

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA  
WYDZIAŁ PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

---

KIERUNEK: Fizyka Techniczna (FTE)  
SPECJALNOŚĆ: Nanoinżynieria (NAI)

**PRACA DYPLOMOWA  
INŻYNIERSKA**

Modelowanie generacji supercontinuum  
w reżimie dyspersji normalnej  
w światłowodach mikrostrukturalnych

Simulations of supercontinuum generation  
in microstructured all-normal dispersion fibers

AUTOR:

Sylwia Majchrowska,  
nr albumu 204197

PROWADZĄCY PRACĘ:  
dr inż. Karol Tarnowski

OCENA PRACY:

# Spis treści

<b>1 Wstęp</b>	<b>3</b>
1.1 Cel pracy . . . . .	4
1.2 Zadania do wykonania . . . . .	5
<b>2 Światłowody mikrostrukturalne</b>	<b>6</b>
2.1 Wprowadzenie . . . . .	6
2.2 Klasyfikacja światłowodów . . . . .	8
2.3 Główne mechanizmy prowadzenia światła . . . . .	8
<b>3 Fala elektromagnetyczna w światłowodzie</b>	<b>10</b>
3.1 Równania Maxwellla . . . . .	10
3.2 Dyspersja . . . . .	11
3.3 Procesy nieliniowe . . . . .	13
3.3.1 Nieliniowość Kerra . . . . .	13
3.3.2 Rozpraszanie Ramana . . . . .	14
3.4 Nieliniowe równanie Schrödingera . . . . .	16
<b>4 Generacja supercontinuum</b>	<b>17</b>
4.1 Różne reżimy generacji supercontinuum . . . . .	18
4.1.1 Krótkoimpulsowy tryb pracy . . . . .	19
4.1.2 Długoimpulsowy tryb pracy . . . . .	21
4.2 Dyspersja całkowitonormalna . . . . .	23
4.3 Aplikacyjne aspekty generacji supercontinuum . . . . .	24
<b>5 Modelowanie generacji supercontinuum</b>	<b>26</b>
5.1 Model numeryczny . . . . .	26
5.1.1 Fourierowska metoda rozdzielenia zmiennych . . . . .	28
5.1.2 Symetryczny algorytm SSFM . . . . .	29
5.1.3 Algorytm Runge-Kutty w obrazie oddziaływania . . . . .	30
5.2 Wyniki symulacji . . . . .	30
5.2.1 Część liniowa . . . . .	30
5.2.2 Część nieliniowa . . . . .	32
5.2.3 Nieliniowe równanie Schrödingera . . . . .	34
5.2.4 Uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera . . . . .	36
<b>6 Reżim dyspersji całkowitonormalnej</b>	<b>39</b>
6.1 Mikrostruktura włókna optycznego . . . . .	39
6.2 Modyfikacja modelu numerycznego . . . . .	40
6.2.1 Siatka pseudo-częstotliwościowa . . . . .	40
6.2.2 Operator dyspersji . . . . .	41

---

6.2.3	Operator nieliniowości . . . . .	42
6.3	Analiza uzyskanych widm . . . . .	43
6.3.1	Dynamika generacji supercontinuum . . . . .	43
6.3.2	Różne maksymalne moce impulsu . . . . .	46
6.3.3	Różne czasy trwania impulsu . . . . .	47
<b>7</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Transformata Fouriera w MATLABie</b>	<b>51</b>
<b>B</b>	<b>Lista skrótów</b>	<b>53</b>
<b>C</b>	<b>Płyta z materiałami</b>	<b>55</b>
	<b>Spis rysunków</b>	<b>55</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>57</b>

# Rozdział 1

## Wstęp

W roku 1970 Alfano i Shapiro za pomocą ultrakrótkich impulsów uzyskali bardzo szerokie widmo<sup>1</sup> po przejściu światła przez przezroczysty ośrodek [3]. Była to jedna z pierwszych obserwacji procesu generacji supercontinuum (SCG, *Supercontinuum Generation*), czyli procesu nieliniowego poszerzenia widma. Sama nazwa *supercontinuum* została zaproponowana dopiero piętnaście lat później. Dynamikę tego procesu można tłumaczyć w oparciu o efekty nieliniowe takie jak samomodulacja fazy (SPM, *Self-Phase Modulation*) oraz wymuszone rozpraszanie Ramana (SRS, *Stimulated Raman Scattering*). Nie są to jedynie zjawiska związane z optyką nieliniową, które przyczyniają się do modyfikacji impulsu światlnego wprowadzonego do światłowodu.

Od lat 70 proces generacji supercontinuum został przebadany w wielu różnorodnych ośrodkach wykazujących nieliniowość, wliczając w to ciała stałe, gazy, nieorganiczne ciecze oraz światłowody różnego typu. Jednak prawdziwa rewolucja w generacji supercontinuum nastąpiła po roku 1996, kiedy światło dzienne ujrzała pierwsza praca opisująca właściwości światłowodu z układem otworów o symetrii heksagonalnej zamiast płaszcza [19]. Odmienna struktura włókna, nazwanego włóknem fotonicznym, wpłynęła na wzmacnienie efektów nieliniowych.

Światłowody mikrostrukturalne posiadają dwie cechy, które sprawiają, że są doskonałym ośrodkiem do generacji supercontinuum. Wykazują one dużą nieliniowość, a dodatkowo dają możliwość uzyskania dyspersji o pożądanych właściwościach, gdyż propagacja światła we włóknie optycznym zależy od jego geometrii.

Kolejnym kamieniem milowym w rozwoju techniki generacji supercontinuum było pokazanie, że światłowody fotoniczne mogą wykazywać dyspersję anomальną w obszarze widzialnym. Jeden z pierwszych eksperymentów tego typu został przeprowadzony w 2000 roku przez Rankę i jego współpracowników. Uzyskali oni supercontinuum wprowadzając femtosekundowe impulsy do światłowodu fotonicznego o długości 75 cm, dla którego zerowa dyspersja przypadała na długość fali wynoszącą 767 nm [23].

Pierwsze numeryczne próby modelowania propagacji impulsów w światłowodach fotonicznych zostały przeprowadzone przez Husakou i Herrmanna w 2001 roku [17]. Podkreślili oni kluczową rolę formowania się solitonów w procesie generacji supercontinuum. Bazowali jednak na zredukowanych równaniach Maxwella, gdzie pominięto wpływ rozpraszania Ramana, przez co wiele efektów zaobserwowanych w eksperymentalnie mierzonych widmach nie zostało właściwie odtworzonych.

---

<sup>1</sup> Światło białe (WLC, *White-Light Continuum*) o szerokości spektralnej mieszczącej się w przedziale od 400 nm do 700 nm.

W tym samym czasie zauważono, że za pomocą uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera uwzględniającego składowe dyspersji wyższych rzędów oraz wymuszone rozpraszanie ramanowskie można odpowiednio zamodelować SCG w reżimie femtosekundowym [7].

Opisane powyżej badania zapoczątkowały falę ostrożnych porównań między danymi eksperymentalnymi, a tymi pochodzącyymi z symulacji numerycznych, zarówno w reżimie pikosekundowym, jak i femtosekundowym. Wkrótce potem, bazując na wcześniejszych pracach, Dudley *et al.* przestudiowali mechanizm powstawania szerokiego widma w przypadku dyspersji anomalnej i normalnej [7]. Kolejne prace obejmowały obserwację SCG przy użyciu laserów pracujących w sposób ciągły oraz z użyciem szkieł wieloskładnikowych [5, 8, 22].

Wspomniane wcześniej eksperymenty doprowadziły do szczegółowego zapoznania się z charakterem procesu generacji supercontinuum w światłowodach mikrostrukturalnych od ultrafioletu do podczerwieni, w reżimie pikosekundowym i femtosekundowym, jak i przy pompowaniu ciągłym.

## 1.1 Cel pracy

Celem niniejszej pracy jest opracowanie programu do rozwiązywania nieliniowego równania Schrödingera, który posłuży do przeprowadzenia symulacji generacji supercontinuum w światłowodach mikrostrukturalnych wykazujących dyspersję normalną w szerokim zakresie spektralnym. Do rozwiązania tego zagadnienia wykorzystywany jest algorytm rozdzielonego kroku z transformataً Fouriera.

Po uprzednim zapoznaniu się z teorią związaną z procesem SCG, należało odtworzyć podstawowy model propagacji impulsów świetlnych w światłowodach mikrostrukturalnych. Następnie opracowany algorytm miał zostać wykorzystany do zamodelowania generacji SC w reżimie dyspersji całkowitonormalnej (ANDi, *All-Normal Dispersion*). Na końcu należało wszystkie wyniki opisać w niniejszym dokumencie.

Praca składa się z dwóch części: wprowadzenia teoretycznego oraz części praktycznej. W rozdziale drugim zamieszczono podstawowe informacje o światłowodach ze złożoną strukturą płaszcza. W trzecim scharakteryzowano krótko procesy liniowe i nieliniowe przyczyniające się do modyfikacji impulsu świetlnego wprowadzonego do światłowodu. Dodatkowo znajduje się w nim także matematyczny opis propagacji światła we włóknie optycznym. Rozdział czwarty zawiera dokładniejszy opis dynamiki generowania supercontinuum w różnych reżimach pompowania. Piąty dotyczy modelu numerycznego użytego do zbadania procesu generacji supercontinuum. Wyniki przeprowadzonych symulacji przedstawiono zarówno w rozdziale piątym, jak i w szóstym. W szczególności, z punktu widzenia tej pracy, interesujące są charakterystyki widmowe analizowane w rozdziale szóstym, gdyż dotyczą one bezpośrednio reżimu całkowitonormalnego. Ostatni rozdział stanowi podsumowanie pracy. W dodatku A przedstawiono sposób reprezentacji transformat Fouriera w wybranym środowisku obliczeniowym. Ponadto w dodatku B zebrano wszystkie skróty użyte w niniejszym dokumencie.

## 1.2 Zadania do wykonania

- Studia literaturowe,
- Przeprowadzenie stosownych symulacji:
  - odtworzenie wyników z prac źródłowych [4, 7],
  - modyfikacja modelu - uwzględnienie zmiennego współczynnika nieliniowości  $\gamma(\omega)$  [21] oraz przekształcenie operatora dyspersji, tak aby możliwe było bezpośrednie skorzystanie z dostępnych danych.
- Redakcja pracy dyplomowej.

## Rozdział 2

# Światłowody mikrostrukturalne

Konwencjonalny światłowiec jest strukturą umożliwiającą propagowanie fali elektromagnetycznej w oparciu o zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Komercyjnie wykorzystywany jest przede wszystkim w telekomunikacji, ale swoje zastosowanie znalazł także w innych dziedzinach, takich jak fizyka laserów, czy medycyna.

Tematem niniejszego rozdziału są światłowody mikrostrukturalne (MOF, *Microstructured Optical Fibers*), w literaturze często nazywane także światłowodami fotonicznymi (PCF, *Photonic Crystal Fibers*) w znaczeniu włókien posiadających pewną mikrostrukturę, która nie musi obligatoryjnie być okresowa<sup>2</sup> [32]. W ogólności są to falowody, dla których, poprzez odpowiedni dobór parametrów materiałowych i strukturalnych, istnieje możliwość kształtowania ich właściwości optycznych. W rozdziale przedstawiono ogólną ideę działania takich struktur, ich klasyfikację, budowę oraz podstawowe własności.

### 2.1 Wprowadzenie

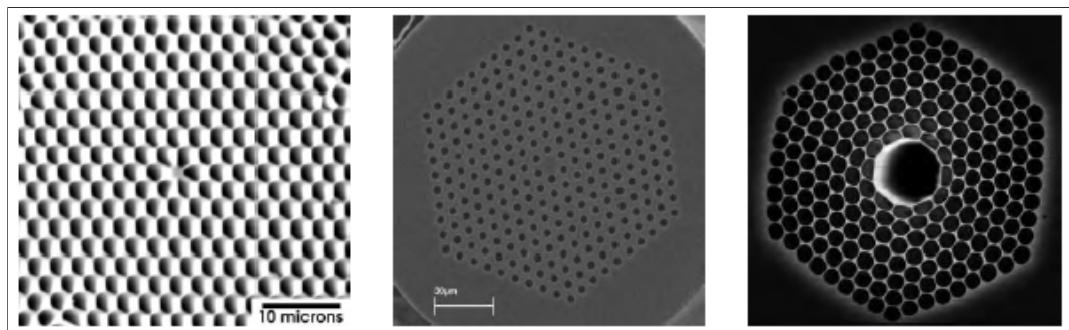
Jak już wspomniano światłowody mikrostrukturalne posiadają szeroki zakres właściwości optycznych, których nie uzyskamy w konwencjonalnych włóknach. Po raz pierwszy zostały zaprezentowane w latach siedemdziesiątych XX wieku, jednak wzrost zainteresowania nimi nastąpił dopiero około dwudziestu lat później [6, 19], będąc skutkiem rozpowszechnienia technologii wytwarzania światłowodów telekomunikacyjnych.

Fałowód mikrostrukturalny jest uporządkowaną mikrostrukturą otworów powietrznych, o ścisłe określonej średnicy i kształcie, rozciągających się wzdłuż całej jego długości. Odpowiednio zdefiniowane jest także rozmieszczenie otworów względem siebie (rys. 2.1). Światło może propagować wzdłuż włókna w obszarze defektu (rdzeń światłowodu) wprowadzonego podczas wytwarzania. Powoduje on swoiste uwięzienie fali świetlnej. Można powiedzieć, że mikrostruktura określa sposób propagacji światła we włóknie [11].

Światłowody mikrostrukturalne mogą być wykonane ze szkła krzemionkowego, różnorodnych szkieł mieszanych, czy też polimerów. Krzemionka jest najczęściej wybieranym materiałem pozwalającym na pracę w zakresie bliskiej podczerwieni przy jednoczesnych niskich stratach wewnętrznych. W celu uzyskania wysoce nielinowych właściwości optycznych stosowane są także szkła mieszane (bizmutowe, chalkogenidkowe i telurowe).

<sup>2</sup>Nazwa *światłowiec z kryształu fotonicznego* została zaproponowana ze względu na okresowość rozkładu otworów w płaszczu. Z czasem okazało się jednak, iż periodyczność ta nie jest konieczna do szerokopasmowej propagacji jednomodowej (jedna z zalet włókien fotonicznych). Wtedy wprowadzono termin *światłowody mikrostrukturalne* jako określenie obejmujące szeroką grupę światłowodów o złożonej strukturze płaszcza [18].

Ich wadą jest mniejsza odporność fizykochemiczna i mechaniczna w stosunku do szkła krzemionkowego [22, 24]. Dodatkową zaletą kapilarnej budowy włókien jest możliwość wypełnienia pustych przestrzeni różnego rodzaju substancjami.



Rysunek 2.1 Zdjęcia przekrojów poprzecznych światłowodów rdzeniowych i bezrdzeniowego uzyskane przy pomocy SEM.

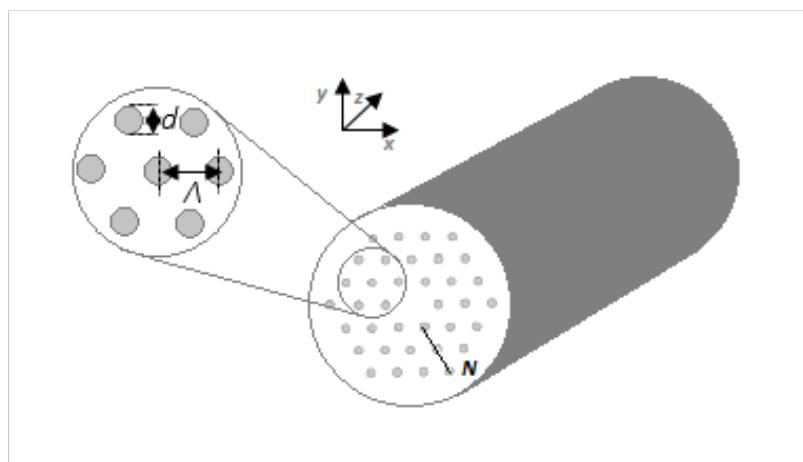
Źródło: [31], strona 5

Główne właściwości optyczne włókien mikrostrukturalnych są warunkowane przez ich geometrię, która jest określana poprzez następujące wielkości (rys. 2.2) [11]:

- średnicę otworów powietrznych -  $d$ ,
- stałą siatki -  $\Lambda$ ,
- liniowy współczynnik wypełnienia -  $f$ ,
- liczbę pierścieni otaczających rdzeń -  $N$ .

Liniowy współczynnik wypełnienia (*filling factor*) wiąże odległość między otworami z ich średnicą. Definiuje się go poprzez stosunek [29]

$$f = \frac{d}{\Lambda}. \quad (2.1)$$



Rysunek 2.2 Parametry geometryczne światłowodu fotonycznego.

Źródło: [11], strona 247

## 2.2 Klasyfikacja światłowodów

Kategoryzacji można dokonać ze względu na budowę włókien oraz własności prowadzenia światła (rys. 2.3). Zwyczajowo w literaturze światłowody mikrostrukturalne dzieli się na dwa podstawowe rodzaje:

- światłowody z rdzeniem stałym (typu *index-guided*),
- światłowody z rdzeniem powietrznym.

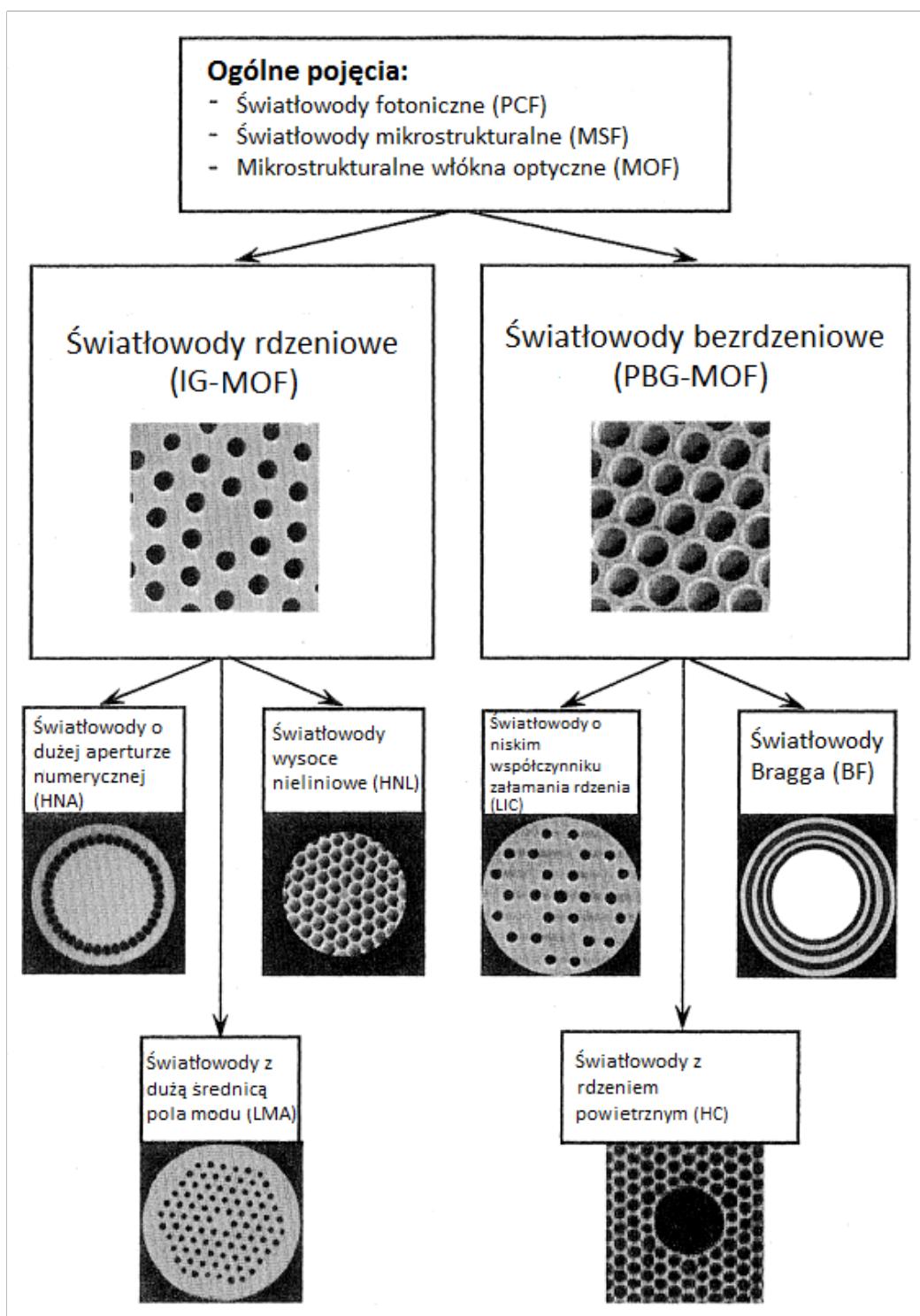
W przypadku pierwszej grupy światłowodów rdzeń powstaje poprzez zastąpienie centralnego otworu krzemionką, co skutkuje wyższym współczynnikiem załamania światła w rdzeniu w porównaniu ze średnim efektywnym współczynnikiem załamania otaczającego płaszcza [11]. Natomiast druga klasa włókien optycznych charakteryzuje się prowadzeniem światła w rdzeniu o niższym współczynniku załamania światła niż w płaszczu. Nazywa się je światłowodami z fotoniczną przerwą wzbronioną (PBGF, *Photonic Bandgap Fibers*) [6].

W dalszej kolejności wśród wyszczególnionych dwóch grup głównych można wyróżnić pewne podgrupy. W ten sposób do światłowodów typu *index-guided*, co można przetłumaczyć jako światłowody z prowadzeniem indeksowym [29], zaliczane są włókna o dużej aperturze numerycznej (HNA, *High NA*), falowody wysoce nieliniowe (HNL, *Highly Nonlinear*) oraz z dużą średnicą pola modu (LMA, *Large Mode Area*). W drugiej klasie natomiast znajdują się światłowody typu *Hollow*, o niskim współczynniku załamania rdzenia (LIC, *Low-Index Core*) oraz światłowody Bragga (BF, *Bragg Fibers*). Te ostatnie są przykładem jednowymiarowych struktur o geometrii kołowej [18, 32].

## 2.3 Główne mechanizmy prowadzenia światła

Różne mechanizmy propagacji światła determinowane są przez odmienną naturę i właściwości światłowodów fotonicznych. Pierwsze wyprodukowane włókna posiadały rdzenie zbudowane z litego szkła, przez co efektywny współczynnik załamania dla obszaru mikrostrukturalnego płaszcza był mniejszy niż dla rdzenia. Propagacja światła w tego typu światłowodzie (*index-guided*), podobnie jak dla włókien konwencjonalnych, bazuje więc na zjawisku całkowitego wewnętrznego odbicia, a dokładniej na jego zmodyfikowanym przypadku, gdyż wiąże się ze zmodyfikowanym współczynnikiem załamania światła będącym uśrednieniem współczynnika załamania światła w określonym obszarze. Takie przybliżenie pozwala na uwzględnienie obecności kanałów powietrznych [32].

Mechanizm rozchodzenia się światła dla światłowodów z wydrążonym rdzeniem bazuje natomiast na zjawisku fotonicznej przerwy wzbronionej będącej optycznym odpowiednikiem obecnych w półprzewodniku pasm wzbronionych. Wyznacza ona zakres długości fali, dla których światło nie może się rozchodzić. Dla danego zakresu struktura staje się idealnym zwierciadłem - propagujące się w strukturze mody uwięzione zostają w rdzeniu o niższym współczynniku załamania niż w płaszczu. Mamy więc tu do czynienia z odwrotną sytuacją niż w opisany wcześniej przypadku. Proces rozchodzenia się światła w światłowodach z pustym rdzeniem opiera się na konstruktywnej interferencji (wzmocnieniu) odbitych fal optycznych. Fala świetlna zostaje zmuszona do propagacji w rdzeniu, odbijając się od granicy z płaszczem wzdułż całej długości włókna [11].



Rysunek 2.3 Ogólna klasyfikacja światłowodów mikrostrukturalnych.  
 Źródło: [6], strona 10

## Rozdział 3

# Fala elektromagnetyczna w światłowodzie

Chcąc zbadać efekty nieliniowe związane z generacją supercontinuum konieczne jest rozważenie teorii propagacji fali elektromagnetycznej we włóknach optycznych. W tym rozdziale w zwięzły sposób przedstawiono wyprowadzenie równania falowego, wychodząc od układu równań Maxwella i równań materiałowych. Następnie omówiono znaczenie dyspersji chromatycznej oraz niektóre efekty nieliniowe prowadzące do poszerzenia widma.

### 3.1 Równania Maxwella

Propagacja fali elektromagnetycznej opisywana jest przez podstawowe równania elektromagnetyzmu, czyli równania Maxwella, które w światłowodzie dielektrycznym bez prądów i ładunków elektrycznych przyjmują postać [2, 29]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (3.4)$$

gdzie:

- $\mathbf{E}$  - natężenie pola elektrycznego [V/m],
- $\mathbf{D}$  - indukcja elektryczna [C/m<sup>2</sup>],
- $\mathbf{H}$  - natężenie pola magnetycznego [A/m],
- $\mathbf{B}$  - indukcja magnetyczna [Wb/m<sup>2</sup>].

Wektory indukcji i natężeń możemy powiązać poprzez równania materiałowe [29]

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (3.6)$$

W powyższych wyrażeniach matematycznych  $\epsilon_0$  oraz  $\mu_0$  oznaczają odpowiednio przenikalność elektryczną i magnetyczną próżni, natomiast wektor  $\mathbf{P}$  indukowaną polaryzację

elektryczną. Łącząc zależności wynikające z równań Maxwella i równań materiałowych możemy wyprowadzić równanie falowe [29]

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (3.7)$$

gdzie  $c$  jest stałą oznaczającą prędkość światła w próżni

$$c = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}, \quad (3.8)$$

natomiast  $\mathbf{P}$ , jak już wspomniano, wyraża wektor polaryzacji elektrycznej, będący gęstością momentów dipolowych indukowanych w ośrodku. W przypadku słabych pól możemy skorzystać z przybliżenia liniowego i wtedy

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}, \quad (3.9)$$

gdzie  $\chi^{(1)}$  stanowi współczynnik proporcjonalności będący podatnością elektryczną [18]. Jest on w ogólności tensorem rzędu 2, jednakże w izotropowych materiałach, z których wykonane są światłowody, może zostać zastąpiony skalarem [29].

Przy dużych natężeniach pola elektrycznego (dla dużych natążenień światła) musimy uwzględnić zjawiska nieliniowe. Zazwyczaj *nieliniowość* traktowana jest jako małe zaburzenie zależności liniowej. W ogólności relację wektora polaryzacji elektrycznej od natężenia pola elektrycznego rozwija się w szereg potęgowy

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \otimes \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \otimes \mathbf{EE} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \otimes \mathbf{EEE} \dots, \quad (3.10)$$

gdzie  $\chi^{(j)}$  jest wielkością tensorową rzędu  $j + 1$ , będącą podatnością  $j$ -ego rzędu. Wtedy symbol  $\otimes$  będziemy rozumieli jako iloczyn tensorowy odpowiedniego rzędu [29].

Wielkość  $\chi^{(1)}$  nazywana jest także podatnością liniową, gdyż ściśle związana jest z efektami liniowymi, takimi jak absorpcja i liniowy współczynnik załamania. Podatność kwadratowa  $\chi^{(2)}$  odpowiada natomiast za generację drugiej harmonicznej. Jest ona niezerowa jedynie w ośrodkach wykazujących brak symetrii środkowej [2]. To też większość procesów nieliniowych występujących w światłowodach związanych jest z podatnością kubiczną  $\chi^{(3)}$ . Należą do nich między innymi takie zjawiska jak rozpraszanie Ramana oraz nieliniowość Kerra [18].

## 3.2 Dyspersja

Dyspersja jest zjawiskiem przejawiającym się zależnością prędkości fazowej fali od innych wielkości, takich jak częstotliwość czy polaryzacja. Jednym z najważniejszych parametrów charakteryzujących włókna mikrostrukturalne jest dyspersja chromatyczna, która wyraża zależność współczynnika załamania światła falowodu od częstotliwości<sup>3</sup>. Część rzeczywista i urojona współczynnika złamania są złączone ze sobą poprzez relacje Kramersa-Kroniga, co oznacza, że zależność częstotliwości od prędkości fazowej jest związana z zależnością częstotliwości od absorpcji. Korelacja współczynnika załamania i długości fali jest dobrze przybliżona poprzez równanie Sellmeiera, które w najogólniejszej formie przyjmuje postać

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{A_j \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_j^2}, \quad (3.11)$$

<sup>3</sup>Zależność prędkości propagacji sygnału od długości fali.

gdzie ośrodek traktujemy jako kolekcję  $m$  oscylatorów harmonicznych rezonujących przy określonych długościach fali  $\lambda_j$  o odpowiadających im amplitudach drgań  $A_j$  dla  $j = 1, 2, \dots, m$  [10]. Parametry  $A_j$  oraz  $\lambda_j$  to współczynniki Sellmeiera, których wartość można wyznaczyć na podstawie eksperymentu.

Dyspersja chromatyczna odgrywa ogromną rolę w procesie rozchodzenia się impulsu w światłowodzie, gdyż różne komponenty częstotliwościowe posiadają różne stałe propagacji  $\beta$ . Wielkość tę możemy powiązać z efektywnym współczynnikiem załamania modu poprzez równanie [2]

$$n = \frac{\beta\lambda}{2\pi}. \quad (3.12)$$

Biorąc pod uwagę fakt, iż częstotliwości impulsu ograniczonego w czasie są skupione wokół częstotliwości centralnej  $\omega_0$  możemy zależność  $\beta(\omega)$  rozwiniąć w szereg Taylora [29]

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (3.13)$$

gdzie

$$\beta_m = \left( \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}. \quad (3.14)$$

Parametry  $\beta_1$  oraz  $\beta_2$  zdefiniowane są przez równania [2]

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad \left[ \frac{\text{ps}}{\text{km}} \right], \quad (3.15)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \quad \left[ \frac{\text{ps}^2}{\text{km}} \right], \quad (3.16)$$

gdzie  $v_g$  oznacza prędkość grupową z jaką propaguje impuls, a  $n_g$  to grupowy współczynnik załamania światła. Tak więc  $\beta_1$  jest odwrotnością prędkości grupowej,  $\beta_2$  natomiast ilościowo określa poszerzenie impulsu, które jest skutkiem tego, że nie wszystkie jego składowe propagują z tą samą prędkością. Zjawisko to nazywamy dyspersją prędkości grupowej (GVD, *Group-Velocity Dispersion*). W praktyce raczej stosujemy parametr  $D$ , który został określony mianem dyspersji chromatycznej i wyrażony wzorem [29]

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad \left[ \frac{\text{ps}}{\text{km nm}} \right]. \quad (3.17)$$

Zdefiniowano także wyższe rzędy dyspersji, jednakże dla impulsów o wąskich pasmach spektralnych można je pominąć. W większości przypadków wystarczy uwzględnić parametr  $\beta_3$  odpowiadający za zjawisko dyspersji trzeciego rzędu. Uwzględnienie dyspersji wyższych rzędów jest zazwyczaj niezbędne w przypadku ekstremalnego poszerzenia widma, z którym mamy do czynienia na przykład w procesie generacji supercontinuum.

Do dyspersji chromatycznej włókna optycznego swój wkład mają dwa czynniki: dyspersja materiałowa, która wyraża zależność współczynnika załamania materiału od długości fali, oraz dyspersja falowodowa, uwarunkowana geometrią światłowodu [29].

Warto pamiętać o tym, że dyspersja chromatyczna nie jest jedynym typem dyspersji występującej w falowodach. Możemy mieć do czynienia także z dyspersją modową będącą zjawiskiem obserwowanym w światłowodach wielomodowych, spowodowanym różnymi długościami dróg propagacji kilku modów. Specjalną formą dyspersji modowej jest dyspersja polaryzacyjna (PMD, *Polarization Mode Dispersion*) obserwowana nawet w światłowodach jednomodowych, a związana ze zjawiskiem dwójłomności.

### 3.3 Procesy nieliniowe

Zjawiska optyki nieliniowej są wykorzystywane w wielu nowoczesnych technologiach. Dotyczą one efektów, w których od natężenia padającego światła zależne są własności optyczne materiału. Przykładem tego typu osobliwości wpływających na propagację krótkich impulsów świetlnych są efekt kerrowski oraz rozpraszanie Ramana.

#### 3.3.1 Nieliniowość Kerr'a

Optyczne zjawisko Kerr'a (OKE, *Optical Kerr Effect*) dotyczy pojawienia się, pod wpływem silnego impulsu światła, dwójlomności optycznej w ośrodku. Innymi słowy istnieje zależność współczynnika załamania światła od kierunku polaryzacji. W optyce nieliniowej efekt Kerr'a opisuje zależność współczynnika załamania światła od natężenia pola elektrycznego impulsu, co możemy zapisać następująco

$$n = n_0 + n_2 I. \quad (3.18)$$

Nieliniowy współczynnik Kerr'a  $n_2$  jest wyrażany w jednostce  $\text{m}^2/\text{W}$  [2].

Inną wielkością związaną ze współczynnikiem nieliniowości Kerr'a jest współczynnik nieliniowości  $\gamma(\omega)$  opisywany jako

$$\gamma(\omega) = \frac{n_2(\omega)\omega}{cA_{\text{eff}}(\omega)}, \quad (3.19)$$

gdzie  $A_{\text{eff}}$  jest parametrem określającym efektywne pole modu, które możemy zdefiniować następująco

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left( \iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad [\mu\text{m}^2]. \quad (3.20)$$

Wielkość ta zależy od parametrów konstrukcyjnych światłowodu. Warto w tym miejscu zaznaczyć, że rozmiar modu ma duży wpływ na siłę efektów nieliniowych. Wiąże się to z faktem, że im mniejsza jest efektywna powierzchnia modu, tym większe będzie natężenie pola elektrycznego i gęstość mocy w rdzeniu falowodu, a więc i silniejsze efekty nieliniowe.

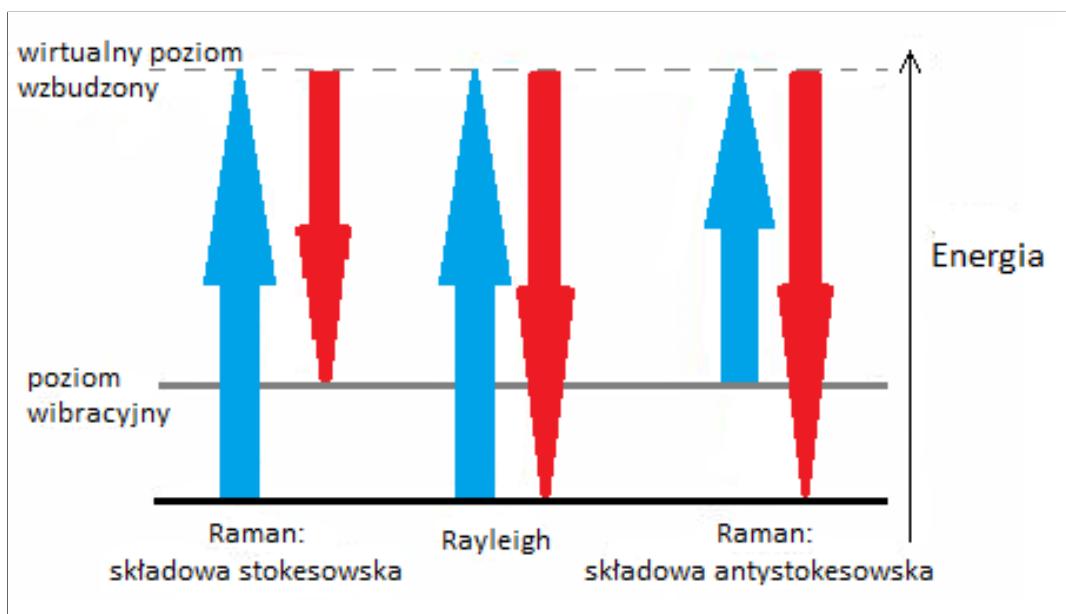
Jednymi z ważniejszych konsekwencji wystąpienia efektu Kerr'a są: samomodulacja fazy (SPM, *Self-Phase Modulation*), wzajemna (skrośna) modulacja fazy (XPM, *Cross-Phase Modulation*) oraz samoogniskowanie wiązki (SF, *Self-Focusing*). O samomodulacji fazy mówimy, gdy w czasie propagacji impuls doznaje dodatkowego przesunięcia w fazie, które zależy od jego mocy. Powoduje to generację nowych częstotliwości i spektralne poszerzenie impulsu. Przy skrośnej modulacji fazy jedna długość fali zmienia fazę fali o innej długości. Natomiast samoogniskowanie wiązki jest zjawiskiem związanym z silnym zwężeniem równoległą wiązki o dużym natężeniu.

Zjawisko samomodulacji fazowej polega na tym, iż na skutek czasowych zmian współczynnika załamania zmianie w czasie ulega dodatkowo faza pola elektromagnetycznego. Wywołuje to powstanie nowych częstotliwości i poszerzenie spektralne impulsu. Przedrostek „samo” (lub „auto”) wskazuje na to, że modyfikacje współczynnika załamania spowodowane są tym samym impulsem, który jest przez ten proces przekształcany.

Innym ciekawym zjawiskiem jest mieszanie czterofalowe (FWM, *Four Wave Mixing*). Jest to proces, w którym dwie wiązki o różnych częstotliwościach oddziałują ze sobą, inicjując powstanie kolejnych dwóch wiązek. Suma częstotliwości wiązek oddziałyujących jest równa sumie częstotliwości wiązek wzbudzających.

### 3.3.2 Rozpraszanie Ramana

Rozpraszanie ramanowskie oznacza nieelastyczne rozpraszanie fotonów przez materię. Fala elektromagnetyczna rozpraszana we wszystkich kierunkach posiada różne składowe. Dominujące pasmo ma taką samą częstotliwość jak fala padająca - jest to pasmo Rayleigha. Natomiast składowe posiadające częstotliwości zmodyfikowane o częstotliwości drgań własnych molekuł nazywane są ramanowskimi. Są to pasma o zmniejszonej i zwiększonej częstotliwości, czyli odpowiednio pasma stokesowskie i antystokesowskie (rys. 3.1). Rozpraszczenie antystokesowskie zachodzi rzadziej ze względu na mniejsze obsadzenie stanów o wyższej energii oscylacyjnej [18].



Rysunek 3.1 Diagram energetyczny dla procesów rozpraszania Rayleigha i Ramana.

Źródło: <http://biuletynfarmacji.wum.edu.pl/1304Nykiel/Nykiel.html>

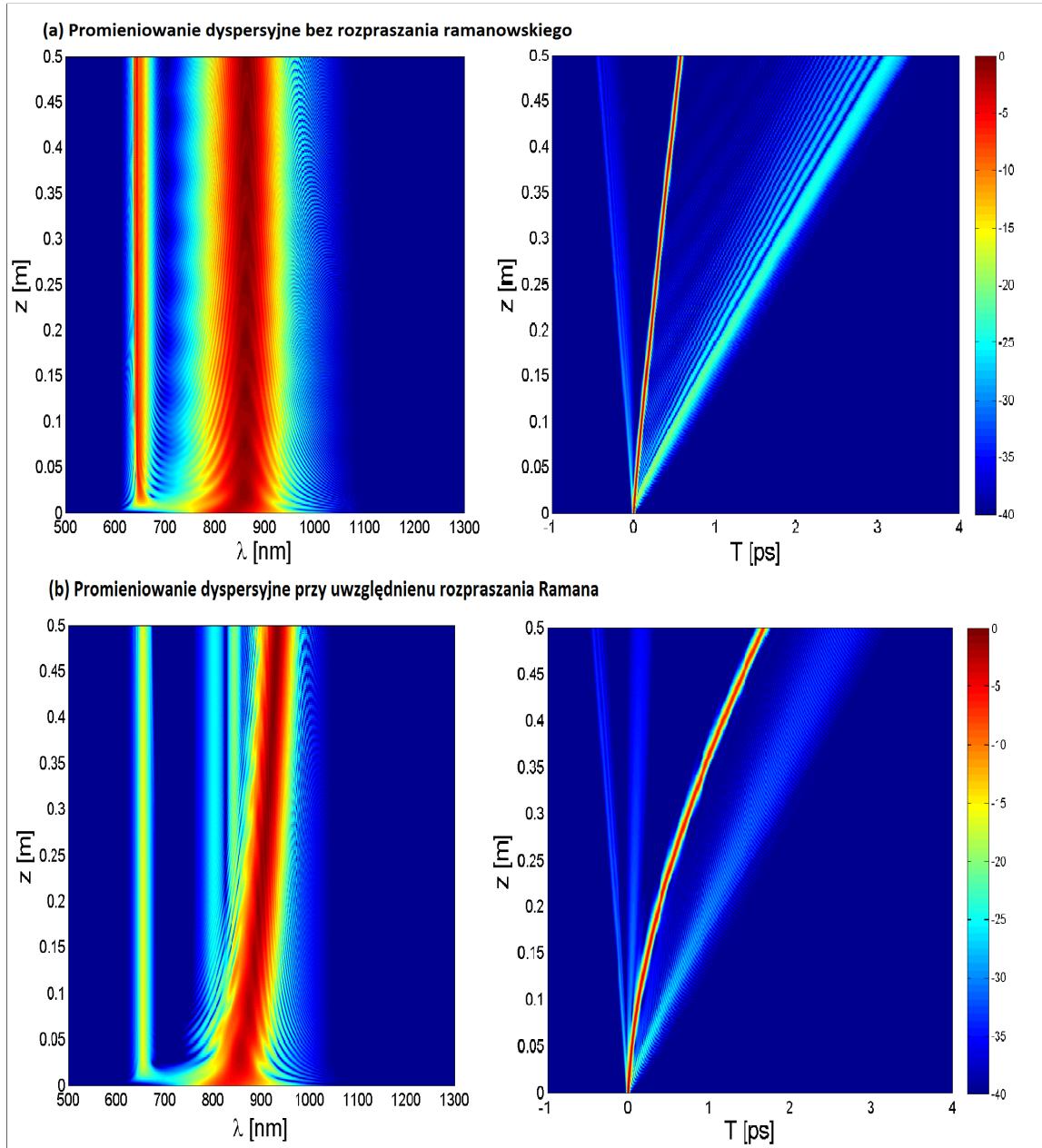
Rozpraszanie ramanowskie zachodzi zarówno w sposób spontaniczny, jak i wymuszony. Drugie zjawisko jest dominujące w przypadku propagacji krótkich impulsów we włóknie optycznym. W transmisji światłowodowej wymuszone rozpraszczenie Ramana może wywołać wzmacnienie optyczne Ramana. W przypadku stymulacji przez istniejące już fotony natężenie fali rozproszonej narasta, co przy pominięciu rozpraszczenia spontanicznego możemy zapisać jako [18]

$$\frac{dI_S}{dz} = g_R I_P I_S, \quad (3.21)$$

gdzie  $g_R$  jest ramanowskim współczynnikiem wzmacnienia,  $I_S$  natężeniem wiązki Stokesa, a  $I_P$  natężeniem wiązki pompującej [18].

Dodatkowo poprzez zjawisko wymuszonego rozpraszczenia Ramana dochodzi do przesuwania się widma w kierunku fal dłuższych, co spowodowane jest wzmacnieniem fali stokesowskiej o częstotliwości znajdującej się wewnątrz widma<sup>4</sup> [18]. Zjawisko to nazywamy samoprzesunięciem częstotliwości (SFS, *Self-Frequency Shift*).

<sup>4</sup> Wiąże się to z częstotliwością drgań cząsteczek, z których zbudowany jest światłowód - następuje przekazanie energii fali elektromagnetycznej drgającym molekułom ośrodka.



Rysunek 3.2 Porównanie nieliniowej propagacji impulsu bez (a) oraz z uwzględnieniem efektu rozpraszania Ramana (b). Po lewej stronie przedstawiono charakterystyki spektralne, a po prawej zależności czasowe. Kolorami oznaczają unormowaną widmową gęstość energii oraz moc w skali logarytmicznej.

Źródło: Opracowanie własne

### 3.4 Nieliniowe równanie Schrödingera

Ewolucja obwiedni amplitudy w trakcie propagacji wzdłuż włókna optycznego z uwzględnieniem dyspersji drugiego rzędu oraz samomodulacji fazy jest opisywana przez nieliniowe równanie Schrödingera (NLSE, *Nonlinear Schrödinger Equation*) [29]

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + i\gamma |A(z, T)|^2 A(z, T), \quad (3.22)$$

gdzie  $A$  to znormalizowana obwiednia amplitudy, podczas gdy kwadrat jej modułu przedstawia moc impulsu. Parametr  $\beta_2$  opisuje dyspersję kwadratową,  $\gamma$  to współczynnik nieliniowości, a  $z$  jest współrzędną przestrzenną (wyraża odległość, jaką przebył impuls – kierunek propagacji).  $T$  oznacza czas mierzony względem środka impulsu

$$T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z. \quad (3.23)$$

Nieliniowe równanie Schrödingera można wyprowadzić z równań Maxwella (dokładniejsze informacje znajdują się w [2]). Jest ono użyteczne do opisu propagacji światła w światłowodach dla impulsów dłuższych niż 1ps, jednakże niewystarczające do scharakteryzowania zjawisk nieliniowych, takich jak choćby wymuszone rozpraszanie Ramana.

NLSE może zostać uogólnione, poprzez uwzględnienie takich efektów jak: tłumienie, wzmacnianie, wyższe rzędy dyspersji, wymuszone rozpraszanie Ramana czy efekt nieliniowego zwiększenia się stromości impulsu (SS, *Self-Steepening*), mogące doprowadzić dotworzenia optycznej fali uderzeniowej [18, 29]. Rozwijając nieliniowy współczynnik  $\gamma$  w szereg Taylora wokół częstotliwości centralnej  $\omega_0$  możemy wprowadzić nieliniowość wyższych rzędów:

$$\gamma(\omega) = \gamma(\omega_0) + \gamma_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\gamma_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (3.24)$$

Zazwyczaj stosuje się rozwinięcie do wyrazu liniowego. Rozpraszanie Ramana można uwzględnić poprzez użycie funkcji odpowiedzi. W rezultacie otrzymamy równanie nazywane uogólnionym nieliniowym równaniem Schrödingera (GNLSE, *Generalized Nonlinear Schrödinger Equation*) [25]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A(z, T) + \left( \sum_{n \geq 2} \beta_n \frac{i^{n-1}}{n!} \frac{\partial^n}{\partial T^n} \right) A(z, T) &= i \left( \gamma(\omega_0) + \gamma_1 \frac{\partial}{\partial T} \right) \\ &\times \left( (1 - f_R) A(z, T) |A(z, T)|^2 + f_R A(z, T) \int_0^\infty h_R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right), \end{aligned} \quad (3.25)$$

gdzie  $\alpha$  oznacza tłumienność,  $\gamma_1$  jest współczynnikiem nieliniowości wyższego rzędu,  $f_R$  jest parametrem opisującym pochodzący z vibracji wkład do polaryzacji, funkcja  $h_R$  natomiast związana jest ze wzmacnieniem Ramana [2, 29]. GNLSE opisuje dość skomplikowane procesy, takie jak generacja supercontinuum.

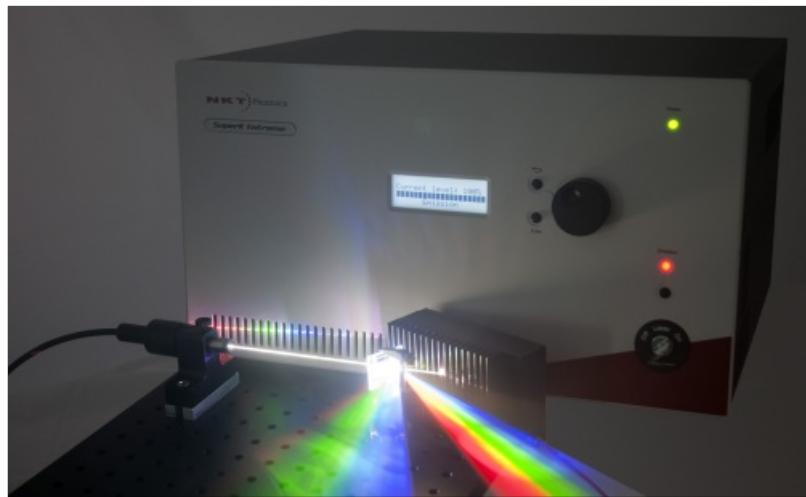
## Rozdział 4

# Generacja supercontinuum

W dużej mierze oddziaływanie fali elektromagnetycznej z układem atomów ośrodka zależy od właściwości optycznych materii oraz częstotliwości padającego światła. Innymi słowy takie wielkości jak przenikalność elektryczna, współczynnik załamania i absorpcji są funkcjami częstości fali. Te zależności określamy mianem dyspersji, która w szerszym znaczeniu oznacza także rozszczepienie światła na składowe monochromatyczne. Wpływa ona na dopasowanie fazowe przy oddziaływaniu kilku fali [18].

Jeśli bliżej przyjrzymy się impulsowi światła, który nie może zostać potraktowany jako fala monochromatyczna ze względu na regułę nieoznaczoności energii i czasu, da się zauważyc, iż dyspersja dodatkowo wpływa na zmianę jego parametrów. Z powodu różnych prędkości grupowych składowych widma częstości impulsu ulega on zniekształceniu. Zjawisko to jest niepożądane w systemach telekomunikacyjnych, a do kompensacji tego efektu można doprowadzić za pomocą nieliniowości optycznej, opóźniającej składowe fali znajdujące się na początku impulsu i przyspieszającej te z końca [18]. W ten sposób możemy próbować zniwelować wydłużenie impulsu.

Nieliniowość powoduje także wiele innych pozytywnych efektów, które znalazły swoje praktyczne zastosowanie. Jednym z nich jest nieliniowy proces poszerzenia widma (rys. 4.1), który nazywamy generacją supercontinuum (SC, *Supercontinuum*).



Rysunek 4.1 Rozproszone światło białe na wyjściu generatora supercontinuum.  
Źródło: *NKT Photonics*

## 4.1 Różne reżimy generacji supercontinuum

Najważniejszymi czynnikami mającymi wpływ na generację supercontinuum są:

- właściwości dyspersyjne światłowodu,
- czas trwania impulsu świetlnego,
- moc promieniowania.

Dyspersja prędkości grupowej, a właściwie jej znak, w głównej mierze determinuje jakiego typu efekty nieliniowe będą brały udział w procesie powstawania supercontinuum, ostatecznie mając wpływ na kształt widma [8].

Wyróżniamy dwa rodzaje dyspersji chromatycznej: normalną ( $\beta_2 > 0$ ) oraz anomalną ( $\beta_2 < 0$ ). Mówimy o dyspersji normalnej, gdy grupowy współczynnik załamania zmniejsza się ze wzrostem długości fali. W sytuacji odwrotnej mamy do czynienia z dyspersją anomalską. Dyspersja ma istotny wpływ na rozchodzenie się impulsu, gdyż sprawia, że jego poszczególne składowe widmowe propagują z różnymi prędkościami. Propagacja w obszarze o dyspersji normalnej prowadzi do tego, że składowe o wyższych częstotliwościach posiadają mniejszą prędkość grupową.

Na propagację impulsu w światłowodach znaczny wpływ obok efektów dyspersyjnych ma także nieliniowość. Aby ocenić, które z tych zjawisk jest bardziej znaczące, wyznaczamy stosunek drogi dyspersyjnej do drogi nieliniowości  $L_D/L_{NL}$ , weryfikując czy jest on większy czy mniejszy od 1 [29].

Droga dyspersji, zdefiniowana jako

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (4.1)$$

gdzie  $T_0$  to czas trwania impulsu, jest takim dystansem propagacji, po którym impuls gaussowski ulega poszerzeniu o czynnik  $\sqrt{2}$  [2]. Wpływ dyspersji na propagację impulsu możemy pominąć, gdy długość światłowodu jest znacznie mniejsza niż  $L_D$  [29].

Natomiast droga nieliniowości  $L_{NL}$ , będąca odległością, po której przesunięcie fazowe spowodowane przez nieliniowość wynosi 1 rad, wyrażana jest wzorem [2, 8]

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma_{NL}} = \frac{1}{P_0 \gamma}, \quad (4.2)$$

gdzie  $P_0$  to szczytowa moc impulsu, a  $\gamma$  jest współczynnikiem nieliniowości.

W przypadku impulsów o dużej mocy, nieulegających rozmyciu w trakcie rozchodzenia się w ośrodku, których wydłużenie dyspersyjne jest kompensowane przez nieliniowość, mamy do czynienia z czasowymi solitonami optycznymi. Posługując się ogólną definicją solitonu mówimy o rozwiązaniach nieliniowego równania Schrödingera, które są zlokalizowane (zanikają lub osiągają stałą wartość w nieskończoności) i nie zmieniają swojej formy, nawet po oddziaływaniu z innymi solitonami. Zostały one po raz pierwszy zaobserwowane przez Johna Scotta Russella w kanale wodnym. Eksperyment ten odtworzono na konferencji naukowej w 1995 roku (rys. 4.2) [7].

Rozwiązania nieliniowego równania Schrödingera możemy podzielić na klasy związane z rzędem solitonu  $N$ , opisywanym jako [2]

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}}. \quad (4.3)$$



Rysunek 4.2 Soliton w akwedukcie Scotta Russella (Edynburg, 1995).

Źródło: *Department of Mathematics, Heriot-Watt University*

Solitony pierwszego rzędu propagują nie zmieniając kształtu, a wyższych rzędów propagują oscylując. Odtwarzają one swój kształt po dystansie  $z_{\text{sol}} = \pi/2L_D$  [2].

Proces generacji supercontinuum jest na tyle złożonym zjawiskiem, że nie wystarczy oddziennie rozpatrywać efekty wpływające na poszerzenie widma występujące po różnych stronach zera dyspersji. Rozważaniom należy poddać także różne parametry impulsów świetlnych wprowadzanych do włókna optycznego.

W tym podrozdziale kilka przypadków generacji supercontinuum zostało sklasyfikowanych ze względu na czas trwania impulsu światelnego, poczynając od reżimu krótkoimpulsowego (impulsy femtosekundowe), a na reżimie długoiimpulsowym (impulsy piko- i nanosekundowe oraz pompowanie ciągłe) kończąc. Dodatkowo na rysunku 4.5 przedstawiono możliwe do uzyskania poszerzenie widma.

### 4.1.1 Krótkoimpulsowy tryb pracy

Mechanizmy prowadzące do znaczącego poszerzenia widma w światłowodach mikrostrukturalnych przy użyciu femtosekundowych impulsów silnie zależą od długości fali wprowadzanego do światłowodu światła oraz umiejscowienia zera dyspersji dla konkretnego falowodu. Generalnie różnorodność procesów nieliniowych, których kombinacja nazywana jest generacją supercontinuum, ściśle zależy, od tego w jakim reżimie dyspersji (anomalnej czy normalnej) zostanie do światłowodu wprowadzony impuls świetlny.

#### Obszar dyspersji anomalnej

W obszarze dyspersji anomalnej impulsy formują solitory jasne, będące rozwiązaniem nieliniowego równania Schrödingera w postaci

$$A(z, T) = N \operatorname{sech}(T) \exp(-iz/2), \quad (4.4)$$

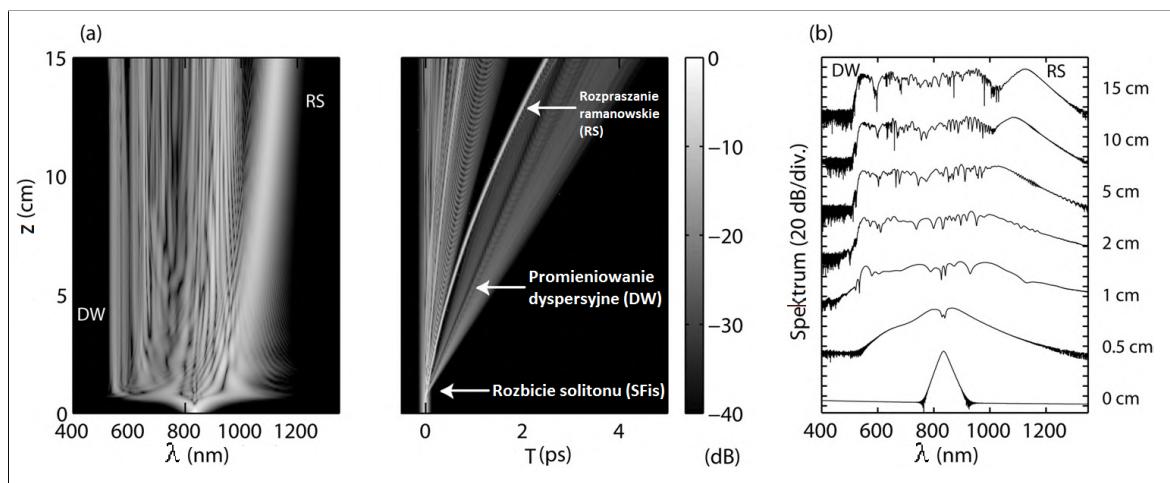
gdzie  $N = 1$  reprezentuje soliton podstawowy, a  $N > 1$  wskazuje na solitory wyższych rzędów.

Możemy je traktować jako złożenie solitonów podstawowych poruszających się z tą samą prędkością [18].

Jeżeli centralna długość fali impulsu wejściowego  $\lambda_c$ , jest bliska długości fali odpowiadającej zerowej dyspersji<sup>5</sup> (ZDW, *Zero-Dispersion Wavelength*), to nawet w przypadku jego niezbyt dużej energii utworzy on solity wyższego rzędu. Po zwężeniu, odbywającym się na początkowym odcinku propagacji, soliton wyższego rzędu na skutek samomodulacji fazy ulega poszerzeniu. Następnie w wyniku nieliniowego zwiększenia stromości oraz wymuszanego rozpraszania Ramaona następuje zjawisko rozpadu, czy też rozbicia, solitonu (SFis, *Soliton Fission*) na solity podstawowe - posiadają one różne energie, to też poruszają się z różnymi prędkościami [18]. Charakterystyczna długość, po której zajdzie owo rozszczepienie zdefiniowana jest jako [31]

$$L_{\text{fiss}} = \frac{L_D}{N}. \quad (4.5)$$

SRS z kolei generuje samoprzesunięcie częstotliwości powstały w ten sposób solitonów podstawowych w kierunku fal dłuższych. W ten sposób mamy do czynienia z poszerzeniem widma w zakresie podczerwieni [18].



Rysunek 4.3 Generacja supercontinuum w reżimie femtosekundowym, w obszarze dyspersji anomalnej. Po lewej stronie spektralna i czasowa zależność mocy impulsu od czasu i dystansu propagacji, po prawej wykres przedstawiający proces ewolucji widma.

Źródło: [8] strona 54

Przy  $\lambda_c$  niewiele większej od  $\lambda_0$  może dojść do wygenerowania impulsu w zakresie dyspersji normalnej nie będącego solitonem, a promieniowaniem dyspersyjnym - falą rezonansową (DW, *Dispersive Wave Radiation*). Zjawisko wystąpi w przypadku dopasowania fazowego między solitonem, a falą rezonansową. Wzajemna modulacja fazy między falami rezonansowymi i solitonami przyczynia się do poszerzania widma w kierunku mniejszych długości, co skutkuje ujednoliceniem widma wyjściowego - na dalszym etapie wpływ tego zjawiska maleje, a tłumienność ośrodku zmniejsza moc impulsu (rys. 4.3) [18].

Wykorzystanie impulsu o większej energii wpływa przede wszystkim na podwyższenie rzędu powstającego solitonu, co wiąże się z mocniejszym początkowym zwężeniem widma. Dodatkowo zwiększa się liczba solitonów podstawowych powstała po rozszczepieniu oraz efektywność zjawisk nieliniowych.

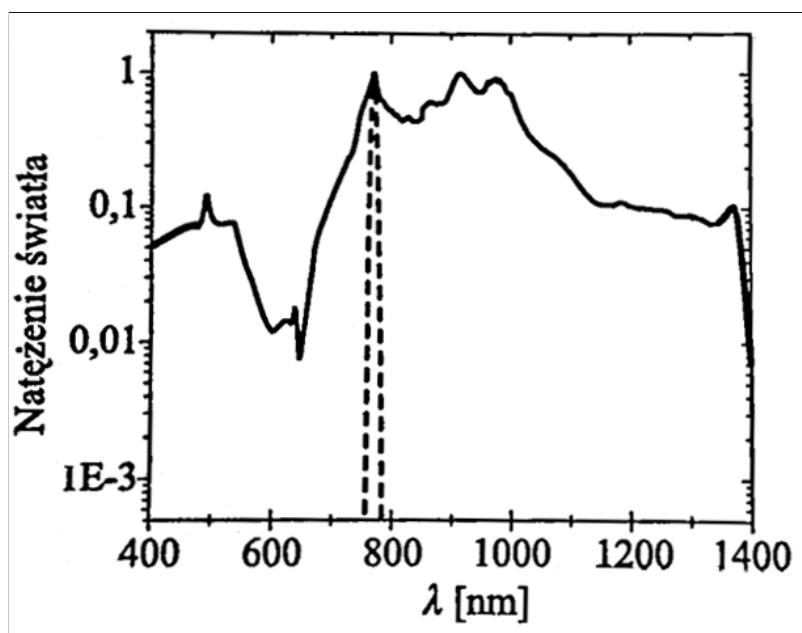
<sup>5</sup>Oznaczmy zerową dyspersję jako  $\beta(\lambda_0) = 0$ .

### Obszar dyspersji normalnej

Kiedy centralna długość fali impulsu wprowadzanego do światłowodu zlokalizowana jest w reżimie dyspersji normalnej, mechanizmy wiodące do poszerzenia widma, są inne niż w reżimie dyspersji anomalnej. Przede wszystkim nie mówimy tutaj o propagacji solitonów jasnych (nie tworzą się), a dyspersja impulsu nie jest kompensowana przez nieliniowość. Amplituda impulsu maleje wraz z odległością, co powoduje zanikanie mechanizmów poszerzania widma. Generacja supercontinuum staje się w dużej mierze skutkiem samomodulacji fazy oraz wymuszonego rozpraszania Rama (samoprzesunięcia częstotliwości) [2].

Do wygenerowania fal z zakresu dyspersji anomalnej może dojść, gdy centralna długość fali impuls wprowadzana do światłowodu jest bliska  $\lambda_0$ . Wzrasta wtedy wpływ SPM i spełnione mogą zostać warunki dopasowania fazowego dla mieszania czterofalowego. Stąd już łatwo o kaskadowy proces rozszerzania zakresu spektralnego [18].

Na rysunku 4.4 znajduje się przykładowe widmo supercontinuum uzyskane w obszarze dyspersji normalnej dla reżimu femtosekundowego przy użyciu lasera tytanowo-szafirowego. Środkowa długość fali impulsu początkowego wynosiła dla  $\lambda = 770 \text{ nm}$ , a czas trwania impulsu wynosił 100 fs [18].



Rysunek 4.4 Charakterystyka widmowa supercontinuum wygenerowanego w obszarze dyspersji normalnej. Linią przerywaną oznaczono widmo impulsu początkowego.

Źródło: [18] strona 186

#### 4.1.2 Długoimpulsowy tryb pracy

Efektywna generacja supercontinuum może także przebiegać przy użyciu laserów pikoi nanosekundowych, a nawet pompowaniu w trybie ciągłym. Mechanizmy prowadzące do poszerzenia widma w tym reżimie to głównie wymuszone rozpraszanie ramanowskie oraz mieszanie czterofalowe. Ze względu na relatywnie małe moce impulsów wymagane są kilkumetrowe światłowody.

### **Obszar dyspersji anomalnej**

W przypadku, gdy długość fali impulsu wejściowego zawiera się w obszarze dyspersji anomalnej, a impulsy stają się dłuższe zachowując wysokie moce początkowe mamy do czynienia z solitonami dużo wyższych rzędów ( $N \gg 10$ ). Ich dalsza ewolucja oraz rozpad nie są aż tak ważne jak w przypadku opisanym powyżej. Dzieje się tak, gdyż charakterystyczna długość  $L_{\text{fiss}}$ , przy której następuje rozszczepienie solitonu zwiększa się wraz ze wzrostem czasu trwania impulsu wejściowego. W początkowej fazie propagacji dominuje natomiast zjawisko niestabilności modulacyjnej oraz mieszania czterofalowego [2, 18].

Niestabilność modulacyjna (MI, *Modulation Instability*) oznacza nieliniowe wzmacnianie fluktuacji obwiedni impulsu świetlnego lub fali ciągły. Powoduje poszarpanie widma w serie ultrakrótkich impulsów i generację bocznych pasm częstotliwości. Zaburzenie wywołuje niewielki wzrost intensywności części widma, po czym ulega ono zjawisku automodulacji fazy i kompensuje się w wyniku dyspersji anomalnej. Wzmocnienie osiągnie maksimum dla dwóch częstotliwości, które zadane są wzorem [2]

$$\Omega_{\max} = \pm \left( \frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|} \right)^{1/2}, \quad (4.6)$$

i wyniesie dokładnie  $g_{\max} = 2\gamma P_0$ .

Niestabilność modulacyjna prowadzi do czasowego rozbicia impulsu na wiele „*pod-impulsów*”. Ich późniejsza ewolucja doprowadza do dodatkowego poszerzenia widma i formowania supercontinuum za pomocą takich mechanizmów jak promieniowanie dyspersyjne i ramanowskie samoprzesunięcie częstotliwości (zjawiska związane z oddziaływaniem solitonów) [7].

To rozumowanie można poszerzyć także na pracę w trybie ciągłym, gdzie częściowa koherencja wprowadzanego światła także skutkuje rozbiciem wejściowego pola. Jednakże niestabilność modulacyjna ściśle związana jest z szumem, co bezpośrednio wpływa na ewolucję impulsu w czasie (fala uderzeniowa) i na koherencję wygenerowanego światła białego [2, 18, 29].

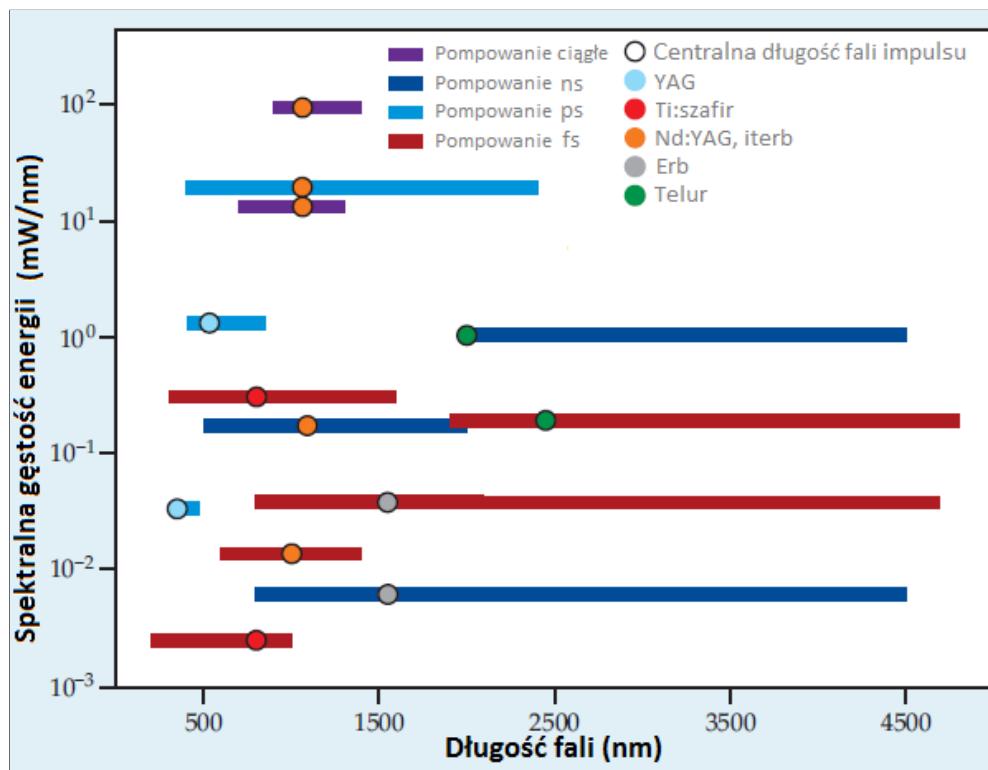
### **Obszar dyspersji normalnej**

Przy pompowaniu w trybie dugoimpulsowym w reżimie dyspersji normalnej na znaczne początkowe poszerzenie impulsu wpływ mają głównie proces mieszania czterech fal oraz rozpraszania ramanowskiego.

Efekty związane z nieliniowym rozpraszaniem dominują dla dużych wartości dodatnich dyspersji prędkości grupowej. Dla długiego impulsu linia stockesowska wymuszonego rozpraszania Ramana znajduje się poza widmem impulsu, co powoduje generację impulsów oddalonych od siebie o tę częstotliwość. Widmo przesuwa się w kierunku fal dłuższych na skutek kaskadowego rozpraszania dla coraz mniejszych częstotliwości [18].

Bliżej zera dyspersji bardziej istotne staje się mieszanie czterofalowe, gdyż wzmacnianie ramanowskie jest słabsze. Poprzez wzajemną modulację fazy impulsy składowe zlewają się i dochodzi do wygładzenia widma na dalszej drodze propagacji [18].

W przypadku niewielkich odstępstw od  $\lambda_0$  ponownie do ogólnej dynamiki poszerzenia widma mogą przyczynić się efekty związane z formowaniem się solitonów [8].



Rysunek 4.5 Możliwa do otrzymania gęstość widmowa w różnych reżimach pompowania.  
 Źródło: [9] strona 31

## 4.2 Dyspersja całkowitonormalna

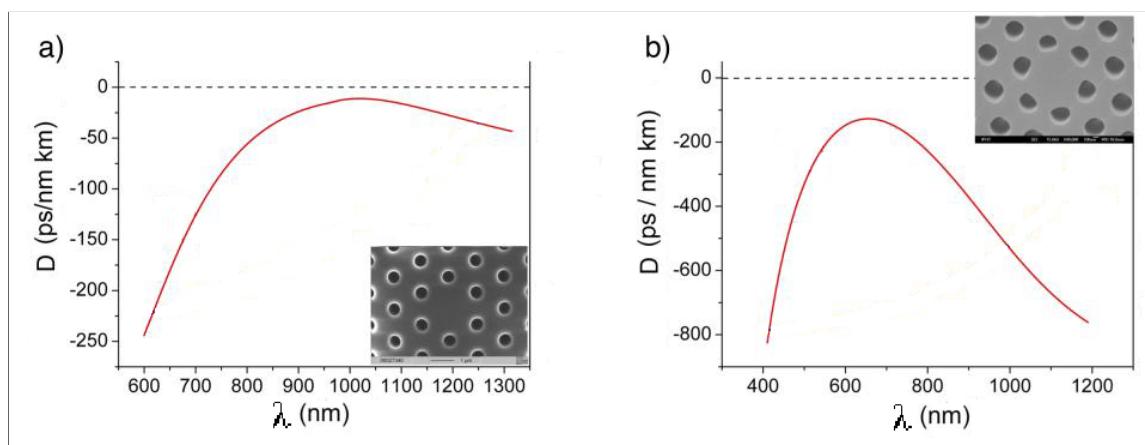
Główym celem ostatnich lat badań poświęconych generacji supercontinuum było stworzenie takich generatorów, aby otrzymane koherentne widmo nie podlegało fluktuacjom fazowym oraz odznaczało się spójnością czasową. Aby zrealizować ten zamysł zaproponowano światłowody mikrostrukturalne wykazujące dyspersję normalną w szerokim zakresie spektralnym [13]. Przykładowe charakterystyki dyspersyjne takich falowodów zostały przedstawione na rysunku 4.6.

Najprostszym sposobem na wyeliminowanie efektów związanych z propagacją solitonów jest wprowadzanie do światłowodu impulsów, których długość fali zawiera się w obszarze dyspersji normalnej, gdzie solitony się nie formują, a spektralne poszerzenie jest skutkiem jedynie automodulacji fazowej [13].

Rozciągnięcie widmowe spowodowane samomodulacją fazy nie jest wrażliwe na fluktuacje impulsów wprowadzanych do światłowodu, co skutkuje wygenerowaniem koherentnego promieniowania superciągłego.<sup>6</sup> W konwencjonalnych światłowodach radzono sobie z tym poprzez wprowadzanie fali o długości  $\lambda_c \ll \lambda_0$ , czyli bardzo oddalonej od zera dyspersji w stronę fal krótszych. Poszerzenie spektralne jest wtedy ograniczone przez duży wpływ efektów dyspersyjnych [15].

Problem ten możemy rozwiązać korzystając z podatności na kształtowanie właściwości dyspersyjnych światłowodów mikrostrukturalnych. Odpowiednio dobierając stałą siatki ( $\Lambda$ ) oraz średnicę otworów powietrznych ( $d$ ) możemy skonstruować falowód wykazujący normalną dyspersję w zakresie widzialnym oraz bliskiej podczerwieni, jednocześnie przy małych wartościach dyspersji prędkości grupowej dla wprowadzanych impulsów [12].

<sup>6</sup>Zaproponowane w polskojęzycznej literaturze tłumaczenie terminu *supercontinuum*, funkcjonujące obok spolszczonej nazwy *superkontinuum*.



Rysunek 4.6 Profile dyspersyjne światłowodów o parametrach: a)  $\Lambda = 1,44 \mu\text{m}$ ,  $d/\Lambda = 0,39$  i średnicy rdzenia równej  $2,3 \mu\text{m}$  oraz b)  $\Lambda = 0,67 \mu\text{m}$ ,  $d/\Lambda = 0,6$  i średnicy rdzenia równej  $1,05 \mu\text{m}$ . Zdjęcia SEM przedstawiają przekroje poprzeczne poszczególnych włókien.

Źródło: [14] strona 3777

Wprowadzanie do światłowodu impulsu, którego centralna składowa widma posiada długość fali bliską długości odpowiadającej lokalnemu maksimum dyspersji chromatycznej (MDW, *Maximum Dispersion Wavelength*), pozwala na uzyskanie najszerzego spektrum [12].

### 4.3 Aplikacyjne aspekty generacji supercontinuum

Najbardziej oczywistym zastosowaniem supercontinuum jest zastąpienie dotychczasowych, często bazujących na wolframie, źródeł światła białego wykorzystywanych w pomiarach dokonywanych standardowymi metodami optycznymi, takimi jak: spektroskopia, mikroskopia klasyczna i interferencyjna [9].

Typową wadą źródeł żarowych jest ich niski poziom jasności, który jest determinowany temperaturą żarnika (promieniowanie ciała doskonale czarnego). Ponadto efektywność sprzągania żarowych źródeł światła do światłowodu jest dość mała (następuje zmniejszenie mocy). Generatory supercontinuum rozwiązują obie te kwestie, dając możliwość stworzenia źródła światła o szerokim spektrum źródła żarowego oraz intensywności światła laserowego [9].

Głównymi zaletami źródeł światła białego uzyskanego poprzez proces generacji supercontinuum są: w miarę jednorodne widmo o szerokości powyżej 1000 nm oraz stosunkowo duża moc (porównywalna ze średnią mocą lasera pompującego). Mechanizmy nieliniowe związane z poszerzeniem widma w dużej mierze zachowują relacje fazowe, a powodem zmniejszania spójności kolejnymi impulsami jest niestabilność modulacyjna [18].

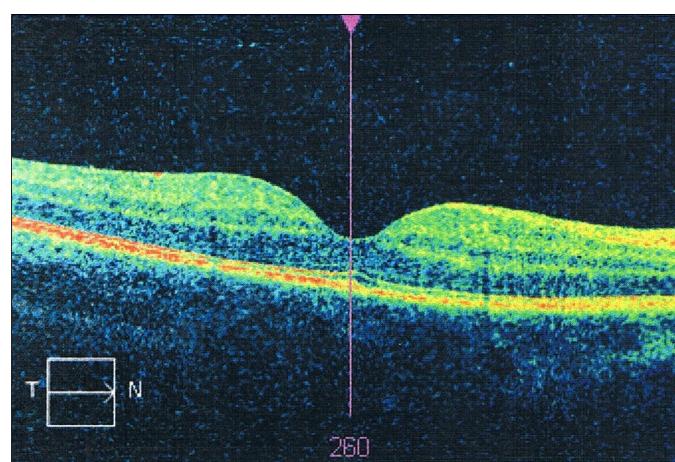
Nie są one jednak pozbawione wad. Jednymi z największych problemów związanych ze zamianą źródeł światła białego z obecnych na generatory supercontinuum są koszty oraz duże wymagania przestrzenne. Zwykłe emitery mogą w swojej najprostszej formie zająć niewiele cennej powierzchni laboratoryjnej przy niewielkim nakładzie finansowym. Przy procesie nieliniowego poszerzenia widma wymagany jest specjalny układ optyczny zbudowany z impulsowego lasera wart kilkaset tysięcy złotych.

Duży nacisk jest kładziony na zbudowanie bardziej kompaktowego i ekonomicznego systemu. Większość eksperymentów związanych jest ze źródłami o niewielkiej mocy, choć zainteresowaniem cieszą się także silniejsze emitery. Układy nie wymagające objętościowych elementów optycznych pozwolą na wyzbycie się zmian stabilności wywołanych drganiami, czy wpływem czynników atmosferycznych. Ponadto można oszczędzić czas nie musząc zajmować się kłopotliwym w praktyce justowaniem [27].

Źródła o szerokim spektrum są także niezbędne przy tomografii optycznej z użyciem światła częściowo spójnego, czyli w optycznej tomografii koherencyjnej (OCT, *Optical Coherence Tomography*), która przydaje się zarówno dla biologicznych, jak i niebiologicznych zastosowań. W przypadku żywych tkanek fale o długościach z przedziału  $1,3 \mu\text{m}$  -  $1,5 \mu\text{m}$  są wysoce użyteczne, gdyż pozwalały na głęboką penetrację w sposób bezkontaktowy i bezinwazyjny - wracające światło rozproszone niesie informację na temat budowy badanego obiektu (rys. 4.7) [27]. Typowymi źródłami światła wykorzystywany w tej technologii są diody elektroluminescencyjne oraz emitery bazujące na wzmacnieniu spontanicznej emisji poprzez domieszkowane światłowody i półprzewodniki, które posiadają ograniczoną szerokość widmową. Wykorzystanie generatorów supercontinuum pozwala uzyskać lepszą rozdzielcość.

Możemy mówić także o zastosowaniu tego zjawiska w technologiach wojskowych. Głowice rakiet samonaprowadzających się na podczerwień (układy DIRCAM, *Direct Infrared Countermeasure*) są wyposażone w detektory promieniowania - „wyczuwają” gazy wyłotowe w myśliwcach bojowych.<sup>7</sup> Jednym ze sposobów oszukania takiego urządzenia jest zastosowanie promieniowania superciągłego na pasmo widmowe średniej podczerwieni jako nadajnika promieniowania w układach do oślepiania pocisków [27].

Emitery promieniowania superciągłego sprawdzają się także w przypadku detekcji różnych związków chemicznych i biologicznych, bazującej na wykrywaniu charakterystycznych dla różnych substancji linii spektralnych. Układ odbiorczy rejestruje promieniowanie odbite od cząstek, które absorbują wybrane linie widmowe, typowe dla różnorodnych związków chemicznych. Po porównaniu otrzymanej odpowiedzi ze wzorców można zidentyfikować skład chemiczny badanej mieszaniny gazowej. Wykorzystanie źródła supercontinuum o szerokim spektrum pozwala na jednoczesne wykrycie wielu linii widmowych, co w praktyce oznacza poprawę czułości i selektywności pomiarów [27].



Rysunek 4.7 Wykonane przy pomocy OCT zdjęcie przekroju centralnej części oka.

Źródło: [https://pl.wikipedia.org/wiki/Optyczna\\_tomografia\\_koherencyjna](https://pl.wikipedia.org/wiki/Optyczna_tomografia_koherencyjna)

<sup>7</sup>Maksimum widma emisji tych rozgrzanych substancji zawiera się w paśmie  $2 \mu\text{m}$  -  $4 \mu\text{m}$ .

## Rozdział 5

# Modelowanie generacji supercontinuum

Symulacje numeryczne modelujące sposób rozchodzenia się krótkich impulsów w ośrodkach nieliniowych odgrywają ważną rolę przy przeprowadzaniu różnego typu eksperymentów, przede wszystkim pozwalaając na zmniejszenie ich kosztów. Początkowym matematycznym modelem opisującym sposób kształtowania się obwiedni amplitudy impulsu świetlnego w zależności od czasu oraz dystansu propagacji było nieliniowe równanie Schrödingera. Uwzględnia ono takie efekty jak dyspersja drugiego rzędu oraz samomodulacja fazy. Z powodzeniem wykorzystuje się je przy modelowaniu propagacji pikosekundowych i niskoenergetycznych impulsów rozchodzących się w sieciach światłowodowych, jednakże jest niewystarczające w przypadku femtosekundowych impulsów wysokoenergetycznych. W celu ulepszenia dotychczasowego modelu do wyprowadzonych równań dodano dyspersję wyższych rzędów oraz wyrażenia opisujące kolejne procesy nieliniowe (np. rozpraszanie ramanowskie) otrzymując GNLSE [2].

Numeryczne modelowanie propagacji impulsów świetlnych w światłowodach mikrostrukturalnych oparte na rozwiązywaniu GNLSE jest wykorzystywane do opisu takich zjawisk jak generacja supercontinuum. W praktyce ułatwia ono zaprojektowanie włókien optycznych pozwalających natworzenie koherentnego promieniowania [8, 13, 15]. Zważając na fakt, iż numeryczne rozwiązywanie tego skomplikowanego cząstkowego równania różniczkowego jest dość czasochłonne, niezbędne jest ku temu opracowanie efektywnych algorytmów. Wymagamy od nich przede wszystkim dużej dokładności związanej z całkowaniem numerycznym oraz możliwości sterowania wielkością kroku przestrzennego bez straty dokładności.

W poniższym rozdziale przedstawiono podstawowe metody, wykorzystywane do obliczanie GNLSE, oparte na fourierowskiej metodzie rozdzielania zmiennych, wraz z wynikami samodzielnie przeprowadzonych symulacji.

### 5.1 Model numeryczny

Generacja supercontinuum modelowana jest w oparciu o uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera, które w domenie czasowej przyjmuje postać [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2} A(z, T) - \sum_{k \geq 2} \left( \frac{i^{k-1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k A(z, T)}{\partial T^k} \right) + \\ & + i\gamma \left( 1 + \frac{i}{\omega_c} \frac{\partial}{\partial T} \right) \left( A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right), \end{aligned} \quad (5.1)$$

gdzie  $A(z, T)$  reprezentuje obwiednie amplitudy impulsu,  $\beta_k(\omega_c)$  to  $k$ -ta pochodna stałej propagacji odpowiadająca częstotliwości centralnej składowej widma. Ostatni człon opisuje zjawiska nieliniowe takie jak: samomodulacja fazy, samostromość, formowanie fal uderzeniowej oraz rozpraszanie Ramana. Funkcja  $R(t)$ , określająca ostatni z wymienionych efektów, przyjmuje postać [2, 18, 29]

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t), \quad (5.2)$$

gdzie

$$h_R(t) = \Theta(t) \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right). \quad (5.3)$$

$\Theta(t)$  jest schodkową funkcją Heaviside'a [2, 18], natomiast parametry  $f_R$ ,  $\tau_1$  i  $\tau_2$  zależą od rodzaju materiału. Dla szkła krzemionkowego wynoszą one odpowiednio:  $f_R = 18\%$ ,  $\tau_1 = 12,2 \text{ fs}$  i  $\tau_2 = 32 \text{ fs}$ .

Równanie 5.1 możemy również zapisać w domenie częstotliwościowej, nakładając na nie transformatę Fouriera, jako [15]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = & -\frac{\alpha}{2} A(z, \omega) + \sum_{k \geq 2} \frac{i \beta_k}{k!} \omega^k A(z, \omega) + \\ & + i \gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right\}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Przy czym człon nieliniowy z równania 5.4 rozpisano do postaci

$$\begin{aligned} \hat{N}A(z, T) = & i \gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right\} \\ = & i \gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} ((1 - f_R)\delta(T') + f_R h_R(T')) |A(z, T - T')|^2 dT' \right\} \\ = & i \gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - f_R)\delta(T') |A(z, T - T')|^2 dT' + \right. \\ & \left. + A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} f_R h_R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right\} \\ = & i \gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \left( (1 - f_R) |A(z, T)|^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + f_R \int_{-\infty}^{+\infty} h_R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right) \right\}. \end{aligned}$$

Jednocześnie korzystając z właściwości splotu możemy zapisać

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h_R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' = \mathcal{F}^{-1} \left\{ h_R(\omega) |A(z, \omega)|^2 \right\}.$$

W ten sposób okazuje się, że wyrażenie nieliniowe sprowadza się do przemnożenia odpowiednich członów przy wielokrotnym przechodzeniu między dwiema domenami i jest proste w implementacji.

### Warunki początkowe

Aby móc śledzić ewolucję obwiedni amplitudy w czasie (lub częstotliwości) koniecznym jest zadanie odpowiednich warunków brzegowych. W tym przypadku jest to znany początkowy kształt impulsu opisywany odpowiednio przez funkcję  $A(0, T)$  lub  $A(0, \omega)$ . Najczęściej wykorzystywane do symulacji są obwiednie typu gaussowskiego lub w kształcie sekansa hiperbolicznego.

## Dyskretyzacja zmiennych

Mając już skonstruowany matematyczny model zachowania się impulsu światlnego w ośrodku silnie nieliniowym należy przekształcić go do postaci dyskretnej, którą już możemy rozwiązać posługując się znymi metodami numerycznymi. W celu rozwiązania GNLSE konieczne jest określenie kroku przestrzennego oraz czasowego.

Wykorzystanie transformaty Fouriera wymusza rozwiązywanie równania 5.1 w skończonym czasie. Odpowiedni dobór rozmiaru okna  $T$  oraz liczby punktów siatki czasowej  $N$  są konieczne w celu upewnienia się, że otrzymane wyniki będą dokładne. Krok czasowy  $dt$  jest stosunkiem wielkości  $T$  i  $N$ . Warto w tym momencie zaznaczyć, iż krok częstotliwościowy jest wprost proporcjonalny do odwrotności kroku czasowego, co skutkuje tym, że powiększając go jednocześnie zmniejszamy rozmiar siatki spektralnej. Parametr  $N$  powinien być postaci  $2^n$ , aby zmaksymalizować szybkość wykonywania transformat. Najczęściej  $n$  przyjmuje wartości od 13 do 15,  $dt$  natomiast należy do przedziału od 2 fs do 5 fs [8, 15, 28].

Krok przestrzenny  $dz$  powinien być na tyle mały, aby nie wystąpiły żadne błędy natury numerycznej (przykładowo związane z pominięciem czynników wpływających na zmianę kształtu impulsu), a jednocześnie tak duży żeby zapewnić w miarę krótki czas obliczeń. W ogólności powinien być on dużo mniejszy niż droga dyspersji  $L_D$  oraz nieliniowości  $L_{NL}$  [8]. Istnieje kilka algorytmów, które zapewniają odpowiedni dobór kroku przestrzennego, nie będą one jednak omawiane w tym dokumencie [15].

### 5.1.1 Fourierowska metoda rozdzielenia zmiennych

GNLSE jest przykładem równania, które na ogół nie posiada rozwiązań analitycznych, tym bardziej numeryczne podejście do jego rozwiązania jest konieczne do zrozumienia rodzaju procesów mających wpływ na generację supercontinuum. Algorytmy rozdzielonego kroku z transformatą Fouriera (SSFM, *Split-Step Fourier Method*) są klasą metod rozwiązań pozwalającą na badanie zachowania się impulsu światlnego rozchodzącego się w światłowodzie.

Aby lepiej zrozumieć filozofię stojącą za algorytmem rozdzielenia zmiennych równanie 5.4 (w domenie czasowej także 5.1) zapisujemy w następującej postaci

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) A, \quad (5.5)$$

gdzie  $\hat{D}$  jest operatorem dyspersji ukazującym wpływ dyspersji wyższych rzędów oraz tłumienności na propagację impulsu, natomiast  $\hat{N}$  to operator nieliniowości opisujący zjawiska nieliniowe zachodzące w światłowodzie. Są one odpowiednio zdefiniowane zarówno w domenie czasu, jak i częstotliwości.<sup>8</sup>

W ogólności zarówno dyspersja, jak i nieliniowość działają równocześnie na całej długości włókna. Wykorzystując SSFM zakładamy jednak, że na krótkich dystansach  $dz$  mogą one niezależnie wpływać na kształt impulsu, co oznacza, że propagację na odcinku  $[z, z + h]$  możemy modelować najpierw działając operatorem nieliniowości  $\hat{N}$  (przyjmujemy, że  $\hat{D} = 0$ ), a następnie operatorem dyspersji  $\hat{D}$ . Fakt ten możemy zapisać za pomocą przybliżenia [2]

$$A(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) A(z, T). \quad (5.6)$$

---

<sup>8</sup>Operator dyspersji stanowi pierwszy człon, a nieliniowości drugi równań 5.4 i 5.1.

Operator dyspersji łatwiej wyliczać w domenie częstotliwości, do której z obszaru czasowego przechodzimy za pomocą transformaty Fouriera. Powrót do domeny czasowej dokonywany jest natomiast przy użyciu odwrotnej transformaty Fouriera.

Aby lepiej zrozumieć pochodzenie idei SSFM wychodzimy z równania

$$A(z + h, T) = \exp(h(\hat{D} + \hat{N}))A(z, T). \quad (5.7)$$

Po czym korzystając z formuły Bakera-Hausdorfa,

$$\exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) \approx \exp\left(\hat{D} + \hat{N} + \frac{1}{2}[\hat{D}, \hat{N}] + \frac{1}{12}[\hat{D} - \hat{N}, [\hat{D}, \hat{N}]] + \dots\right), \quad (5.8)$$

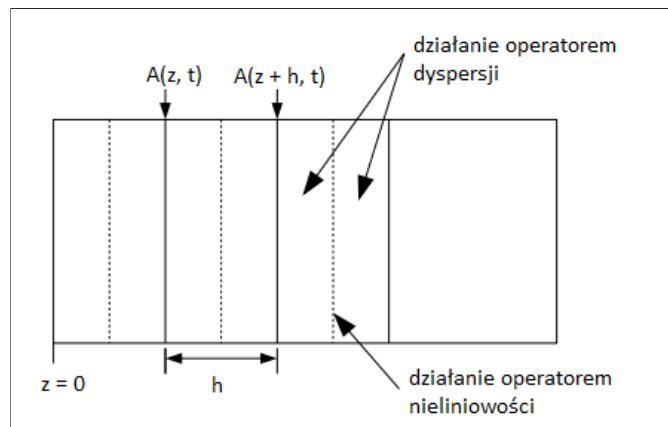
możemy zauważać, iż omawiana metoda po prostu ignoruje niekomutującą naturę używanych operatorów. Dokładność SSFM wyznaczana jest jako  $O(h^2)$  [2].

### 5.1.2 Symetryczny algorytm SSFM

Precyza opisanej powyżej metody może zostać zwiększoną dzięki zastosowaniu innej procedury badana zmiany kształtu obwiedni impulsu na odcinku od  $z$  do  $z + h$ . Dokonujemy tego zastępując wyrażenie 5.6 przybliżeniem

$$A(z + h, T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A(z, T). \quad (5.9)$$

Podstawowa różnica między tymi dwiema metodami opiera się na uwzględnieniu efektów nieliniowych pośrodku badanego odcinka przestrzennego, co dobrze prezentuje ilustracja 5.1. Schemat ten został nazwany symetrycznym algorytmem rozdzielonego kroku z transformatą Fouriera (S-SSF, *Symmetrized Split-Step Fourier Method*) ze względu na symetryczne rozmieszczenie eksponent w równaniu 5.9. Całka zawarta w środkowym czynniku umożliwia uwzględnienie zależności operatora nieliniowości od położenia, co pozwala na poprawę dokładności algorytmu o rzad. Jeśli krok  $dz$  jest wystarczająco niewielki całka ta może zostać przybliżona wyrażeniem  $\exp(h\hat{N})$ , jednakże chcąc poprawić jakość obliczeń zazwyczaj wyznacza się ją stosując metodę trapezów. Niestety wymaga to wstępnego oszacowania wartości  $\hat{N}(z + h)$  do późniejszego wyliczenia właściwej już wartości  $A(z + h, T)$  [2, 15].



Rysunek 5.1 Schematyczna ilustracja zasady działania S-SSF.

Źródło: [2] strona 49

### 5.1.3 Algorytm Runge-Kutty w obrazie oddziaływania

Algorytm Runge-Kutty 4-tego rzędu w obrazie oddziaływania (RK4IP, *Runge-Kutta 4-th in the Interaction Picture*) jest kolejną metodą bazującą na rozdzieleniu efektów dyspersyjnych od nieliniowych [16]. Jest ona podobna do opisywanych powyżej procedur fourierowskich. Numeryczny algorytm wyznaczania obwiedni amplitudy w dziedzinie częstotliwości zadany jest poprzez następujące wyrażenia

$$\begin{aligned}
 A_I &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z, \omega), \\
 k_1 &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\left[h\hat{N}A(z, \omega)\right], \\
 k_2 &= h\hat{N}\left(A_I + \frac{k_1}{2}\right), \\
 k_3 &= h\hat{N}\left(A_I + \frac{k_2}{2}\right), \\
 k_4 &= h\hat{N}\left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\left(A_I + \frac{k_3}{2}\right)\right], \\
 A(z + h, \omega) &\approx \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\left[A_I + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3}\right] + \frac{k_4}{6}.
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Algorytm RK4IP wymaga czterech ewaluacji operatora  $\hat{N}$ , co oznacza wykonanie 16 transformat Fouriera. Największą zaletą powyższej metody jest bardzo duża dokładność całkowania - błąd lokalny, czyli wynikający z dokonanych uproszczeń na każdym etapie obliczeń numerycznych, jest rzędu  $O(h^5)$ . Oznacza to iż krok czasowy  $dz$  może być dużo większy niż dla SSFM przy zachowaniu tej samej dokładności oraz znaczco szybszym wykonywaniu obliczeń [15, 16].

## 5.2 Wyniki symulacji

Ten podrozdział zawiera opis poszczególnych etapów pracy mających na celu rozwiązań równania 5.4. Wszystkie symulacje zostały przeprowadzone w środowisku MATLAB ze względu na możliwość zastosowania wbudowanych w niego funkcji. Rozwiązania zostały zapisane w postaci dwóch macierzy reprezentujących wartości funkcji  $A(z, \omega)$  oraz  $A(z, t)$  i przedstawione w postaci kolorowych wykresów trój- i dwuwymiarowych.

### 5.2.1 Część liniowa

Na samym początku zajęto się rozwiązyaniem części dyspersyjnej, czyli liniowego wariantu NLSE. W związku z tym, iż pominięcie parametru  $\alpha$ , a tym samym nie uwzględnianie tłumienności, nie zmieni w sposób istotnie formuły zdecydowano się na tym etapie pracy przyjąć  $\alpha = 0$ . Tym samym rozwiązywanie równanie miało postać

$$\frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = \hat{D}A(z, \omega), \tag{5.11}$$

gdzie operator dyspersji  $\hat{D}$  jest równy

$$\hat{D} = \sum_{k \geq 2} i \frac{\beta_k}{k!} \omega^k. \tag{5.12}$$

Zadany impuls początkowy o obwiedni typu gaussowskiego, mocy szczytowej  $P_0 = 1 \text{ W}$  oraz czasie trwania  $T_0 = 250 \text{ ps}$  stanowi warunek brzegowy obliczanego wyrażenia. Wartość amplitudy impulsu tego typu wynosi

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right). \quad (5.13)$$

Jako, że równanie 5.11 posiada dokładne rozwiązanie w domenie częstotliwości na wyznaczony wektor nałożono dyskretną transformatę Fouriera otrzymując  $A(0, \omega)$ . Należało jeszcze wyliczyć wartość operatora dyspersji, co w domenie częstotliwości sprowadza się do obliczenia sumy 5.12. Ostatecznie rozwiązanie równania 5.11 opiera się na wyznaczeniu kolejnych wartości [15]

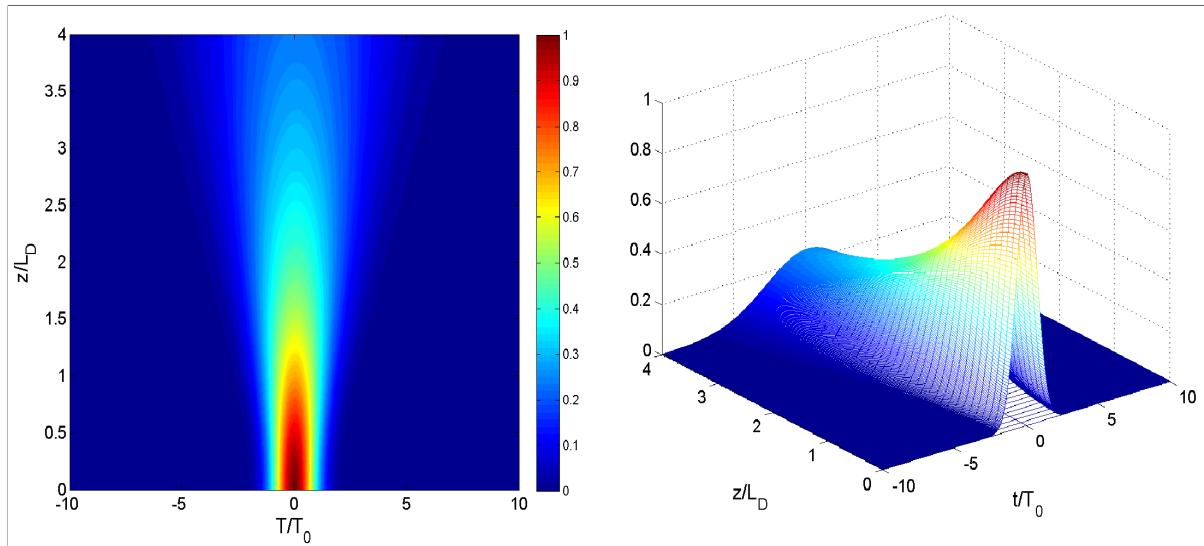
$$A(z + h, \omega) = \exp(h\hat{D})A(z, \omega), \quad (5.14)$$

gdzie  $h$  jest krokiem przestrzennym.

Chcąc odtworzyć wyniki z pracy [28] przyjęto rozwinięcie szeregu Taylora dla stałej propagacji do drugiego wyrazu  $\beta_2 = 20 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}}$ , a długość światłowodu  $L$  równą czterokrotnej wartości drogi dyspersji  $L_D$ .

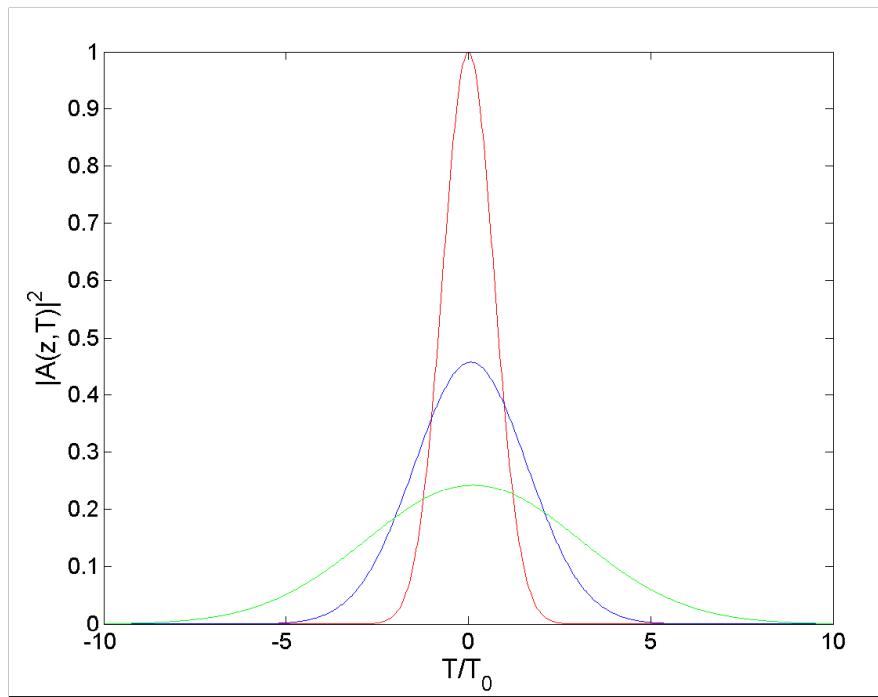
Dodatkowo ustalono szerokość okna czasowego  $T = 48\,000 \text{ ps}$  oraz liczbę punktów siatki  $N = 2^{13}$ . Na tej podstawie stworzono odpowiedniej długości wektor punktów czasowych i częstotliwościowych.

Za widoczne na wykresach 5.2 poszerzenie impulsu odpowiada dyspersja prędkości grupowej. Impuls przebywając kolejne odcinki światłowodu ulega coraz większemu rozmyciu w czasie, co zostało przedstawione na rysunku 5.3.



Rysunek 5.2 Wykresy ukazujące zależność mocy impulsu od unormowanego czasu i dystansu propagacji.

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 5.3 Unormowana moc impulsu w funkcji znormalizowanego czasu dla trzech dróg propagacji:  $L = 0$  (linia czerwona),  $L = 2L_D$  (linia niebieska) oraz  $L = 4L_D$  (linia zielona).

Źródło: Opracowanie własne

### 5.2.2 Część nieliniowa

Kolejnym krokiem było rozwiązywanie najprostszego wariantu nieliniowej części rozważanego równania, czyli wyrażenia

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = \hat{N} A(z, T), \quad (5.15)$$

gdzie operator nieliniowości zadany jest wzorem

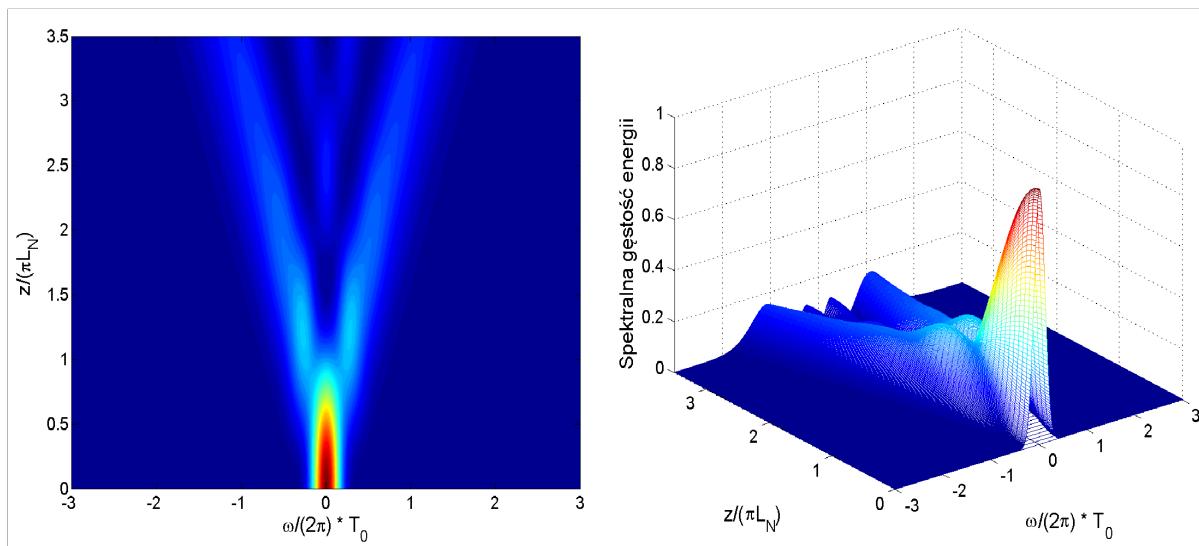
$$\hat{N} = i\gamma|A(z, T)|^2. \quad (5.16)$$

Tym razem o wiele wygodniej jest rozwiązać to równanie pozostając w domenie czasu. Warunkiem brzegowym podobnie jak w powyższym przypadku jest impuls o kształcie gaussowskim. Zmianie ulega tylko czas jego trwania  $T_0 = 200$  ps. Nie zmienione zostały także parametry numeryczne. Ustalono współczynnik nieliniowości  $\gamma = 3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  oraz długość światłowodu  $L = 3,5\pi L_{NL}$  za pracą [28].

W tym przypadku równanie 5.15 na odcinku  $[z, z + h]$  zostało obliczone za pomocą wyrażenia

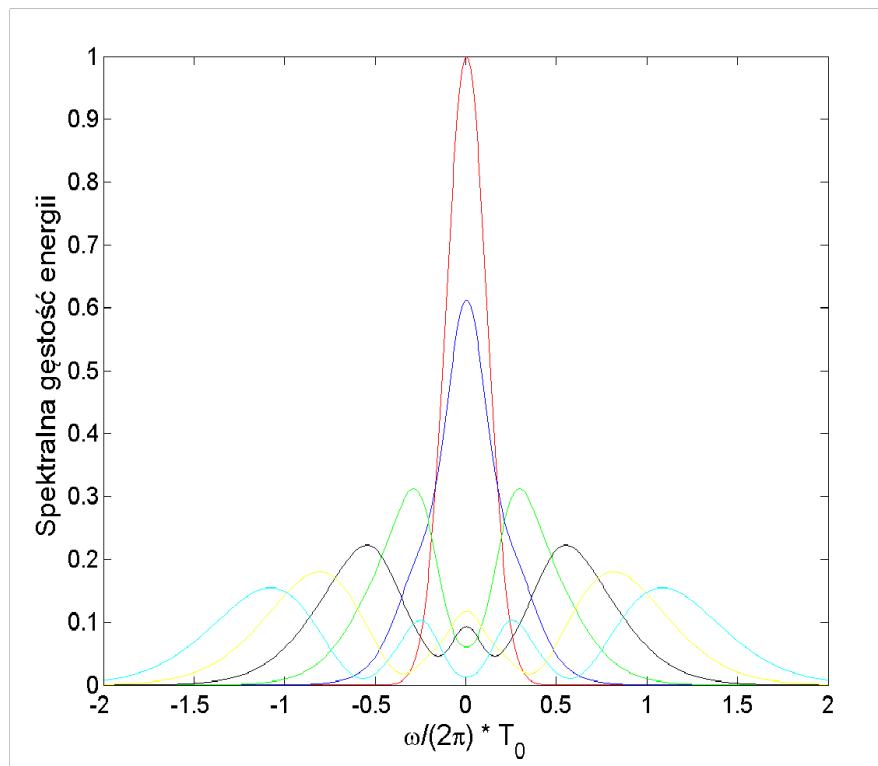
$$A(z + h, T) \approx \exp(h\hat{N})A(z, T). \quad (5.17)$$

Równanie 5.15 opisuje proces samomodulacji fazy. Jak można się było spodziewać na wykresach 5.4 i 5.5 zauważamy symetryczne poszerzenie impulsu. Otrzymane rozwiązania są zgodne ze wzorcowymi [2, 28].



Rysunek 5.4 Wykresy ukazujące zależność spektralnej gęstości energii impulsu od unormowanego czasu i dystansu propagacji.

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 5.5 Unormowana spektralna gęstość energii impulsu w funkcji znormalizowanego czasu dla różnych dróg propagacji:  $L = 0$  (linia czerwona),  $L = 0,5\pi L_{NL}$  (linia niebieska),  $L = \pi L_{NL}$  (linia zielona),  $L = 1,5\pi L_{NL}$  (linia czarna),  $L = 2,5\pi L_{NL}$  (linia żółta) oraz  $L = 3,5\pi L_{NL}$  (linia turkusowa).

Źródło: Opracowanie własne

### 5.2.3 Nieliniowe równanie Schrödingera

Uwzględniając zarówno dyspersję drugiego rzędu jak i samomodulację fazy możemy sformułować wspomniane już wcześniej nieliniowe równanie Schrödingera opisywane wzorem

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} + i\gamma |A(z, T)|^2 A(z, T), \quad (5.18)$$

co możemy zapisać również jako

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A(z, T), \quad (5.19)$$

gdzie  $\hat{D}$  oraz  $\hat{N}$  są zdefiniowanymi wcześniej operatorami.

Rozwiążując to zagadnienie posłużyono się symetryczną fourierowską metodą rozdzielania zmiennych. W ten sposób rozwiązanie równania 5.18 na przedziale  $[z, z+h]$  zostało przybliżone przez wyrażenie

$$A(z+h, T) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) A(z, T). \quad (5.20)$$

Jego implementacja wymagała przejść między domeną czasową, a częstotliwościową, gdyż operatorem dyspersji łatwiej operować w obszarze częstotliwościowym, podczas gdy operatorem nieliniowości - w obszarze czasowym. W związku z tym równanie 5.20 spro-wadzono do wyrażenia

$$A(z+h, T) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \mathcal{F} \left\{ \exp\left(\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz'\right) \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \mathcal{F} \{ A(z, T) \} \right\} \right\} \right\}.$$

Aby zweryfikować poprawność zaimplementowanej metody posłużyono się przykładem formowania solitonu trzeciego rzędu na podstawie parametrów umieszczonych w [7]. Tym razem do światłowodu o długości  $L = 2,5\pi L_D$  wprowadzono impuls (centralna długość fali  $\lambda_c = 835$  nm) o kształcie sekansa hiperbolicznego, czyli o amplitudzie obwiedni zadanej wzorem

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right), \quad (5.21)$$

gdzie moc szczytowa  $P_0 = 1250$  W, a czas trwania impulsu  $T_0 = 28,4$  fs. Liczbę punktów siatki czasowej  $N$  pozostawiono bez zmian, natomiast zmniejszeniu uległa szerokość okna czasowego  $T = 12,5$  ps. Odpowiednio dobrano współczynnik nieliniowości  $\gamma = 110 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  oraz drugą pochodną stałej propagacji  $\beta_2 = -11,83 \frac{\text{ps}^2}{\text{km}}$ , aby uzyskać żądane wartości dystansów charakterystycznych.

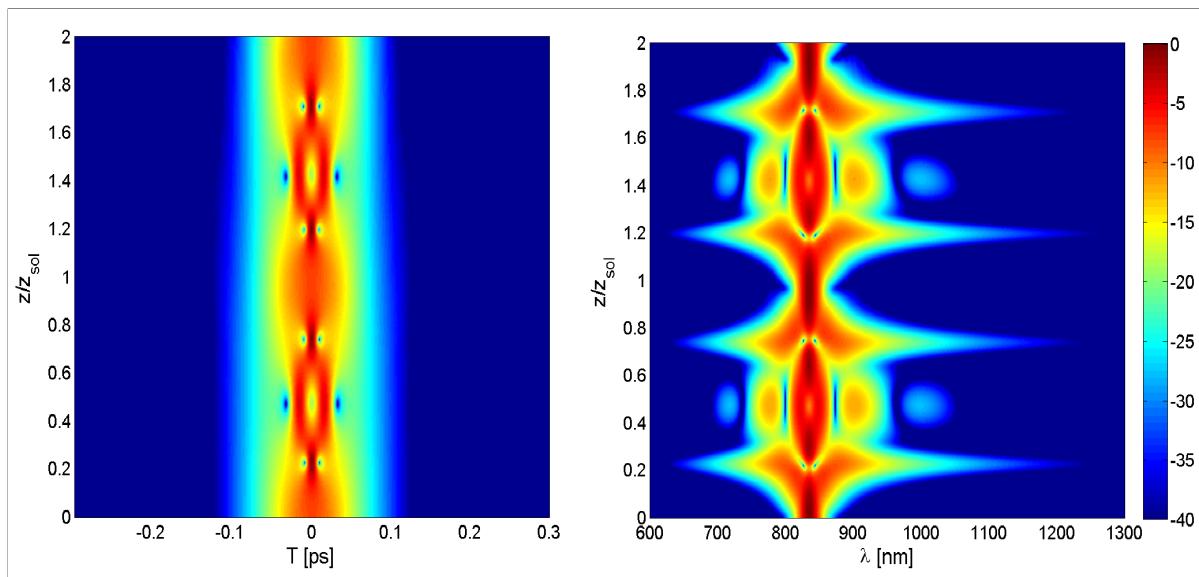
Soliton, w omawianym przypadku, odtwarza swój kształt (zarówno czasowy jak i częstotliwościowy) po przebyciu dystansu

$$z_{\text{sol}} = \frac{\pi}{2} L_D, \quad (5.22)$$

dla tego też względem tego parametru zdecydowano się znormalizować drogę propagacji.

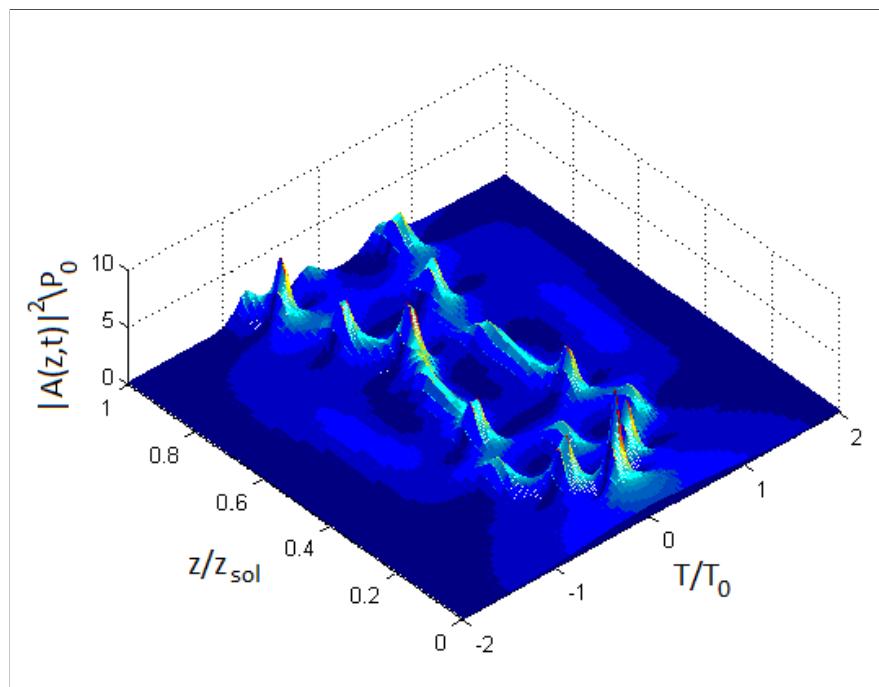
Uzyskane wyniki zostały zaprezentowane na wykresach 5.6. Są one zgodne z rozwiązaniami zaprezentowanymi w [7], drobne rozbieżności związane są z zastosowaniem różnych metod numerycznych do rozwiązania NLSE.

Kolejnym przypadkiem testowym był proces generacji solitonu piątego rzędu. Na trójwymiarowym wykresie 5.7 przedstawiono zależność intensywności od czasu oraz dystansu propagacji. Rząd solitonu ustalono odpowiednio dobierając parametry światłowodu, tak aby stosunek drogi dyspersji do drogi nieliniowości wyniósł  $\sqrt{5}$ .



Rysunek 5.6 Spektralna i czasowa charakterystyka solitonu trzeciego rzędu w skali logarytmicznej.

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 5.7 Przestrzenny wykres przedstawiający zależność mocy impulsu od czasu i dystansu propagacji dla solitonu piątego rzędu.

Źródło: Opracowanie własne

### 5.2.4 Uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera

Rozwiązujeć wcześniej NLSE poczyniono trzy podstawowe założenia:

- rozważaniom poddano jedynie dyspersję drugiego rzędu,
- pominięto niezerowy czas odpowiedzi ośrodka, który związany jest z reakcją jąder i elektronów na zewnętrzne pole elektromagnetyczne [29],
- zaniedbano proces samostromienia impulsu.

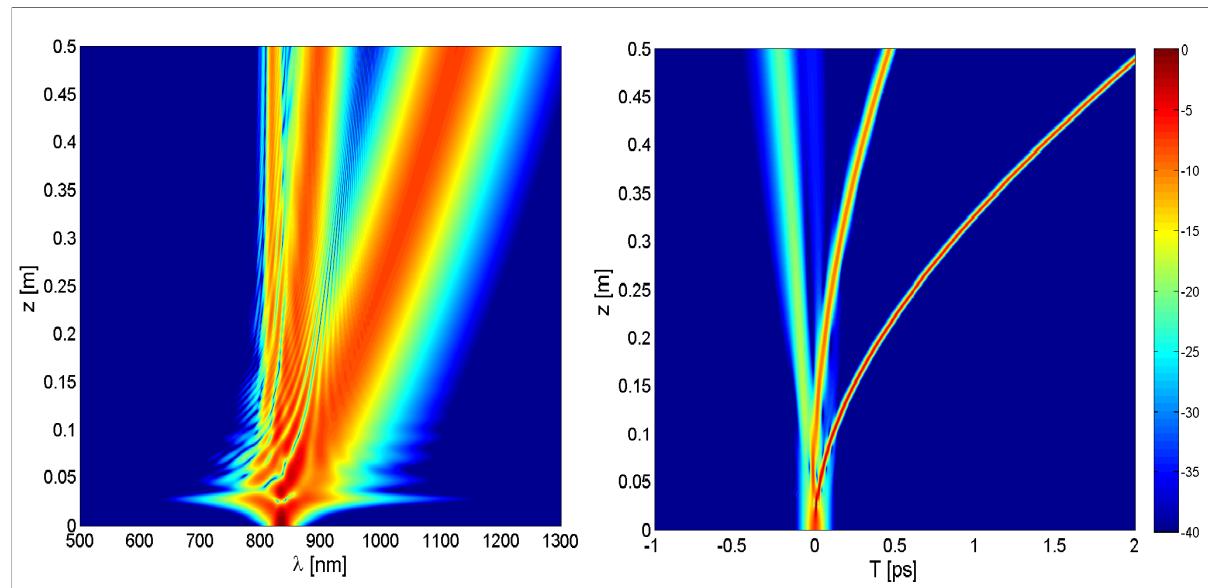
Soliton podstawowy jest w miarę stabilny wobec procesów, których nie uwzględniono formułując NLSE. Solitory wyższych rzędów natomiast pod wpływem zwiększenia stromości impulsu, jak i wymuszonego rozpraszania Ramana, zostają zaburzone i rozpadają się na tyle solitonów podstawowych, ile wynosił ich rzząd. Dodatkowo dochodzi do samoprzesunięcia częstotliwości powstały solitonów podstawowych w stronę dłuższych długości fali [7, 18, 20].

Nieliniowa funkcja odpowiedzi ośrodka  $R(t)$  uwzględnia zarówno wkład elektronowy, jak i jądrowy [29]. Dla szkła kwarcowego, z którego najczęściej wytwarzane są światłowody, używa się modelu tłumionych oscylacji harmonicznych [18]. Wtedy funkcja odpowiedzi ramanowskiej wyrażona jest wzorem 5.3 z parametrami  $\tau_1 = 12,2 \text{ fs}$  i  $\tau_2 = 32 \text{ fs}$ .

Uwzględniając w równaniu 5.18 zarówno samostromość, jak i wymuszone rozpraszanie Ramana otrzymamy wyrażenie

$$\frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = \frac{i\beta_2}{2!} \omega^2 A(z, \omega) + \\ + i\gamma \left(1 + \frac{\omega}{\omega_c}\right) \mathcal{F} \left\{ A(z, T) \int_{-\infty}^{+\infty} R(T') |A(z, T - T')|^2 dT' \right\}, \quad (5.23)$$

które rozwiązało dla solitonu trzeciego rzędu (z takimi samymi parametrami jak w powyższym przykładzie [7]).



Rysunek 5.8 Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej (lewa) i czasowej (prawa) obwiedni amplitudy impulsu związanej z rozszczepieniem solitonu trzeciego rzędu.

Źródło: Opracowanie własne

Można zauważyc, że na wykresach 5.8 impuls wprowadzony do światłowodu w początkowej fazie ulega kompresji czasowej i poszerzeniu spektralnemu, po czym zamiast powrócić do wstępnej formy (po przebyciu odcinka  $z_{\text{sol}}$ ), zostaje kolejno rozszczepiony na trzy solitony podstawowe o różnych energiach (a więc i poruszających się z różnymi prędkościami). Następnie każdy z nich ulega ciągłeemu przesuwaniu w stronę mniejszych częstotliwości, co spowodowane jest wzmacnieniem Ramana [7] oraz nieliniowym zwiększeniem stromości [2].

Sama dynamika rozszczepienia solitonowego nie obejmuje poszerzenia w stronę częstotliwości z zakresu dyspersji normalnej. Wykresy 5.8 pokazują idealny rozpad solitonu wyższego rzędu, dla którego powstałe solitony podstawowe dalej propagują niezaburzone pomimo ciągłego przesuwania się w stronę fal dłuższych. Nie można jednak zapominać, że w omawianym przypadku pominięto wpływ dyspersji wyższych rzędów [7]. Dyspersja niekompensovana przez nieliniowość może doprowadzić do przekazania energii solitonu impulsowi o częstotliwości w zakresie dyspersji normalnej, będącemu wspomnianą już wcześniej falą rezonansową [18].

Promieniowanie dyspersyjne pochodzące od pierwszego solitonu powstałego przy rozszczepieniu solitonowym omawianym powyżej zostało zobrazowane na wykresach 3.2. Nie biorąc pod uwagę nieelastycznego rozpraszania można zauważyc stabilną propagację solitonową oraz spektralne, jak i czasowe, charakterystyczne cechy uformowanej fali rezonansowej. Natomiast po uwzględnieniu rozpraszania ramanowskiego obserwowane jest wyraźne przesunięcie w stronę fal dłuższych związane z samoprzesunięciem częstotliwości [7].

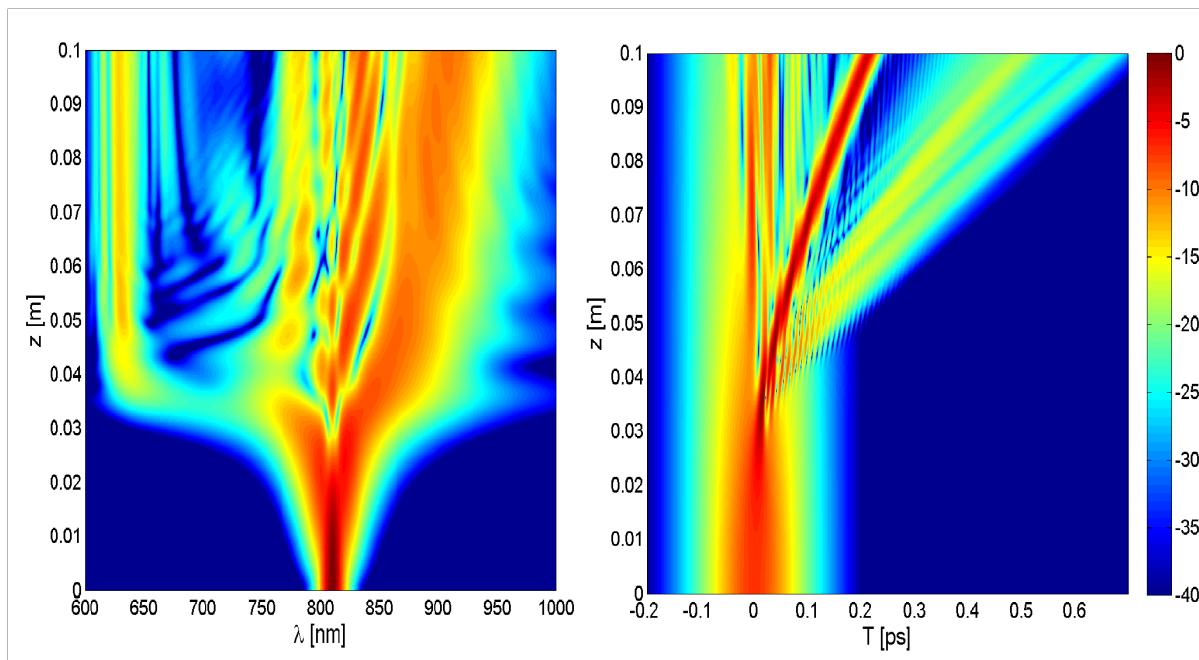
Po przeprowadzeniu powyższych symulacji z łatwością można przejść do modelowania generacji supercontinuum w reżimie dyspersji anomalnej, które jest ściśle związane z rozszczepieniem solitonowym oraz promieniowaniem dyspersyjnym. W celu sprawdzenia poprawności zaimplementowanych algorytmów zdecydowano się na odtworzenie wyników z dwóch prac źródłowych [4, 7]. Rozwiązywane równanie miało postać formuły 5.4, przy czym założono, że  $\alpha = 0$ .

W pierwszym przypadku (rys. 5.9) rozważaniom poddano soliton piątego rzędu. Centralna długość fali impulsu początkowego wyniosła  $\lambda_c = 810 \text{ nm}$  (dla badanego światłowodu zerowa dyspersja chromatyczna przypadała na długość  $\lambda_0 = 749,3 \text{ nm}$ ), dodatkowo uwzględniono wpływ dyspersji do czwartego rzędu i zaniedbano zależność efektywnego pola modu od częstotliwości (przyjęto stałą wartość  $\gamma = 96,2 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ ). Impuls wprowadzany do światłowodu o czasie trwania  $T_0 = 45 \text{ fs}$  i kształcie sekansa hiperbolicznego posiadał maksimum mocy  $P_0 = 1365 \text{ W}$ .

Pokazano, że promieniowanie dyspersyjne generowane jest głównie w obszarze dużej kompresji czasowej. Dynamika formowania fali rezonansowej zdominowana jest przez pojedynczy soliton podstawowy przesuwający się w stronę mniejszych częstotliwości, co prowadzi do dodatkowego przemieszczenia promieniowania dyspersyjnego w kierunku fal krótkich [4].

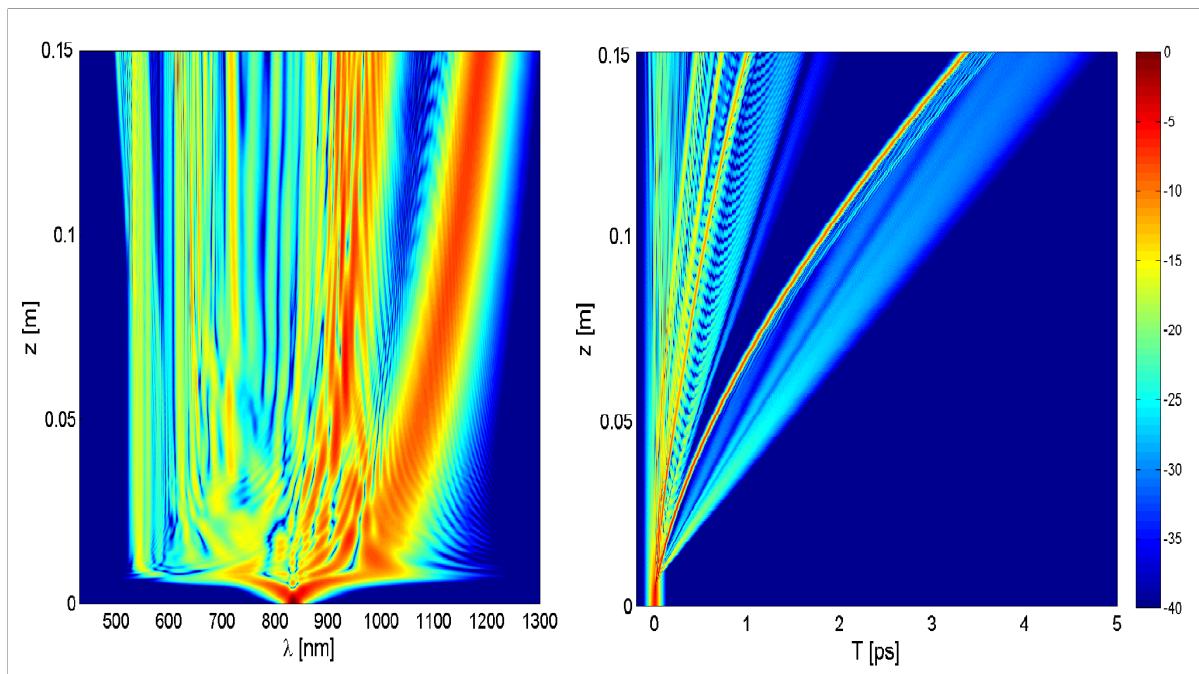
Supercontinuum uzyskane na podstawie artykułu [7] zostało wygenerowane za pomocą impulsu o obwiedni sekansa hiperbolicznego, mocy szczytowej  $P_0 = 10 \text{ kW}$ , centralnej długości fali  $\lambda = 835 \text{ nm}$  i szerokości połówkowej  $T_{\text{FWHM}} = 50 \text{ fs}$ . Tym razem uwzględniono rozwinięcie dyspersji w szereg do dziesiątego wyrazu.

Wykresy 5.10 prezentują rezultaty symulacji przeprowadzonej dla światłowodu o długości  $L = 15 \text{ cm}$ . Wyniki przedstawiono w skali logarytmicznej w celu lepszego zilustrowania subtelnej struktury wygenerowanego widma [7].



Rysunek 5.9 Wykres mocy impulsu w zależności od czasu i dystansu propagacji (prawa) oraz od długości fali i dystansu propagacji (lewa) na podstawie pracy [4].

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 5.10 Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej (lewa) i czasowej (prawa) obwiedni amplitudy impulsu związanej z generacją supercontinuum na podstawie parametrów zaczerpniętych z [7].

Źródło: Opracowanie własne

# Rozdział 6

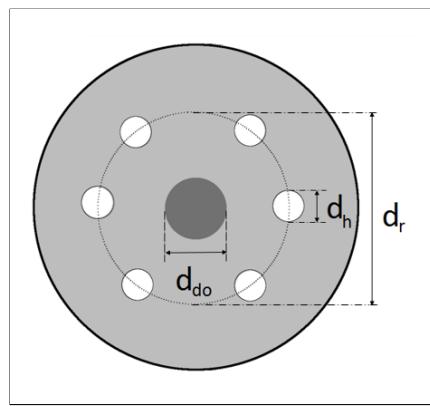
## Reżim dyspersji całkowitonormalnej

Możliwość uzyskania dyspersji całkowitonormalnej dla SCG była już analizowana przez Hartunga [12]. Wykazał on, że światłowody fotoniczne charakteryzują się dużą elastycznością w modelowaniu położenia maksimum dyspersji. Jednocześnie zostało pokazane, że dyspersja chromatyczna zaczyna monotonicznie rosnąć nie osiągając lokalnego maksimum dla stałej siatki większej od  $2,5 \mu\text{m}$ .

Okazuje się jednak, że bazując na krzemionce można zaprojektować taką mikrostrukturę włókna optycznego, którego rdzeń domieszkowany jest germanem, że możliwym jest uzyskanie supercontinuum rozciągającego się dla długości fal większych niż  $2 \mu\text{m}$ . Olbrzymią zaletą tego pomysłu jest zgodność z technologią telekomunikacyjną oraz duża elastyczność w kształtowaniu profilu dyspersji [30].

### 6.1 Mikrostruktura włókna optycznego

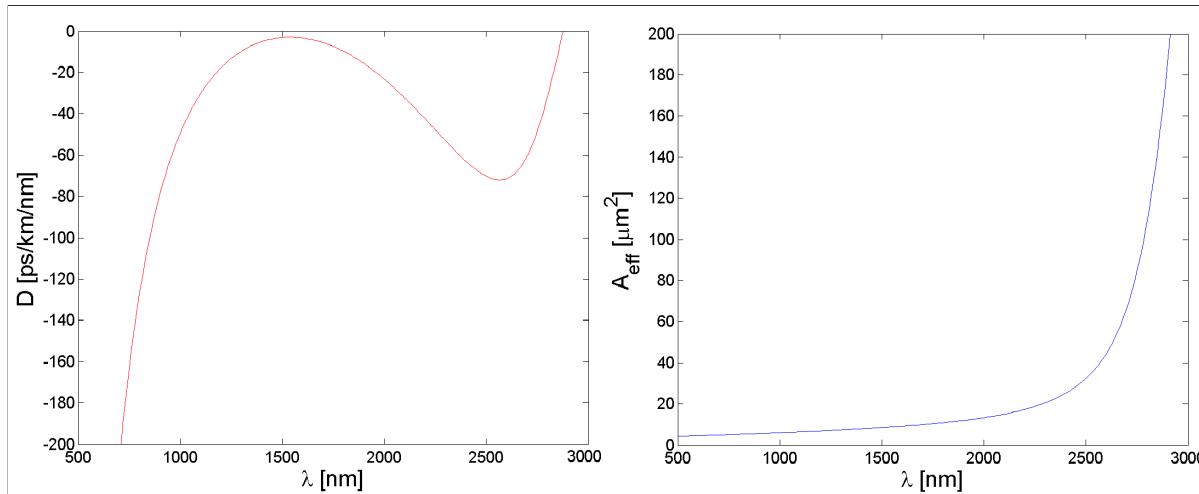
Geometria światłowodu mikrostrukturalnego, który posłużył do zamodelowania generacji supercontinuum w reżimie dyspersji normalnej, została przedstawiona na rys. 6.1. Rdzeń włókna jest domieszkowany germanem (koncentracja  $\text{GeO}_2$  wynosi 30 mol%). Promienie poszczególnych otworów zostały dobrane w taki sposób, aby maksimum dyspersyjne przypadło dla  $\lambda_{\text{MDW}} = 1550 \text{ nm}$ . W przeprowadzonych symulacjach jest to jednocześnie długość fali centralnej składowej widma impulsu wprowadzanego do tego falowodu.



Rysunek 6.1 Przekrój poprzeczny światłowodu, którego rdzeń domieszkowany jest germanem o parametrach: średnicy mikrootworu powietrznego  $d_h = 0,4 \mu\text{m}$ , średnicy pierścienia utworzonego z mikrootworów  $d_r = 5,2 \mu\text{m}$  oraz średnicy rdzenia  $d_{\text{do}} = 2,9 \mu\text{m}$ .

Źródło: [30]

Z pomocą programu COMSOL, w którym został zbudowany model powyższego włókna, wyznaczone zostały m. in. takie parametry jak: efektywne pole modu  $A_{\text{eff}}$  oraz efektywny współczynnik załamania  $n_{\text{eff}}$ .



Rysunek 6.2 Wyznaczone na podstawie otrzymanych danych zależności dyspersji chromatycznej (lewa) oraz efektywnego pola modu (prawa) od długości fali.

Źródło: Opracowanie własne

Jak można dostrzec na wykresie 6.2 dyspersja chromatyczna nie tylko posiada maksimum ( $D = -2,93 \text{ ps/km/nm}$  dla  $\lambda_{\text{MDW}} = 1550 \text{ nm}$ ), ale również minimum lokalne ( $D = -72,12 \text{ ps/km/nm}$  dla  $\lambda = 2560 \text{ nm}$ ).

## 6.2 Modyfikacja modelu numerycznego

Aby móc skorzystać z napisanego programu do kodu należało wprowadzić kilka zmian. Przede wszystkim bardzo ważnym okazało się odpowiednie zdefiniowanie siatki czasowej, a co za tym idzie częstotliwościowej. Następnie, aby móc skorzystać z danych pozyskanych za pomocą programu COMSOL, trzeba było zmienić postać zaimplementowanego operatora dyspersji. Na samym końcu zdecydowano się na uwzględnienie zależności efektywnego pola modu  $A_{\text{eff}}$  od częstotliwości, a więc modyfikację operatora nieliniowości. Modyfikację wprowadzono w oparciu o pracę [21].

### 6.2.1 Siatka pseudo-częstotliwościowa

Najczęściej spotykanym rozwiązańem w literaturze jest pokrywanie się średkowej częstotliwości  $\omega_0$  zdefiniowanej siatki częstotliwościowej z częstotliwością  $\omega_c$  centralnej składowej widma wprowadzanego impulsu. Oznacza to, że  $\omega_c$  w istocie odpowiada zerowej częstotliwości w siatce pseudo-częstotliwościowej  $\Omega$ , która jest zdefiniowana jako  $\Omega = \omega - \omega_0$  (rys. 6.3).

Z pomocą odpowiednich transformat dokonuje się przejście między domeną czasową (opóźnienie czasowe  $T = t - \beta_1 z$  sprawia, że wciąż znajdujemy się w centrum impulsu), a pseudo-częstotliwościową. W ten sposób obwiednia amplitudy wprowadzanego impulsu, będąca jednocześnie warunkiem początkowym do rozwiązania GNLSE, wyliczana jest

za pomocą formuł [2]

$$\begin{aligned} A(0, T) &= \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right), \\ A(0, \Omega) &= \pi \sqrt{P_0} T_0 \operatorname{sech}\left(\frac{\Omega \pi T_0}{2}\right). \end{aligned} \quad (6.1)$$

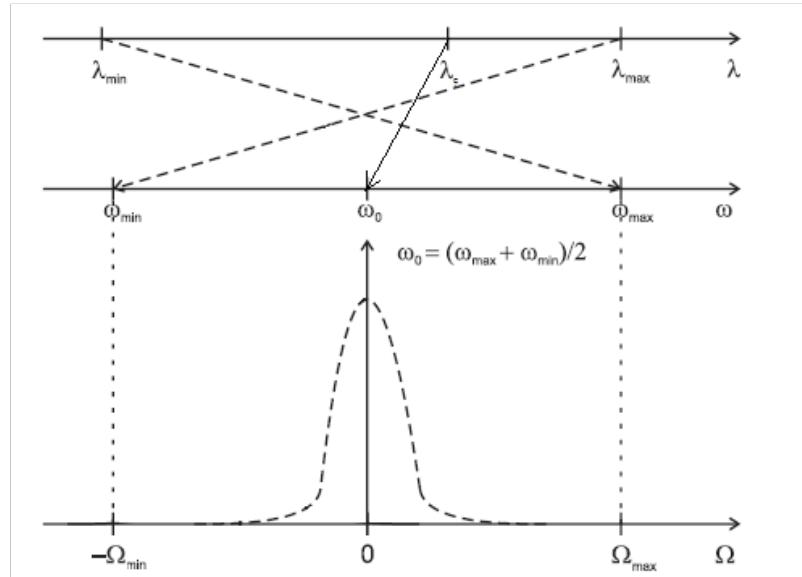
$T_0$  jest czasem trwania impulsu, który, w przypadku obwiedni o kształcie sekansa hiperbolicznego, powiązany jest z szerokością połówkową wyrażeniem [2]

$$T_{\text{FWHM}} = \ln(3 + 2\sqrt{2}) T_0. \quad (6.2)$$

Z równań 6.1 jasno wynika, że maksimum spektralnej gęstości energii przypada dla  $\Omega = 0$ , czyli  $\omega_0 = \omega_c$ . Przy takiej definicji osi pseudo-częstotliwościowej należy się upewnić, że  $\omega_{\min}$  będzie miało wartość dodatnią. Prowadzi to do takiego rozumowania [1]

$$\omega_0 = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \Rightarrow 0 < \omega_{\min} = 2\omega_0 - \omega_{\max} \Rightarrow \omega_{\max} < 2\omega_0, \quad (6.3)$$

co w praktyce oznacza, że jeśli przykładowo  $\lambda_c = 2\pi c/\omega_c = 2 \mu\text{m}$  to długości fal, na których będziemy wykonywać obliczenia, dla tak zdefiniowanej siatki pseudo-częstotliwościowej nie osiągną wartości mniejszych niż  $\lambda_c/2 = 1 \mu\text{m}$ .



Rysunek 6.3 Zilustrowanie relacji między długościami fal, a pseudo-częstotliwościami.

Źródło: [1] strona 136

### 6.2.2 Operator dyspersji

Liniowy operator dyspersji w domenie częstotliwościowej można także wyrazić za pomocą równania [2]

$$\hat{D} = i \{ \beta(\omega) - [\beta(\omega_0) + \beta_1(\omega_c)(\omega - \omega_0)] \} - \frac{\alpha(\omega)}{2}, \quad (6.4)$$

gdzie  $\omega_0$  jest zarówno środkową częstotliwością zdefiniowanej siatki, jak i częstotliwością  $\omega_c$  odpowiadającą długości fali centralnej składowej widma wprowadzanego impulsu.

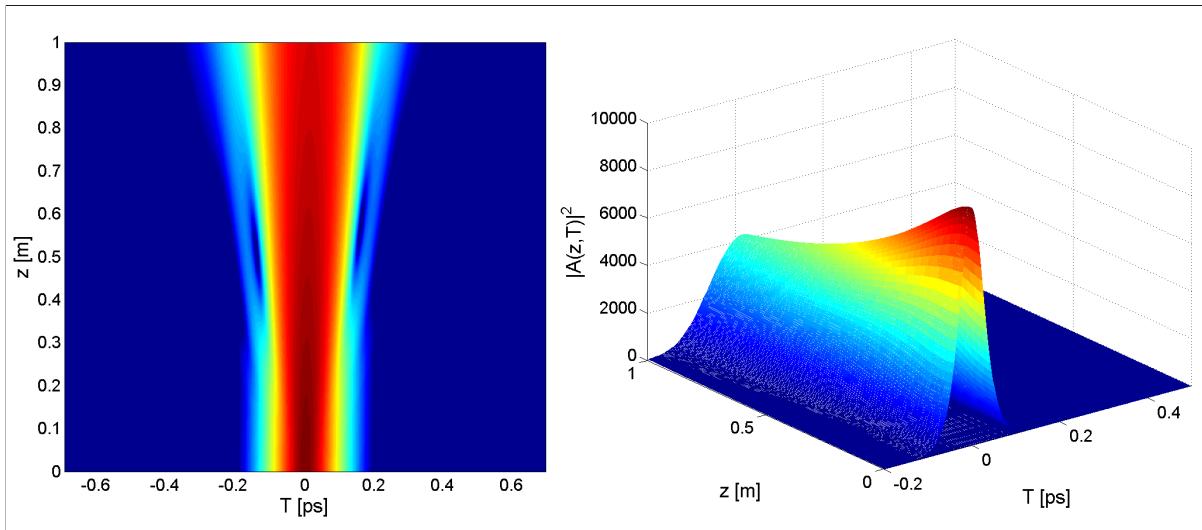
Pierwszy człon powyższego wyrażenia odpowiada rozwinięciu w szereg Taylora (od drugiego wyrazu) stałej propagacji  $\beta$  (czynnik obecny w równaniu 5.4), czyli

$$\beta(\omega) - [\beta(\omega_0) + \beta_1(\omega_0)(\omega - \omega_0)] = \sum_{k \geq 2} \frac{(\omega - \omega_0)^k}{k!} \left( \frac{d^k \beta}{d\omega^k} \right)_{\omega=\omega_0}. \quad (6.5)$$

Operator dyspersji zdefiniowany za pomocą równania 6.4 jest niezwykle przydatny, gdy do dyspozycji mamy całą postać funkcji stałej propagacji  $\beta$ , a nie tylko jej kolejne pochodne. W przypadku znanej zależności efektywnego współczynnika załamania od częstotliwości wystarczy dokonać odpowiednich wyliczeń posługując się wzorem

$$\beta(\omega) = n_{\text{eff}}(\omega) \frac{\omega}{c}. \quad (6.6)$$

W kolejnym kroku pozostaje wyznaczenie wartości  $\beta$  oraz jej pierwszej pochodnej w punkcie  $\omega_0$ . Po wykonaniu wspomnianych powyżej czynności otrzymano widmo przedstawione na rysunku 6.4.



Rysunek 6.4 Wykresy ukazujące zależność mocy impulsu (o początkowych parametrach:  $P_0 = 10 \text{ kW}$  i  $T_{\text{FWHM}} = 65 \text{ fs}$ ) od czasu i dystansu propagacji uwzględniając jedynie GVD.  
 Źródło: Opracowanie własne

### 6.2.3 Operator nieliniowości

GNLSE rozwiązywane w celu zamodelowania generacji supercontinuum w reżimie dyspersji normalnej bazowało na wyprowadzeniu dokonanym przez Lægsgaarda [21], w którym pod uwagę wzięto zależność efektywnego pola modułu  $A_{\text{eff}}$  od częstotliwości. Wielkość ta jest ściśle związana ze współczynnikiem nieliniowości  $\gamma(\omega)$  poprzez równanie

$$\gamma(\omega) = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}(\omega)}. \quad (6.7)$$

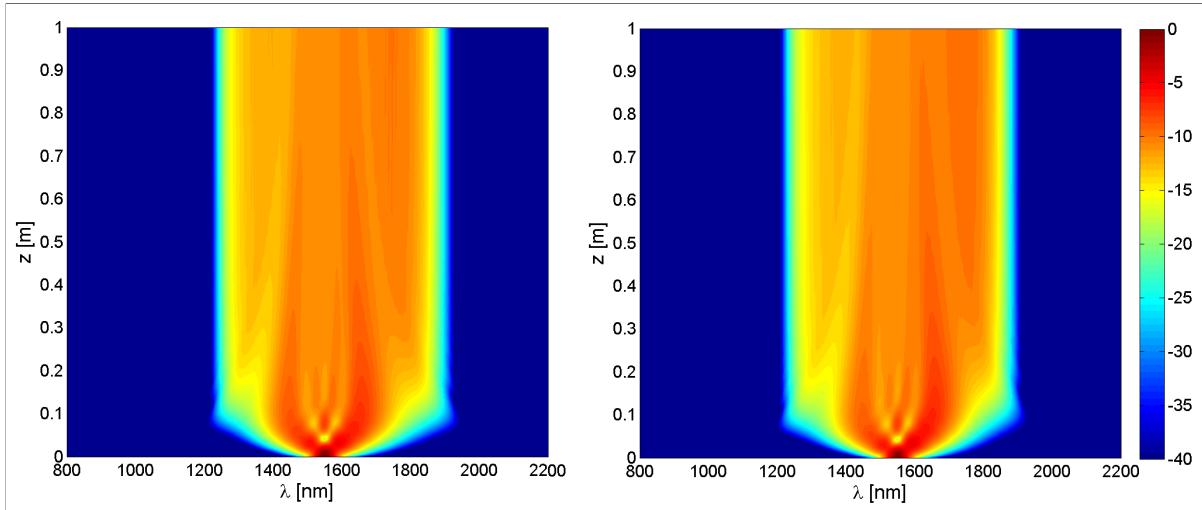
Operując w domenie częstotliwości możemy tę zależność wprowadzić bezpośrednio do wyrażenia 5.4, co jest pewnym przybliżeniem podobnym do założenia o stałej wartości  $\gamma = \gamma(\omega_0)$ . W pracy [21] zaproponowano bardziej rygorystyczne podejście do tego podstawienia. Polega ono na zdefiniowaniu pseudo-obwiedni amplitudy  $C(z, \omega)$  oraz nowej

wielkości  $\bar{\gamma}(\omega)$ , które wyliczane są poprzez formuły

$$C(z, \omega) = \left[ \frac{A_{\text{eff}}(\omega)}{A_{\text{eff}}(\omega_0)} \right]^{1/4} A(z, \omega) \quad (6.8)$$

$$\bar{\gamma}(\omega) = \frac{n_2 n_{\text{eff}}(\omega) \omega_0}{c n_{\text{eff}}(\omega) \sqrt{A_{\text{eff}}(\omega) A_{\text{eff}}(\omega_0)}}.$$

Po tak dokonanym przekształceniu GNLSE zostało przedstawione w postaci obrazu oddziaływanego (metoda zaproponowana przez Hulta [16]) i wyliczone za pomocą algorytmu opisanego w poprzednim rozdziale. Na samym końcu należało powrócić do  $A(z, \omega)$  dzieląc przez czynnik  $\left[ \frac{A_{\text{eff}}(\omega)}{A_{\text{eff}}(\omega_0)} \right]^{1/4}$ . W przeprowadzonych symulacjach nieliniowy współczynnik Kerra  $n_2 = 2,6 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$  [2].



Rysunek 6.5 Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej dla  $\gamma = \gamma(\omega_0)$  (lewa) i  $\gamma = \bar{\gamma}(\omega)$  (prawa). Parametrem początkowym był impuls o obwiedni sekansa hiperbolicznego, mocy  $P_0 = 10 \text{ kW}$ , czasie połówkowym  $T_{\text{FWHM}} = 65 \text{ fs}$  oraz  $\lambda_c = 1550 \text{ nm}$ .

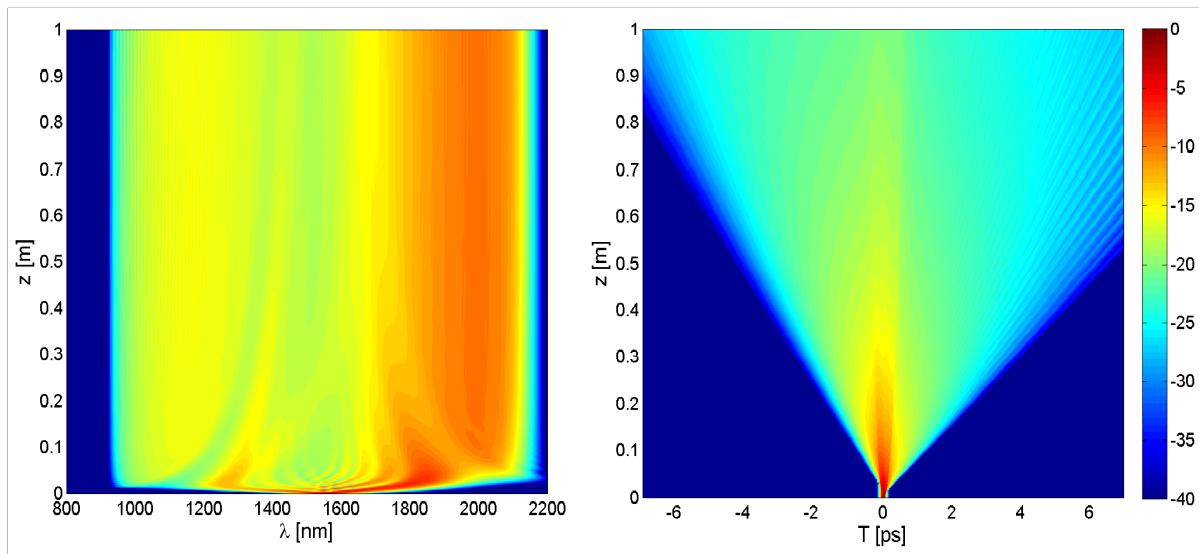
Źródło: Opracowanie własne

## 6.3 Analiza uzyskanych widm

Aby przetestować wpływ parametrów impulsu początkowego, takich jak czas połówkowy oraz moc, na spektralne charakterystyki supercontinuum przeprowadzono szereg symulacji bazujących na rozwiązywaniu GNLSE metodą RK4IP.

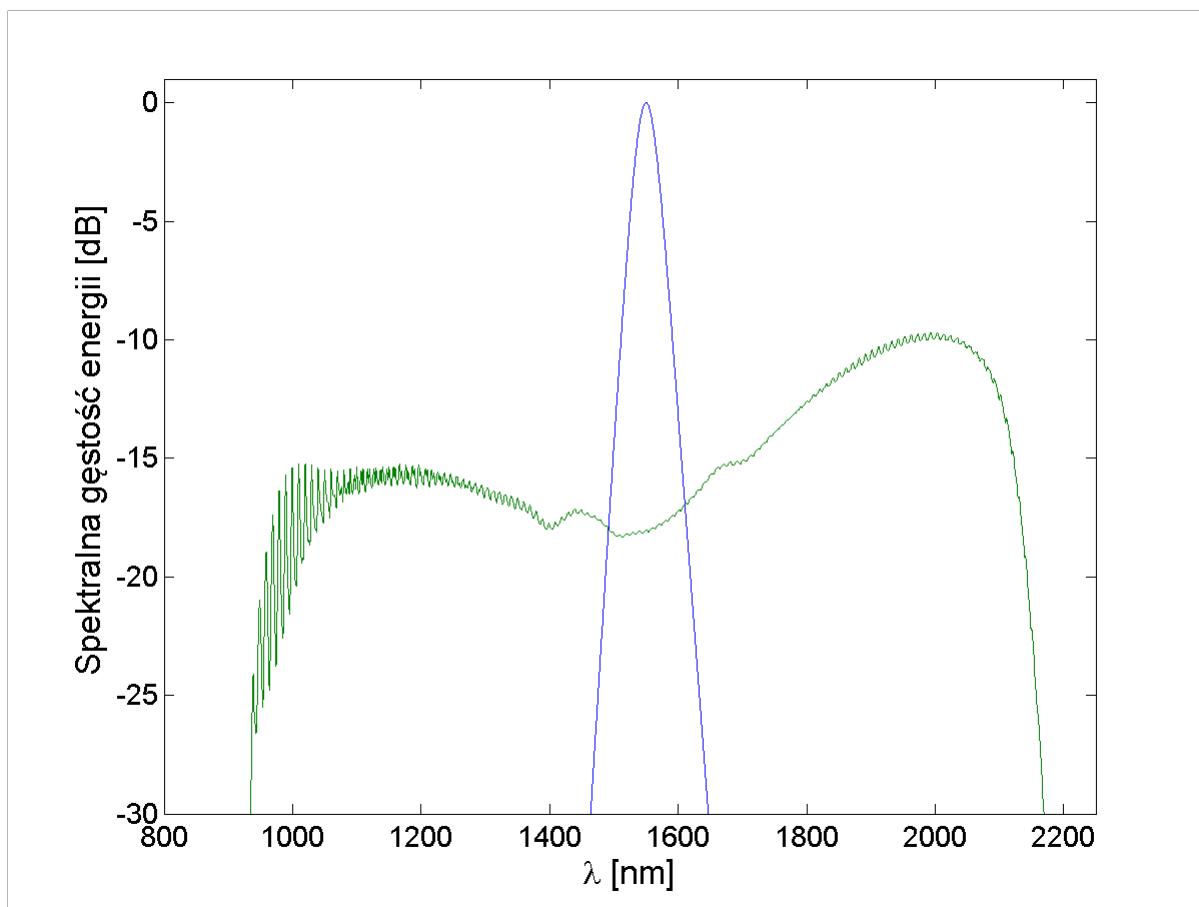
### 6.3.1 Dynamika generacji supercontinuum

Symulacje zostały przeprowadzone dla światłowodu o długości  $L = 1 \text{ m}$ , do którego wprowadzono impuls początkowy o obwiedni amplitudy w kształcie sekansa hiperbowicznego. Nie uwzględniono tłumienności włókna przyjmując  $\alpha = 0$ . Poczynienie takiego założenia jest uzasadnione, gdyż rozważaniom poddany został dość krótki odcinek włókna, a dodatkowo długość fali centralnej składowej widma impulsu  $\lambda_c = 1550 \text{ nm}$  wprowadzanego do światłowodu przypada na trzecie okno transmisyjne. Wszystkie wyniki przedstawiono w postaci wykresów w skali logarytmicznej.



Rysunek 6.6 Mapy ukazujące dynamikę generacji supercontinuum wywołanej impulsem o  $T_{\text{FWHM}} = 65 \text{ fs}$  oraz  $P_0 = 100 \text{ kW}$ .

Źródło: Opracowanie własne

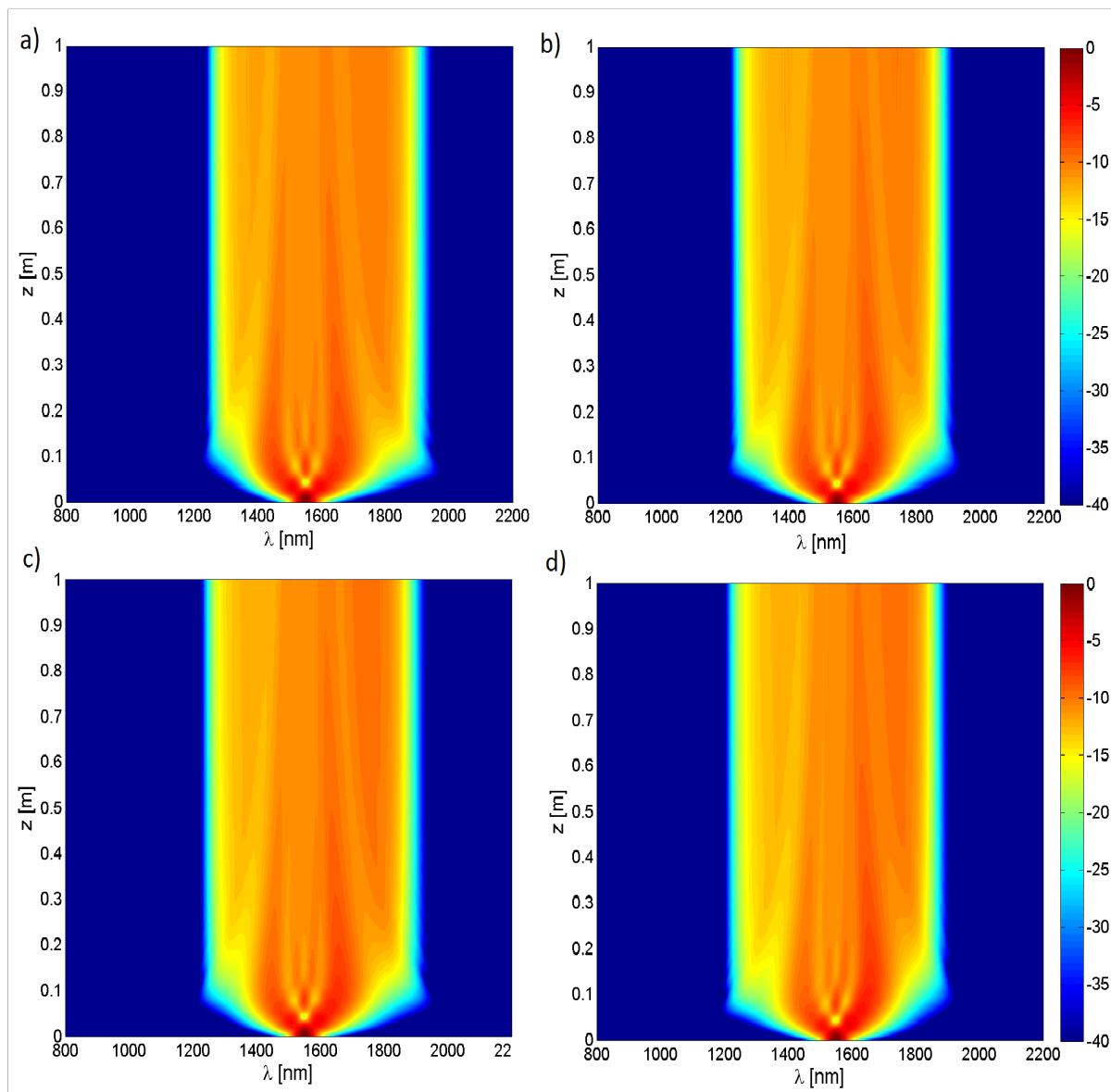


Rysunek 6.7 Charakterystyka widmowa supercontinuum wygenerowanego w światłowiezie o długości  $L = 1 \text{ m}$  (linia zielona). Linią niebieską oznaczono widmo impulsu początkowego o mocy  $P_0 = 100 \text{ kW}$  i szerokości połówkowej  $T_{\text{FWHM}} = 65 \text{ fs}$ .

Źródło: Opracowanie własne

Początkowa faza propagacji światła we włóknie zdominowana jest przez zjawisko SPM, przyczyniające się do poszerzenia spektralnego - na początku impulsu pojawiają się składowe o częstotliwości mniejszej niż centralna, a na końcu większej (z wyraźnym asymetrycznym poszerzeniem w kierunku krótszych długości fal) [15].

Dalsza ewolucja widma wiąże się z profilem dyspersji światłowodu. W związku z tym, że działamy w reżimie dyspersji normalnej składowe o krótszych długościach fal poruszają się szybciej niż dłuższe, co może doprowadzić do wyprzedzenia początkowych składowych impulsu przez końcowe. W domenie czasowej nakładanie się dwóch komponentów o różnych częstościach skutkuje sinusoidalnymi zakłóceniami na brzegach impulsu. Składowe częstotliwościowe, będące konsekwencją SPM, biorą udział w mieszaniu czterofalowym. Dalsza propagacja światła w światłowodzie doprowadza do wygładzenia widma [13]. Przykładową charakterystykę widmową i czasową przedstawia rysunek 6.6.



Rysunek 6.8 Wyniki numerycznych symulacji (dla impulsu o parametrach początkowych takich samych jak w przypadku rys. 6.5) z uwzględnieniem: a) SPM i GVD, b) SPM, GVD oraz SS, c) SPM, GVD oraz  $\gamma(\omega)$  i d) wszystkich wymienionych tu procesów.

Źródło: Opracowanie własne

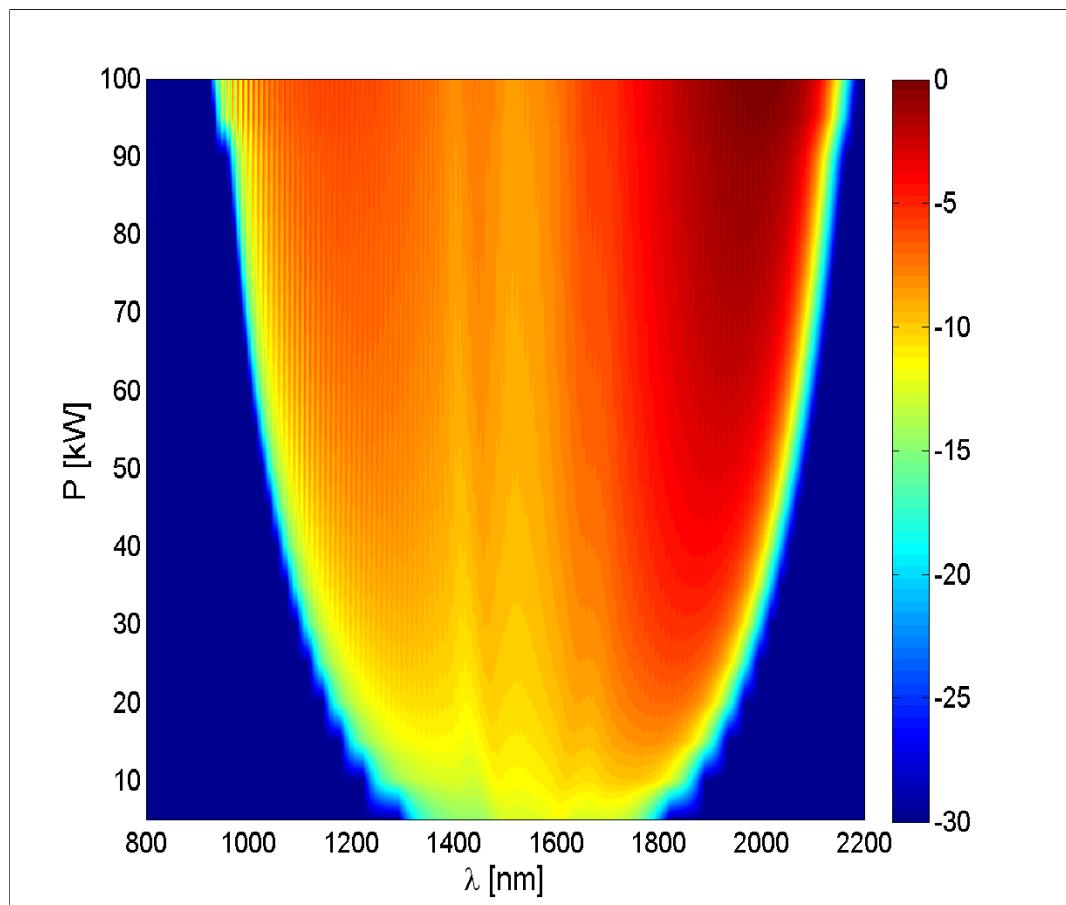
Obserwowane na wykresie 6.7 oscylacje mogą mieć związek z przyjętymi warunkami brzegowymi. Nakładające się na siebie częstotliwości są wynikiem dokonanej interpolacji i pojawienia się niezdefiniowanych wielkości, które zastąpiono wartościami liczbowymi.

Chcąc zbadać wpływ różnych zjawisk na zwiększenie się stromości impulsu wykonano kilka symulacji usuwając z równania 5.4 elementy odpowiedzialne za poszczególne efekty. Otrzymane widma zostały przedstawione na wykresach 6.8.

W przypadku a), gdzie brano pod uwagę jedynie SPM i GVD, widmo wykazuje lekką asymetrię w kierunku fal dłuższych. Dla wariantów b) i c), przy których oddziennie rozważano wpływ samostromienia impulsu oraz wprowadzenie zależności współczynnika nieliniowości od częstotliwości, obserwujemy odpowiednio zsymetryzowanie widma oraz wzmacnianie wygenerowanych składowych o większych długościach fal. Zjawiska te działając jednocześnie potęgują się wzajemnie (rys. 6.8d)). W przypadku opisanych powyżej symulacji pominięto wpływ SRS - zjawisko to skutkuje dalszym lekkim przesunięciem w stronę mniejszych częstotliwości (rys. 6.5).

### 6.3.2 Różne maksymalne moce impulsu

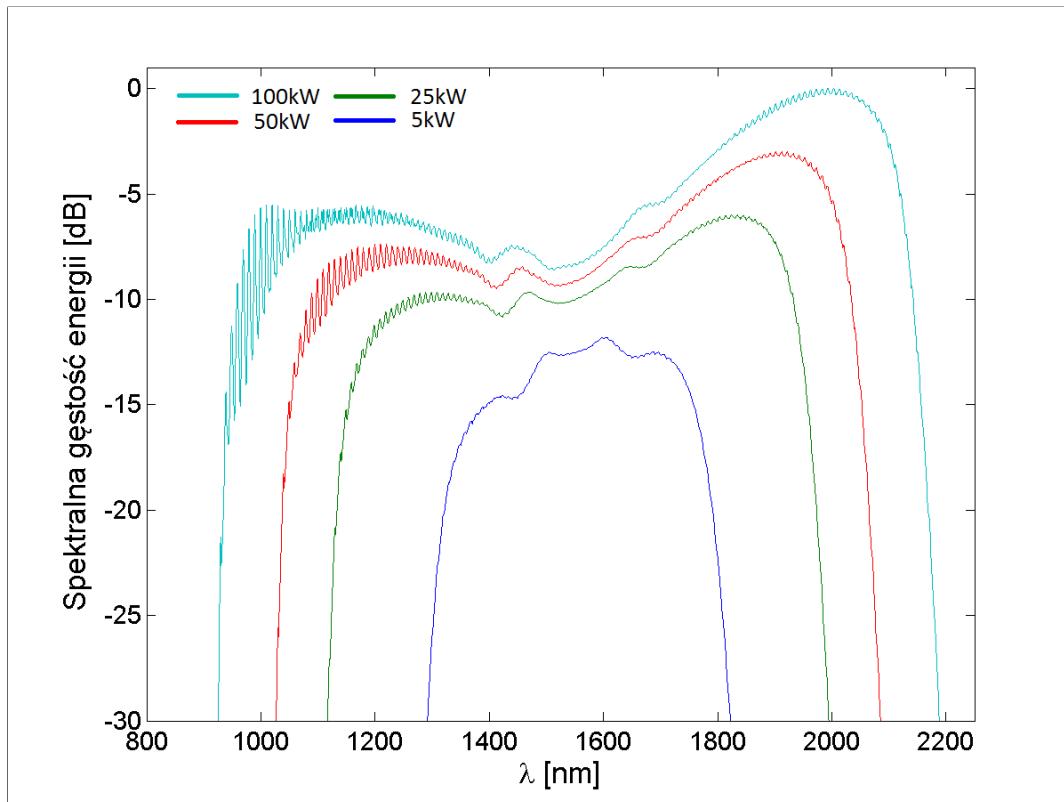
Zarówno poszerzenie, jaki i widmowa gęstość energii wzrastaają wraz ze zwiększeniem mocy początkowego impulsu. Wykresy 6.9 i 6.10 ukazują wygenerowane widmo dla impulsu o czasie połówkowym wynoszącym 65 fs oraz mocach zawierających się w przedziale od 5 kW do 100 kW.



Rysunek 6.9 Badanie wpływu mocy impulsu początkowego na poszerzenie spektralne dla  $T_{FWHM} = 65$  fs oraz  $P_0$  zmieniającej się od 5 kW do 100 kW.

Źródło: Opracowanie własne

Dla impulsów o większej energii widmo po obu stronach długości fali będącej centralną składową widma impulsu jest lepiej wzmacnione niż w jego środkowej części, co wiąże się z opisany powyżej obustronnym nakładaniem częstotliwości początkującym procesy FWM [26]. Bardziej płaskie widmo jest możliwe do uzyskania przy uprzednim zmniejszeniu średnicy otworów powietrznych  $d_h$ , jednakże mogłoby to przysporzyć pewnych trudności podczas wytwarzania tego typu włókna. Warto zaznaczyć, że już moc wynosząca 50 kW pozwala na wygenerowanie szerokiego supercontinuum rozciągającego się od ok. 1000 do 2100 nm [30].



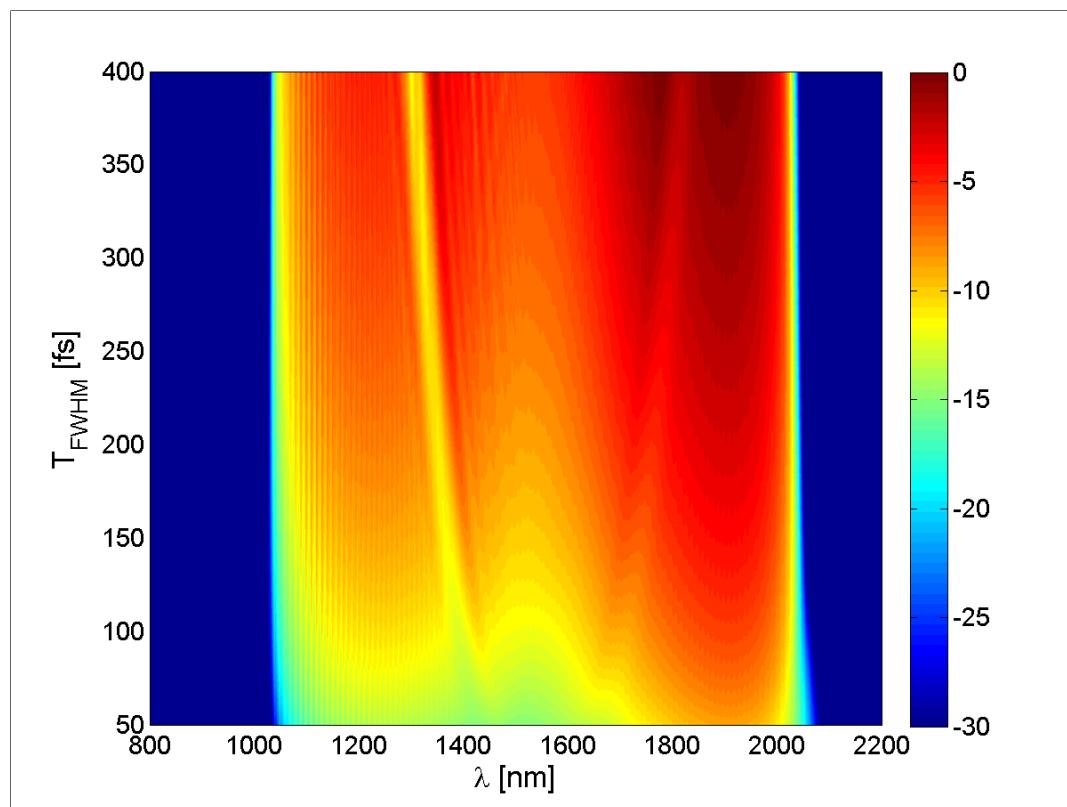
Rysunek 6.10 Znormalizowane widma dla różnych mocy początkowych.

Źródło: Opracowanie własne

### 6.3.3 Różne czasy trwania impulsu

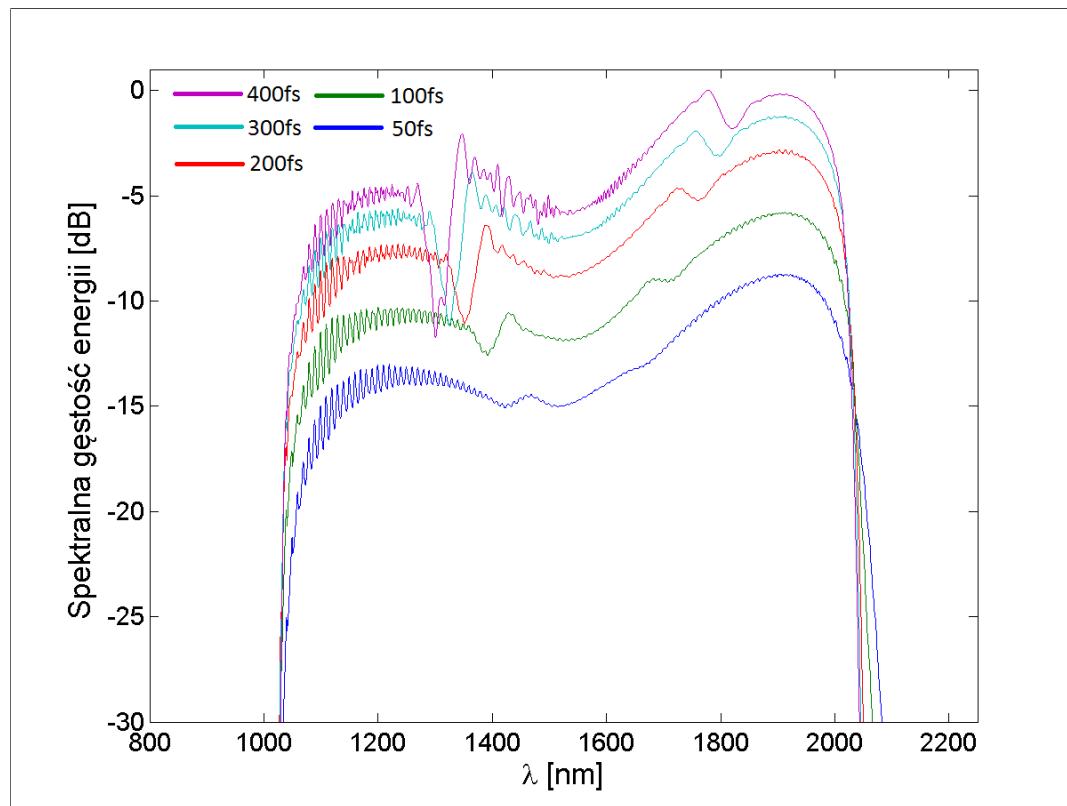
Wykresy 6.11 oraz 6.12 przedstawiają wygenerowane widma supercontinuum dla impulsów o czasach połówkowych mieszczących się w przedziale od 50 fs do 400 fs oraz stałej mocy 50 kW.

Poszerzenie widmowe dla różnych szerokości połówkowych impulsu jest relatywnie takie samo. Jednakże aby otrzymać w miarę płaskie widmo dla wybranej mocy  $P_0 = 50$  kW należy do światłowodu wprowadzać ultrakrótkie impulsy o szerokości połówkowej mniejszej od 100 fs [30]. Dłuższe impulsy wymagają zwiększenia mocy początkowej (wraz ze wzrostem energii impulsu zwiększy się widmowa gęstość energii) [13].



Rysunek 6.11 Badanie wpływu czasu połówkowego impulsu początkowego na poszerzenie spektralne dla  $P_0 = 50$  kW oraz  $T_{FWHM}$  zmieniającego się od 50 fs do 400 fs.

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 6.12 Znormalizowane widma dla różnych czasów połówkowych.

Źródło: Opracowanie własne

# Rozdział 7

## Podsumowanie

Celem pracy było przeprowadzenie symulacji numerycznych modelujących generację supercontinuum w światłowodach mikrostrukturalnych wykazujących dyspersje normalną w szerokim zakresie spektralnym. Zamierzenie to zostało zrealizowane dla włókna, którego lokalne maksimum dyspersji chromatycznej przypada dla długości fali wynoszącej 1550 nm.

Na samym początku zapoznano się ze zjawiskami fizycznymi, których kombinacja jest nazywana procesem generacji supercontinuum. Zaznajomiono się z dynamiką tego zjawiska w różnych reżimach pompowania, co na dalszych etapach pracy pozwoliło na zrozumienie, z jakimi efektami wiąże się pojawienie dodatkowych składowych widma impulsu (zarówno tych o mniejszej, jak i większej długości fali niż jego centralna wartość). Dodatkowo przestudiowanie matematycznego opisu propagacji fali elektromagnetycznej w światłowodzie umożliwiło weryfikację efektów, jakie zostały uwzględnione w ogólnionieliniowym równaniu Schrödingera, będącym jednocześnie wykorzystanym modelem numerycznym. Aby móc przystąpić do jego rozwiązyania należało wybrać odpowiedni algorytm. W pracy posłużono się algorytmem rozdzielonego kroku z transformatają Fouriera, a dokładnie jego zmodyfikowaną wersją w postaci algorytmu Runge-Kutty czwartego rzędu w obrazie oddziaływania.

Wstępne etapy pracy nad przygotowaniem programu do rozwiązywanie GNLSE polegały na stopniowym formułowaniu tego zagadnienia poprzez dodawanie kolejno efektów dyspersyjnych i nieliniowych. Człon liniowy i nieliniowy rozważanego cząstkowego równania różniczkowego przeliczono odpowiednio w domenie częstotliwościowej i czasowej, przy przechodzeniu między nimi posługując się transformatą Fouriera i transformatą do niej odwrotną. Zastosowano w tym celu zarówno SSFM, jak i jej symetryczną wersję zaproponowaną przez Agrawala [2]. Ostatecznie GNLSE modelujące SCG w reżimie całkowitonormalnym zostało rozwiązane w oparciu o algorytm RK4IP. We wszystkich simulacjach testowych opierano się na danych zamieszczonych w pracach źródłowych, aby móc zweryfikować uzyskane wyniki.

Wygenerowano widma ukazujące proces SCG zarówno w reżimie dyspersji anomalonej, jak i normalnej dla femtosekundowego trybu pracy lasera pompującego. Dzięki temu możliwe było zestawienie nabytej wiedzy w trakcie badań literaturowych z otrzymanymi wykresami obrazującymi różnorodne dynamiki generacji supercontinuum. Widmo supercontinuum wytworzone w reżimie dyspersji anomalonej charakteryzuje się zróżnicowaną strukturą, ściśle związaną z propagacją solitonów. Natomiast promieniowanie superciągłe otrzymane dla światłowodu wykazującego ujemną dyspersję chromatyczną dla szerokiego zakresu częstości jest w miarę jednolite i spójne.

Wyniki pracy nie stanowią pełnego rozwiązania przedstawionego w niej zagadnienia. Przede wszystkim całkowicie pominięty został tutaj aspekt tłumienności badanych włókien. Dodatkowo nie badano wpływu spontanicznego rozpraszania Ramana oraz szumów, przyjmując  $\Gamma_R = 0$ . Z tymi efektami ściśle wiąże się także możliwość przeanalizowania stopnia koherencji wygenerowanego widma.

Innym aspektem jest optymalizacja rozwiązania, czyli możliwość dodania do zaimplementowanej metody fragmentu kodu będącego jednocześnie algorytmem pozwalającym na dynamiczne dobieranie kroku przestrzennego w trakcie wykonywania obliczeń przy zachowaniu zadanej przez użytkownika dokładności. Pozwoliłby to na zwiększenie szybkości pracy programu. Obecnie, początkowe ustalenie bardzo małego kroku przestrzennego, jak i czasowego, wymaga kilkunasto, a nawet kilkudziesięcio minutowych obliczeń.

Nie można zapomnieć o edukacyjnym wymiarze przeprowadzonych badań, gdyż były one podstawą do poszerzenia wiedzy na temat światłowodowej optyki nieliniowej. Co prawda już pewne wiadomości związane z tym zagadnieniem pojawiły się w ramach kursów uczelnianych, jednakże nie wymagały one aż tak wyspecjalizowanych umiejętności. Zapoznano się także z metodami stosowanymi do rozwiązywania GNLSE, opracowując własny program bazujący na wybranym algorytmie.

Podsumowując, realizacja pracy była niezmiernie ciekawym doświadczeniem. Przede wszystkim okazało się, że symulacje numeryczne zajmują bardzo ważną pozycję obok ścisłej teorii i eksperimentu. Dzieje się tak, gdyż pozwalają one na modelowanie zjawisk w celu ich lepszego zrozumienia, czy też przewidywania możliwego przebiegu eksperimentu.

## Dodatek A

# Transformata Fouriera w MATLABie

Początkowe etapy pracy z programem MATLAB związanego z wykorzystaniem funkcji *fft* oraz *ifft* mogą okazać się niezwykle kłopotliwe. Zazwyczaj problem związany jest z brakiem odpowiedniego skalowania, czego można nie zauważać nakładając na wektor transformatę Fouriera, a następnie po wykonaniu drobnych operacji wracając do początkowej domeny (jak dzieje się w przypadku rozwiązywania NLSE). Rozważając uogólnioną wersję nieliniowego równania Schrödingera dobrze jest zapoznać się z tym jak wykorzystywane funkcje reprezentowane są w wybranym środowisku obliczeniowym.

Funkcja *fft*, czyli ***Fast Fourier Transformat***, odpowiadająca w MATLABie dyskretnej transformacie Fouriera, zadana jest wzorem [33]

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=1}^N x(n) \exp(-i2\pi(k-1)(n-1)/N), \quad (\text{A.1})$$

dla  $1 \leq k \leq N$ . Równanie to w postaci ciągłej odpowiada wyrażeniu [2]

$$\tilde{X}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt, \quad (\text{A.2})$$

które w rozważaniach dotyczących się przechodzenia między domeną czasową i częstotliwościową traktujemy jako naszą odwrotną transformatę Fouriera z dokładnością do stałej  $\frac{1}{2\pi}$ .

Z kolei funkcja *ifft*, czyli ***Inverse Fast Fourier Transformat***, będąca MATLABowym odpowiednikiem dyskretnej odwrotnej transformaty Fouriera, zadana jest przez formułę [33]

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{X}(k) \exp(-i2\pi(k-1)(n-1)/N), \quad (\text{A.3})$$

dla  $1 \leq n \leq N$ , co w postaci ciągłej odpowiada naszej transformacie Fouriera [2]

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (\text{A.4})$$

Gołym okiem widać, że poprawne wykorzystanie wbudowanych w MATLABie funkcji wymaga kilku modyfikacji:

- konwencja znaku zaimplementowana w MATLABie jest odwrotna do przyjętej dla wykonywanych obliczeń, co prowadzi do praktycznego wykorzystywania *ifft()* do wykonywania transformaty Fouriera i *fft()* - odwrotnej transformaty Fouriera,
- należy zastosować poprawną normalizację przez czynnik  $2\pi$ ,

- uzyskany wynik musi zostać przeskalowany poprzez przemnożenie go przez krok czasowy  $dt$  (częstotliwościowy  $d\omega$ ) dla transformaty Fouriera (odwrotnej transformaty Fouriera).

Uwzględniając powyższe punkty możemy sformułować „własne” procedury wykonujące odpowiednie operacje jako

$$\begin{aligned}\tilde{f} &= \text{ifft}(f)N\Delta t, \\ f &= \text{fft}(\tilde{f})\frac{\Delta\omega}{2\pi},\end{aligned}\tag{A.5}$$

gdzie funkcja  $f$  zaprezentowana została w domenie czasowej, a  $\tilde{f}$  - częstotliwościowej.

Warto w tym miejscu wspomnieć także o potrzebie takiego ułożenia elementów siatki czasowej (częstotliwościowej), aby pierwszy element tego wektora odpowiadał  $t = 0$  ( $\omega = 0$ ) tuż przed wykonaniem transformat, do czego służą MATLABowe funkcje *fftshift()* oraz *ifftshift()*. Wiąże się to ze sposobem zdefiniowania transformat w programie, podobnie jak wskazanie, aby liczba punktów siatki czasowej była potęgą 2.

# Dodatek B

## Lista skrótów

ANDi	dyspersja całkowitonormalna (ang. <b>A</b> ll- <b>N</b> ormal <b>D</b> ispersion)
BF	światłowody Bragga (ang. <b>B</b> ratt <b>F</b> ibers)
DW	promieniowanie dyspersyjne (ang. <b>D</b> ispersiv <b>W</b> ave <b>R</b> adiation)
FFT	transformata Fouriera (ang. <b>F</b> ast <b>F</b> ourier <b>T</b> ransformat)
FWHM	szerokość połówkowa (ang. <b>F</b> ull <b>W</b> idth at <b>H</b> alf <b>M</b> aximum)
FWM	mieszanie czterofalowe (ang. <b>F</b> our <b>W</b> ave <b>M</b> ixing)
GNLSE	uogólnione nieliniowe równanie Schrödingera (ang. <b>G</b> eneralized <b>Non<b>L</b>inear <b>S</b>chrödinger <b>E</b>quation)</b>
GVD	dyspersja prędkości grupowej (ang. <b>G</b> roup <b>V</b> elocity <b>D</b> ispersion)
HC	światłowody z rdzeniem powietrznym (ang. <b>H</b> ollow- <b>C</b> ore Fibers)
HNA	światłowody z dużą aperturą numeryczną (ang. <b>H</b> igh <b>N</b> A Fibers)
HNL	światłowody wysoce nieliniowe (ang. <b>H</b> ighly <b>N</b> on <b>L</b> inear Fibers)
IFFT	odwrotna transformata Fouriera (ang. <b>I</b> nverse <b>F</b> ast <b>F</b> ourier <b>T</b> ransformat)
LIC	światłowody o niskim współczynniku załamania rdzenia (ang. <b>L</b> ow- <b>I</b> ndex <b>C</b> ore Fibers)
LMA	światłowody z dużą średnicą pola modu (ang. <b>L</b> arge <b>M</b> ode <b>A</b> rea Fibers)
MDW	długość fali odpowiadająca maksimum dyspersji chromatycznej (ang. <b>M</b> aximum <b>D</b> ispersion <b>W</b> avelength)
MI	niestabilność modulacyjna (ang. <b>M</b> odulation <b>I</b> nstability)
MOF	mikrostukaturalne włókna optyczne (ang. <b>M</b> icro <b>S</b> tructured <b>O</b> ptical Fibers)
MSF	światłowody mikrostrukturalne (ang. <b>M</b> icro <b>S</b> tuctured <b>F</b> ibers)

NLSE	nieliniowe równanie Schrödingera (ang. NonLinear Schrödinger Equation)
OCT	optyczna tomografia koherencyjna (ang. Optical Coherence Tomography)
OKE	optyczne zjawisko Kerr'a (ang. Optical Kerr Effect)
PBG	fotoniczna przerwa wzbroniona (ang. Photonic Band Gap)
PBGF	światłowody z fotoniczną przerwą wzbronioną (ang. Photonic Band Gap Fibers)
PCF	światłowody fotoniczne (ang. Photonic Crystal Fibers)
PMD	dyspersja polaryzacyjna (ang. Polarization Mode Dispersion)
RK4IP	algorytm Runge Kutta 4-rzędę w obrazie oddziaływanego (ang. Runge-Kutta 4th in the Interaction Picture)
SC	promieniowanie superciągłe (ang. SuperContinuum)
SCG	generacja supercontinuum (ang. SuperContinuum Generation)
SEM	skaningowy mikroskop elektronowy (ang. Scanning Electron Microscopy)
SF	samoogniskowanie wiązki (ang. Self-Focusing)
SFis	rozbicie solitonu (ang. Soliton Fission)
SFS	samoprzesunięcie częstotliwości (ang. Self-Frequency Shift)
SPM	samomodulacja fazy (ang. Self-Phase Modulation)
SRS	wymuszone rozpraszańie Ramana (ang. Simulated Raman Scattering)
SS	samostromość (ang. Self-Steepening)
SSFM	algorytm rozdzielonego kroku z transformataą Fouriera (ang. Step-Split Fourier Method)
S-SSF M	symetryczny algorytm rozdzielonego kroku z transformataą Fouriera (ang. Symmetrized Step-Split Fourier Method)
WLC	światło białe (ang. White-Light Continuum)
XPM	wzajemna modulacja fazy (ang. Cross-Phase Modulation)
ZDW	długość fali odpowiadająca zerowej dyspersji chromatycznej (ang. Zero-Dispersion Wavelength)

## Dodatek C

### Płyta z materiałami

W tym miejscu przyklejona została koperta z płytą, na której znajduje się elektroniczna wersja niniejszego dokumentu oraz pliki źródłowe wszystkich przygotowanych symulacji.

# Spis rysunków

2.1	Zdjęcia przekrojów poprzecznych światłowodów rdzeniowych i bezrdzeniowego uzyskane przy pomocy SEM . . . . .	7
2.2	Parametry geometryczne światłowodu fotonicznego . . . . .	7
2.3	Ogólna klasyfikacja światłowodów mikrostrukturalnych . . . . .	9
3.1	Diagram energetyczny dla procesów rozpraszania Rayleigha i Ramana . . . . .	14
3.2	Porównanie nieliniowej propagacji impulsu bez oraz z uwzględnieniem efektu rozpraszania Ramana . . . . .	15
4.1	Rozproszone światło białe na wyjściu generatora supercontinuum . . . . .	17
4.2	Soliton w akwedukcie Scotta Russella . . . . .	19
4.3	Generacja supercontinuum w reżimie femtosekundowym, w obszarze dyspersji anomalnej . . . . .	20
4.4	Charakterystyka widmowa supercontinuum wygenerowanego w obszarze dyspersji normalnej . . . . .	21
4.5	Mögliwa do otrzymania gęstość widmowa w różnych reżimach pompowania . . . . .	23
4.6	Profile dyspersyjne światłowodów o dyspersji całkowitonormalnej . . . . .	24
4.7	Wykonane przy pomocy OCT zdjęcie przekroju centralnej części oka . . . . .	25
5.1	Schematyczna ilustracja zasady działania S-SSFM . . . . .	29
5.2	Wykresy ukazujące zależność mocy impulsu od unormowanego czasu i dystansu propagacji . . . . .	31
5.3	Unormowana moc impulsu w funkcji znormalizowanego czasu . . . . .	32
5.4	Wykresy ukazujące zależność spektralnej gęstości energii impulsu od unormowanego czasu i dystansu propagacji . . . . .	33
5.5	Unormowana spektralna gęstość energii impulsu w funkcji znormalizowanego czasu dla różnych dróg propagacji . . . . .	33
5.6	Spektralna i czasowa charakterystyka solitonu trzeciego rzędu w skali logarytmicznej . . . . .	35
5.7	Przestrzenny wykres przedstawiający zależność mocy impulsu od czasu i dystansu propagacji dla solitonu piątego rzędu . . . . .	35
5.8	Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej i czasowej obwiedni amplitudy impulsu związanej z rozszczepieniem solitonu trzeciego rzędu . . . . .	36
5.9	Wykres mocy impulsu w zależności od czasu i dystansu propagacji oraz od długości fali i dystansu propagacji na podstawie pracy [4]. . . . .	38
5.10	Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej i czasowej obwiedni amplitudy impulsu związanej z generacją supercontinuum na podstawie parametrów zaczerpniętych z [7]. . . . .	38

6.1	Przekrój poprzeczny światłowodu, którego rdzeń domieszkowany jest germanem . . . . .	39
6.2	Wyznaczone na podstawie otrzymanych danych zależności dyspersji chromatycznej oraz efektywnego pola modu od długości fali . . . . .	40
6.3	Zilustrowanie relacji między długościami fal, a pseudo-częstotliwościami . .	41
6.4	Wykresy ukazujące zależność mocy impulsu od czasu i dystansu propagacji uwzględniając jedynie GVD . . . . .	42
6.5	Wyniki numerycznej symulacji ewolucji spektralnej dla $\gamma = \gamma(\omega_0)$ i $\gamma = \bar{\gamma}(\omega)$ .	43
6.6	Mapy ukazujące dynamikę generacji supercontinuum . . . . .	44
6.7	Charakterystyka widmowa supercontinuum wygenerowanego w metrowym światłowodzie . . . . .	44
6.8	Wyniki numerycznych symulacji z uwzględnieniem wpływu różnych efektów nieliniowych . . . . .	45
6.9	Badanie wpływu mocy impulsu początkowego na poszerzenie spektralne .	46
6.10	Znormalizowane widma dla różnych mocy początkowych . . . . .	47
6.11	Badanie wpływu czasu połówkowego impulsu początkowego na poszerzenie spektralne . . . . .	48
6.12	Znormalizowane widma dla różnych czasów połówkowych . . . . .	48

# Bibliografia

- [1] C. Agger, *Infrared Supercontinuum Generation in Soft-glass Fibers*, Praca doktorska, Gdańsk Uniwersytet Techniczny, maj 2012.
- [2] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 5th ed., Nowy Jork 2013.
- [3] R. R. Alfano, S. L. Shapiro, *Emission in the Region 4000 to 7000 Å Via Four-Photon Coupling in Glass*, Physical Review Letters **24**(11), str. 584-587, 1970.
- [4] D. R. Austin, C. M. de Sterke oraz B. J. Eggleton, *Dispersive wave blueshift in supercontinuum generation*, Optics Express, **14**(25), str. 11 997–12 007, grudzień 2006.
- [5] A. V. Avdokhin, S. V. Popov, oraz J. R. Taylor, *Continuous-wave, high-power, Raman continuum generation in holey fibers*, Opt. Lett. **28**(15), str. 1353-1355, 2003.
- [6] A. Bjarklev, J. Broeng, A. S. Bjarklev, *Photonic Crystal Fibre*, Springer, wrzesień 2003.
- [7] J. M. Dudley, G. Genty oraz S. Coen, *Supercontinuum generation in photonic crystal fiber*, Review of Modern Physics **78**(4), str. 1135–1184, październik 2006.
- [8] *Supercontinuum Generation in Optical Fibers*, [ed.] J. M. Dudley, J. R. Taylor, Cambridge University Press, 2010.
- [9] J. M. Dudley, G. Genty, *Supercontinuum light*, Physics Today **66**, str. 29 - 34, American Institute of Physics, 2013.
- [10] G. Ghosh., *Handbook of thermo-optic coefficients of optical materials with applications*, Academic Press, str. 9-12, USA 1986.
- [11] W. Grabiec, *Światłowody fotoniczne*, Biuletyn WAT vol. **LV**, Numer specjalny, Warszawa 2006.
- [12] A. Hartung, A. M. Heidt oraz H. Bartelt, *Design of all-normal dispersion microstructured optical fibers for pulse-preserving supercontinuum generation*, Optics Express **19**(8), str. 7743–7749, kwiecień 2011.
- [13] A. M. Heidt, *Pulse preserving flat-top supercontinuum generation in all-normal dispersion photonic crystal fibers*, J. Opt. Soc. Am. B **27**(3), str. 550–559, marzec 2010.
- [14] A. M. Heidt, A. Hartung, G. W. Bosman, P. Krok, E. G. Rohwer, H. Schwoerer oraz H. Bartelt, *Coherent octave spanning near-infrared and visible supercontinuum generation in all-normal dispersion photonic crystal fibers*, Optics Express **19**(4), str. 3775–3787, luty 2011.

- [15] A. M. Heidt, *Novel coherent supercontinuum light sources based on all-normal dispersion fibers*, Praca doktorska, Uniwersytet Friedricha Schillera, Jena 2011.
- [16] J. Hult, *A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers*, J. Lightwave Technol. vol. **25**, str. 3770–3775, grudzień 2007.
- [17] A. V. Husakou, J. Herrmann, *Supercontinuum Generation of Higher-Order Solitons by Fission in Photonic Crystal Fibers*, Physical Review Letters **87**(20), 2001.
- [18] M. Karpierz, E. Weinert-Rączka, *Nieliniowa optyka światłowodowa*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, rozdział 6, Warszawa 2009.
- [19] J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell oraz D. M. Atkin, *All-silica singlemode optical fiber with photonic crystal cladding*, Optics Letters **21**(19), str. 1547–1549, październik 1996.
- [20] A. V. Lavrinenko, J. Lægsgaard, N. Gregersen, F. Schmidt, T. Søndergaard, *Numerical Methods in Photonics*, CRC Press, rozdział 5, 2015.
- [21] J. Lægsgaard, *Mode profile dispersion in the generalized nonlinear Schrödinger equation*, Optics Express **15**(24), str. 16110-16123, listopad 2007.
- [22] J. H. V. Price, X. Feng, A. M. Heidt, G. Brambilla, P. Horak, F. Poletti, G. Ponzo, P. Petropoulos, M. Petrovich, J. Shi, M. Ibsen, W. H. Loh, H. N. Rutt, D. J. Richardson, *Supercontinuum generation in non-silica fibers*, Optical Fiber Technology **18**(5), str. 327-344, wrzesień 2012.
- [23] J. K. Ranka, R. S. Windeler oraz A. J. Stentz, *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*, Opt. Lett. **25**(1), str. 25-27, 2000.
- [24] P. St. J. Russell, *Photonic-Crystal Fibres*, Journal of Lightwave Tehnology **24**(12), str. 4729-4749, 2006.
- [25] C. Senel, *33 Femtosecond Yb-doped optical frequency comb for frequency metrology applications*, Praca doktorska, Bilkent University, czerwiec 2013.
- [26] K. C. Sudip, N. K. Saba, R. C. Partha, *Designing a two-octave spanning flat-top supercontinuum source by control of nonlinear dynamics through multi-order dispersion engineering in binary multi-clad microstructured fiber*, Journal of the Optical Society of America B **32**(7), str. 1499–1509, lipiec 2015.
- [27] J. Świderski, M. Michalska, M. Mamajek, *Światłowodowy generator zakresu średniej podczerwieni: przykład technologii podwójnego zastosowania*, Elektronika: konstrukcje, technologie, zastosowania **53**(11), str. 85-88, 2012.
- [28] K. L. Tarnowski, *Rozwiązywanie uogólnionego nieliniowego równania Schrödingera*, Praca magisterska, Politechnika Wrocławskiego, Wrocław 2010.
- [29] K. L. Tarnowski, *Wybrane procesy konwersji częstotliwości w strukturyzowanych włóknach optycznych*, Praca doktorska, Politechnika Wrocławskiego, Wrocław 2012.

- [30] K. L. Tarnowski, W. Urbanczyk, *All-normal dispersion hole-assisted silica fibers for generation of supercontinuum reaching mid-infrared*, w przygotowaniu.
- [31] N. Vukovic, *Optical properties of long photonic crystal fibre tapers*, Praca doktorska, University of Southampton, marzec 2010.
- [32] B. Wajnchold, *Spektroskopowe zastosowania światłowodów mikrostrukturalnych*, Praca doktorska, Uniwersytet Jagielloński, Kraków 2014.
- [33] The MathWorks, Matlab2011a Documentation  
<http://www.mathworks.com/>  
(z dnia: 10 XII 2015).