TAMS27
Sammanfattning

Martin Söderén
marso329@student.liu.se
900929-1098

October 15, 2015

1 Kontinuerlig tvådimensionell stokastiskt variabel

1.1 Täthetsfunktion

En täthetsfunktions

$$f(x,y)$$

duger om den uppfyller:

$$f(x,y) \geq 0 \text{ för alla x,y}$$

$$\int_{R^2} f(x,y)dxdy = 1$$

1.2 Marginella täthetsfunktioner

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dy$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)dx$$

1.3 övrigt

$$P(X < Y) = \int_0^{\infty} \int_0^{Y} f_{X,Y}(x,y)dxdy$$

2 Betingad sannolikhet

$$P(X = j|Y = k) = \frac{P(X = j, Y = k)}{P(Y = k)}$$

$$(X = j|Y = k) =$$

$$\frac{P(Y = j|X = k)P(X = k)}{P(Y = k)}$$

$$f_{X|Y=y(x)} = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(t,y)dt}$$

3 Räkneregler

$$P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|C)P(C)$$

4 Väntevärde

Säger vart massan är belägen i genomsnitt

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx$$

$$E(X) \text{ betecknas ibland } \mu$$

Vid likformig fördelning på (a,b):

$$E(X) = (a+b)/2$$

5 Varians

Spridningsmått som anger hur sprid täthetsfunktionen är.

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_X(x)dx$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_x(x)dx$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Betecknas ibland σ^2
Vid likformig fördelning på (a,b):

$$V(X) = (b-a)/\sqrt{12}$$

6 Kovarians

$$C(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$E[XY] = \sum\sum xyP(X = x, Y = y)$$

$$E(X) = \sum\sum x * f_{X,Y}(x,y)$$

7 korrelation

$$\rho(X,Y) = \frac{C(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$$

8 min och max

$$P(a*min(X,Y) > b) = P(min(X,Y) > \frac{b}{a})$$

$$= P(X > \frac{b}{a})P(Y > \frac{b}{a})$$

9 Oberoende stokastiska variabler

Två stokastiska variabler är oberoende om och endast om följande är uppfyllt:

$F_{X,Y}(x,y) = F_X(x)F_Y(y)$ för alla x och y

9.1 Summa av stokastiska variabler

Om alla variabler är oberoende och fördelade enligt $N(\mu,\sigma)$ så är summan fördelad enligt:

$$N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$$

där n är antalet variabler OBS:

$$P(X \leq x) = P(\frac{X-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}})$$

Om man har två variabler $X = N(x, y)$ och Y=N(a,b) och vill veta sannolikheten att $X > Y$ så söker man $X - Y > 0$. Som har väntevärde x-a och standardavvikelse $\sqrt{y^2 + b^2}$
väntevärde för en summa av stokastiska variabler:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

10 Centrala gränsvärdessatsen

Om man har en mängd stokastiska variabler

$$X_1, X_2....X_n$$

som är normalfördelade

$$N(x, y)$$

och man skapar en stokastisk variabel av summan

$$Y = \sum_{1}^{i} X_i$$

så är y fördelad approximativt

$$N(nx, ny^2)$$

11 Poisson fördelning

Sannolikhetsfunktionen är exponentiell. Beskrivs bäst med ett exempel: Anta att en intensitet följer en poissonprocess så det sker x gånger per timme. Du vill veta hur stor sannolikheten är det detta sker k gånger under y timmar.

$$\mu = xy$$

sannolikheten att det sker k gånger är(obs k=0 innebär att det sker en gång):

$$p_X(k) = \frac{\mu^k}{k!}e^{-\mu}$$

$$P_X(X > x) = 1 - P_X(X \leq x) = 1 - \sum_{k=0}^{x} P_X(X = k)$$

12 Binomial fördelning

sannolikhet p att A inträffar i ett enskilt försök. Om n oberoende försök utförs och X är antalet gånger som A inträffar så är X BIN(n,p)

$$Bin(\mu, \sigma) \approx Poi(\mu\sigma)$$

$$Bin(\mu, \sigma) \approx N(\mu\sigma, \mu\sigma(1 - \sigma))$$

13 Exponential fördelning

Om en händelse är exponentialfördelad med $\lambda = 3$ så är sannolikheten ett det sker efter x tidsenheter

$$e^{-\lambda x}$$

täthetsfunktion

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

fördelningsfunktion:

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

14 Normalfördelning

14.1 normalisering

antag att man har X som är N(x,y) som ej är på normalform dvs $X \neq N(0, 1)$ och man vill veta $P(X \leq z)$

$$P(X \leq z) = P(\frac{X - x}{\sqrt{y}} \leq \frac{z - x}{\sqrt{y}}) = \Phi(\frac{z - x}{\sqrt{y}})$$

$$P(a < X \leq b) = \Phi(b) - \Phi(a)$$