Distribuição de Energia Elétrica

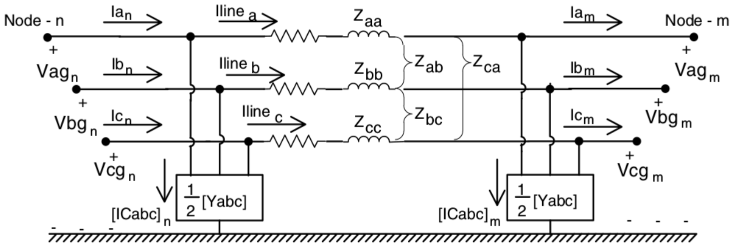
Modelos de linhas de distribuição

Lucas Melo

Universidade Federal do Ceará

Julho de 2024

Modelo exato de linha de distribuição



Aplicando *Lei de Kirchoff* das correntes no *m*:

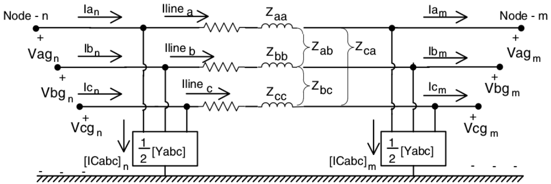
$$
\begin{bmatrix} Iline_a \\ Iline_b \\ Iline_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_m + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_m \qquad (1)
$$

Modelo exato de linha de Distribuição

De maneira condensada podemos escrever:

$$\mathbf{Iline_{abc}} = \mathbf{I_{abc}}_m + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \cdot \mathbf{V_{abc}}_m \tag{2}$$

Modelo exato de linha de Distribuição



Agora aplicando *Lei de Kirchoff* das tensões:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Iline_a \\ Iline_b \\ Iline_c \end{bmatrix} \tag{3}$$

Condensando a notação:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{Iline}_{\mathbf{abc}m} \tag{4}$$

Modelo exato de linha de Distribuição

Agora, de posse da expressão de Iline_{abc}, aplica-se na equação das tensões:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \left\{ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} \right\} \tag{5}$$

Organizando os termos:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \left\{ \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \right\} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \tag{6}$$

Em que:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Modelo exato de linha de distribuição

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \left\{\mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}}\right\} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \tag{8}$$

Escrevendo na forma geral:

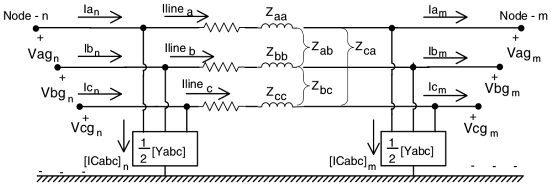
$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \tag{9}$$

Com:

$$\mathbf{a} = \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \tag{10}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{Z}_{\mathbf{abc}} \tag{11}$$

Modelo exato de linha de distribuição



Da mesma forma a aplicando LKC no nó *n*:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} Iline_a \\ Iline_b \\ Iline_c \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_n \tag{12}$$

Ou seja:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{Iline}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} \tag{13}$$

Modelo exato de linha de Distribuição

Substituindo a expressão de $\mathbf{Iline}_{\mathbf{abc}m}$ na expressão anterior:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} \tag{14}$$

Substituindo o valor de $\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n}$, ficamos com:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \{\mathbf{a} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m}\} \tag{15}$$

Agrupando os termos para obter a expressão em função das grandezas no nó *m*:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} = \left\{\frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \left[\mathbf{U} + \mathbf{a}\right]\right\} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \left\{\mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{abc}} \cdot \mathbf{b}\right\} \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \tag{16}$$

Modelo exato de linha de Distribuição

$$\mathbf{I_{abc}}_n = \left\{\frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \left[\mathbf{U} + \mathbf{a}\right]\right\} \mathbf{V_{abc}}_m + \left\{\mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \cdot \mathbf{b}\right\} \mathbf{I_{abc}}_m \tag{17}$$

A forma geral fica:

$$\mathbf{I_{abc}}_n = \mathbf{c} \cdot \mathbf{V_{abc}}_m + \mathbf{d} \cdot \mathbf{I_{abc}}_m \tag{18}$$

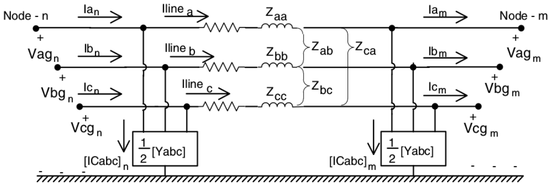
$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \mathbf{Y_{abc}}(\mathbf{U} + \frac{1}{4}\mathbf{Z_{abc}}\mathbf{Y_{abc}}) = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \left[\mathbf{U} + \mathbf{a}\right] && (19) \\ \mathbf{d} &= \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \cdot \mathbf{Z_{abc}} = \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}^T && (20) \end{aligned}$$

Modelo exato de linha de Distribuição

Acoplando as equações de tensão e corrente em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \end{bmatrix} \tag{21}$$

Essa expressão é bem semelhante a forma de quadripolos, utilizada na modelagem de sistemas de transmissão, mas diferente deste, os elementos da matriz, que multiplica as correntes e tensões na carga, também são matrizes.



Modelo exato de linha de distribuição

Tembém é possível obter as tensões e correntes no nó *m*, ou seja na fonte, a partir da mesma expressão:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} \end{bmatrix} \tag{22}$$

Fazendo análise semelhante para o nó *m*, chega-se a expressão:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & -\mathbf{b} \\ -\mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} \\ \mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} \tag{24}$$

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} = -\mathbf{c} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} + \mathbf{d} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}n} \tag{25}$$

Modelo exato de linha de distribuição

Note que a expressão anterior só é válida para situações em que só existe um ramo conectado à jusante do nó *m*. Isso nem sempre acontece!
Para esses casos será necessário calcular as tensões no nó *m* (carga) em função das tensões no nó *n* (fonte) e das correntes no próprio nó *m* (carga).
Isso é possível de ser feito isoalando o termo $\mathbf{V}_{\mathbf{abc}m}$ na equação que dá o valor de $\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} &= \mathbf{a} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \quad (26) \\ \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} &= \mathbf{a}^{-1} \cdot \{\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m}\} \quad (27) \end{aligned}$$

Logo:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \quad (28)$$

Em que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}^{-1} \;\; e \;\; \mathbf{B} = \mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (29)$$

Additional line matrices

- Express receiving voltage in terms of its current and sending voltage

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{E}\mathbf{v}_n - \mathbf{F}\mathbf{i}_m \quad \text{where} \quad \mathbf{E} := \mathbf{A}^{-1}, \mathbf{F} := \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

follows from top block of ABCD model

- Similar to the expression used in *transmission systems* $\quad \mathbf{Y}_{\text{series}} := \mathbf{Z}_{\text{series}}^{-1}$

$$\mathbf{i}_n = \left(\mathbf{Y}_{\text{series}} + \tfrac{1}{2}\mathbf{Y}_{\text{shunt}}\right)\mathbf{v}_n - \mathbf{Y}_{\text{series}}\mathbf{v}_m$$

if you want to build the Y-bus matrix

- Neutral currents can be found via the *neutral transformation matrix*

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_\phi - \mathbf{v}'_\phi \\ \mathbf{v}_n - \mathbf{v}'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\phi\phi} & \mathbf{Z}_{\phi n} \\ \mathbf{Z}_{\phi n}^\top & \mathbf{Z}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{mn,\phi} \\ \mathbf{i}_{mn,\text{neutral}} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \mathbf{i}_{nm,\text{neutral}} &= -\mathbf{Z}_{nn}^{-1}\mathbf{Z}_{\phi n}^\top \mathbf{i}_{nm,\phi} \\ \mathbf{v}_\phi - \mathbf{v}'_\phi &= \left(\mathbf{Z}_{\phi\phi} - \mathbf{Z}_{\phi n}\mathbf{Z}_{nn}^{-1}\mathbf{Z}_{\phi n}^\top\right)\mathbf{i}_\phi \end{aligned}$$

phase impedance matrix

- Ground current $\quad i_{nm,g} = -\mathbf{1}^\top \mathbf{i}_{nm,\text{neutral}} - \mathbf{1}^\top \mathbf{i}_{nm,\phi}$

Modelo exato de linha de distribuição

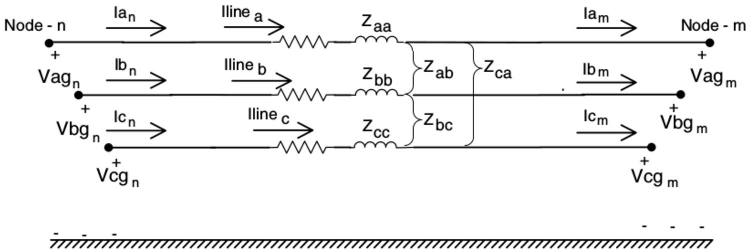
Exercício

Uma carga equilibrada com potência de 6.000 kVA, tensão nominal de 12,47kV e fator de potência 0,9 indutivo está conectada no nó m de uma linha de distribuição trifásica de 10.000 pés.

Determine as matrizes a, b, c, d. Usando as matrizes determine as tesões no nó fonte n e as correntes que fluem na linha.

Modelo modificado de linha de distribuição

Em alguns casos a admitância em derivação da linha de distribuição é tão pequena que pode ser desprezada, conforme mostrado na Figura:



Modelo modificado de linha de distribuição

Para este caso, as matrizes do modelo de linhas de distribuição ficam:

Modelo Exato

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Z_{abc}} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \\ \mathbf{b} &= \mathbf{Z_{abc}} \\ \mathbf{c} &= \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \left[\mathbf{U} + \mathbf{a}\right] \\ \mathbf{d} &= \mathbf{U} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Y_{abc}} \cdot \mathbf{b} \end{aligned}$$

Modelo Modificado

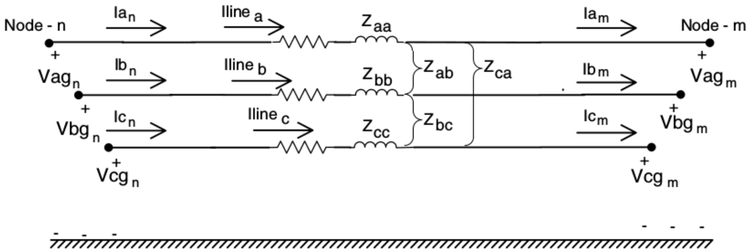
$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{U} \\ \mathbf{b} &= \mathbf{Z_{abc}} \\ \mathbf{c} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{d} &= \mathbf{U} \\ \mathbf{A} &= \mathbf{U} \\ \mathbf{B} &= \mathbf{Z_{abc}} \end{aligned}$$

Linhas Trifásicas a três condutores (Sistema em Delta)

Até aqui, consirerou-se somente a matriz das tensões fase-neutro de um sistema.

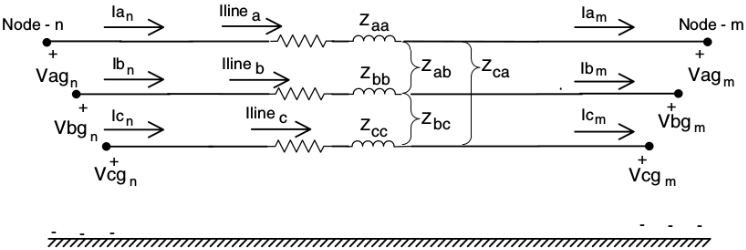
Caso tenhamos, por exemplo, um sistema do tipo delta a três condutores, seria necessário calcular as tensões fase-fase, já que o condutor neutro não existe para esse sistema.

A solução para isso é utilizar o sistema fase-neutro equivalente. É possível verificar que para esse caso as equações desenvolvidas até aqui continuam válidas.



Linhas Trifásicas a três condutores (Sistema em Delta)

Por exemplo, em termos de tensões fase-fase teríamos:



$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}_m + \begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta V_b \\ \Delta V_c \\ \Delta V_a \end{bmatrix} \qquad (30)$$

Linhas Trifásicas a três condutores (Sistema em Delta)

Em que:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Iline_a \\ Iline_b \\ Iline_c \end{bmatrix} \tag{31}$$

Considerando somente a primeira linha da equação de queda de tensão na linha:

$$V_{ab_n} = V_{ab_m} + \Delta V_a - \Delta V_b \tag{32}$$

Representando tensões de linha em termo das tansões de fase equivalentes:

$$V_{ab_n} = V_{an_n} - V_{bn_n} \tag{33}$$

$$V_{ab_m} = V_{an_m} - V_{bn_m} \tag{34}$$

Sustituindo estes termos na equação de queda de tensão na linha:

$$V_{an_n} - V_{bn_n} = V_{an_m} - V_{bn_m} + \Delta V_a - \Delta V_b \tag{35}$$

Linhas Trifásicas a três condutores (Sistema em Delta)

$$V_{an_n} - V_{bn_n} = V_{an_m} - V_{bn_m} + \Delta V_a - \Delta V_b \tag{36}$$

Dividindo a equação da queda de tensão na linha em duas partes, uma para a fase a e outra para a fase b, chega-se as expressões de tensões nas fases e b:

$$V_{an_n} = V_{an_m} + \Delta V_a \tag{37}$$

$$V_{bn_n} = V_{bn_m} + \Delta V_b \tag{38}$$

Dessa forma, é possível trabalharmos com tensões equivalentes fase-neutro em sistemas delta a três condutores.

Esse fato é importante pois: As técnicas de análise se tornam gerais tanto para sistemas estrela a quatro condutores, quanto para sistemas delta a três condutores.

Linhas Trifásicas a três condutores (Sistema em Delta)

Na prática é possível obter as tensões de linha em função das tensões de fase equivalentes utilizando a expressão matricial:

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} \tag{39}$$

Calcula o sistema como se houvesse neutro, e no final, para obter as tensões de linha multiplica as tensões pela matriz de transformação D_f:

$$D_f = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{40}$$

Modelo aproximado de linha de distribuição

É comum em algumas situações que as únicas informações disponíveis para a representação de uma linha de distribuição sejam as impedâncias de sequência positiva e negativa.

Com esses dados é possível obtermos os dados da matriz de impedâncias de fase.

Inicialmente têm-se:

$$\mathbf{Z_{seq}} = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & z_1 \end{bmatrix} \tag{41}$$

Modelo aproximado de linha de distribuição

Aplicando a equação de transformação de componentes de sequência para componentes de fase, obtemos a matriz de impedância de fase aproximada:

$$\mathbf{Z_{aprox}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Z_{seq}} \cdot \mathbf{A}^{-1} \tag{42}$$

$$\mathbf{Z_{aprox}} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} (2 \cdot z_1 + z_0) & (z_0 - z_1) & (z_0 - z_1) \\ (z_0 - z_1) & (2 \cdot z_1 + z_0) & (z_0 - z_1) \\ (z_0 - z_1) & (z_0 - z_1) & (2 \cdot z_1 + z_0) \end{bmatrix} \tag{43}$$

Observe que a matrix $\mathbf{Z_{aprox}}$ é simétrica, ou seja, os termos da diagonal principal são iguais entre sí e os fora dela também o são, o que caracteriza o modelo de uma linha transposta.

Modelo aproximado de linha de distribuição

Aplicando a matriz $\mathbf{Z}_{\mathbf{aprox}}$ nas equações de tensão matriciais obtidas anteriormente:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_n = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}_m + \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} (2 \cdot z_1 + z_0) & (z_0 - z_1) & (z_0 - z_1) \\ (z_0 - z_1) & (2 \cdot z_1 + z_0) & (z_0 - z_1) \\ (z_0 - z_1) & (z_0 - z_1) & (2 \cdot z_1 + z_0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Iline_a \\ Iline_b \\ Iline_c \end{bmatrix}$$

Ou de forma condensada:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{abc}n} = \mathbf{V}_{\mathbf{abc}m} + \mathbf{Z}_{\mathbf{aprox}} \cdot \mathbf{I}_{\mathbf{abc}m} \tag{44}$$

Modelo aproximado de linha de distribuição

Resolvendo a equação matricial das tensões para a fase a:

$$V_{a_n} = V_{a_m} + \frac{1}{3} \cdot \{(2 \cdot z_1 + z_0) \cdot I_a + (z_0 - z_1) \cdot I_b + (z_0 - z_1) \cdot I_c\} \quad (45)$$

Adicionando e subtraindo o termo $(z_0 + z_1) \cdot I_a$ **na equação acima, chega-se a seguinte expressão:**

$$V_{a_n} = V_{a_m} + z_1 \cdot I_a + \frac{(z_0 - z_1)}{3} \cdot (I_a + I_b + I_c) \quad (46)$$

Ou:

$$V_{a_n} = V_{a_m} + z_1 \cdot I_a + \frac{(z_0 - z_1)}{3} \cdot I_n \quad (47)$$

Modelo aproximado de linha de distribuição

Realizando o procedimento para as fases b e c, ficamos com o conjuto de equações:

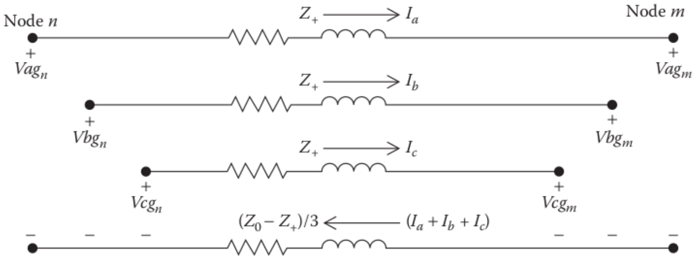
$$\begin{aligned} V_{a_n} &= V_{a_m} + z_1 \cdot I_a + \frac{(z_0 - z_1)}{3} \cdot (I_a + I_b + I_c) && (48) \\ V_{b_n} &= V_{b_m} + z_1 \cdot I_b + \frac{(z_0 - z_1)}{3} \cdot (I_a + I_b + I_c) && (49) \\ V_{c_n} &= V_{c_m} + z_1 \cdot I_c + \frac{(z_0 - z_1)}{3} \cdot (I_a + I_b + I_c) && (50) \end{aligned}$$

Lembrando que se o sistema for equilibrado: $I_a + I_b + I_c = I_n = 0$**, só a impedância de sequencia positiva é necessária:**

$$\begin{aligned} V_{a_n} &= V_{a_m} + z_1 \cdot I_a && (51) \\ V_{b_n} &= V_{b_m} + z_1 \cdot I_b && (52) \\ V_{c_n} &= V_{c_m} + z_1 \cdot I_c && (53) \end{aligned}$$

Modelo aproximado de linha de distribuição

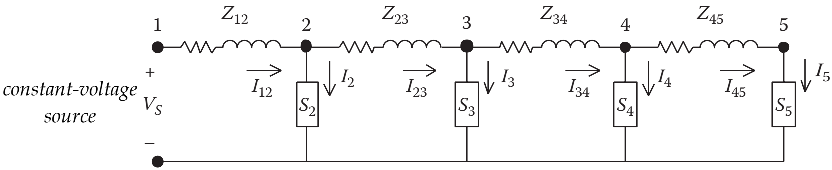
As equações anteriores nos levam ao seguinte modelo de linha:



Power flow solvers

- Giver a feeder and loads, we would like to find the voltages at all buses
- If we know the voltages, we can specify everything else
- Two-port networks relate *linearly* voltages and currents (sending/receiving)
- However, *load currents depend on load voltages* (unless load is an impedance)
- Nonlinear power flow equations are solved by iterative techniques
- *Forward-backward solver*: technique tailored to distribution grids (radial)

Forward-backward solver



- Toy example on line feeder with constant-power loads

- *Backward sweep* updates currents given voltages

$$I_i^{(t+1)} = \left(\frac{S_i}{V_i^{(t)}}\right)^* \quad \text{[load]}$$

$$I_{i-1,i}^{(t+1)} = I_i^{(t+1)} + I_{i,i+1}^{(t+1)} \quad \text{[line]}$$

feeder end to feeder head

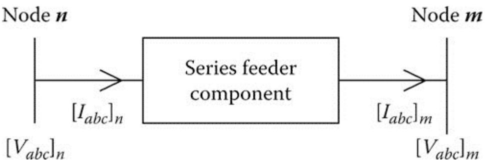
- *Forward sweep* updates voltages given currents

$$V_{i+1}^{(t+1)} = V_i^{(t+1)} + Z_{i,i+1} I_{i,i+1}^{(t+1)}$$

feeder head to feeder end

- Several iterations needed to converge; initialize voltages at nominal

Series components



- Distribution lines, voltage regulators (Lecture 8), and transformers (Lecture 9)

- *Backward sweep* $\quad \mathbf{i}_n^{(t+1)} = \mathbf{C}\mathbf{v}_m^{(t)} + \mathbf{D}\mathbf{i}_m^{(t+1)}$

- *Forward sweep* $\quad \mathbf{v}_m^{(t+1)} = \mathbf{E}\mathbf{v}_n^{(t+1)} - \mathbf{F}\mathbf{i}_m^{(t+1)}$

- Voltages are *LN* ones

- Matrix $\mathbf{C} = \mathbf{0}$ except for
  - long underground lines (due to shunt admittance)
  - grounded Wye-Delta transformers

Shunt components (Lecture 7)

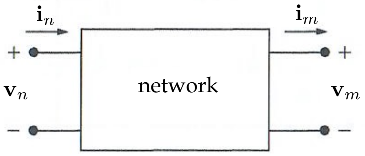
- Spot static loads:
  for ZIP loads, compute currents for each component separately

- Spot induction motors:
  constant-impedance (fixed speed/slip)
  constant-power: compute slip value first

- Capacitor banks:
  constant-impedance loads
  susceptance computed using rated voltage/VAR values

Summary

- Developed ABCD model for multiphase untransposed distribution lines



- Untransposed lines entail unbalanced currents even for balanced loads

- Model simplifies except for long rural or underground lines

- Studied the special cases of transposed and parallel lines

- Explained how the obtained matrices are used in FB solver