04	1.04	500	100	1	5000
14	210680	9727	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
14	208091	14 408	500	0.99	1.04	1.04	200	100	5	4000
14	203979	16 406	600	0.99	1.03	1.03	3000	1500	10	10000
16	302671	5068	400	0.99	1.04	1.04	100	100	2	4000
16	288089	10 392	400	0.9999	1.04	1.04	10000	7100	50	60000

Tabel 3: Experimenten voor NLn instanties (*vervolg*).

Tabel 4 vat de beste gevonden resultaten samen en vergelijkt deze met enerzijds de beste in de paper en anderzijds de beste (gepubliceerde) resultaten op [11] van 2002 en 2010. Voor de kleinere instanties werden de optimale oplossingen gevonden (die reeds bekend waren). Voor NL12 werd een betere oplossing gevonden dan de best gekende in 2002; onze oplossing is echter nog steeds slechter dan die van de auteurs.

[2]Een voorbeeld hiervan is de tijd nodig voor het experiment van NL14 waarbij de oplossing in de tabel na 612 s werd gevonden; na 6 uur werd geen betere oplossing gevonden en werd het algoritme afgebroken.

6 Mogelijke verbeteringen

Enkele mogelijke andere verbeteringen die verder kunnen onderzocht worden, zijn onder andere het gebruik van een andere sublineaire functie, een theoretische onderbouwing voor de parameters, de invloed van de random initieel schedules (bv. met constraint programming of hill-climbing [12]), betere neighborhoods [5], ...

Om de rekentijden te minimaliseren, kunnen parallelle versies van SA onderzocht worden, e.g. [2, 6, 7]. Hybride vormen zoals population based SA [13] en hill-climbing SA [8] blijken ook beter te werken, maar werden niet onderzocht in dit verslag.

7 Conclusie

Met onze implementatie van TTSA hebben we optimale resultaten voor NL4, 6 en 8 kunnen vinden; voor NL10, 12, 14 en 16 enkel suboptimale oplossingen (tabel 4).

n	cost	best (2002)	TTSA (2003)	best (2010)
4	*8276*	8276	8276	8276
6	*23916*	23916	23916	23916
8	*39721*	39721	39721	39721
10	63667	61608	59583	59436
12	*118499*	118955	112800	110729
14	*203979*	205894	190368	188728
16	288089	281660	267194	261687

Tabel 4: Beste resultaten gevonden voor NLn instanties met TTSA. De voorlaatste kolom geeft de resultaten weer van TTSA (2003) [1]; de derde en laatste kolom de beste resultaten zoals op [11].

Duidelijke conclusies over de invloed van de parameters hebben we niet kunnen maken: hiervoor zijn te weinig (consistente) experimenten uitgevoerd. De verschillen in de resultaten zijn mogelijk enkel random effecten.

Het is duidelijk dat TTSA oplossingen kan produceren met goede kwaliteit. Nadelen zijn de parameters die enkel empirisch bepaald kunnen worden en de lange rekentijd. Om de rekentijd te verlagen, blijken fast cooling schedules vrij goed te werken voor redelijk goede oplossingen.

Referenties

[1] A. Anagnostopoulos, L. D. Michel, P. Van Hentenryck, and Y. Vergados. A simulated annealing approach to the traveling tournament problem. *Journal of Scheduling*, 9:177–193, 2006.

[2] J. Dréo, A. Pétrowski, and E. Taillard. *Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and Case Studies*. Springer-Verlag, 2006.

[3] K. Easton, G. Nemhauser, and M. Trick. The traveling tournament problem description and benchmarks. In *Proceedings of the 7th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, volume 2239, pages 580–584, 2001.

[4] S. Kirkpatrick, J. D. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, 1983.

[5] G. Langford. An improved neighbourhood for the traveling tournament problem. *CoRR*, abs/1007.0501:1–12, 2010.

[6] E. Onbaşoğlu and L. Özdamar. Parallel simulated annealing algorithms in global optimization. *Journal of Global Optimization*, 19:27–50, January 2001.

[7] D. J. Ram, T. H. Sreenivas, and K. G. Subramaniam. Parallel simulated annealing algorithms. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 37:207–212, September 1996.

[8] B. Rodrigues, A. Lim, B. Rodrigues, and X. Zhang. A simulated annealing and hill-climbing algorithm for the traveling tournament problem. *European Journal of Operational Research*, 174:1459–1478, 2006.

[9] F. Ryckbosch, G. Vanden Berghe, and G. Kendall. A heuristic approach for the travelling tournament problem using optimal travelling salesman tours. In *Proceedings of the 7th international conference on practice and theory of automated timetabling*, 2008.

[10] The MathWorks, Inc. *Techniques for Improving Performance*, 2011. `http://www.mathworks.com/help/techdoc/matlab_prog/f8-784135.html`.

[11] M. Trick. Challenge traveling tournament problems, 2011. `http://mat.gsia.cmu.edu/TOURN/`.

[12] P. Van Hentenryck and Y. Vergados. Traveling tournament scheduling: A systematic evaluation of simulated annealing. In *CPAIOR*, pages 228–243, 2006.

[13] P. Van Hentenryck and Y. Vergados. Population-based simulated annealing for traveling tournaments. In *Proceedings of the 22nd national conference on Artificial intelligence*, volume 1, pages 267–272. AAAI Press, 2007.