FMI, Info, Anul I
Semestrul I, 2016/2017
Logică matematică şi computaţională
Laurenţiu Leuştean,
Alexandra Otiman, Andrei Sipoş

Seminar 4

(S4.1) Arătaţi, pe rând, următoarele:

(i) Dacă A este finită şi B este numărabilă, atunci $A \cup B$ este numărabilă.

(ii) Dacă I este o mulţime numărabilă şi $(A_i)_{i\in I}$ este o familie disjunctă de mulţimi numărabile, atunci $\bigcup_{i\in I} A_i$ este numărabilă.

(iii) Dacă I este o mulţime numărabilă şi $(A_i)_{i\in I}$ este o familie de mulţimi numărabile, atunci $\bigcup_{i\in I} A_i$ este numărabilă.

(iv) $\mathbb{Q}$ este numărabilă.

(S4.2) Să se arate că mulţimea $Form$, a formulelor logicii propoziţionale, este numărabilă.

(S4.3) Fie următoarele propoziţii exprimate în limbaj natural:

(i) Merg în parc dacă îmi termin treaba şi nu apare altceva.

(ii) Este necesar să nu plouă ca să putem observa stelele.

(iii) Treci examenul la logică numai dacă înţelegi subiectul.

(iv) Treci examenul la logică dacă faci o prezentare de calitate.

Transpuneţi-le în formule ale limbajului formal al logicii propoziţionale.

(S4.4) Să se arate că pentru orice formulă φ, numărul parantezelor deschise care apar în φ coincide cu numărul parantezelor închise care apar în φ.

(S4.5) Să se dea o definiţie recursivă a mulţimii variabilelor unei formule.

(S4.6) Să se arate că pentru orice $e : V \to \{0, 1\}$ şi pentru orice formule φ, ψ avem:

(i) $e^+(\varphi \vee \psi) = e^+(\varphi) \mathbf{\vee}\, e^+(\psi)$;

(ii) $e^+(\varphi \wedge \psi) = e^+(\varphi) \mathbf{\wedge}\, e^+(\psi)$;

(iii) $e^+(\varphi \leftrightarrow \psi) = e^+(\varphi) \boldsymbol{\leftrightarrow} e^+(\psi)$.

(S4.7) Să se demonstreze că pentru orice x_0, x_1, x_3, x_4 din $\{0, 1\}$ avem:

(i) $((x_0 \rightarrow x_1) \rightarrow x_0) \rightarrow x_0 = 1$;

(ii) $(x_3 \rightarrow x_4) \rightarrow ((x_4 \rightarrow x_1) \rightarrow (x_3 \rightarrow x_1)) = 1$.