

FMI, Info, Anul I  
Semestrul I, 2016/2017  
Logică matematică și computațională  
Laurențiu Leuştean,  
Alexandra Otiman, Andrei Sipoș

## Seminar 2

### (S2.1)

- (i) Demonstrați că orice intervale deschise  $(a, b)$ ,  $(c, d)$  ale lui  $\mathbb{R}$  sunt echipotente.
- (ii) Demonstrați că  $(0, 1)$ ,  $(0, 1]$ ,  $[0, 1)$ ,  $[0, 1]$  și  $\mathbb{R}$  sunt echipotente.

(S2.2) Fie  $X$  o mulțime. Să se arate că nu există o funcție surjectivă cu domeniul  $X$  și codomeniul  $\mathcal{P}(X)$ .

(S2.3) Arătați, pe rând, următoarele:

- (i)  $\mathbb{N}^*$  este numărabilă.
- (ii)  $\mathbb{Z}$  este numărabilă.
- (iii)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  este numărabilă.

(S2.4) Arătați, pe rând, următoarele:

- (i) Produsul cartezian a două mulțimi numărabile este numărabil.
- (ii) Produsul cartezian al unui număr finit ( $\geq 2$ ) de mulțimi numărabile este numărabil.

**Definiția 1.** O familie de mulțimi  $(A_i)_{i \in I}$  se numește **disjunctă** dacă pentru orice  $i, j \in I$  cu  $i \neq j$  avem  $A_i \cap A_j = \emptyset$ .

(S2.5) Fie  $(A_i)_{i \in I}$  o familie de mulțimi. Pentru orice  $i \in I$  notăm  $A'_i := \{i\} \times A_i$ . Să se arate că  $A'_i \sim A_i$  pentru orice  $i \in I$  și că  $(A'_i)_{i \in I}$  este o familie disjunctă de mulțimi.