FMI, Info, Anul I
Semestrul I, 2016/2017
Logică matematică şi computaţională
Laurenţiu Leuştean,
Alexandra Otiman, Andrei Sipoş

Seminar 3

(S3.1) Daţi exemple, pe rând, de relaţii care:

(i) sunt reflexive şi tranzitive, dar nu sunt simetrice;

(ii) sunt reflexive şi simetrice, dar nu sunt tranzitive;

(iii) sunt simetrice şi tranzitive, dar nu sunt reflexive.

(S3.2) Fie $R \subseteq A \times A$ o relaţie descrisă în fiecare situaţie de mai jos. Verificaţi, pe rând, dacă R este relaţie de ordine parţială, strictă sau totală sau relaţie de echivalenţă.

(i) $A = \mathbb{N}$ şi $(a, b) \in R$ dacă şi numai dacă $a \mid b$.

(ii) $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ şi $(a, b)R(c, d)$ dacă şi numai dacă $a \leq b$ sau $b \leq d$.

(iii) $A = \mathbb{N}$ şi $(a, b) \in R$ dacă şi numai dacă $b = a$ sau $b = a + 1$.

(iv) A este mulţimea tuturor cuvintelor în limba engleză şi $(a, b) \in R$ dacă şi numai dacă a nu este mai lung ca b.

Definiţia 1. *Fie A o mulţime şi $n \in \mathbb{N}$. Spunem că A* **are** n **elemente** *dacă este echipotentă cu $\{j \in \mathbb{N} \mid 1 \leq j \leq n\}$ (mulţime notată şi $\{1, ..., n\}$).*

Definiţia 2. *O mulţime A se numeşte* **finită** *dacă există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât A are n elemente.*

Definiţia 3. *O mulţime se numeşte* **infinită** *dacă nu e finită.*

(S3.3) Fie $n \in \mathbb{N}$ şi A o mulţime infinită. Să se arate că există $B \subseteq A$ astfel încât B are n elemente.

(S3.4) Fie A, B mulţimi a.î. există $f : B \to A$ injectivă. Arătaţi, pe rând, următoarele:

(i) Dacă B este infinită, atunci şi A este infinită.

(ii) Dacă B este infinită şi A este numărabilă, atunci B este numărabilă. În particular, orice submulţime infinită a unei mulţimi numărabile este numărabilă.