

FMI, Info, Anul I  
 Semestrul I, 2016/2017  
 Logică matematică și computațională  
 Laurențiu Leuștean,  
 Alexandra Otiman, Andrei Sipoș

## Seminar 13

(S13.1) Să se arate că pentru orice formule  $\varphi, \psi$  și orice variabilă  $x \notin FV(\varphi)$ ,

$$\varphi \models \exists x\varphi \quad (1)$$

$$\forall x(\varphi \wedge \psi) \models \varphi \wedge \forall x\psi \quad (2)$$

$$\exists x(\varphi \vee \psi) \models \varphi \vee \exists x\psi \quad (3)$$

$$\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \models \varphi \rightarrow \forall x\psi \quad (4)$$

$$\exists x(\psi \rightarrow \varphi) \models \forall x\psi \rightarrow \varphi \quad (5)$$

(S13.2) Fie  $\mathcal{L}$  un limbaj de ordinul I. Să se arate că:

(i) pentru orice formule  $\varphi, \psi$  și orice variabilă  $x$ ,

$$\forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x\varphi \rightarrow \forall x\psi)$$

este validă (A2);

(ii) pentru orice formulă  $\varphi$  și orice variabilă  $x$  cu  $x \notin Var(\varphi)$ ,

$$\varphi \rightarrow \forall x\varphi$$

este validă (A3);

(iii) pentru orice variabilă  $x$  și orice termen  $t$  cu  $x \notin Var(t)$ ,

$$\exists x(x = t)$$

este validă (A4).

(S13.3) Să se axiomatizeze:

- (i) clasa mulțimilor strict ordonate care au un element minimal;
- (ii) clasa mulțimilor strict ordonate care au un element maximal;
- (iii) clasa mulțimilor strict ordonate cu proprietatea că orice element are un unic succesor.

**(S13.4)** Să se axiomatizeze următoarele clase de grafuri:

- (i) grafurile complete;
- (ii) grafurile care au cel puțin un drum de lungime 3;
- (iii) grafurile care au cel puțin un ciclu de lungime 3;
- (iv) grafurile cu proprietatea că orice vârf are exact o muchie incidentă;
- (v) grafurile infinite.