FMI, Info, Anul I
Semestrul I, 2016/2017
Logică matematică şi computaţională
Laurenţiu Leuştean,
Alexandra Otiman, Andrei Sipoş

Seminar 8

(S8.1) Să se arate că pentru orice mulţime de formule Γ şi orice formule φ, ψ,

$$\Gamma \cup \{\psi\} \vdash \varphi \text{ şi } \Gamma \cup \{\neg\psi\} \vdash \varphi \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash \varphi.$$

(S8.2) Să se arate, folosind substituţia, că formula

$$\chi := (((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6) \land (\neg(v_4 \to v_{10}) \to v_2)) \to ((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6)$$

este tautologie.

(S8.3)

(i) Să se arate că mulţimea modelelor unei mulţimi satisfiabile şi finite de formule este infinită.

(ii) Găsiţi o mulţime infinită de formule care nu este semantic echivalentă cu nicio mulţime finită de formule.

Definiţia 1. *Un* **graf (neorientat)** *este o pereche* (X, E) *unde* X *e o mulţime şi* E *este o relaţie ireflexivă şi simetrică pe* X*. Spunem că un graf* (X, E) *este* **finit** *(respectiv* **numărabil***) dacă* X *este finită (respectiv numărabilă).*

Definiţia 2. *Fie* (X, E) *un graf şi* $k \in \mathbb{N}$*. O* k**-colorare a lui** (X, E) *este o funcţie* $c : X \to \{0, ..., k-1\}$ *astfel încât pentru orice* $x, y \in X$ *cu* $(x, y) \in E$ *avem* $c(x) \neq c(y)$*. Spunem că* (X, E) *este* k**-colorabil** *dacă există o* k*-colorare a lui* (X, E)*.*

Definiţia 3. *Fie* (X, E)*,* (X', E') *grafuri. Spunem că* (X', E') *este* **subgraf al lui** (X, E) *dacă* $X' \subseteq X$ *şi* $E' \subseteq E$*.*

(S8.4) Fie (X, E) un graf numărabil şi $k \in \mathbb{N}$. Arătaţi că dacă orice subgraf finit al lui (X, E) este k-colorabil, avem că şi (X, E) este k-colorabil.