

Analysis III

Dr. Tobias Lamm

28. November 2015

Kapitel 1

I. Maße und messbare Funktionen

1.1 σ -Algebren und Maße

Notation: X Menge,

$P(X) = \{\text{Teilmengen von } X\}$ Potenzmenge

$\mathcal{A} \subset P(X)$ Mengensystem

Definition 1 Ein Mengensystem $\mathcal{A} \subset P(X)$ heißt σ -Algebra, falls

1. $X \in \mathcal{A}$
2. $A \in \mathcal{A} \Rightarrow X \setminus A \in \mathcal{A}$
3. $A_i \in \mathcal{A}, i \in \mathbb{N} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$

Das System (X, \mathcal{A}) heißt messbarer Raum.

Bemerkung

1. $A_i \in \mathcal{A}, i \in \mathbb{N} \Rightarrow \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$, denn: $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = X \setminus (\bigcup_{i=1}^{\infty} (X \setminus A_i))$
2. $\emptyset \in \mathcal{A}$
3. $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \setminus B \in \mathcal{A}$, denn $A \setminus B = A \cap (X \setminus B)$

Beispiel

1. $P(X)$ trivial
2. $\{\emptyset, X\}$ trivial