Dokumentace programu sfdde.m

Michal Andresík

1 Zadání hodnot

1.1 Volání programu

Program je vytvořen pro maticovou soustavu rovnic:

$$\mathrm{D}^{\alpha}_{t_0}\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{x}(t-\tau) + \mathbf{f}(t),$$

$\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ jsou matice řádu $n \times n$ závislé na čase,
$\mathbf{f}(\mathrm{t})$ je sloupcový vektor $(n \times 1)$ funkcí v čase t,
$\mathbf{x}(t)$ je sloupcový vektor $(n \times 1)$ proměnných v čase t,
$\mathbf{x}(t-\tau)$ je vektor proměnných v čase $t-\tau$, τ je zpoždění.

Pro zavolání programu, získání vektoru časové řady t a matice řešení x (počet řádků odpovídá počtu proměnných) použijeme příkaz:

```
[t,x]=sfdde(met,limit,t0,T,tau,h,alfa,x0,A,B,f)
```

- met slouží pro výběr metody. Pro $met = 0$ program použije explicitní obdelníkovou metodu, pro $met = 1$ implicitní obdelníkovou metodu.
- $limit$ je mezní hodnota v případě funkce, která není v $t = 0$ definovaná.
- $t0$ je počáteční čas.
- T je koncový čas.
- tau je časové zpoždění.
- h je velikost kroku v časové řadě.
- $alfa$ je řád soustavy diferenciálních rovnic.
- $x0$ je počáteční funkce.
- A, B jsou matice.
- f je vektor funkcí.

1.2 Příklad zadání

Vyšetření následující soustavy rovnic od času $t_0 = 0$ do $T = 70$ se zpožděním $\tau = \pi$ explicitní obdelníkovou metodou s krokem $0,01$.

$$\mathrm{D}^{\frac{2}{5}}_{t_0}\begin{pmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\\x_4(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&-2&0&0\\-2&0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\\x_4(t)\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\-2&0&0&0\\0&-2&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1(t-\tau)\\x_2(t-\tau)\\x_3(t-\tau)\\x_4(t-\tau)\end{pmatrix}$$

s počáteční funkcí

$$\mathbf{x}_0(t) = \begin{pmatrix}sin(t)cos(t)\\sin(t)cos(t)\\cos^2(t)-sin^2(t)\\cos^2(t)-sin^2(t)\end{pmatrix}, \quad t_0-\tau \le t \le t_0. \tag{1}$$

```
met=0;t0=0;T=70;tau=pi;h=0.01;alfa=2/5;
x0=@(t)[sin(t)*cos(t);sin(t)*cos(t);
   (cos(t))^2-(sin(t))^2;(cos(t))^2-(sin(t))^2];
A=@(t)[0 0 1 0;0 0 0 1;0 -2 0 0;-2 0 0 0];
B=@(t)[0 0 0 0;0 0 0 0;-2 0 0 0;0 -2 0 0];
f=@(t)[0;0;0;0];
```

2 Popis programu

2.1 Kontrola vstupů

V této části proběhne ověření zadání.

Nejprve je zkontrolován počet počátečních podmínek m. Musí platit $m = \lceil\alpha\rceil$. Dále jsou prověřeny rozměry matic a vektorů. V případě jákékoliv neshody vyskočí chybová hláška a program se ukončí.

Jako poslední se zkontroluje výběr metody. Pokud proměnná *met* neodpovídá ani 0, ani 1, výpočet proběhne explicitní metodou.

2.2 Výpočet řešení

Pro výpočet jsou vytvořeny následující proměnné:

- $m = \lceil\alpha\rceil$ hraje roli v Taylorově polynomu,
- *pp* značí počet proměnných,
- t je časová řada vytvořená tak, aby v případě zadání většího kroku h a τ takového, že $\frac{\tau}{h} \neq k \in \mathbb{Z}$, začínalo řešení v zadaném čase t_0,
- N značí počet výpočtů v algoritmu,

- *index* je indexové zpoždění časů t_j a $t_j - \tau$,
- x je matice řešení,
- b je vektor koeficientů,
- F je vektor funkčních hodnot v časech $t_1, \cdots, T$.

Program obsahuje tři funkce. Po naplnění vektoru řešení $\mathbf{x}$ na intervalu $\langle t_0 - \tau, t_0 \rangle$ hodnotami počáteční funkce je zavolána funkce $funkcni\_hodnoty$.

Ta vytvoří pro matice $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ a vektor $\mathbf{f}$ jednotlivě nové matice $\mathbf{At}$, $\mathbf{Bt}$ a vektor $\mathbf{ft}$. Účelem je vyšetření, zda zadané matice obsahují funkce, které nejsou v čase $t = 0$ definované, protože právě takové funkce mohou být v okolí počátku neomezené. Pokud vyšetřovaná matice takový člen obsahuje, jeho indexy se uloží do sloupců proměnné $rizik\_index$. Dále proběhne vytvoření matice, která obsahuje členy matice v jednotlivých časech, tj. např. pro $t = \{1, 2, 3\}$ a matici $\mathbf{A}$ určenou níže vypadá matice $\mathbf{At}$ následovně:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ t & t^2 \end{pmatrix}, \; \mathbf{At} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & 3 & 9 \end{pmatrix}.$$

Jestliže matice žádný takový člen neobsahuje, funkce je ukončena a program pokračuje dále. V opačném případě jsou právě tyto členy na intervalu $t \in (-1, 1)$ otestovány, zda jejich hodnota spadá intervalu $\langle -limit, limit \rangle$ a jsou případně přepsány na hodnotu, kterou přesahují.

V poslední části je zavolána zvolená metoda pro určení řešení. Výpočet probíhá pro obě metody velmi podobně. V každém kroku je určen člen vektoru koeficientů b, sloupec matice funkčních hodnot F a hodnota Taylorova polynomu TP v daném bodě. Do proměnné *suma* je uložen součet násobení členů vektoru b se sloupci matice F ve všech předchozích časech. V případě explicitní metody je pak řešení v následujícím čase určeno explicitním vztahem, v případě implicitní metody řešením soustavy rovnic.

3 Zpracování řešení

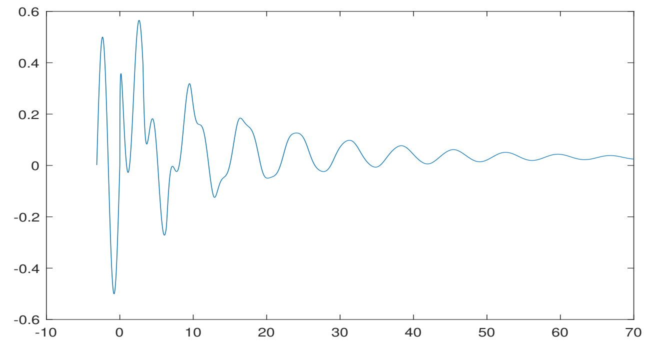
Pro vykreslení chování i-té proměnné v závislosti na čase použijeme příkaz:

```
plot(t,x(i,:))
```

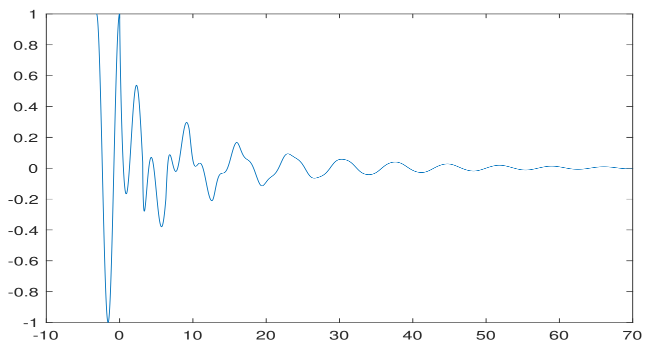
V případě dvou proměnných můžeme vykreslit fázový portrét příkazem:

```
plot(x(1,:),x(2,:))
```

Časové závislosti proměnných x_1 a x_3 z úlohy [1] jsou zobrazeny na obrázcích [1] a [2].



obr. 1: Časová závislost x_1



obr. 2: Časová závislost x_3