

Module 8 : Les sous-programmes

Situations

Calcul d'une somme

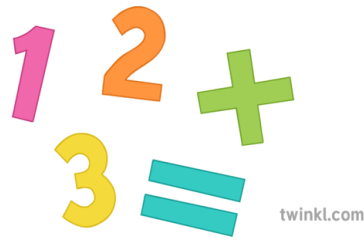


Figure 1, Calcul d'une somme

Comparer les deux programmes suivants :

Version 1

```
a = 0
while a <= 0:
    a = int(input("Nbre > 0 ? "))

b = 0
while b <= 0:
    b = int(input("Nbre > 0 ? "))

c = 0
while c <= 0:
    c = int(input("Nbre > 0 ? "))

res = b + c
res = a + res

print(a, '+', b, '+', c, '=', res)
```

Version 2

```
def saisie():
    n = 0
    while n <= 0:
        n = int(input("Nbre > 0 ? "))
    return n

def somme(a, b):
    s = a + b
    return s

# PP
a = saisie()
b = saisie()
c = saisie()
res = somme(a, somme(b, c))
print(a, '+', b, '+', c, '=', res)
```

Fonction des programmes

Les deux programmes permettent à l'utilisateur de saisir trois nombres positifs et de calculer leur somme. Cependant, ils ont des structures différentes.

Différences dans la structure du programme

| Version 1 | Version 2 |
|--|---|
| Saisie Chaque saisie est effectuée à l'intérieur d'une boucle <code>while</code> , qui se répète tant que l'utilisateur ne saisit pas un nombre positif. | Saisie La fonction <code>saisie()</code> gère la saisie d'un nombre positif. Les trois saisies sont effectuées en appelant la fonction <code>saisie()</code> , et les résultats sont stockés dans les variables <code>a</code> , <code>b</code> et <code>c</code> . |
| Calcul de la somme Les trois nombres <code>a</code> , <code>b</code> et <code>c</code> saisis sont ajoutés les uns aux autres et stockés dans la variable <code>res</code> . | Calcul de la somme La fonction <code>somme()</code> est appelée deux fois pour calculer la somme de <code>b</code> et <code>c</code> , puis la somme de <code>a</code> et du résultat précédent. Le résultat final est stocké dans la variable <code>res</code> . |

Résumé

La deuxième version est dite **modulaire**, car elle utilise des fonctions pour séparer les tâches de saisie et de calcul de la somme. Cela rend le code plus facile à comprendre et à maintenir. En outre, cette version :

- évite la répétition de code, car la saisie de chaque nombre est effectuée en appelant la même fonction.
- est plus élégante, car elle est mieux structurée que la première.
- peut sembler un peu plus complexe pour les débutants en programmation.

Algorithmes

Version 1

```

Algorithme Somme_V1
Début
  Répéter
    Ecrire("Nbre > 0 ? ") ; Lire(a)
  Jusqu'à a > 0

  Répéter
    Ecrire("Nbre > 0 ? ") ; Lire(b)
  Jusqu'à b > 0

  Répéter
    Ecrire("Nbre > 0 ? ") ; Lire(c)
  Jusqu'à c > 0

  res ← b + c
  res ← a + res

  Ecrire(a, '+', b, '+', c, '=', res)
Fin
  
```

TDO

| Objet | Type/Nature |
|--------------|-------------|
| a, b, c, res | entier |

Version 2

Programme Principal

```

Algorithme Somme_V2
Début
  saisie(a)
  saisie(b)
  saisie(c)
  res ← somme(a, somme(b, c))
  Ecrire(a, '+', b, '+', c, '=', res)
Fin
  
```

TDOG

| Objet | Type/Nature |
|--------------|-------------|
| a, b, c, res | entier |

Procédure Saisie()

```

Procédure Saisie(@n: entier)
Début
  Répéter
    Ecrire("Nbre > 0 ? ") ; Lire(n)
  Jusqu'à n > 0
Fin
  
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| - | - |

Fonction somme()

```

Fonction somme(a, b: entier):entier
Début
  s ← a + b
  retourner s
Fin
  
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| s | entier |

Problème de lessive

Najla, Douja et Zohra ont fait leurs lessives aujourd'hui. Or, **Najla** fait sa lessive tous les 3 jours, **Douja** tous les 4 jours et **Zohra** tous les 6 jours.



Figure 2, Lessive

Questions

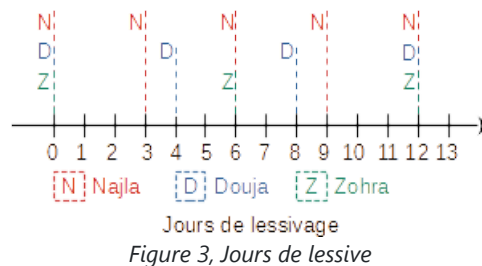
- Combien passera-t-il de temps avant que les trois femmes ne refassent leurs lessives le même jour ?
- En supposant que :
 - Najla** fait la lessive tous les lf_1 jours. Avec $lf_1 > 0$
 - Douja** fait la lessive tous les lf_2 jours. Avec $lf_2 > 0$
 - Zohra** fait la lessive tous les lf_3 jours. Avec $lf_3 > 0$

Déterminer quand les trois femmes referont leurs lessives le même jour ?

- Ecrire l'algorithme d'un programme pour résoudre ce problème.

Solution

- On pourra déterminer graphiquement le temps requis pour voir les trois femmes faire leurs lessives le même jour. Et ce en utilisant l'échelle temporelle suivante :



On en déduit qu'il faudra attendre **12 jours**.

- On remarque que le temps requis pour voir les trois femmes faire leurs lessives dans une même journée peut être calculé en utilisant la formule suivante :

$$\text{ppcm}(3, 4, 6) = \text{ppcm}(3, \text{ppcm}(4, 6)) = \text{ppcm}(\text{ppcm}(3, 4), 6) = 12$$

Plus généralement le **temps requis pour voir les femmes faire leurs lessives la même journée** est :

$$ltf = \text{ppcm}(lf_1, lf_2, lf_3) = \text{ppcm}(\text{ppcm}(lf_1, lf_2), lf_3) = \text{ppcm}(lf_1, \text{ppcm}(lf_2, lf_3))$$

PPCM = Plus Petit Commun Multiple, c'est le plus petit nombre qui est multiple des trois nombres

- L'algorithme de cette situation peut être écrit de deux façons :

1^{ère} façon : méthode classique

```
Algorithme Lessive
Début
    // Saisie du jour de lessive de chaque femme
    Répéter
        Ecrire("Lessive femme 1 ? ") ; Lire(lf1)
    Jusqu'à (lf1 > 0)
    Répéter
        Ecrire("Lessive femme 2 ? ") ; Lire(lf2)
    Jusqu'à (lf2 > 0)
    Répéter
        Ecrire("Lessive femme 3 ? ") ; Lire(lf3)
    Jusqu'à (lf3 > 0)
    // Après combien de jours la 2ème et la 3ème femme font leurs lessives
    p1 ← lf2
    TantQue p1 mod lf3 ≠ 0 Faire
        p1 ← p1 + lf2
    Fin TantQue
    // Après combien de jours les 3 femmes font leurs lessives
    p2 ← lf1
    TantQue p2 mod p1 ≠ 0 Faire
        p2 ← p2 + lf1
    Fin TantQue
    ltf ← p2
    // Affichage du résultat
    Ecrire("Toutes les femmes feront leurs lessives après", ltf, "jours")
Fin
```

| Objet | Type/Nature |
|----------------------------|-------------|
| lf1, lf2, lf3, ltf, p1, p2 | entier |

2ème façon : méthode modulaire

Programme Principal

```
Algorithme Lessive2
Début
    // Saisie du jour de lessive de chaque femme
    saisie("Lessive femme 1 ? ", lf1)
    saisie("Lessive femme 2 ? ", lf2)
    saisie("Lessive femme 3 ? ", lf3)
    // Après combien de jours les 3 femmes font leurs lessives
    ltf ← ppcm(lf1, ppcm(lf2, lf3))
    // Affichage du résultat
    Ecrire("Toutes les femmes feront leurs lessives après", ltf, "jours")
Fin
```

TDOG

| Objet | Type/Nature |
|--------------------|-------------|
| lf1, lf2, lf3, ltf | entier |

Procédure saisie

```
procédure saisie(msg: chaîne, @nj: entier)
Début
    Répéter
        Ecrire(msg)
        Lire(nj)
    Jusqu'à (nj > 0)
Fin
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| - | - |

Fonction ppcm

```
fonction ppcm(a, b: entier):entier
Début
    p ← a
    TantQue (p mod b ≠ 0) Faire
        p ← p + a
    Fin TantQue
    retourner p
Fin
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| p | entier |

Fraction irréductible

En mathématiques, une **fraction est irréductible** s'il n'existe pas de fraction égale ayant des termes plus petits. Autrement dit, une fraction irréductible **ne peut pas être simplifiée**.

Théorème

Soient **a** un entier et **b** un entier naturel non nul. Alors $\frac{a}{b}$ est irréductible si et seulement si **a** et **b** sont premiers entre eux.

Exemple

La fraction $\frac{12}{20}$ n'est pas irréductible car 12 et 20 sont des multiples de 4 : $\frac{12}{20} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{3}{5}$ (simplification par 4). On peut aussi écrire $\frac{12}{20} = \frac{12 : 4}{20 : 4} = \frac{3}{5}$.

La fraction $\frac{3}{5}$ est irréductible car 1 est le seul entier positif qui divise à la fois 3 et 5.

Méthode de simplification

Pour réduire directement une fraction, il suffit de **diviser le numérateur et le dénominateur par leur plus grand commun diviseur**. D'après le lemme de Gauss, cette forme réduite est unique.

Exemple

Pour réduire la fraction $\frac{42}{390}$, on calcule $\text{PGCD}(42, 390) = 6$ puis on simplifie par 6 : $\frac{42}{390} = \frac{6 \times 7}{6 \times 65} = \frac{7}{65}$.

Problème

On souhaite écrire l'algorithme d'un **programme modulaire** qui calcule la somme de deux fractions :

$$\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} = \frac{p_1 \times q_2 + p_2 \times q_1}{q_1 \times q_2} = \frac{p_3}{q_3} = \frac{\frac{p_3}{\text{pgcd}(p_3, q_3)}}{\frac{q_3}{\text{pgcd}(p_3, q_3)}} = \frac{ps}{qs}$$

Figure 4, Somme de deux fractions avec : $p_1, p_2, ps \in \mathbb{Z}$ et $q_1, q_2, qs \in \mathbb{Z}^*$

Solution

Solution non modulaire

Algorithme Somme_Fraction

Début

// Saisie de p1 et q1

Ecrire("Fraction : p1 / q1")

Ecrire("Numérateur ? ") ; Lire(p1)

Répéter

Ecrire("Dénominateur ? ") ; Lire(q1)

Jusqu'à q1 ≠ 0

// Saisie de p2 et q2

Ecrire("Fraction : p2 / q2")

Ecrire("Numérateur ? ") ; Lire(p2)

Répéter

Ecrire("Dénominateur ? ") ; Lire(q2)

Jusqu'à q2 ≠ 0

// Calcul de la somme des deux fractions

ps ← p1 * q2 + p2 * q1

qs ← q1 * q2

// Calcul du PGCD(ps, qs)

a ← ps

b ← qs

TantQue b ≠ 0 Faire

r ← a mod b

a ← b

b ← r

Fin TantQue

TDO

| Objet | Type/Nature |
|---------------------------------|-------------|
| p1, q1, p2, q2, ps, qs, a, b, r | entier |

```
// Simplification
ps ← ps div a
qs ← qs div a
// Affichage
Ecrire(p1, "/", q1, "+", p2, "/", q2, "=", ps, "/", qs)
Fin
```

Solution modulaire

Programme Principal

```
Algorithme Somme_Fraction1
Début
  // Saisie de p1 et q1 / p2 et q2
  saisie_frac("Fraction : p1 / q1", p1, q1)
  saisie_frac("Fraction : p2 / q2", p2, q2)
  // Calcul de la somme des deux fractions
  somme_frac(p1, q1, p2, q2, ps, qs)
  // Simplification
  simp_frac(ps, qs)
  // Affichage
  Ecrire(p1, "/", q1, "+", p2, "/", q2, "=", ps, "/", qs)
Fin
```

| TDOG | |
|------------------------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| p1, q1, p2, q2, ps, qs | entier |

Procédure saisie_frac

```
Procédure saisie_frac(msg: chaîne, @p, @q: entier)
Début
  Ecrire(msg)
  Ecrire("Numérateur ? ") ; Lire(p)
  Répéter
    Ecrire("Dénominateur ? ") ; Lire(q)
  Jusqu'à q ≠ 0
Fin
```

| TDOL | |
|-------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| - | - |

Procédure somme_frac

```
Procédure somme_frac(a1, b1, a2, b2, @a3, @b3: entier)
Début
  a3 ← a1 * b2 + a2 * b1
  b3 ← b1 * b2
Fin
```

| TDOL | |
|-------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| - | - |

Procédure simp_frac

```
Procédure simp_frac(@a, @b: entier)
Début
  p ← pgcd(a, b)
  a ← a div p
  b ← b div p
Fin
```

| TDOL | |
|-------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| p | entier |

Fonction pgcd

```
Fonction pgcd(a, b: entier):entier
Début
  TantQue b ≠ 0 Faire
    r ← a mod b
    a ← b
    b ← r
  Fin TantQue
  retourner a
Fin
```

| TDOL | |
|-------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| r | entier |

Nombres amicaux

Deux nombres entiers naturels distincts sont dits « amicaux » (ou « amiables ») si la somme des diviseurs stricts de l'un est égale à l'autre et réciproquement.

Les diviseurs de 10 sont 1, 2, 5, 10. Les diviseurs stricts de 10 sont 1, 2, 5.

Travail demandé

1. Chercher la liste des diviseurs stricts de 220 et de 284.
2. Vérifier que 220 et 284 sont deux nombres amicaux.
3. Ecrire l'algorithme d'un programme qui vérifie si deux nombres données sont amicaux.

Solution

1. $\text{diviseurs}(220) = \{1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110\}$
 $\text{diviseurs}(284) = \{1, 2, 4, 71, 142\}$
2. $\text{som_div}(220) = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
 $\text{som_div}(284) = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$
⇒ 220 et 284 sont des nombres amicaux.

3. Solution non modulaire

```
Algorithme amicaux
Début
    // Saisie de deux nombres strictement positifs
    Répéter
        Ecrire("Donner n ? ") ; Lire(n)
    Jusqu'à (n > 0)
    Répéter
        Ecrire("Donner m ? ") ; Lire(m)
    Jusqu'à (m > 0)
    // calcul de la somme diviseurs de n
    sn ← 0
    Pour i de 1 à n div 2 Faire
        Si n mod i = 0 Alors
            sn ← sn + i
        Fin Si
    Fin Pour
    // calcul de la somme diviseurs de m
    sm ← 0
    Pour i de 1 à m div 2 Faire
        Si m mod i = 0 Alors
            sm ← sm + i
        Fin Si
    Fin Pour
    // Affichage du résultat
    Si (n = sm) et (m = sn) Alors
        Ecrire(n, "et", m, "sont amicaux.")
    Sinon
        Ecrire(n, "et", m, "ne sont pas amicaux.")
    Fin Si
Fin
```

| TDO | |
|-----------------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| n, m, i, sn, sm | entier |

Travail demandé

Transformer la solution précédente en une solution modulaire.

Solution

Programme Principal

```
Algorithme amicaux
Début
    // Saisie de deux nombres strictement positifs
    saisie("Donner n ? ", n)
    saisie("Donner m ? ", m)
    // calcul de la somme diviseurs de n
    sn ← som_div(n)
    // calcul de la somme diviseurs de m
    sm ← som_div(m)
    // Affichage du résultat
    Si (n = sm) et (m = sn) Alors
        Ecrire(n, "et", m, "sont amicaux.")
    Sinon
        Ecrire(n, "et", m, "ne sont pas amicaux.")
    Fin Si
Fin
```

TDOG

| Objet | Type/Nature |
|-----------------|-------------|
| n, m, i, sn, sm | entier |

Procédure saisie

```
Procédure saisie(msg: chaîne, @n: entier)
Début
    Répéter
        Ecrire("Donner n ? ") ; Lire(n)
    Jusqu'à (n > 0)
Fin
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| - | - |

Fonction som_div

```
Fonction som_div(n: entier):entier
Début
    sn ← 0
    Pour i de 1 à n div 2 Faire
        Si n mod i = 0 Alors
            sn ← sn + i
        Fin Si
    Fin Pour
    retourner sn
Fin
```

TDOL

| Objet | Type/Nature |
|-------|-------------|
| sn, i | entier |

Notes de cours

Décomposition modulaire

L'**analyse modulaire**, appelée également **décomposition modulaire**, consiste à diviser un problème en sous problèmes de difficultés moindres.

En algorithmique, les **sous problèmes** correspondent à des **sous-programmes**.

Sous-programme

Un **sous-programme** est une section de code nommée **qui peut être appelée** en écrivant son nom dans une instruction du programme.

L'écriture de **sous-programmes** rend le code plus lisible et réutilisable, car le code est subdivisé en des sections plus petites.

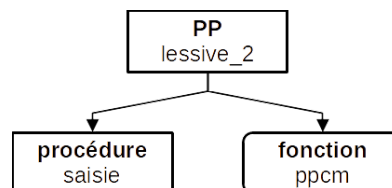


Figure 5, Décomposition modulaire du problème de lessive des trois femmes

En algorithmique on distingue deux catégories de **sous-programmes** : les **procédures** et les **fonctions**.

Une **procédure** exécute simplement un ensemble d'instructions, tandis qu'une **fonction** renvoie une valeur une fois son exécution est terminée.

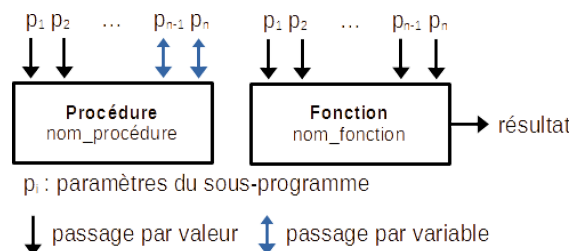


Figure 6, Différence entre une procédure et une fonction

La plupart des langages de programmation sont livrés avec un ensemble de sous-programmes intégrés (fonctions prédéfinies). Ils permettent, aussi, au programmeur d'écrire leurs propres sous-programmes personnalisés.

Fonction

Définition

Une **fonction** est un sous-programme **qui retourne à son appelant un seul résultat** en fonction de ses paramètres.

Une **fonction** peut avoir zéro ou plusieurs paramètres. Ces **paramètres** sont **souvent transmis par valeur**.

Appel

Comme une **fonction renvoie toujours une valeur**, son appel peut se faire de différentes manières :

- Dans une affectation :

```
// pgcd(a, b) renvoie le PGCD des deux valeurs
dc ← pgcd(a, b)
```

- Dans une structure conditionnelle :

```
// Afficher si un nombre est premier
// premier(n) retourne vrai si n est un nombre premier
Si premier(n) Alors
  Ecrire(n, "est premier")
Sinon
  Ecrire(n, "n'est pas premier")
Fin Si
```

- Dans une structure itérative :

```
// f(x) est une fonction qui admet un extrémum
// en  $x_0 \in [0, +\infty[$ 
// Recherche de l'extrémum de f(x)
 $x_0 \leftarrow 0$ 
TantQue (f( $x_0$ +pas) > f( $x_0$ )) Faire
     $x_0 \leftarrow x_0 + \text{pas}$ 
Fin TantQue
```

```
// Saisir une chaîne alphabétique
// est_alphabétique(ch) : retourne Vrai
// Si  $ch[i] \in [ "A", "Z" ] \cup [ "a", "z" ]$ 
Répéter
    Ecrire("Une chaîne alphabétique ? ")
    Lire(ch)
Jusqu'à est_alphabétique(ch)
```

- Comme paramètre d'un autre sous-programme :

```
// somme_carre(a, b) renvoie  $a^2 + b^2$ 
Ecrire(somme_carre(a, b))
```

```
// calculer PGCD de a, b et c
 $dc \leftarrow \text{pgcd}(a, \text{pgcd}(b, c))$ 
```

Vocabulaire et Syntaxe

Une fonction s'écrit comme suit en algorithmique :

```
Fonction NomFonction(p1: type1, p2: type2, ...,
                    pn: typen):typerésultat
//
// Traitements
//
Retourner résultat
Fin
```

Procédure

Définition

Une **procédure** est un sous-programme **qui ne retourne pas, directement, de résultats à son appelant**.

Une **procédure** peut avoir zéro ou plusieurs paramètres. Ces **paramètres** peuvent être, selon le besoin, **transmis par valeur** ou **transmis par variable**.

En algorithmique, le **mode de passage par variable** est utilisé pour renvoyer, indirectement, un ou plusieurs résultats à l'appelant. Lorsqu'une procédure renvoie des résultats à travers ses paramètres, on dit qu'elle **possède un effet de bord**.

Appel

Comme une **procédure ne renvoie aucune valeur**, son appel se fait toujours de la même façon :

```
// Saisir une valeur dans n
saisir(n)
// Remplir le tableau t par n valeurs distinctes
remplir_tab(t, n)
// Echanger le contenu de deux variables
permuter(a, b)
```

Une **procédure** utilise les paramètres passés par valeur pour réaliser ses traitements. Elle peut, aussi, modifier la valeur des paramètres transmis par variable, directement, chez l'appelant.

Vocabulaire & Syntaxe

Une procédure s'écrit comme suit en algorithmique :

```
Procédure NomProcédure(p1: type1, p2: type2, ..., pn: typen)
//
// Traitements
//
Fin
```

Paramètres et Mode de passage

Un **sous-programme** défini réellement un **ensemble de traitements effectués sur des données**. Ces **données** doivent être **passées au sous-programme** dans **ses paramètres**.

Types de paramètres

On distingue deux types de paramètres :

- **Les paramètres formels** : utilisés lors de la définition d'un sous-programme.
- **Les paramètres effectifs** : utilisés lors de l'utilisation (l'appel) d'un sous-programme.

Dans la figure ci-dessous, les paramètres **a**, **b** et **c** qui figurent dans la **définition du sous-programme somme** sont appelés des paramètres **formels**

Les paramètres **x**, **y** et **z** utilisés dans le programme principal qui **appelle le sous-programme somme** sont dits **effectifs** ou **réels**.

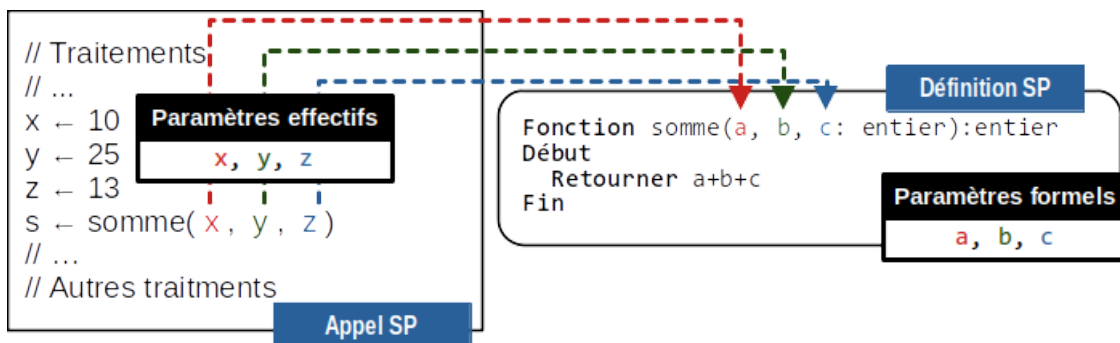


Figure 7, Les types de paramètres

Modes de passage des paramètres

Il existent deux modes de passage des paramètres : par variable ou par valeur.

Passage par valeur

Lors d'un **passage par valeur**, la valeur de l'expression passée en paramètre est copiée dans une variable locale. C'est cette variable qui est utilisée pour faire les traitements dans le sous-programme appelé.

Dans la figure suivante, la valeur de **y** est copiée dans le paramètre **x** de la fonction lors de l'appel de cette dernière.

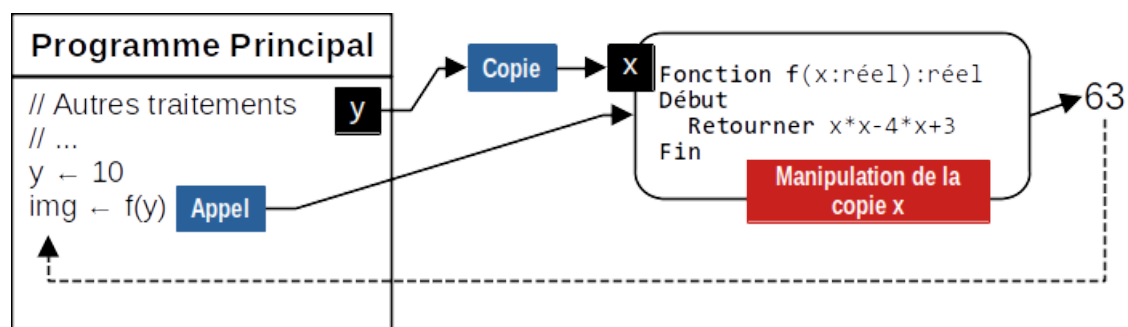


Figure 8, Passage par valeur

Passage par variable

Dans la figure suivante, l'adresse de la variable **y** est transmise à la procédure **saisie** sous le nom de **x**. Tout changement de la valeur de **x** dans la procédure a pour effet le changement de la valeur de **y**.

x et **y** sont deux noms différents de la même variable. La variable **y** dans le sous-programme est appelée **x**.

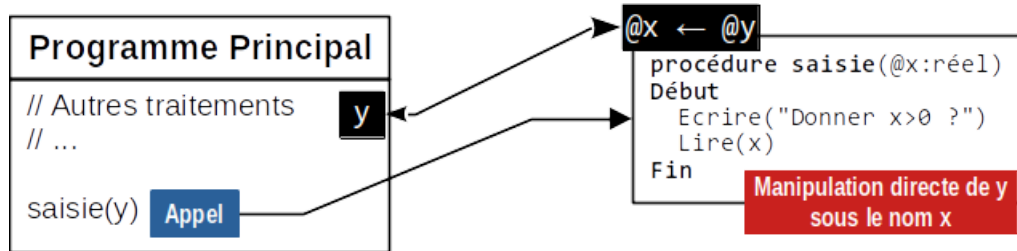


Figure 9, Passage par variable

Portée des variables

Toute **variable** a une durée de vie bornée au bloc où elle est déclarée. Ce bloc définit la **portée** de la variable.

Les **variables globales** sont déclarées dans le programme principal. Elles sont utilisables dans tout le programme.

Les **variables locales** sont déclarées dans un sous-programme. Elles ont une portée limitée et elles ne sont utilisables qu'à l'intérieur de celui-ci.

La fonction **existe** dans l'exemple suivant utilise les variables globales **t** et **n** qui sont déclarées dans le programme principal. **trouve** et **i** sont des variables locales car elles sont visibles uniquement à l'intérieur du sous-programme.

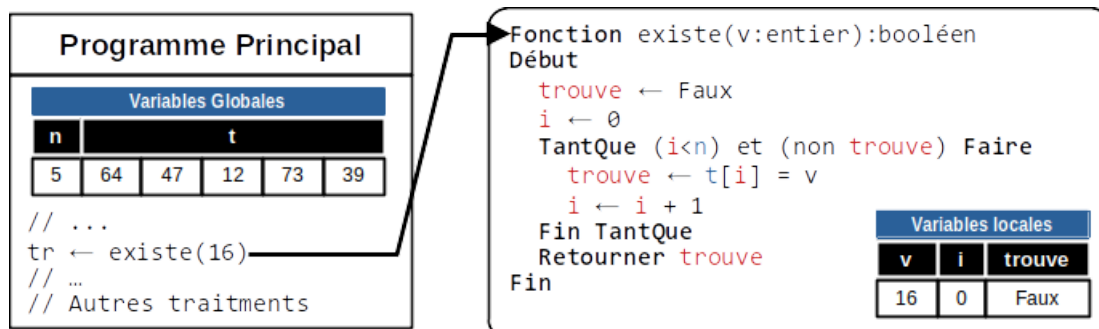


Figure 10, Variables globales et Variables locales

L'exemple précédent est **à éviter** car il contre-dit l'esprit de la modularité. **Il est conseillé vivement d'éviter les variables globales.**

```
// A éviter
// Dépend des variables du PP
Fonction existe(v:entier):booléen
```

```
// Meilleure écriture
// Indépendant du PP
Fonction existe(v:entier;t:tab;n:entier):booléen
```

Applications

Nombre heureux

Un nombre heureux est un entier strictement positif, qui lorsqu'on additionne les carrés de chacun de ses chiffres, puis on additionne les carrés des chiffres de la somme obtenue et ainsi de suite, on obtient un entier à un seul chiffre égal à 9.

Ecrire l'algorithme d'un programme qui permet de chercher et afficher tous les nombres heureux de p ($2 \leq p \leq 5$) chiffres.

Exemples

Exemple 1

```
Nombre de chiffres ? 3
122 est heureux.
125 est heureux.
...
954 est heureux.
28 nombres heureux dans l'intervalle [100, 999].
```

Exemple 2

```
Nombre de chiffres ? 4
1022 est heureux.
1025 est heureux.
...
9985 est heureux.
274 nombres heureux dans l'intervalle [1000, 9999].
```

Nombres frères

Deux entiers $n1$ et $n2$ sont dits frères ssi chaque chiffre de $n1$ apparaît au moins une fois dans $n2$ et inversement (avec $n1 > 0$ et $n2 > 0$).

Ecrire l'algorithme d'un programme qui saisit deux entiers $n1$ et $n2$ puis vérifie s'ils sont frères ou non.

Exemples

Exemple 1

```
Donner n1 > 0 ? 1234
Donner n2 > 0 ? 434212
1234 et 434212 sont frères
```

Exemple 2

```
Donner n1 > 0 ? 154
Donner n2 > 0 ? 341
154 et 341 ne sont pas frères
```

Nombres super premiers

Un nombre est dit super premier ssi il est premier et si en supprimant des chiffres à partir de sa droite, le nombre restant est toujours premier.

Ecrire l'algorithme d'un programme qui cherche tous les nombres super premiers dans un intervalle $[a, b]$ donné ($100 < a < b < 100000$).

Exemples

Exemple 1

```
a > 100 ? 101
101 < b < 100000 ? 1000
233 est super premier.
239 est super premier.
...
739 est super premier.
797 est super premier.
14 nombres super premiers dans [101, 1000]
```

Exemple 2

```
a > 100 ? 1000
1000 < b < 100000 ? 10000
2333 est super premier.
2339 est super premier.
...
7333 est super premier.
7393 est super premier.
16 nombres super premiers dans [1000, 10000]
```

Billet

Sur les billets d'avion d'une compagnie aérienne figure un code de 11 lettres alphanumériques (chiffres et lettres majuscules). Pour vérifier l'authenticité d'un billet, on remplace la lettre du code par son rang alphabétique pour obtenir un nombre de 12 ou de 13 chiffres.

Si le reste de la division par 9 de la somme des chiffres de ce nombre est égale à 8, ce billet est authentique, sinon c'est un faux billet.

Ecrire l'algorithme d'un programme qui permet de vérifier l'authenticité d'un billet à partir de son code.

Exemples

Exemple 1

```
Numéro de billet ? AR798NKKV789
Somme de contrôle : 6
Billet non authentique.
```

Exemple 2

```
Numéro de billet ? AR798NKKV989
Somme de contrôle : 8
Billet authentique.
```

EAN13

Le code EAN13 (European Article Numbering à 13 chiffres) est un code à barres utilisé sur l'ensemble des produits de grande consommation. Ce code est composé de 13 chiffres.



Figure 11, Exemples de codes à barres

Un code EAN13 est formé par :

- Un identifiant du produit **q** formé par les 12 premiers chiffres à gauche.
- La clé de contrôle **cc** formé par le dernier chiffre à droite.

Pour vérifier qu'un nombre de 13 chiffres est un code EAN13 valide on applique le principe suivant :

1. On calcule la somme **s** des chiffres de **q** en commençant par le chiffre le plus à gauche et en multipliant les chiffres de rang pair par 3. Le rang du premier chiffre le plus à gauche est 1, celui du deuxième chiffre le plus à gauche est 2, etc.
2. On calcule le reste **r** de la division euclidienne de **s** par 10.
3. On calcule **p** qui est égal à **(10-r)**
4. Si **p** est égal à **cc** alors le code est valide.

Ecrire l'algorithme d'un programme qui permet de saisir un nombre **n** de 13 chiffres et vérifie s'il est un code EAN13 ou non.

Exemples

Vérification du code à barre : 1234567890128

q = "123456789012" et cc = "8"

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|--------|
| q | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | 1 | 2 | 8 |
| | | | | | | | | | | | | | = 10-2 |
| s | 1 | 2 × 3 | 3 | 4 × 3 | 5 | 6 × 3 | 7 | 8 × 3 | 9 | 0 × 3 | 1 | 2 × 3 | =92 |

Vérification du code à barre : 9780201379624

q = "978020137962" et cc = "4"

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-------|--------|
| q | 9 | 7 | 8 | 0 | 2 | 0 | 1 | 3 | 7 | 9 | 6 | 2 | 4 |
| | | | | | | | | | | | | | = 10-6 |
| s | 9 | 7 × 3 | 8 | 0 × 3 | 2 | 0 × 3 | 1 | 3 × 3 | 7 | 9 × 3 | 6 | 2 × 3 | =96 |

Exemple 1

Code EAN13 ? 9780201379624

Code EAN13 valide.

Exemple 2

Code EAN13 ? 9780201379625

Code EAN13 invalide.

Game of Thrones shop

Les statistiques montrent qu'en 2022 environ 2,46 milliards de personnes ont joué à des jeux vidéo sur une console, un ordinateur ou un mobile. Vu le nombre important des "gamers" on trouve des centaines de boutiques en ligne qui vendent des répliques des articles rencontrés dans les jeux vidéos.

Un "gamer" adepte du jeu Games of Thrones se rend sur l'une de ces boutiques, voir figure 1.

Le "gamer" dispose d'un budget limité. Et il veut faire un programme qui :

- Saisit le nombre d'articles n disponibles dans la boutique. ($2 \leq n \leq 50$)
- Remplit trois tableaux :
 - items : contient les noms des articles qui sont des chaînes d'au moins 3 caractères. Les articles doivent être distincts.
 - categories : contient les catégories des articles, les catégories acceptées sont :

| Catégorie | "SW" | "AR" | "SH" | "WE" |
|---------------|--------------|----------------|-------------------|---------------|
| Signification | Sword (épée) | Armor (Armure) | Shield (Bouclier) | Weapon (Arme) |

- prices : contient les prix des articles (des entiers ≥ 0)
- Saisit son budget ($20 \leq \text{budget} \leq 300$)
- Saisit une catégories parmi les catégories mentionnées dans le tableau précédent.
- Affiche la liste des articles de cette catégorie, dont le prix est inférieur ou égal à son budget.

Exemples : Pour $n = 8$ et les articles suivants :

| | | | | | | | | |
|-------------------|-----------------------|---------------------|--------------------|----------------------------|--------------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|
| items | The Sword of Jon Snow | Sword of Arya Stark | Widow's Wail Sword | Dragon Leather Bracers Set | The Helm of Loras Tyrell | Stark Infantry Shield | Lannister Shield | The Red Viper's Spear |
| categories | SW | SW | SW | AR | AR | SH | SH | WE |
| prices | 239 | 179 | 649 | 38 | 249 | 257 | 275 | 299 |

Exemple 1

Your budget? 202
 Select a category? SW
 Affordable items:
 Sword of Arya Stark - Price: 179

Exemple 2

Your budget? 182
 Select a category? SH
 Affordable items:
 No items

Exemple 3

Your budget? 54
 Select a category? AR
 Affordable items:
 Dragon Leather Bracers Set - Price:
 < [Progress bar] >

Écrire l'algorithme de ce programme. **Ne pas oublier le TDNT et le TDO.**

Solution non modulaire

On donne la solution non modulaire de ce problème et on demande de le décomposer en modules et d'écrire l'algorithme de chaque module.

```
Algorithme Boutique
Début
  Répéter
    Ecrire("Number of items [2, 50] ? ") ; Lire(n)
  Jusqu'à (2 ≤ n ≤ 50)

  Pour i de 0 à n-1 Faire
    Ecrire("Item n°", i)
    Répéter
      Ecrire("Name ? ") ; Lire(items[i])
      existe ← Faux
      j ← 0
      TantQue (non existe) et (j < i) Faire
        existe ← items[j] = items[i]
        j ← j + 1
      Fin TantQue
      Jusqu'à (Long(items[i]) ≥ 3) et (non existe)

    Répéter
      Ecrire("Category ? ") ; Lire(categories[i])
      Jusqu'à categories[i] ∈ ["SW", "AR", "SH", "WE"]

    Répéter
      Ecrire("Price ? ") ; Lire(prices[i])
      Jusqu'à prices[i] ≥ 0
  Fin Pour

  Répéter
    Ecrire("Your budget ? ") ; Lire(budget)
  Jusqu'à 20 ≤ budget ≤ 300

  Répéter
    Ecrire("Select a category ? ") ; Lire(catsel)
  Jusqu'à catsel ∈ ["SW", "AR", "SH", "WE"]

  ic ← 0
  Ecrire("Affordable items:")
  Pour i de 0 à n-1 Faire
    Si (categories[i] = catsel) et (budget ≥ prices[i]) Alors
      Ecrire("Item:", items[i], " - Price:", prices[i])
      ic ← ic + 1
    Fin Si
  Fin Pour

  Si ic = 0 Alors
    Ecrire("N items.")
  Fin Si
Fin
```

| TDNT |
|------------------------------|
| tabe = tableau de 50 entier |
| tabch = tableau de 50 chaîne |

| TDO | |
|---------------------|-------------|
| Objet | Type/Nature |
| n, i, j, ic, budget | entier |
| catsel | chaîne |
| existe | booléen |
| items, categories | tabch |
| prices | tabe |