系统的线性性质应用：

例：某一阶离散 LTI 系统，其初始状态为 $x(0)$，已知当激励为 $e(k)$ 时，全响应为 $y_1(k)=\varepsilon(k)$，若初始状态不变，激励为 $2e(k)$ 时，其响应为 $y_2(k)=2\left[1-(\frac{1}{2})^k\right]\varepsilon(k)$。试求当 $\frac{1}{2}x(0)$、激励为 $4e(k)$ 时系统的全响应 $y(k)$。

解：设 $y_1(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)$ （1）

根据题意有：$y_2(k)=y_{zi}(k)+2y_{zs}(k)$ （2）

（2）式—（1）式得：- （3）

将（3）式代入（1）中，可得：$y_{zi}(k)=y_1(k)-y_{zs}(k)=2(\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$ （4）

根据题意有：$y(k)=\frac{1}{2}y_{zi}(k)+4y_{zs}(k)$

将（3）、（4）式代入上式得：

$$y(k)=(\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)+4\left[1-2(\frac{1}{2})^k\right]\varepsilon(k)=\left[4-7(\frac{1}{2})^k\right]\varepsilon(k)$$

例：某二阶连续 LTI 系统的初始状态为 $x_1(0)$ 和 $x_2(0)$，当 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=0$ 时其零输入响应为 $y_1(t)=e^{-t}+e^{-2t},t\geq 0$；当 $x_1(0)=0$，$x_2(0)=1$ 时其零输入响应为 $y_2(t)=e^{-t}-e^{-2t},t\geq 0$；当 $x_1(0)=1$，$x_2(0)=-1$，而激励为 $e(t)$ 时其全响应为 $y_3(t)=2+e^{-t},t\geq 0$。试求当 $x_1(0)=3$，$x_2(0)=2$，激励为 $2e(t)$ 时该系统 全响应 $y(t)$。

解：令所要求的全响应为 $y(t)=3y_{zi1}(t)+2y_{zi2}(t)+2y_{zs}(t)$，

则根据题意可知，$y_{zi1}(t)=y_1(t)=e^{-t}+e^{-2t},t\geq 0$

$$y_{zi2}(t)=y_2(t)=e^{-t}-e^{-2t},t\geq 0$$

又根据题意可知 $y_3(t)=y_{zi1}(t)-y_{zi2}(t)+y_{zs}(t)=2+e^{-t},t\geq 0$

由上式可求得

$$\begin{aligned} y_{zs}(t) &= y_3(t) - y_{zi1}(t) + y_{zi2}(t) \\ &= 2 + e^{-t} - (e^{-t} + e^{-2t}) + (e^{-t} - e^{-2t}) \\ &= 2 + e^{-t} - 2e^{-2t}, \ t \geq 0 \end{aligned}$$

所以

$$y(t) = 3y_{zi1}(t) + 2y_{zi2}(t) + 2y_{zs}(t)$$

$$= 3(e^{-t} + e^{-2t}) + 2(e^{-t} - e^{-2t}) + 2(2 + e^{-t} - 2e^{-2t})$$

$$= (4 + 7e^{-t} - 3e^{-2t}), \ t \geq 0$$