

Accelerometer Based Gesture Recognition using HMMs

Andrea Tarocchi, Marco Magnatti

8 gennaio 2009



Outline

- 1 Introduzione
- 2 Quantizzazione dei dati
- 3 HMM
 - Definizione
 - Prediction
 - Learning
 - Decoding
- 4 Decisore
- 5 Test e risultati



Descrizione del problema

Da un device dotato di accelerometri si ricevono i dati relativi alle accelerazioni a cui è sottoposto durante il moto (lungo le tre coordinate spaziali).

Tale device può essere impugnato per eseguire gesture.

Il nostro obiettivo è realizzare un sistema che, dopo adeguato addestramento, sia in grado di riconoscere gesti effettuati tramite tale dispositivo.



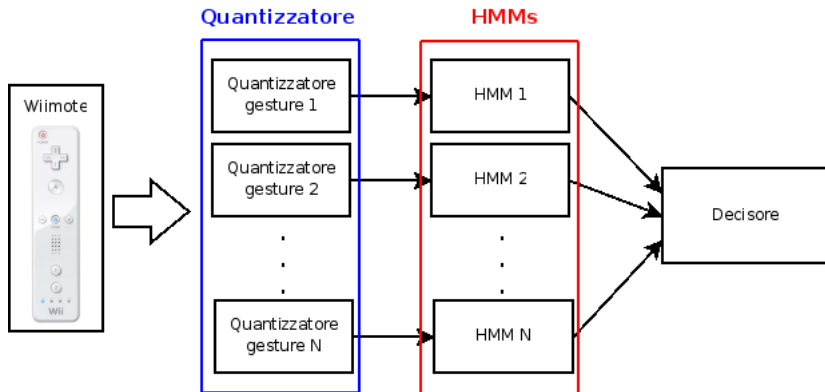
Strumenti utilizzati



- Device di acquisizione dati: Nintendo Wiimote
- Linguaggio di programmazione utilizzato: C/C++
- wiiuse: libreria C per comunicazione PC - Wiimote
- boost C++: librerie C++ con numerose strutture dati
- HMM (Hidden Markov Model): per il riconoscimento



Struttura generale



Quantizzazione con k-means

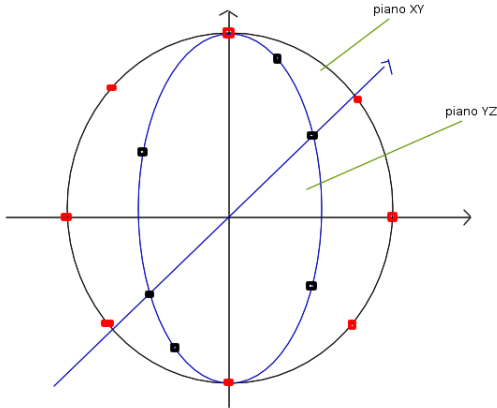
Poiché i dati in arrivo dal Wiimote sono valori in campo reale compresi tra $-4G$ e $+4G$, è necessaria una discretizzazione prima di poterli sottoporre ad un HMM che, per scelta implementativa, lavora in campo discreto.

La discretizzazione viene fatta tramite l'algoritmo k-means.

Per via sperimentale, si è stabilito la posizione iniziale e il numero dei centroidi da utilizzare (e di conseguenza il numero di differenti simboli che l'HMM può emettere).



Posizione dei centroidi



Possibili approcci alternativi:

- Inizializzazione random
- Inizializzazione lungo la direzione del vettore medio



HMM

Con HMM è possibile affrontare problemi del tipo “modellare la probabilità $P(X)$ di una sequenza di osservazioni X ”.

Nel nostro caso, le sequenze osservate sono costituite dai vettori di accelerazioni quantizzati in un numero finito di simboli.

Si assume che la sequenza osservata sia generata da una sequenza S di variabili nascoste, chiamate stati.

Altra assunzione fondamentale è che “il futuro è indipendente dal passato, dato il presente”, ovvero vale:

$$S[t+1] \perp S[1], S[2], \dots, S[t-1], X[1], X[2], \dots, X[t] | S[t]$$

$$X[t+1] \perp S[1], S[2], \dots, S[t], X[1], X[2], \dots, X[t] | S[t+1]$$



Elementi di un HMM

Un HMM $\lambda = (\pi, A, B)$ è caratterizzato da:

- N , il numero di stati (nascosti) nel modello
- M , il numero di distinti simboli osservabili (alfabeto)
- $\pi = \{\pi_i\}$, con $\pi_i = P[q_1 = S_i]$, è il vettore delle probabilità iniziali degli stati
- $A = \{a_{ij}\}$, con $a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i]$, è la matrice di transizione tra gli stati
- $B = \{b_{jk}\}$, con $b_{jk} = P[\text{osservo il simbolo } v_k \text{ al tempo } t | q_t = S_j]$, è la matrice di emissione (essendo il modello stazionario, B è indipendente dal tempo)



I 3 problemi di base

Ci sono 3 problemi la cui risoluzione è indispensabile affinché il modello risulti utilizzabile in applicazioni reali:

- 1 **Prediction:** data una sequenza di simboli $V = \{v_1, \dots, v_T\}$ e un modello λ , calcolare la *likelihood* $P(V|\lambda)$
- 2 **Learning:** date una o più sequenze di training, calcolare i parametri del modello λ che meglio spiegano i dati
- 3 **Decoding:** data una sequenza di simboli $V = \{v_1, \dots, v_T\}$ e un modello λ , determinare la più probabile sequenza di stati che possa aver generato i simboli dati



Soluzione al problema 1

Vogliamo calcolare la probabilità di una sequenza di osservazioni $O = O_1, O_2, \dots, O_T$ dato il modello λ , ossia $P(O|\lambda)$. Il modo più immediato di farlo comporterebbe enumerare tutte le possibili sequenze di stati Q_k , sommando poi le probabilità condizionate $P(O|Q_k, \lambda) \cdot P(Q_k|\lambda)$, ma arriverebbe ad avere una complessità intrattabile (dell'ordine di $2T \cdot N^T$). Pertanto, si ricorre alla *Forward-Backward Procedure*, che vedremo avere una complessità dell'ordine di $N^2 \cdot T$.



The Forward-Backward Procedure

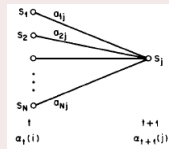
Definiamo la variabile forward $\alpha_t(i)$ come:

$$\alpha_t(i) = P(O_1, O_2, \dots, O_t, q_t = S_i | \lambda)$$

ossia la probabilità di osservare O_1, \dots, O_t (sequenza parziale) ed essere nello stato S_i al tempo t , dato il modello λ .

Procediamo per induzione su $\alpha_t(i)$:

- 1 Inizializzazione: $\alpha_1(i) = \pi_i b_i(O_1)$
- 2 Induzione: $\alpha_{t+1}(j) = (\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij}) \cdot b_j(O_{t+1})$
- 3 Terminazione: $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$



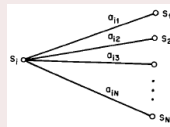
Definiamo la variabile backward $\beta_t(i)$ come segue:

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1}, O_{t+2}, \dots, O_T | q_t = S_i, \lambda)$$

ossia, la probabilità di osservare la parte finale della sequenza, da $t + 1$ fino alla fine, dato lo stato S_i al tempo t e il modello λ .

Procediamo per induzione su $\beta_t(i)$:

- 1 Inizializzazione: $\beta_T(i) = 1$
- 2 Induzione: $\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)$



Soluzione al problema 2

Non si conosce un metodo analitico per determinare il modello che massimizza la probabilità della sequenza data. Si può usare l'algoritmo di Baum-Welch per massimizzare localmente $P(O|\lambda)$.

Definiamo la variabile $\xi_t(i, j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda)$ ovvero la probabilità di trovarsi nello stato S_i al tempo t e nello stato S_j al tempo $t + 1$, dati O e λ . Possiamo esprimerla in funzione delle variabili forward e backward:

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)}$$



Definiamo la variabile $\gamma_t(i) = P(q_t = S_i | O, \lambda)$, ossia la probabilità di trovarsi nello stato S_i al tempo t dati O e λ .

Questa può essere ricavata dalle variabili forward e backward come segue:

$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{P(O|\lambda)} \quad (1)$$

e in funzione della variabile $\xi_t(i, j)$:

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j) \quad (2)$$



Sommando $\gamma_t(i)$ rispetto a t , si ottiene una quantità che indica il numero atteso di volte che passeremo per lo stato S_i . Analogamente, la somma di $\xi_t(i, j)$ su t può essere interpretata come il numero (atteso) di transizioni tra S_i e S_j . Pertanto:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) = \text{numero atteso di transizioni da } S_i$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j) = \text{numero atteso di transizioni da } S_i \text{ a } S_j$$

Usando le formule appena introdotte e il concetto di conteggiare le occorrenze degli eventi ai fini di stimare le probabilità, è possibile fornire un metodo per la ristima dei parametri dell'HMM.



Formule di ristima dei parametri

$$\overline{\pi_i} = \text{numero atteso di volte in stato } S_i \text{ al tempo } 1 = \gamma_1(i)$$

$$\overline{a_{ij}} = \frac{\text{numero atteso di transizioni da } S_i \text{ a } S_j}{\text{numero atteso di transizioni da } S_i} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}$$

$$\overline{b_j(k)} = \frac{\text{numero atteso di volte in } S_j \text{ osservando il simbolo } v_k}{\text{numero atteso di volte nello stato } S_j} = \frac{\sum_{t=1, s.t. O_t=v_k}^T \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)}$$



Soluzione al problema 3

Ci sono differenti modi per trovare la sequenza di stati *“ottimale”* data la sequenza di osservazioni.

Un possibile criterio è di scegliere gli stati q_t che sono individualmente più probabili

Utilizzando le variabili $\lambda_t(i)$ prima definite si può trovare lo stato q_t più probabile al tempo t come:

$$q_t = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\gamma_t(i)], \quad 1 \leq t \leq T$$



Il criterio più largamente usato è quello di trovare la singola miglior sequenza ossia massimizzare $P(Q|O, \lambda)$ che è equivalente a massimizzare $P(Q, O|\lambda)$.

Per fare questo si utilizza l'algoritmo di Viterbi.
E' utile introdurre la quantità:

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \dots, q_{t-1}} P(q_1, q_2, \dots, q_t = i, O_1 O_2 \dots O_t | \lambda)$$

Ossia è la più alta probabilità lungo un singolo cammino al tempo t che tiene conto delle prime t osservazioni e finisce nello stato S_i



Algoritmo di Viterbi

1 Inizializzazione:

- $\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad \psi_1(i) = 0, \quad 1 \leq i \leq N$

2 Ricorsione:

- $\delta_t(j) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] b_j(O_t), \quad 1 \leq j \leq N$

- $\psi_t(j) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}], \quad 2 \leq t \leq T$

3 Terminazione

- $P^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)]$

- $q_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)]$

4 Sequenza degli stati:

- $q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*), \quad t = T-1, T-2, \dots, 1$



Roba dell'indiana

Considerazioni

Vedo di darci un occhio pure io



Bibliografia



Collobert R. and Sinz F. and et al.
Large Scale Transductive SVMs.



Schölkopf, Bernhard and Smola, Alexander J.
Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond (Adaptive Computation and Machine Learning).
The MIT Press, 2001.



Chapelle, O. and Schölkopf, B. and Zien, A.
Semi-Supervised Learning (Adaptive Computation and Machine Learning).
The MIT Press, 2006.



Bibliografia



Yuille A. L. and Rangarajan A.
The concave-convex procedure (CCCP).
The MIT Press, 2002.



Vapnik, Vladimir N.
The Nature of Statistical Learning Theory.
Springer, 1999.



N. Cristianini and J. Shawe-Taylor.
Kernel Methods for Pattern Analysis.
Cambridge Univ. Press, 2004.

