

مبانی هوش محاسباتی

فصل سه - معرفی چند شبکه عصبی کاربردی

فهرست مطالب

- تخصیص الگو؛ شبکه Hopfield
- آموزش غیرنظارتی و رقابت در شبکه عصبی؛ شبکه SOM
- دسته‌بندی با مفهوم توابع هسته؛ شبکه RBF
- مفاهیم جدید در شبکه‌های عصبی: عمیق و پیچشی CNN و DNN



مبانی هوش محاسباتی

فصل سه - شبکه‌های عصبی مصنوعی کاربردی

کاربرد شبکه عصبی در تخصیص و ذخیره سازی الگو - شبکه هاپفیلد گسسته



به یاد سپاری الگوها

- یادگیری و به یاد سپاری در ذهن انسان

– نظریه آریستول (Aristotle)

- ذهن انسان موضوعات و رویدادهایی که شبیه یا متضاد هم هستند یا با هم رخ داده‌اند را به یکدیگر مرتبط کرده و از این طریق، یادگیری و به یاد سپاری حاصل می‌شود.

– به یاد سپاری یک الگو (به حافظه سپردن)

- ارتباط یک الگو با خودش!



شبکه‌های حافظه انجمنی (تخصیص دهنده الگو)

- شبکه‌های عصبی [حافظه] انجمنی (تخصیص دهنده)
(Associative Memory Neural Net.)
 - معمولاً شبکه‌های تک‌لایه هستند.
 - حفظ و نگهداری الگوها به کمک تغییر و به‌روزرآوری وزن‌ها.
 - به همین دلیل، برخلاف حافظه‌های معمول، جای مشخصی را نمی‌توان برای نگهداری الگو مشخص نمود.
 - اثر حفظ یک الگو، در تمام شبکه پخش می‌گردد.
 - ویژگی مهم شبکه‌های عصبی حافظه انجمنی
 - بازیابی با ارایه الگویی شبیه الگوی آموزش داده‌شده نیز ممکن است.

انواع شبکه‌های حافظه انجمنی

- الگوهای ورودی، در قالب زوج‌بردارهای آموزشی $s:t$ بیان می‌شوند.
 - اگر $s=t$ ، شبکه را حافظه خودانجمنی (Autoassociative memory) و در غیراینصورت، حافظه دیگرانجمنی (Heteroassociative memory) گوئیم.
- شبکه‌های حافظه انجمنی از لحاظ نوع ساختار
 - پیشخور (feedforward): انتقال اطلاعات و محاسبات همیشه از لایه ورودی به سمت لایه خروجی است.
 - بازگشتی (recurrent) یا تکراری (iterative): اتصالاتی بین نرون‌ها وجود دارد که باعث ایجاد حلقه بسته (فیدبک) در شبکه می‌شود.
- قوانین آموزش مورد استفاده در شبکه‌های حافظه انجمنی
 - قانون هب – قانون دلتا – قانون دلتای تعمیم یافته
 - دقیقاً همانند مطالب ذکر شده درباره شبکه‌های یک لایه

قانون هب برای حافظه انجمنی

- با فرض اینکه وزنهای اولیه جملگی صفر باشند؛ قانون هب را می توان به کمک ضرب خارجی دو بردار ورودی و خروجی پیاده سازی کرد.

– فرض کنیم الگوی $s:t$ باید آموزش داده شود:

$$\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_i, \dots, s_n)$$

$$\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_j, \dots, t_m)$$

$$\mathbf{s}^T \cdot \mathbf{t} = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_i \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 & \dots & t_j & \dots & t_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 t_1 & \dots & s_1 t_j & \dots & s_1 t_m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_i t_1 & \dots & s_i t_j & \dots & s_i t_m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n t_1 & \dots & s_n t_j & \dots & s_n t_m \end{bmatrix}$$

- این دقیقاً همان ماتریس وزنی است که بعد از آموزش این الگو توسط الگوریتم آموزش هب، به دست می آید!

Step 0. Initialize all weights ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$):
 $w_{ij} = 0$.

Step 1. For each input training–target output vector pair $s:t$, do Steps 2–4.

Step 2. Set activations for input units to current training input ($i = 1, \dots, n$):
 $x_i = s_i$

Step 3. Set activations for output units to current target output ($j = 1, \dots, m$):
 $y_j = t_j$.

Step 4. Adjust the weights ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$):
 $w_{ij}(\text{new}) = w_{ij}(\text{old}) + x_i y_j$.



قانون هب برای حافظه انجمنی

– استفاده از ضرب خارجی برای آموزش بیش از یک الگو

• اگر P الگو به شکل زیر داشته باشیم:

$$\mathbf{s}_{(p)} = (s_{1(p)}, \dots, s_{i(p)}, \dots, s_{n(p)}) \quad , \quad \mathbf{t}_{(p)} = (t_{1(p)}, \dots, t_{j(p)}, \dots, t_{m(p)})$$

• از آنجا که وزنهای حاصل از آموزش هب به شکل زیر خواهند بود:

$$w_{ij} = \sum_{p=1}^P s_{i(p)} \cdot t_{j(p)}$$

• می‌توان صورت ماتریسی را به کمک ضرب خارجی بردارهای ورودی و خروجی به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{W} = \sum_{p=1}^P \mathbf{s}_{(p)}^T \cdot \mathbf{t}_{(p)}$$



قانون دلتا برای حافظه انجمنی

- مزیت: مناسب برای الگوهایی که مسقل خطی هستند، اما ناهمبسته (عمود) نیستند.

- قانون دلتا (شکل اولیه):

– تابع فعالیت خروجی؛ همانی:

$$y_j = \sum_{i=1}^n x_i w_{ij}$$

– تغییر وزن قانون دلتا:

$$\Delta w_{ij} = \alpha(t_j - y_j)x_i$$

- در این صورت، مجذور خطای ورودی سلول (net input) و خروجی مطلوب، کمینه خواهد شد.

قانون دلتا برای حافظه انجمنی

- قانون دلتای گسترش یافته (extended or generalized Delta rule)

– تابع فعالیت: تابع پیوسته مشتق پذیر.

– کاهش خطای خروجی شبکه و خروجی مطلوب.

– نحوه استخراج قانون دلتای گسترش یافته:

$$E = \sum_{j=1}^m (t_j - y_j)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{IJ}} = \frac{\partial}{\partial w_{IJ}} \sum_{j=1}^m (t_j - y_j)^2 = \frac{\partial}{\partial w_{IJ}} (t_J - y_J)^2$$

$$y_{inJ} = \sum_i x_i w_{iJ} \quad , \quad y_J = f(y_{inJ})$$

• با توجه به روابط روبرو، داریم:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{IJ}} = -2(t_J - y_J) \frac{\partial y_J}{\partial w_{IJ}} = -2(t_J - y_J) \cdot x_I \cdot f'(y_{inJ})$$

• و بنابراین، تغییر وزنها چنین خواهد بود:

$$\Delta w_{IJ} = \alpha \cdot (t_J - y_J) \cdot x_I \cdot f'(y_{inJ})$$

Hopfield Net

- انواع شبکه هاپفیلد

- گسسته

- معمولاً باینری؛ کاربرد: حافظه با دسترسی محتوایی (Content Addressable Memory)

- پیوسته

- کاربرد در اختصاص الگو، بهینه سازی.

- هاپفیلد گسسته (Discrete Hopfield Net)

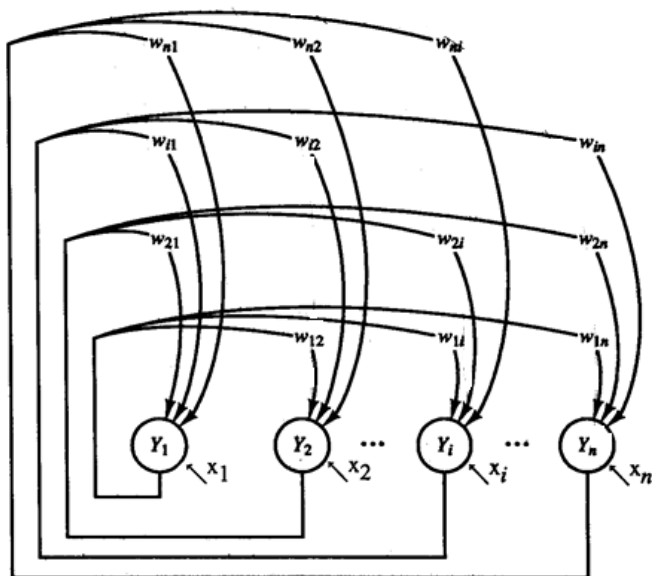
- توپولوژی یک شبکه کاملاً متصل (fully interconnected)

- ماتریس وزنهای متقارن، قطر اصلی صفر.

- دو نکته مهم در شیوه عملکرد هاپفیلد گسسته:

- در هر لحظه، تنها یک سلول فعالیتش را تغییر می دهد (به روز می کند).

- هر سلول، علاوه بر فعالیت سلولهای دیگر، یک ورودی مستقل دارد. یعنی بردار ورودی همیشه در شبکه تاثیر دارد.



آموزش و استفاده از هاپفیلد گسسته

Application Algorithm for the Discrete Hopfield Net

Step 0. Initialize weights to store patterns.

(Use Hebb rule.)

While activations of the net are not converged, do Steps 1–7.

Step 1. For each input vector x , do Steps 2–6.

Step 2. Set initial activations of net equal to the external input vector x :

$$y_i = x_i, (i = 1, \dots, n)$$

Step 3. Do Steps 4–6 for each unit Y_i .

(Units should be updated in random order.)

Step 4. Compute net input:

$$y_in_i = x_i + \sum_j y_j w_{ji}.$$

Step 5. Determine activation (output signal):

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{if } y_in_i > \theta_i \\ y_i & \text{if } y_in_i = \theta_i \\ 0 & \text{if } y_in_i < \theta_i. \end{cases}$$

Step 6. Broadcast the value of y_i to all other units.
(This updates the activation vector.)

Step 7. Test for convergence.

• آموزش الگوها

– الگوهای ورودی

باینری یا بایپولار

– آموزش هب، به

صورت بایپولار (حتی

برای داده‌های باینری).

– وزن‌های قطر اصلی،

صفر.



• الگوریتم استفاده

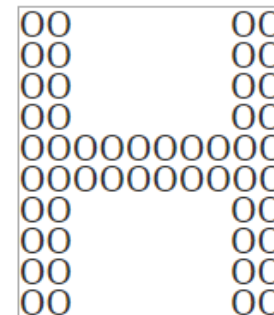
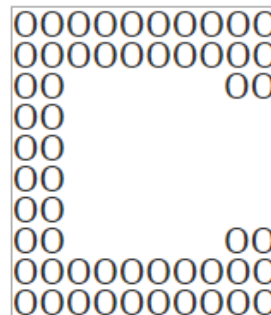
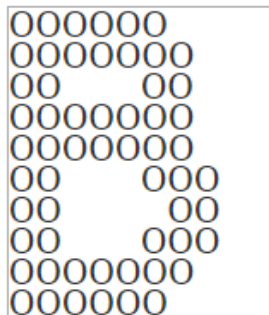
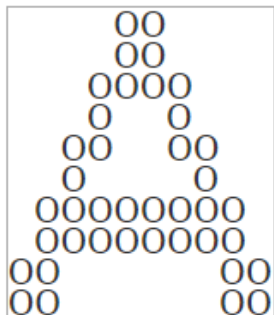
یک مثال ساده از عملکرد هاپفیلد

- ذخیره سازی یک الگو؛ بازیابی الگوی تخریب شده
 - الگوی باینری: $[1 \ 1 \ 1 \ 0]$ یا معادل بایپولار آن: $[1 \ 1 \ 1 \ -1]$
 - ماتریس وزن ها با قطر اصلی صفر:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
 - انتخاب ترتیب تصادفی برای به روز رسانی فعالیت سلولها: Y_1, Y_4, Y_3, Y_2
 - یک دوره از الگوریتم استفاده هاپفیلد
 - توجه به شیوه تغییر فعالیت سلولها.
 - چون فعالیتها تغییر کرده، حداقل یک دوره دیگر ادامه دارد.
- Step 1.** The input vector is $x = (0, 0, 1, 0)$. For this vector,
- Step 2.** $y = (0, 0, 1, 0)$.
- Step 3.** Choose unit Y_1 to update its activation:
- Step 4.** $y_{in1} = x_1 + \sum_j y_j w_{j1} = 0 + 1$.
- Step 5.** $y_{in1} > 0 \rightarrow y_1 = 1$.
- Step 6.** $y = (1, 0, 1, 0)$.
- Step 3.** Choose unit Y_4 to update its activation:
- Step 4.** $y_{in4} = x_4 + \sum_j y_j w_{j4} = 0 + (-2)$.
- Step 5.** $y_{in4} < 0 \rightarrow y_4 = 0$.
- Step 6.** $y = (1, 0, 1, 0)$.
- Step 3.** Choose unit Y_3 to update its activation:
- Step 4.** $y_{in3} = x_3 + \sum_j y_j w_{j3} = 1 + 1$.
- Step 5.** $y_{in3} > 0 \rightarrow y_3 = 1$.
- Step 6.** $y = (1, 0, 1, 0)$.
- Step 3.** Choose unit Y_2 to update its activation:
- Step 4.** $y_{in2} = x_2 + \sum_j y_j w_{j2} = 0 + 2$.
- Step 5.** $y_{in2} > 0 \rightarrow y_2 = 1$.
- Step 6.** $y = (1, 1, 1, 0)$.
- Step 7.** Test for convergence.

مثال هایفیلد

Initial patterns



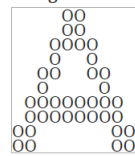
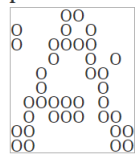
Noise percentage

Type of a distorted pattern

The result of recognition

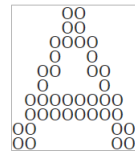
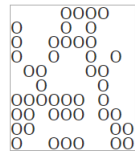
40%

10%



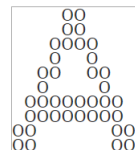
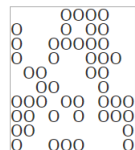
50%

20%

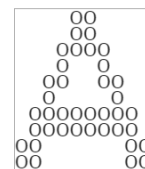


60%

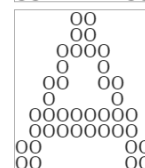
30%



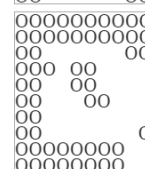
70%



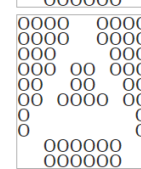
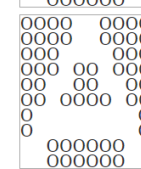
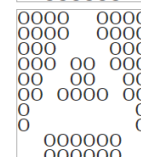
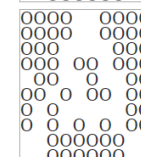
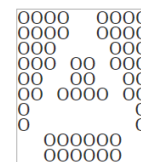
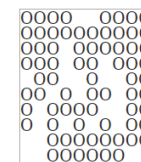
80%



90%

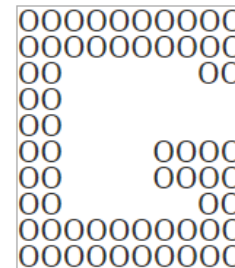
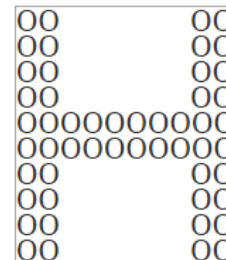
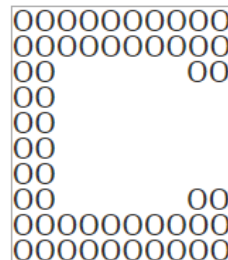
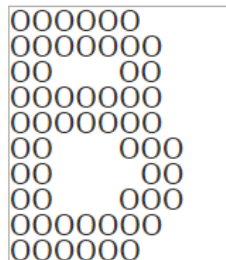
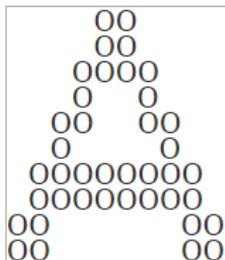


100%

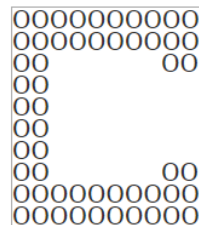
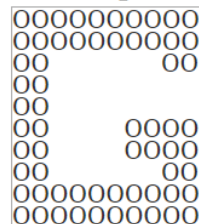


مثال هایفیلد

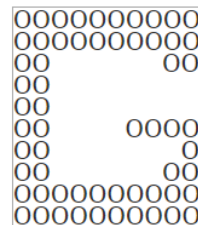
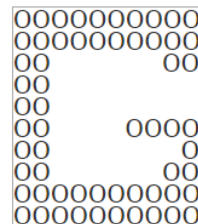
Initial patterns



The test pattern



The result of recognition



مبانی هوش محاسباتی

فصل سه - شبکه‌های عصبی مصنوعی کاربردی

کاربرد شبکه عصبی در خوشه‌بندی الگو -
شبکه «نقشه خودسازمانده»
(آموزش غیر نظارتی و رقابت در شبکه عصبی)

Kohonen Self-Organizing Maps

• نکات شاخص و متفاوت در شبکه Kohonen SOM

– آموزش بدون ناظر (Unsupervised Learning)

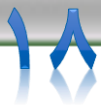
- برچسب دسته مشخص نیست، وظیفه شبکه یافتن مشابهت در الگوهای ورودی و دسته بندی الگوها بر اساس آن است.
- یافتن مرکز تجمع داده‌های ورودی، به کمک شباهت بین آنها.

– شبکه رقابتی

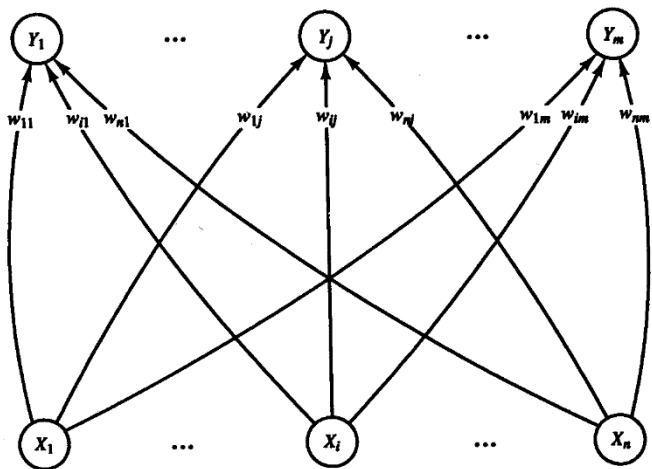
- سلولها در یک ساختار یک یا دو بعدی، قرار گرفته اند.
- هر سلول، با توجه به تعریف، تعدادی همسایه دارد.
- نرون‌ها با همسایگان در حال رقابت هستند.
- در هر دور آموزش، یک سلول (با توجه به میزان مشابهت با الگوی ورودی) برنده می‌شود.
- فقط سلول و همسایه‌های آن، حق آموزش (تغییر اوزان) را دارند.

– معمولاً به جای ضرب وزن‌ها در الگوی ورودی، فاصله آنها سنجیده می‌شود.

- در الگوها با اندازه یک، از نظر ریاضی هیچ تفاوتی ندارد.

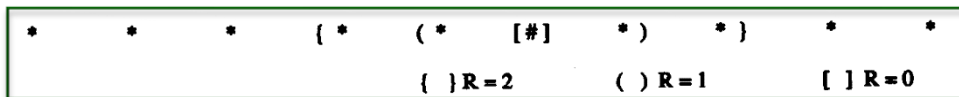


Kohonen SOM

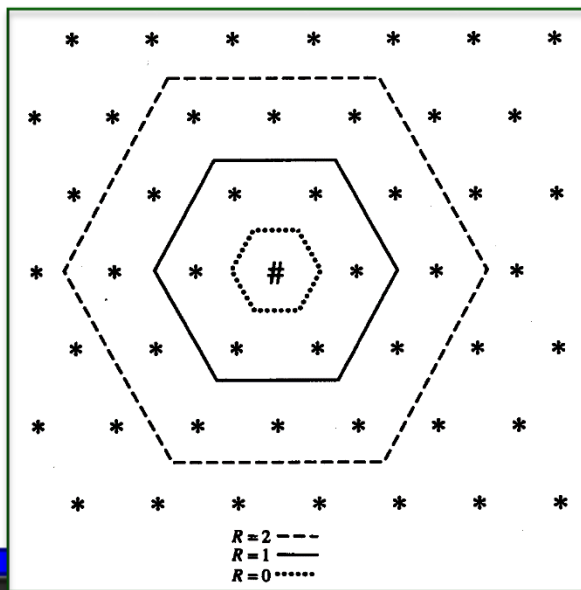


- شبکه تک لایه:
- مفهوم همسایگی و شعاع همسایگی

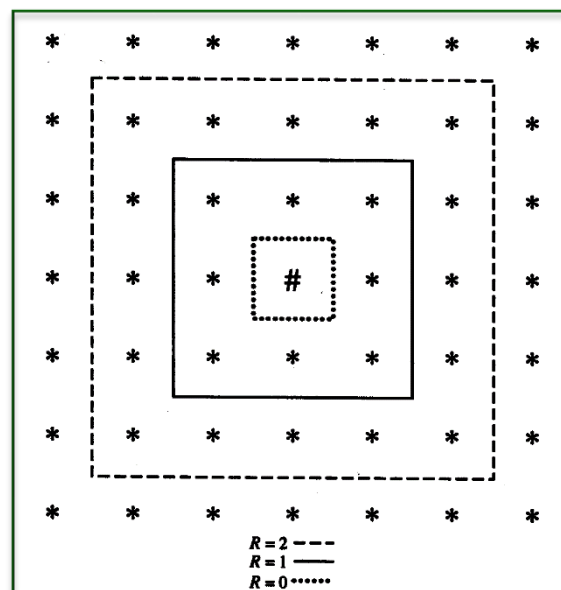
یک بُعدی



دو بُعدی
شش ضلعی



دو بُعدی
مربعی



SOM

• الگوریتم آموزش و استفاده:

Step 0. Initialize weights w_{ij} . (Possible choices are discussed below.)
Set topological neighborhood parameters.
Set learning rate parameters.

Step 1. While stopping condition is false, do Steps 2–8.

Step 2. For each input vector x , do Steps 3–5.

Step 3. For each j , compute:

$$D(j) = \sum_i (w_{ij} - x_i)^2.$$

محاسبه فاصله بردار ورودی تا بردارهای نمونه

Step 4. Find index J such that $D(J)$ is a minimum.

Step 5. For all units j within a specified neighborhood of J , and for all i :

$$w_{ij}(\text{new}) = w_{ij}(\text{old}) + \alpha[x_i - w_{ij}(\text{old})].$$

یافتن سلول برنده؛ تغییر وزن
برنده و همسایگان

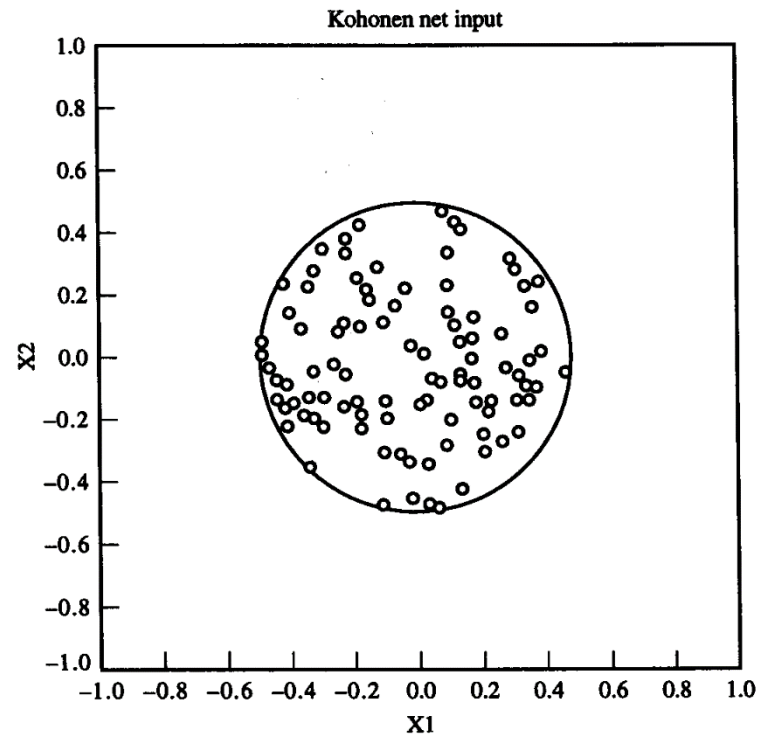
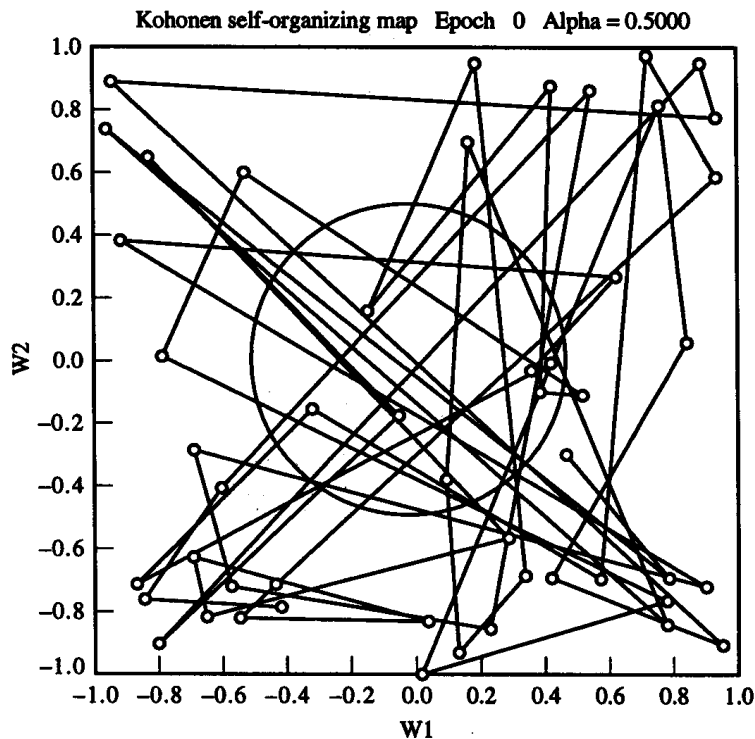
Step 6. Update learning rate. کاهش نرخ آموزش به آهستگی، با تصاعد هندسی یا حسابی؛

Step 7. Reduce radius of topological neighborhood at specified times. کاهش شعاع همسایگی

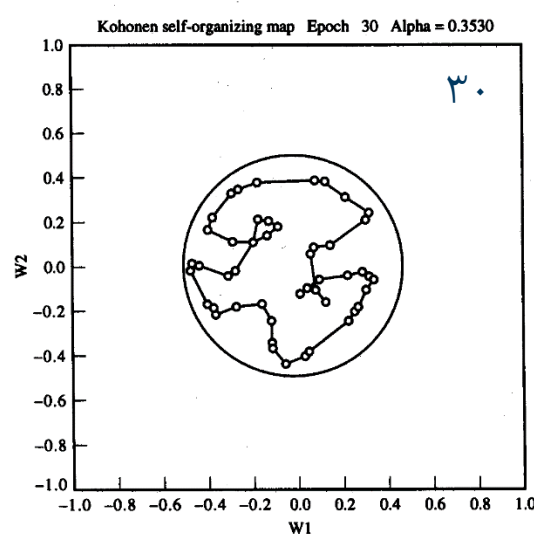
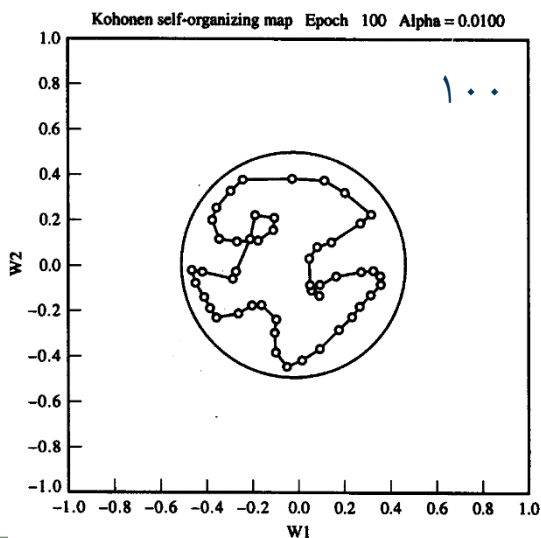
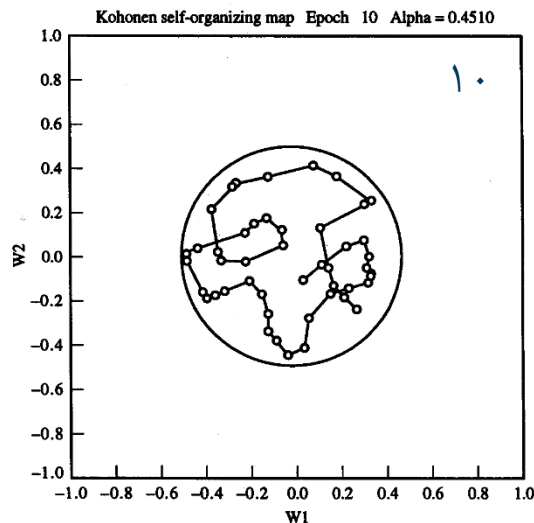
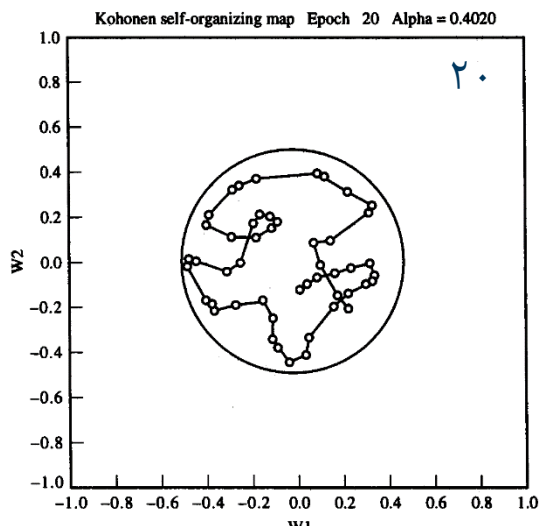
Step 8. Test stopping condition. شرط خاتمه: تغییرات وزن از حد خاصی فراتر نرود. یا صفر شدن شعاع همسایگی و نرخ آموزش.

مثال هندسی دوبعدی SOM (۱)

- داده‌های ورودی: — ۱۰۰ داده تصادفی در دایره.
- وزن‌های اولیه: — ۵۰ سلول با همسایگی خطی ۱.



مثال هندسی دوبعدی SOM (۲)



• نتایج بعد از:

— ۱۰ تکرار

— ۲۰ تکرار

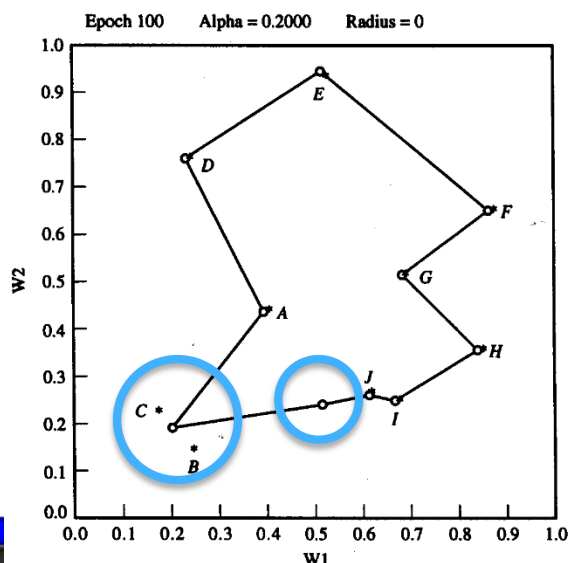
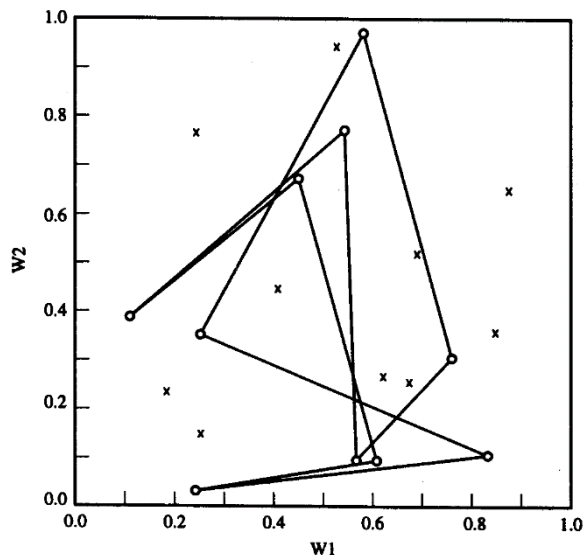
— ۳۰ تکرار

— ۱۰۰ تکرار

• با افزایش تکرارها، علاوه بر تجمع وزن‌ها در دایره مرکزی، سلولهای همسایه چیشن نرم‌تری پیدا می‌کنند.

• با انتخاب شعاع همسایگی بیشتر در ابتدا، ترتیب از این هم صاف‌تر می‌شود.

مثال: حل TSP توسط SOM



- داده‌های ورودی: مختصات شهرها
- ۱۰ سلول در لایه خروجی.

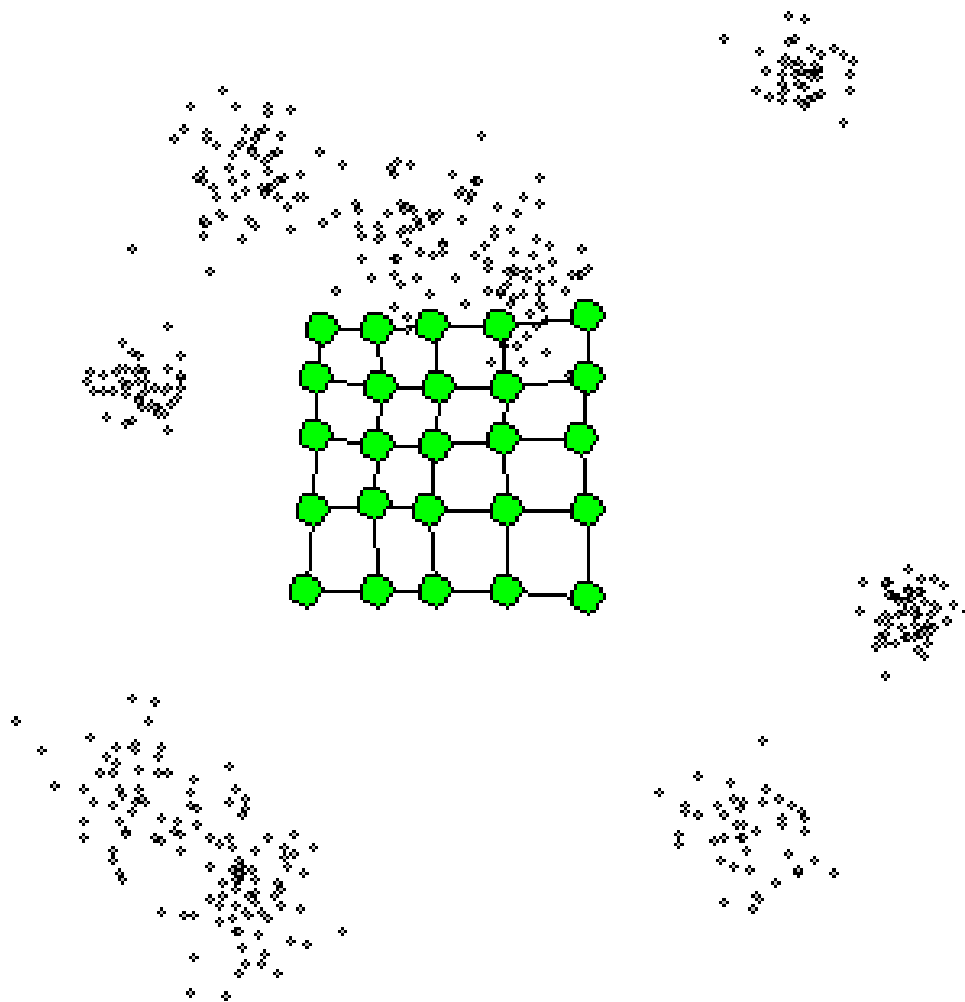
– همسایگی: نشان‌دهنده شهرهای مجاور در تور انتخاب شده.

– حالت مطلوب: هر شهر، یک سلول را به عنوان نماینده انتخاب می‌کند.

– در عمل، ممکن است بعضی سلولها بین دو یا چند شهر، (اصطلاحاً) گیر بیافتند.

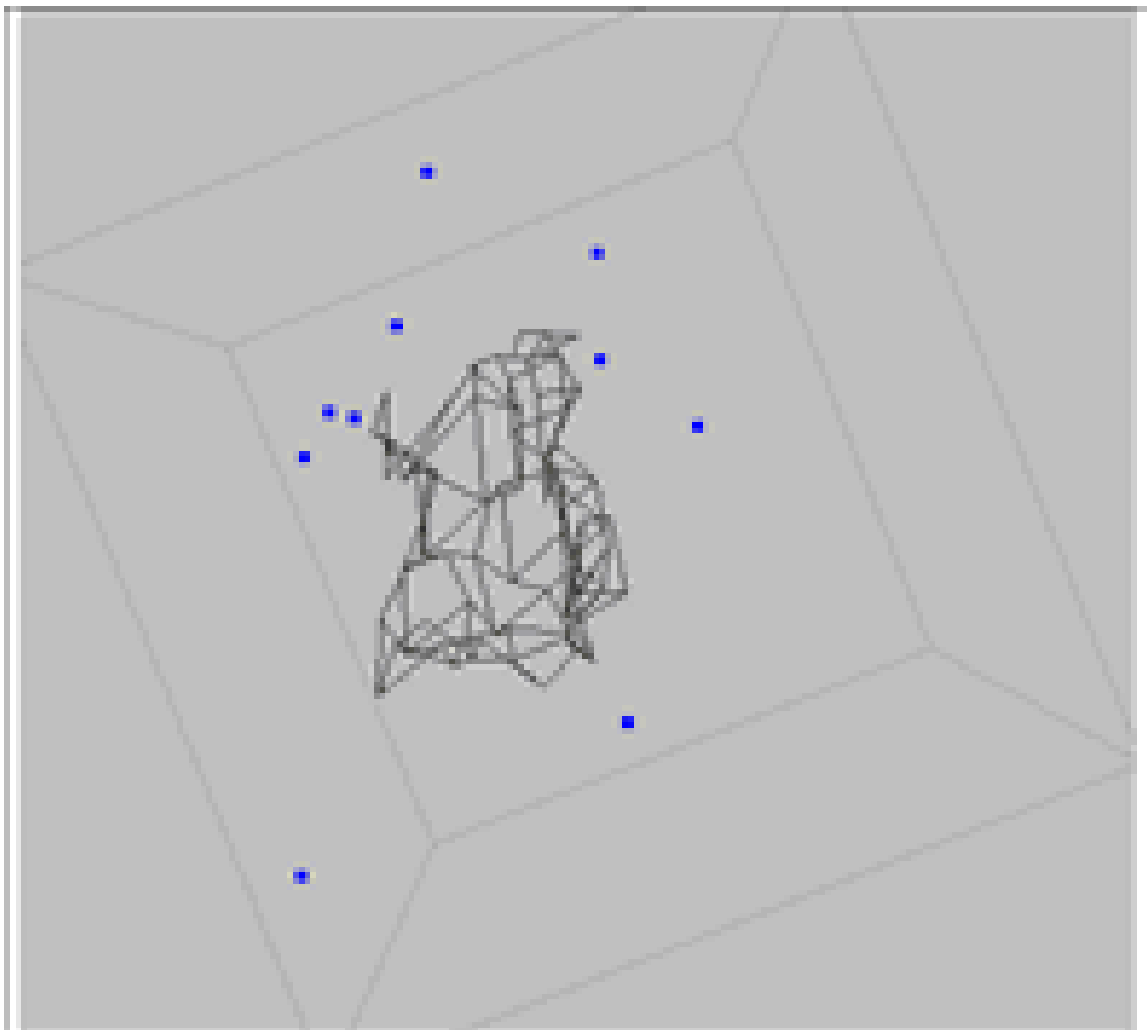


مثال SOM



- کاربرد در:
 - مدل سازی.
 - تقریب توابع.
 - بهینه سازی.
 - خوشه بندی.
 - چندی سازی.
 - کاهش ابعاد داده‌ها.

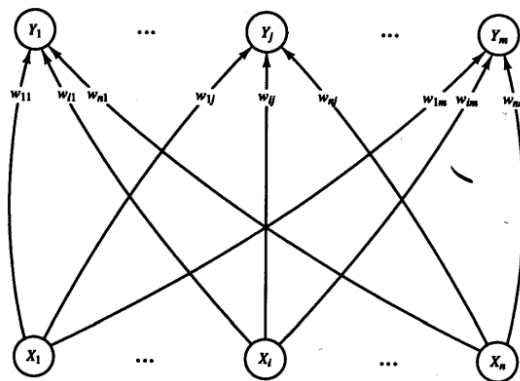
مثال SOM



- کاربرد در:
 - مدل سازی.
 - تقریب توابع.
 - بهینه سازی.
 - خوشه بندی.
 - چندی سازی.
 - کاهش ابعاد داده ها.

مدرج سازی برداری با یادگیری (LVQ)

- Learning Vector Quantization - LVQ
 - ترجمه Quantization: مدرج سازی - کمی سازی - چندی سازی
 - معنا: گسسته سازی مقادیر پیوسته.
- LVQ شبکه با نظارت (Supervised) است.
 - بر خلاف SOM که بدون نظارت است.
 - بردارهای مرجع، به عنوان نماینده کلاس، در الگوریتم آموزش تنظیم می شوند.
 - پس از آموزش، LVQ بردارهای ورودی را به نزدیک ترین بردار مرجع، نسبت می دهد.
- توپولوژی شبکه
 - همانند SOM؛ با این تفاوت که همسایگی وجود ندارد.



آموزش LVQ

- Step 0.** Initialize reference vectors (several strategies are discussed shortly); initialize learning rate, $\alpha(0)$.
- Step 1.** While stopping condition is false, do Steps 2–6.
- Step 2.** For each training input vector \mathbf{x} , do Steps 3–4.
- Step 3.** Find J so that $\|\mathbf{x} - \mathbf{w}_J\|$ is a minimum.
- Step 4.** Update \mathbf{w}_J as follows:
 if $T = C_J$, then

$$\mathbf{w}_J(\text{new}) = \mathbf{w}_J(\text{old}) + \alpha[\mathbf{x} - \mathbf{w}_J(\text{old})];$$

 if $T \neq C_J$, then

$$\mathbf{w}_J(\text{new}) = \mathbf{w}_J(\text{old}) - \alpha[\mathbf{x} - \mathbf{w}_J(\text{old})].$$
- Step 5.** Reduce learning rate.
- Step 6.** Test stopping condition:
 The condition may specify a fixed number of iterations (i.e., executions of Step 1) or the learning rate reaching a sufficiently small value.

• نکات آموزش

- نزدیک‌ترین بردار مرجع به بردار ورودی (سلول با شبیه‌ترین بردار وزن) برنده می‌شود.
- اگر سلول برنده با بردار ورودی هم‌کلاس بود، بردار مرجع به بردار ورودی نزدیک می‌شود.

- اگر نبود، دور می‌شود.

- کاهش نرخ آموزش، باعث ایجاد همگرایی است.
- شرط توقف، کم‌شدن بیش از حد نرخ آموزش یا رسیدن به تعداد تکرار مشخص است.

نکاتی درباره LVQ

- شیوه انتخاب وزن‌ها (بردارهای مرجع) اولیه

- انتخاب تصادفی

- انتخاب k (تعداد کلاس) بردار اولیه آموزشی به عنوان k بردار مرجع.

- استفاده از الگوریتم‌های خوشه‌بندی برای ایجاد یک تقریب اولیه از بردارهای مرجع.

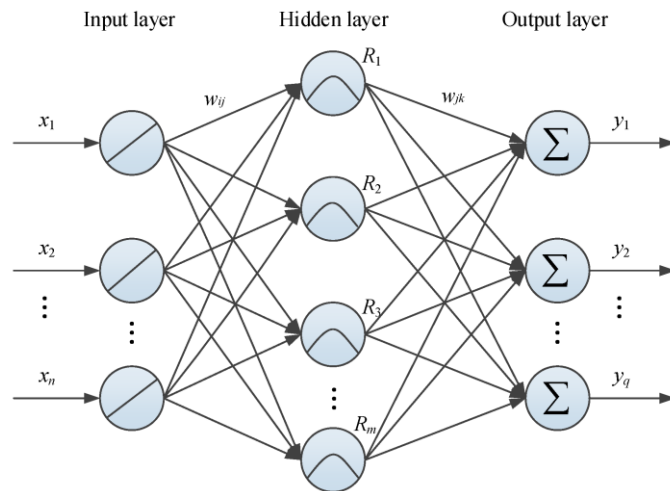
- مثال؛ استفاده از k -means یا SOM!!

مبانی هوش محاسباتی

فصل سه - شبکه‌های عصبی مصنوعی پر کاربرد

دسته‌بندی با مفهوم توابع هسته؛ شبکه RBF

ساختار شبکه RBFNN



- شبکه عصبی با توابع با سطح مقطع حلقوی (Radial-Basis Function Neural Network - RBFNN)

- ساختار شبکه: دولایه، با یک لایه مخفی
- تفاوت با MLP در توابع فعالیت نرونهاست
- لایه میانی: توابع حلقوی [پایه شعاعی]
- لایه خروجی: تابع همانی

تابع فعالیت لایه میانی

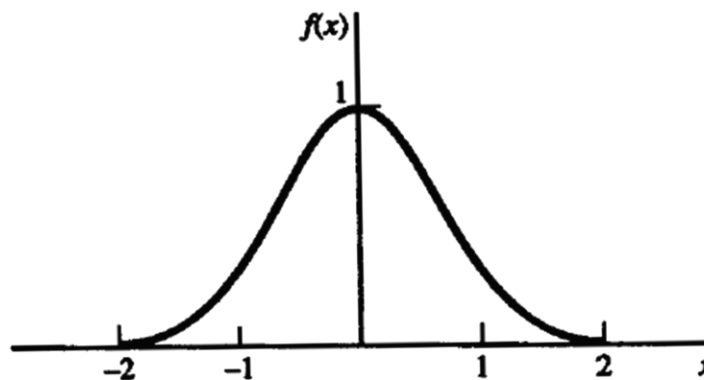
• توابع حلقوی (radial-basis)

– توابعی که در کل دامنه، مقدار غیر منفی دارند و فعالیت آنها، حول یک نقطه به اوج خود می‌رسد. هرچه نقطه ورودی از مرکز این توابع دور باشد، فعالیت تابع ضعیف‌تر می‌شود.

» مثال: تابع گوسی (Gaussian)

$$f(x) = e^{-x^2}$$

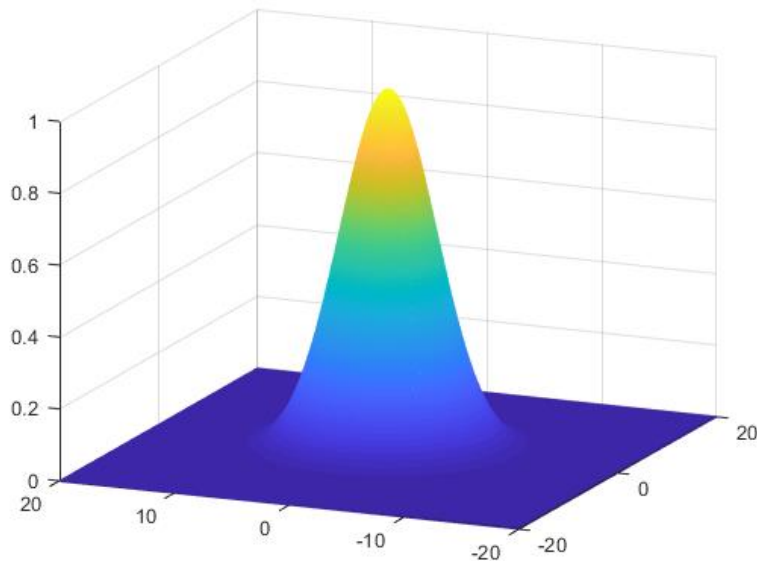
$$f'(x) = -2x \cdot f(x)$$



توابع حلقوی

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathbf{\Sigma}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \mathbf{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}$$

- Mean: $\boldsymbol{\mu}$ (vector 2x1)
- Covariance: $\mathbf{\Sigma}$ (matrix 2x2)



$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2 + (y-\mu_y)^2}{2\sigma^2}}$$

- توابع گاوسی - توزیع نرمال

- شکل عمومی تابع توزیع نرمال
چندمتغیره

- تجسم تصویری تابع دو متغیره

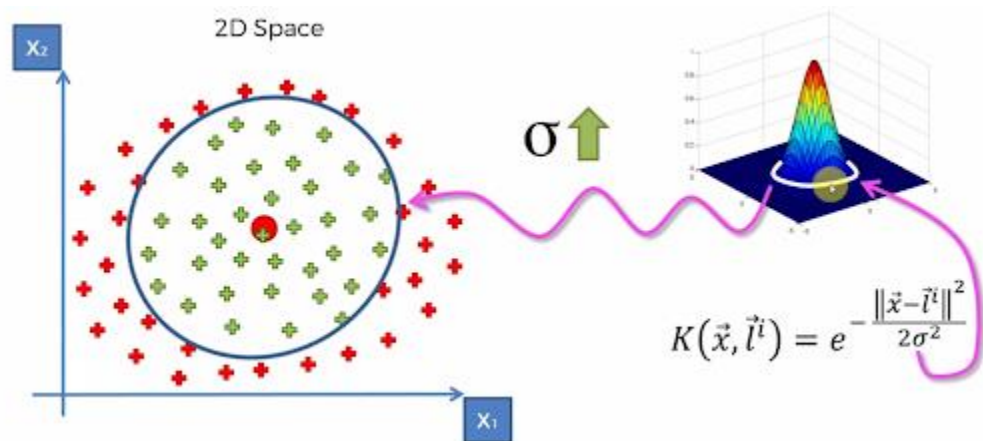
- دلیل نام گذاری

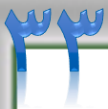
- سطح مقطع (تقاطع با صفحه
عمود بر محور Z)، به شکل دایره
است.

دسته بندی توسط RBFNN

• RBF چگونه عمل می کند؟

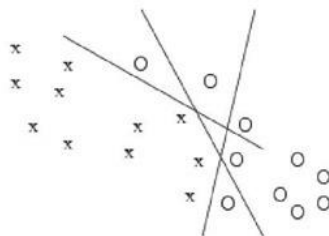
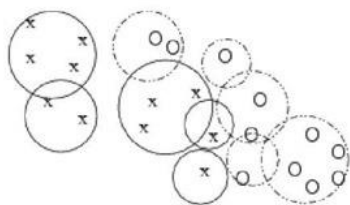
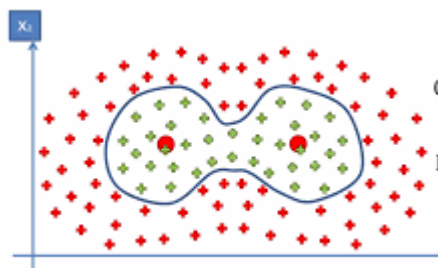
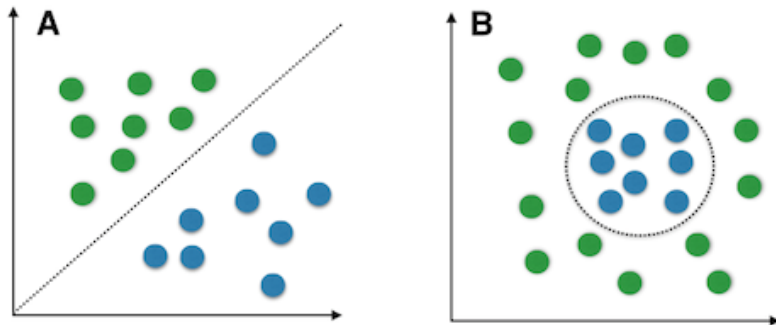
- مرکز تابع حلقوی توسط وزن های آن تعیین می شود. واریانس تابع حلقوی پارامتر سلول است و وزنی معادل آن تعیین نشده است!
- با توجه به فاصله نقاط داده تا مرکز تابع و واریانس آن، داده در داخل یا خارج دسته قرار می گیرد.





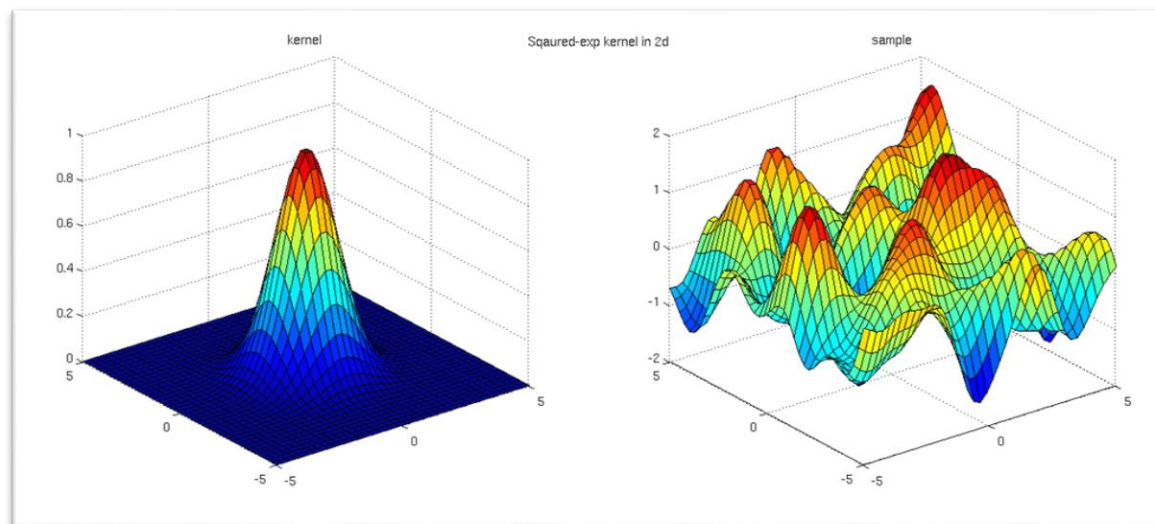
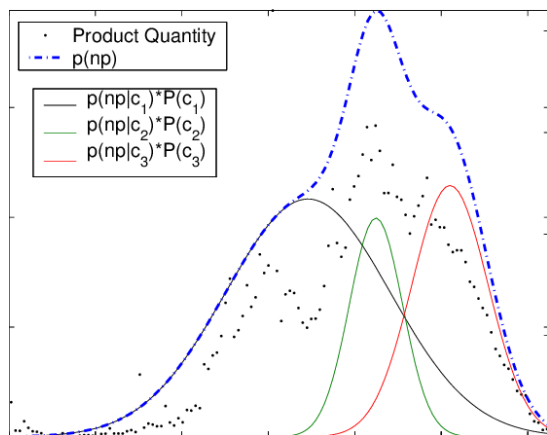
اثر دسته بندی توابع RBF

- گاهی اوقات، دسته بندی توسط RBFNN سریعتر است یا به ساختار ساده تری احتیاج دارد، به خاطر شکل مساله.



شبکه RBF و مدل سازی

- استفاده از ترکیب توابع گوسی (- mixture of gaussians (MOG) در مدل سازی توابع پیچیده بسیار متداول است.
- هر تابع پیوسته‌ای را می‌توان به کمک تعدادی تابع گوسی، با ضرایب، مراکز و واریانس‌های متفاوت، با دقت خوبی تقریب زد.



مبانی هوش محاسباتی

فصل سه - شبکه‌های عصبی مصنوعی پر کاربرد

مفاهیم جدید در شبکه‌های عصبی: عمیق و پیشرفته DNN و CNN

