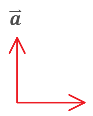
# Formulario

| Entrante | Uscente |
| --- | --- |
| $\otimes$ | $\odot$ |

## Vettori

- Angolo tra l'asse $x$ e il vettore $\vec{v}$
  $\theta_x = arcos\left(\frac{x}{|\vec{v}|}\right)$
- $\vec{a} \times \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\| \sin(\theta)$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\| \cos(\theta)$




1. $\vec{a} \times \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|$
2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$


1. $\vec{a} \times \vec{b} = 0$
2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|$

## Cinematica

- Equazioni della cinematica
  - $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
  - $\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
- $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
- Velocità angolare
  $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- Accelerazione centripeta (*radiale*)
  $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = \frac{v^2}{r}$
- Accelerazione centrifuga
  $\vec{a} = +\omega^2 \vec{r}$
- Forza di attrazione gravitazionale
  $F = -\frac{Gm_1 m_2}{r^2}$
  - Accelerazione gravitazionale
    $a_{m_2} = -\frac{Gm_1}{r^2}$
- Moti relativi
  $\vec{v}_a = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{trasc}$
  $\vec{a}_a = \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{tras}$
  $\vec{a}_{rel} = \vec{a}_a - \vec{a}_{trasc} = \vec{a}_0 + \omega^2\vec{r} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$
- Accelerazione di Coriolis
  $\vec{a} = -2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}$
- Accelerazione **centripeta** radiale *(dovuta alla variazione della direzione del vettore velocità)*
  $\vec{a}_r = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2\vec{r}$ L'accelerazione centrifuga è uguale ma di verso (e segno) opposto.
- Accelerazione tangenziale (*dovuta alla variazione del modulo della velocità*)
  $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$
- **Quantità di moto** • **Impulso della forza**
  $\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext} \Rightarrow \vec{F}dt = d\vec{p} \Rightarrow I = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt$

  Ciò che cambia la quantità di moto (iniziale = subito prima dell'impulso; finale = subito dopo l'impulso)
- Forza peso
  $\vec{p} = m\vec{g}$
- Forza di attrito statico (*per far sì che l'oggetto scenda*)
  $\vec{F}_{di\ attrito\ statico} = \mu_s N = \mu_s mgcos(\theta) \leq mgsin(\theta)$

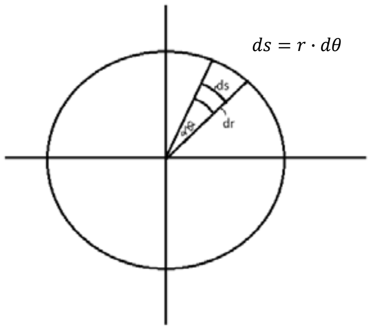
- Modulo dell'accelerazione centripeta
  $|\vec{a}| = \omega^2|\vec{r}|$
- Modulo della velocità nel moto circolare uniforme
  $|\vec{v}| = \omega|\vec{r}|$

- $\vec{s}(t) - \vec{s}(o) = \int_0^t \vec{v}(t)dt$
- $\vec{v}(t) - \vec{v}(o) = \int_0^t \vec{a}(t)dt$

## Moti

- Moto periodico
  $a(t) = -\omega^2 x(t) \Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t)$
- Moto armonico
  $m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \Rightarrow x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$
  - Pulsazione generale di una molla
    $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$ds = r \cdot d\theta$




## Energia

- **Energia meccanica**
  $E = U + K$
- **Energia potenziale**
  $U_{A \to B} = \Delta U = -\oint_A^B \vec{F}d\vec{s}$
  - Energia potenziale gravitazionale ad altezza $h$ dalla superficie della Terra
    $U = mgh$
  - Energia potenziale gravitazionale
    $U = -\frac{Gm_1 m_2}{r}$
  - Energia potenziale immagazzinata in una molla (*pag. 176*)
    $U = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
- **Energia cinetica**
  $K = \frac{1}{2}mv^2$

  *direzione opposta alla forza*
- Forza elastica
  $F = -K\Delta l = -K(l - l_{riposo})$
- Lavoro di una forza (*elementare*)
  $dW = \vec{F}d\vec{s}$
  - $\vec{r} \perp d\vec{s} \Rightarrow L = 0$
- **Lavoro** (*conta solo la componente della forza nella direzione dello spostamento*)
  $\mathbb{R} \ni W = \oint_A^B \vec{F}d\vec{s} = \int_{r_a}^{r_b} Fdr \xRightarrow{F=cost.} F\int_{r_a}^{r_b} dr = F(r_b - r_a) = F\Delta r$
- Teorema delle forze vive
  $dW = dK$
- **Teorema dell'energia cinetica** (<u>sempre valida</u>)
  $W = W_c + W_{nc} = \Delta K$
- **Forza conservativa** (*<u>il lavoro fatto per andare da A a B, dipende solo dalla posizione di quest'ultimi, e non dalla traiettoria, né dal tempo, dalla velocità…</u>*)
  $\Delta K + \Delta U = 0$
  - $W = -\Delta U = -(U_{finale} - U_{iniziale}) = U_{iniziale} - U_{finale}$

- Energia dissipata
  $E_f = E_i - E_{dissipata}$

## Esempi di forze conservative

(*indipendente dalla posizione nello spazio*)

- Qualsiasi forza costante
  - Forza peso
  - Forza gravitazionale
- Forza parallela ad un asse $x$ e dipende solo dalla coordinata $x$
  - Forza elastica

  $L = \int_{r_a}^{r_b} Fdr$ *dipende solo da $r_a$ e $r_b$*
- Forza elettrostatica

- **Forze non conservative**
  $W_{nc} = E_{finale} - E_{iniziale} = (K_{finale} + U_{finale}) - (K_{iniziale} + U_{iniziale})$
- **Momento angolare** o **momento della quantità di moto**
  $\mathbb{R}^3 \ni \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$
  - $\vec{r} \parallel \vec{p} \Rightarrow \vec{L} = 0 \Leftrightarrow \vec{r} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{L} = 0$
- **Equazioni della dinamica** (di equilibrio statico)
  - $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ *dice se un oggetto si muove*
  - **Momento delle forze esterne** $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ *dice se un oggetto ruota*
- Teorema: $\vec{F}$ è conservativa se:
  - $\frac{\partial}{\partial y} F_x = \frac{\partial}{\partial x} F_y$
  - $\frac{\partial}{\partial z} F_x = \frac{\partial}{\partial x} F_z$
  - $\frac{\partial}{\partial z} F_y = \frac{\partial}{\partial y} F_z$
- **Potenza**
  $P = \frac{dW}{dt}$

$$W = \int_0^{+\infty} P dt$$

- Potenza istantanea
  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

## Esempi di forze non conservative

(*dipendenti dalla traiettoria*)

- Forza di **attrito** dinamico
- Forza di **attrito** viscoso
- Forze vincolari

## Equazioni della dinamica

(*con equazioni rotazionali*)

1. $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = M_{tot}\vec{a}_{cm}$
2. $\sum \vec{M} = \sum \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\alpha}$

## Condizioni d'equilibrio

1. $\sum \vec{F}_{ext} = 0$
2. $\sum \vec{r} \times \vec{F} = 0$

## Studio di sistemi compositi (*oggetti non puntiformi*)

- **Centro di massa**
  $$r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{r}_i m_i}{M_{tot}} = \frac{1}{M_{tot}} \int_{volume} \vec{r} dm$$
- Quantità di moto (*derivando la precedente e moltiplicando entrambi i membri per $M_{tot}$*)
  $$\vec{p} = \vec{v}_{cm} M_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i$$
- (*derivando la precedente*)
  $$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ext_i} = \frac{d}{dt}\vec{p}_{tot} = \frac{d}{dt}(M_{tot}\vec{v}_{cm}) = M_{tot}\vec{a}_{cm}$$

**applicata a qualsiasi punto**

Se il C.M. è fermo, $\sum \vec{F}_{ext} = 0$, ovunque esse siano applicate.
Ma se $\vec{r} \times \vec{F}_{ext} \neq 0$, allora il corpo ruota.

## Moti rotazionali

- $\vec{p}_{tot} = \vec{p}_{cm} \Rightarrow \vec{p}_{intorno\ al\ cm} = 0$
- $\vec{L}_{0\,tot} = \vec{L}_{0\,cm} + \vec{L}_{0\,intorno\ al\ cm}$
- $E_{k_{tot}} = E_{k_{cm}} + E_{k_{intorno\ al\ cm}}$
- Coordinate rispetto al centro di massa
  $\vec{r}_i = \vec{r}_{cm} + \vec{r}_i'$
- **Momento di inerzia**
  $$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i'^2 = \int_{volume} r^2 dm$$
- **Momento angolare** di un oggetto composito
  $$\vec{L}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i'^2 \vec{\omega} = I\vec{\omega}$$
- **Equazioni della dinamica**
  - $\sum \vec{F}_{ext} = M_{tot}\vec{a}_{cm}$
  - **Momento delle forze esterne** $\sum \vec{M} = \sum \vec{r} \times \vec{F}_{ext} = I\vec{\alpha}$
- Momento di torsione
  $M = -k\theta$
- **Accelerazione angolare**
  $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
- Energia cinetica rotazionale
  $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- En. cinetica traslazionale
  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

## Analogie

| Traslazionale | Rotazionale |
|---|---|
| $\vec{a}$ | $\vec{\alpha}$ |
| $\vec{v}$ | $\vec{\omega}$ |
| $m$ | $I$ |
| $\vec{F}$ | $\vec{r} \times \vec{F}$ |
| $\vec{p}$ | $\vec{L}_0$ |

## Esempi di analogie

| | |
|---|---|
| $\vec{F} = m\vec{a}$ | $\vec{r} \times \vec{F} = I\vec{\alpha}$ |
| $\vec{p} = m\vec{v}$ | $\vec{L}_0 = I\vec{\omega}$ |
| $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ | $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$ |

## Alcuni momenti di inerzia

| | |
|---|---|
| Anello ideale | $I = \frac{1}{2} m r^2$ |
| Cilindro/disco | $I = \frac{1}{2} m r^2$ |
| Sfera | $I = \frac{2}{5} m r^2$ |
| Asta sottile | $I = \frac{1}{12} m l^2$ |

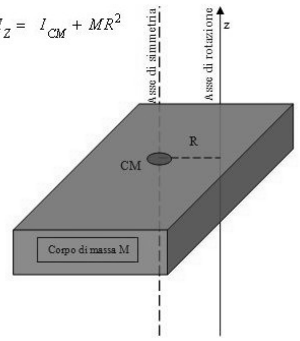
| | |
|---|---|
| Proiettile | $I = mr^2$ |

l'altezza $h$ non conta

## Urti

- Teorema degli assi paralleli

$I_z = I_{CM} + MR^2$




## Rotolamento

- Equazioni del rotolamento
  - $v = \omega r$
  - $a = \alpha r \Rightarrow \alpha = \frac{a}{r}$
- $\vec{v}_{assoluta} = \vec{v}_{cm} + \vec{\omega} \times \vec{R}$
  - *Con $\vec{v}_{contatto} = 0$ si ha rotolamento **puro**.*
    $\vec{v}_{cm} = -\vec{\omega} \times \vec{R}$
- Momento di inerzia di un rotolamento
  $I = mk^2$

| | |
|---|---|
| Cilindro | $k = \frac{r}{\sqrt{2}}$ |
| Sfera | $k = \sqrt{2/5}\, r$ |
| Anello | $k = r$ |

## Alcuni raggi rotatori

| Scivolamento | Rotolamento |
|---|---|
| Ogni punto ha $\vec{v}$ uguale | Il punto di contatto ha $\vec{v} = 0$. *Si può approssimare per $dt \to 0$ come una rotazione attorno al punto di contatto* |

# Elettromagnetismo

- **Forza di Coulomb**

$$\vec{F} = \pm k\frac{q_1 q_2 \vec{e}_r}{r^2} \Longrightarrow \Delta U = -\oint_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} \Longrightarrow U = \frac{kq_1q_2}{r}$$

- Costante di Coulomb

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

- Intensità del campo elettrico nel punto $q$

(*dove $q$ è la carica puntiforme inserita per misurare l'intensità, e $Q$ è la carica della fonte*)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{kQ\vec{e}_r}{r^2}$$

- Densità di carica

| | |
|---|---|
| Volumica | $\rho = \frac{Q}{V}$ |
| Superficiale | $\sigma = \frac{Q}{A}$ |
| Lineare | $\lambda = \frac{Q}{l}$ |

- Volume della sfera

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- Carica

$$Q = \rho V = \sigma A = \lambda l$$

- Campo elettrico di una distribuzione continua di carica

$$\vec{E} = \int \frac{kdq}{r^2}\vec{e}_r \overset{dq=\rho dv}{\Longrightarrow} \int_{volume} \frac{k\rho dv}{r^2}\vec{e}_r$$

- **Flusso** attraverso una superficie orientata

$$d\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{n}\,ds$$

- **Teorema di Gauss** (<u>*applicabile solo a figure simmetriche*</u>)

$$\Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \oint_{\substack{superficie\\chiusa}} \vec{E}\cdot\vec{n}\,ds = \int_{volume}\frac{\rho dv}{\varepsilon_0}$$

normale del campo

- Inoltre:

$\Phi_E = EA$

*Se il campo è costante si può portare fuori dall'integrale, e $\oint_s ds$ è la superficie.*

## Alcune superfici di solidi

- Cubo: $A = 6l^2$
- Sfera: $A = 4\pi r^2$

- **Potenziale**

$$V = \frac{U}{q} = \frac{kQ}{r}$$

- **Differenza di potenziale**

$$\Delta V_{A\to B} = V_B - V_A = -\oint_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

- Potenziale in $A$ associato ad $E$ generato da distr. carica cont.

$$V_A = \int_{volume}\frac{kdq}{r} \overset{dq=\rho dv}{\Longrightarrow} \int_{volume}\frac{k\rho}{r}dv = k\int_{volume}\frac{\rho(x,y,z,t)}{r(x,y,z,t)}dv$$

- Condizioni d'equilibrio elettrostatico
  - $\vec{E}_{interno} = 0$
  - Cariche in eccesso solo alla superficie.
  - $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

- Proprietà dei collegamenti serie/parallelo

| | Serie | Parallelo |
|---|---|---|
| Resistenze | | |
| Condensatori | $Q_1 = Q_2$<br>$V_1 = V_2 \Leftrightarrow C_1 = C_2$ | $Q_1 \neq Q_2 \Leftrightarrow C_1 \neq C_2$<br>$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$ |

- $dU = dW = Vdq$
- Energia dentro un condensatore a facce piane parallele

$$U = \frac{E^2 A\varepsilon_0 d}{2}$$

- Costante dielettrica dell'aria

$K = 1$

- Capacità di un condensatore con dielettrico

$C_{con\ dielettrico} = C\cdot K$

- Carica che attraversa la superficie $ds$ nel tempo $dt$

$Q_{tot}(dt) = n\cdot Volume\cdot q = n\cdot vds\cdot q$

- **Densità di corrente**

$\vec{J} = qn\vec{v}$

$J = \frac{I}{s}$

- Flusso di corrente attraverso la superficie $ds$

$\vec{J}\cdot\vec{n}ds$

$\vec{J}\perp\vec{n} \Longrightarrow Flusso = 0$

- **Legge di Ohm**

$V = RI$

- **Legge di Joule** (*potenza in un conduttore*)

$P = VI = RI^2$

- **Forza magnetica ($\vec{F}\perp\vec{v}$)**

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = i\vec{l}\times\vec{B}$

- **Forza di Lorentz**

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B} = q\vec{E} + i\vec{l}\times\vec{B}$

*Con $\vec{B}$ costante, non si crea $\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = 0$*

- Momento di un dipolo magnetico

$\mu = i(\pi a^2)$

- **Legge di Biot-Savart**

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}i\cdot\frac{d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}i\cdot\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

- **Legge di Ampère** (*sulla <u>circuitazione del perimetro</u>*)

$$\oint_{\substack{linea\\chiuse}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

## Variazione del campo elettrico di alcune figure simmetriche


| | $E$ dentro | $E$ fuori | Legenda |
|---|---|---|---|
| Punto | | $\pm\frac{kq}{r^2}\ \alpha\ \frac{1}{r^2}$ | *$q$ è la carica del punto.*<br>*$r$ è la distanza dove si effettua la misura.* |
| Sfera fisso | $\frac{kQr}{R^3} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r\ \ \alpha\ r$ | $\frac{kQ}{R^2}\ \alpha\ \frac{1}{r^2}$ | *r: raggio interno, dove si effettua la misura.*<br>*R: raggio esterno, della sfera.* |
| Cilindro | $\frac{r\lambda}{2\varepsilon_0}\ \ \alpha\ r$ | $\frac{\lambda}{2\pi R\varepsilon_0}\ \alpha\ \frac{1}{r}$ | *r: raggio interno, dove si effettua la misura.*<br>*R: raggio esterno, dove si effettua la misura.* |
| Linea | | $\frac{\lambda}{2\pi R\varepsilon_0}\ \alpha\ \frac{1}{r}$ | *R: raggio esterno, dove si effettua la misura.* |
| Piano | | $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\ \ \alpha\ 1$ | |
| Anello (infinitesimo) (sull'asse di simmetria uscente) | $x \ll r$<br>$2\pi\sigma K\ \ \alpha\ 1$ | $x \gg r$<br>$\frac{kQx}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}\ \alpha\ \frac{1}{x^2}$ | *x: distanza dal centro dell'anello.*<br>*Vicino all'asse, tutti i contributi si annullano.*<br>*Distante dall'asse di simmetria, l'anello è come una carica puntiforme: $E_y = E_z = 0$.* |
| Dipolo elettrico | | $E \approx k\frac{p}{x^3}$ | A grande distanza.<br>*Come se le cariche fossero unite* |

- Momento di un dipolo elettrico

$p = (2q)\cdot a$

- Energia per unità di volume in un condensatore a facce piane parallele

$$u_e = \frac{U}{Volume} = \frac{E^2\varepsilon_0}{2}$$

## Proprietà dei vari tipi di condensatori

| | Campo elettrico | Potenziale | Capacità |
|---|---|---|---|
| A lastre piane indefinite parallele | $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ | $V = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$ | $C = \frac{A\varepsilon_0}{d}$ |
| Cilindrico | $E = \frac{\lambda}{2\pi R\varepsilon_0}$ | $V_{rR} = V_R - V_r = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\ln(\lvert\frac{R}{r}\rvert)$ | $C = \frac{A\varepsilon_0}{d} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln(\lvert\frac{R}{r}\rvert)}$ |
| Sferico | $E = \frac{kQ}{R^2}$ | $V_{rR} = V_R - V_r = KQ\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$ | $C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R}-\frac{1}{r}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 Rr}{r-R}$ |
| Punto (*r: raggio del punto*) | $E = \frac{kQ}{r^2}$ | $V = \frac{kQ}{r}\Big\rvert_r^{+\infty} = \frac{kQ}{r}$ | $C = 4\pi\varepsilon_0 r$ |

## Caratteristiche dei principali componenti elettrici

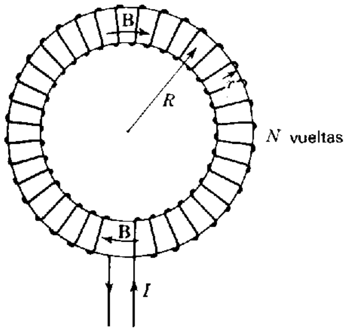
| | Resistenza | Condensatore | Induttanza |
|---|---|---|---|
| Formula | $R = \frac{\rho l}{s} = \frac{l}{\sigma s}$<br>*ρ: resistività*<br>*σ: conducibilità* | $C = \frac{Q}{V}$ | $L = \frac{\Phi_B}{i} = \frac{\varepsilon}{\frac{di}{dt}}$ |
| Tensione | $V = Ri(t)$ | $V = \frac{Q}{C} = \frac{\int i(t)\,dt}{C}$ | $V = L\frac{di(t)}{dt}$ |
| Energia immagazzinata | $U_R = \int_{t_1}^{t_2} R\cdot(I(t))^2 dt$ | $U_C = W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$ | $U_L = \frac{1}{2}Li^2$ |

## Variazione del campo magnetico di alcune figure simmetriche

| | $B$ dentro | $B$ fuori | Legenda |
|---|---|---|---|
| Cilindro / filo (*per il filo, B solo fuori*) | $\frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2}\ \alpha\ \frac{1}{a}$ | $\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\ \alpha\ \frac{1}{r}$ **<u>FILO</u>** | *r: raggio interno/esterno, dove si effettua la misura.*<br>*R: raggio del cilindro conduttore* |
| Spira (infinitesima) (sull'asse di simmetria uscente) | $\frac{\mu_0 i}{2a}$ | $\frac{\mu_0 ia^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$ | *a: raggio della spira.*<br>*x: distanza dal centro di simmetria.* |
| Dipolo magnetico | | $B \approx \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}$ | A grande distanza.<br>*Come se la spira diventasse un punto nel quale non circola corrente.* |
| Toroide | $\frac{\mu_0 Ni}{2\pi a}$ (*al centro del conduttore*) | 0 | *N: n° di spire.*<br>*i: contributi di correntie di ogni spira.*<br>*I = Ni: corrente totale.* |
| Solenoide | $\frac{\mu_0 I}{L} = \frac{\mu_0 Ni}{L} = \mu_0\,ni$ | 0 | *$n = \frac{N}{L}$: n° di spire per unità di lunghezza*<br>*I: corrente totale.* |

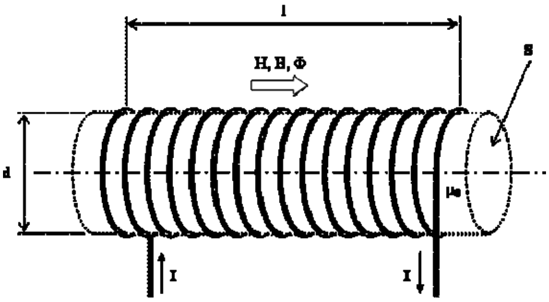
- Densità di corrente
  $\rho = \frac{i}{Area} = \frac{i}{Volume}$
- Flusso magnetico
  $\Phi_B = \oint_{superficie} \vec{B} \cdot \vec{n}\, ds$
- Con campo magnetico costante:
  $\Phi_B = BA$
- **Legge di Faraday**
  $f.e.m. = \varepsilon = -\frac{d}{dt}\Phi_{B\ \substack{superficie \\ concatenata \\ al\ circuito}}$
- Corrente
  $I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$
- Forza di attrito elettro-magnetico
  $(v) = ilB = \frac{B^2 l^2}{R} \cdot v$
- Coefficiente di autoinduzione
  $L = \frac{\Phi_B}{i}$
- Costante di tempo
  $\tau = RC = \frac{L}{R}$

Toroide




$$W = U = \int_0^{+\infty} P dt$$

Solenoide




- Induttanza di un solenoide ($S = S_{superficie}$ *come in figura sopra*)
  $L = \mu_0 \frac{N}{L} S$
- Densità di energia in un solenoide
  $\frac{U_L}{Volume} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$
- Flusso magnetico all'interno di un solenoide
  $\Phi_B = N \cdot (B(t) \cdot A_{rea})$

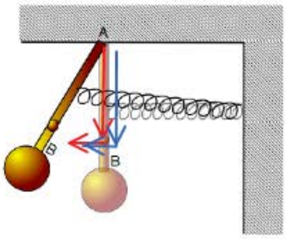
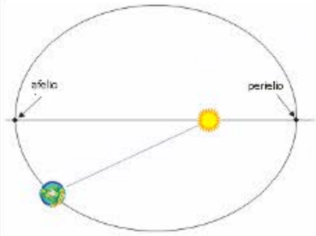
# Principi della dinamica o leggi di Newton

1. $\sum \boldsymbol{F_{ext} = 0 \Rightarrow a = 0}$
   *Un corpo mantiene il proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché una forza non agisce su di esso.*
2. $\sum \boldsymbol{F = ma} = \frac{dp}{dt}$
   *L'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale e nella stessa direzione della forza netta agente su di esso, è invece inversamente proporzionale alla sua massa.*
3. $\boldsymbol{F_{1\to2} = F_{2\to1}}$
   *Per ogni forza che un corpo A esercita su di un altro corpo B, ne esiste istantaneamente un'altra uguale in modulo e direzione, ma opposta in verso, causata dal corpo B che agisce sul corpo A.*

## Principi di conservazione

| | Analitico | Riassuntivo | Visivo |
|---|---|---|---|
| **Quantità di moto** ($\vec{p} = m\vec{v}$) | **$dt$ infinitesimo:** 1. $\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$ 2. $\vec{F}_{ext} \neq 0$ 1. $\vec{F}_{impulsiva} \Rightarrow \Delta\vec{p} \neq 0$ 2. $\vec{F}_{non\ impulsiva} \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$ <br> **$\Delta t$ finito:** 1. $\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$ 2. $\vec{F}_{ext} \neq 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} \neq 0$ *(almeno una componente diversa da zero)* <br> Urti: Corpi liberi: $\vec{p}$ si conserva; Corpi vincolati: $\vec{p}$ può non conservarsi | $\vec{p} = cost. \Longrightarrow \vec{F}_{ext} = 0$ <br> $(\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt})$ | Il vettore $\vec{p} = m\vec{v}$ deve rimanere costante in modulo **e in direzione:** l'andamento di $\vec{p}$ deve essere rettilineo ed uniforme. **Può conservarsi su alcuni assi:** *Può conservarsi su x se le forze esterne agiscono solo su y, come la forza peso mg o reazioni vincolari al piano.* $\vec{p}$ non si conserva in presenza di un vincolo. La molla non è in grado di creare $\vec{F}_{impulsiva}$. |
| **Energia meccanica** ($E = U + K$) | • Agiscono solo forze conservative $\Longrightarrow dE_{mecc} = 0 \Longleftrightarrow E_{mecc} = cost.$ <br> • Ci sono forze non conservative **che non fanno lavoro** $\Longrightarrow W = \oint_A^B \vec{F} d\vec{s} = 0$ <br> • Non si sposta $\Longrightarrow d\vec{s} = 0 \Longleftrightarrow \vec{s} = cost.$ <br> Se $\vec{F} \perp \vec{s}$ si può ancora conservare. <br> Urti: Elastici: $E_k$ si conserva; Anelastici: $E_k$ non si conserva | $E = cost. \Longrightarrow W_{ext} = 0$ <br> $(W = \Delta K = -\Delta U)$ | Negli urti anelastici non si conserva, in quanto durante l'urto avviene una deformazione che trasforma l'energia meccanica in altre forme di energia. In quelli elastici si conserva. Non si conserva in presenza di attrito. *(esempio delle palline di pongo: se l'urto è abbastanza forte, le due palline si uniscono, la massa cambia e di conseguenza cambia l'energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2$)* |
| **Momento angolare** ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$) | • $\vec{F} = 0$ *(non ci sono forze)* <br> • $\vec{r} = 0$ *($\vec{F}$ è applicata al polo)* <br> • $\vec{r} \parallel \vec{F}$ | $\vec{L} = cost. \Longrightarrow \vec{M} = 0$ <br> $(\sum \vec{M} = \sum \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt})$ | Si conserva non appena si sceglie il polo nel punto nel quale vengono esercitate forze non nulle. Si conserva nel moto circolare uniforme, perché $\vec{r} \parallel \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{centripeta}$. |

## Esempi

| |   |   |
|---|---|---|
| **Quantità di moto** ($\vec{p} = m\vec{v}$) | Non si conserva perché è presente il vincolo $A$ che fa $\vec{F}_{impulsiva}$. | Si conserva, perché $\vec{F}_{ext} = 0$. |
| **Energia meccanica** ($E = U + K$) | Non si conserva perché l'urto è anelastico. | Si conserva, perché agiscono solo forze conservative.<br>Inoltre, il lavoro è nullo perché l'orbita è una curva chiusa. |
| **Momento angolare** ($\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$) | Si conserva durante l'urto, ed esso ha un'unica componente, in questo caso entrante nel foglio.<br>$\vec{L}$ prima l'urto è rappresentato dal prodotto vettore tra i vettori blu, ed $\vec{L}$ dopo l'urto è rappresentato dal prodotto vettore tra i vettori rossi. Essi coincidono (*anche se nel disegno sono shiftati per rappresentarli*).<br>• Conservazione di $\vec{r}$: prima dell' urto, per $t_{prima} \nearrow t_{urto}$ (*subito prima*), la palla si trova alla stessa distanza della palla al tempo $t_{dopo} \searrow t_{urto}$ (*subito dopo*).<br>• $\vec{L}$ si conserva perché $\vec{M} = 0$, perché $\vec{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{0}$**, perché la molla non crea una forza impulsiva**, e l'unica forza impulsiva presente ha braccio nullo (quella del vincolo, punto $A$). | Si conserva nei punti di massima distanza (*afelio*) e di minima distanza (*perielio*), perché il vettore $\vec{r}$ e il vettore $\vec{p}$ rimangono uguali in modulo, e tra loro c'è sempre un angolo di 90°. |

## Tipi di energia

| | | |
|---|---|---|
| Energia cinetica $E_K$ | Traslazionale | $\frac{1}{2}mv^2$ |
| | Rotazionale | $\frac{1}{2}I\omega^2$ |
| Energia potenziale $E_U$ | Gravitazionale | $mgh$ |
| | Gravitazionale | $-\frac{Gm_1m_2}{r}$ |
| | In una molla | $\frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ |

- $v_{cm} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ (*sempre*)
- $v_{cm} = \omega r$ (*rotolamento*)
- $v_{cm} = -\vec{\omega} \times \vec{R}$ (*rotolamento **puro***)

*In un moto rotazionale oscillatorio è zero quando l'oggetto si trova all'estremità ed è massima quando si trova al centro.*

# Utility

**Formule degli angoli che differiscono di un angolo retto**

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\operatorname{sen}\alpha$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\cot\alpha$$

**Formule degli angoli complementari (la loro somma è un angolo retto)**

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \operatorname{sen}\alpha$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cot\alpha$$

**Formule degli angoli associati del terzo quadrante**

$$\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$$

$$\operatorname{sen}(\pi+\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha$$

$$\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$$

**Formule degli angoli associati del secondo quadrante**

$$\cos(\pi-\alpha) = -\cos\alpha$$

$$\operatorname{sen}(\pi-\alpha) = \operatorname{sen}\alpha$$

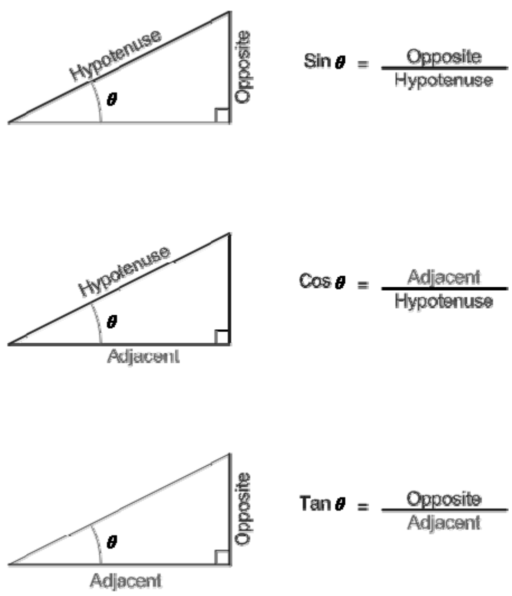
$$\tan(\pi-\alpha) = -\tan\alpha$$

**Formule degli angoli opposti**

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$




## Multipli e sottomultipli

| | | |
|---|---|---|
| $10^{-18}$ | $a$ | *atto* |
| $10^{-15}$ | $f$ | *femto* |
| $10^{-12}$ | $p$ | *pico* |
| $10^{-9}$ | $n$ | *nano* |
| $10^{-6}$ | µ | *micro* |
| $10^{-3}$ | $m$ | *milli* |
| $10^{0}$ | | |
| $10^{3}$ | $k$ | *kilo* |
| $10^{6}$ | $M$ | *mega* |
| $10^{9}$ | $G$ | *giga* |
| $10^{12}$ | $T$ | *tera* |
| $10^{15}$ | $P$ | *peta* |
| $10^{18}$ | $E$ | *exa* |

# Unità di misura

| | | |
|---|---|---|
| $\vec{p}$ | Quantità di moto | $kg \cdot m \cdot s^{-1}$ |
| $F$ | Forza | $N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$ |
| $W$ | Lavoro | $J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = V \cdot C$ |
| E | Energia | $J$<br>$eV = 1{,}60217646 \cdot 10^{-19} J$<br>$kWh = 3{,}6 \cdot 10^6 J$ |
| $\vec{L}$ | Momento angolare | $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$ |
| $\vec{M}$ | Momento delle forze esterne | $N \cdot m \neq J$ |
| $P$ | Potenza | $W = J \cdot s^{-1} = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} = V \cdot A$<br>$= \Omega \cdot A^2$ |
| $I$ | Momento di inerzia | $kg \cdot m^2$ |
| ω | Velocità angolare | $s^{-1} = Hz\ [\,rad \cdot s^{-1} = rad \cdot Hz\,]$ |
| α | Accelerazione angolare | $s^{-2} = Hz^2\ [\,rad \cdot s^{-2} = rad \cdot Hz^2\,]$ |
| $Q, q$ | Carica elettrica | $C = s \cdot A$ |
| λ | Densità lineare | $kg \cdot m^{-1} = C \cdot m^{-1}$ |
| σ | Densità superficiale | $C \cdot m^{-2}$ |
| ρ | Densità volumica | $C \cdot m^{-3}$ |
| $E$ | Campo elettrico | $N \cdot C^{-1} = V \cdot m^{-1}$ |
| $\Phi_E$ | Flusso del campo elettrico | $N \cdot m^2 \cdot C^{-1}$ |
| $V, \Delta V$ | Potenziale elettrico, $f.e.m.$, tensione elettrica | $V = J \cdot C^{-1} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$ |
| $I$ | Corrente | $A = C \cdot s^{-1} = V \cdot \Omega^{-1} = W \cdot V^{-1}$ |
| $R$ | Resistenza | $\Omega = V \cdot A^{-1} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$ |
| $C$ | Capacità | $F = C \cdot V^{-1} = s^4 \cdot A^2 \cdot m^{-2} \cdot kg^{-1}$ |
| $L$ | Induttanza | $H = V \cdot s \cdot A^{-1} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$ |
| $B$ | Campo magnetico | $T = V \cdot s \cdot m^{-2} = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$ |
| $\Phi_B$ | Flusso del campo magnetico | $Wb = V \cdot s = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$ |
| $\vec{J}$ | Densità di corrente | $A \cdot m^{-2}$ |
| $p$ | Momento di dipolo magnetico | $A \cdot m^2 = J \cdot T^{-1}$ |
| $\mu_0$ | Permeabilità magnetica del vuoto | $H \cdot m^{-1} = T \cdot m \cdot A^{-1}$ |
| $\varepsilon_0$ | Costante dielettrica del vuoto | $C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$ |
| $k$ | Costante di Coulomb | $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$ |

## Valori di alcune costanti

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m, circa pari a $\mu_0 = 1,25663706144... \cdot 10^{-6}$ H/m.

$$\varepsilon_0 = 8,85418781762 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.987\ 551\ 787\ 368\ 176\ 4 \cdot 10^9 \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}$$