

Identificazione parametrica in un modello di meccanica respiratoria

Mastrofini Alessandro

alessandro.mastrofini@alumni.uniroma2.eu

Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

1 Introduzione

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac

orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

2 Background

L'identificazione di sistemi è un insieme di tecniche che si prefigge lo scopo di identificare i parametri e il sistema tale da descrivere un certo fenomeno. La prima grande distinzione vede la separazione di due tecniche: identificazione parametrica e non parametrica. La prima parte stimando un modello del fenomeno e punta ad identificare i parametri che lo rappresentano. L'identificazione non parametrica, invece, procede senza conoscere il modello del fenomeno, al più ne stima alcune caratteristiche, e punta ad identificare il sistema che meglio lo descrive.

In questo caso si parte da un modello ben noto, un modello di meccanica polmonare lineare descritto da un circuito RLC, e se ne identificano i parametri descrittivi.

2.1 Sistema RLC

Il circuito RLC (fig. 2) permette, seguendo l'analogia elettrica, di descrivere un modello approssimato della meccanica respiratoria. Il modello prevede una serie di resistenza, induttore e capacità. Sulla base dell'analogia tra la corrente elettrica e il flusso polmonare è possibile rappresentare, in un modello a parametri concentrati, le componenti di compliance e resistenza elastica dei polmoni [1].

Questo modello permette di affrontare i casi fisiologici in cui il flusso entrante nei polmoni è predominante rispetto al flusso bloccato (flusso che invece aumenta notevolmente in caso di patologie ostruttive). L'analogia vede l'associazione della differenza di pressione alla differenza di potenziale, la corrente al flusso d'aria e l'induttanza come un'inertanza, ovvero la differenza di pressione richiesta per causare una variazione unitaria nel tasso di variazione del flusso nel tempo.

In un caso paziente specifico sarebbero necessarie misure sperimentali così da ottenere il modello reale sul quale effettuare l'identificazione. In questo caso, non avendo a disposizione dati sperimentali, si utilizzano dei dati noti in letteratura [2].

- $R = 0.1 \left[\frac{\text{cmH}_2\text{O s}}{\text{L}} \right]$
- $L = 0.01 \left[\frac{\text{cmH}_2\text{O s}^2}{\text{L}} \right]$
- $C = 0.1 \left[\frac{\text{L}}{\text{cmH}_2\text{O}} \right]$

In questo modello semplificato si considerano un'unica resistenza e un'unica compliance che vanno a rappresentare la complessiva e la capacità di accumulare aria del sistema respiratorio nel suo complesso. Quindi la resistenza R porta con sé il contributo resistivo delle vie aeree, dei tessuti polmonari e della parete toracica. La capacità C rappresenta il compliance dei tessuti e della parete toracica.

L'obiettivo è la predizione della pressione alveolare p_A e della sua risposta dinamica a differenti forme d'onda di pressione applicare all'apertura delle vie aeree p_{ao} .

Applicando la prima legge di Kirchhoff al circuito in fig. 2 si ottiene:

$$p_{ao} = L \frac{di}{dt} + Ri + p_a \quad (1)$$

Dove vale il legame:

$$i = C \frac{dp_a}{dt} \quad (2)$$

Da cui si ricava la funzione di trasferimento:

$$H(s) = \frac{P_a(s)}{P_{ao}(s)} = \frac{1}{1 + sRC + s^2LC} \quad (3)$$

Questo mostra come p_a è interamente dipendente da p_{ao} e il sistema è un sistema con configurazione open-loop.

2.2 Identificazione dei parametri

Non avendo a disposizione dati paziente specifici sulla meccanica respiratoria i dati verranno generati tramite la procedura `rlc_fun.m` che restituisce la risposta del circuito RLC fornendogli in ingressi i parametri del sistema.

A questo può essere aggiunto anche del rumore.

2.3 Algoritmo di Nelder–Mead

Una volta assunto come modello del sistema la funzione di trasferimento di un circuito RLC, per stimare i parametri è necessario definire una funzione obiettivo. Tale funzione rappresenta la differenza tra la risposta misurata (vera) del sistema e quella stimata:

$$\underline{e} = \underline{y}^{\text{pred}} - \underline{y}^{\text{mis}} \quad (4)$$

E la ricerca dei parametri corretti punta alla minimizzazione della funzione obiettivo definita come:

$$E = \frac{1}{2} \|\underline{e}\|^2 \quad (5)$$

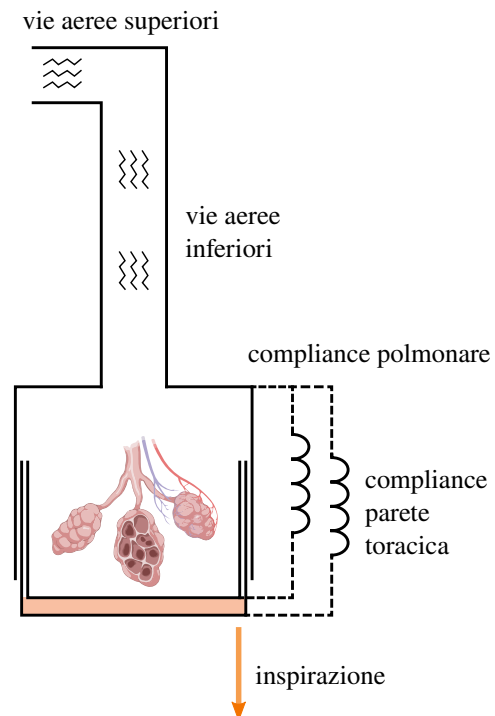


FIG. 1: Astrazione di polmoni, parete toracica e spazio pleurico

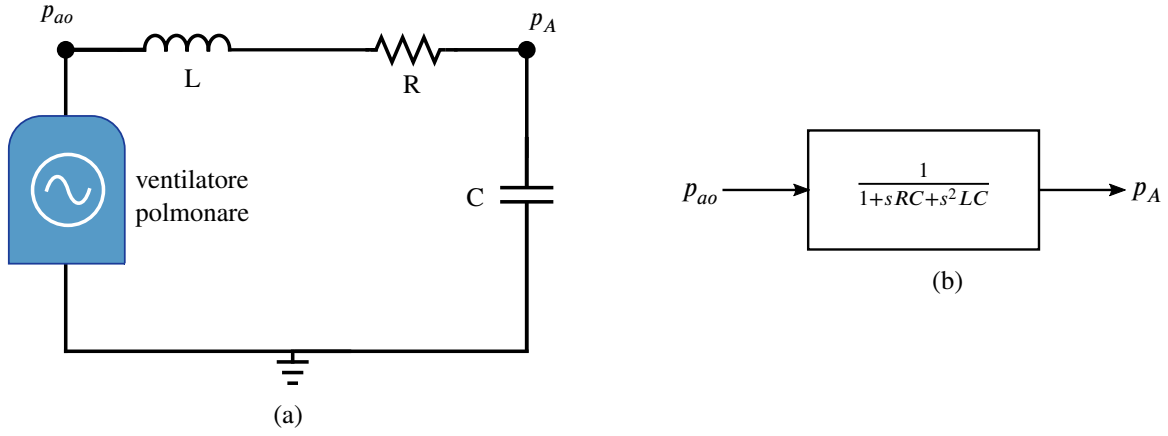


FIG. 2: Circuito RLC rappresentante la meccanica polmonare (a); sistema open loop rappresentante il circuito RLC (b)

Uno dei possibili modi per affrontare questo problema consiste nell'affidarsi alla routine di Matlab nota come `fminsearch()`. Tale procedura si occupa di restituire i parametri ottimali. In particolare, questa funzione sfrutta l'algoritmo di Nelder Mead [3]. Tale metodo non fa uso di derivate e si basa sul concetto di un semplice approssimando il punto di ottimo locale in n variabili.

2.4 Metodo di Gauss-Newton

Un'alternativa è il metodo di Gauss-Newton. Il metodo, diversamente dal precedente, richiede di portare in conto anche le derivate.

La minimizzazione dell'eq. (5) è un problema non lineare ai minimi quadrati. La soluzione numerica sfrutta il metodo di Gauss Newton. Come il metodo di Newton, si impone la stazionarietà, condizione che si riflette sulla j^{ma} componente:

$$(\nabla E)_j = \sum_k e_k \cdot \frac{\partial e_k}{\partial p_j} \quad (6)$$

Ovvero tale differenziazione corrisponde a premoltiplicare per la matrice di sensibilità J :

$$\nabla E = \underline{\underline{J}}^T \underline{e} \quad (7)$$

Utilizzando quindi l'algoritmo di Newton l'iterazione al passo $k + 1$ cercherà i parametri (\underline{p}) come:

$$\underline{p}^{(k+1)} = \underline{p}^{(k)} - [\nabla(\nabla E)]^{-1} (\nabla E) \Big|_{\underline{p}^k} \quad (8)$$

Per l'approssimazione introdotta da Gauss [5] è possibile trascurare le componenti quadratiche dovute alla derivata seconda:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 E)_{ij} &= \frac{\partial^2 E}{\partial p_j \partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(e_k \frac{\partial e_k}{\partial p_j} \right) \\ &= \frac{\partial e_k}{\partial p_i} \frac{\partial e_k}{\partial p_j} + e_k \frac{\partial^2 e_k}{\partial p_j \partial p_i} \end{aligned} \quad (9)$$

Ovvero considerare l'iterazione semplicemente come:

$$\underline{p}^{(k+1)} = \underline{p}^{(k)} + \underline{h}^{(k)} \quad (10)$$

Dove l'incremento sarà:

$$\underline{h}^{(k)} = - \left[\underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{J}} \right]^{-1} \cdot \underline{\underline{J}}^T \underline{e} \Big|_{\underline{p}} (k) \quad (11)$$

3 Metodi

Dunque il problema di identificazione parametrica viene affrontato come un problema di minimizzazione che porta a trovare i parametri ottimali. Sono quindi riportate le due differenti analisi.

3.1 Minimizzazione

Nel primo metodo si utilizza la routine di Matlab `fminsearch()`. La risposta vera del sistema viene calcolata tramite la routine `rlc_fun.m` che si occupa, una volta fornitegli i coefficienti R , L , C e l'ingresso, la risposta del sistema dinamica. Una volta generati i dati corrispondenti alla risposta vera del sistema è possibile procedere all'ottimizzazione.

Si richiama allora la procedura `fminsearch()` fornendogli la funzione obiettivo, il punto iniziale e le variabili necessarie per il calcolo della funzione obiettivo (ingresso e discretizzazione temporale). La funzione obiettivo è presente all'interno della routine `onj_fun.m` e si occupa di fare la differenza tra l'uscita vera e quella predetta. L'uscita predetta viene calcolata ad ogni iterazione sfruttando la procedura di `rlc_fun.m` andando a calcolare la risposta del sistema RLC con i parametri aggiornati di volta in volta mediante l'algoritmo di Nelder-Mead.

Effettuando un primo test, con rumore gaussiano, è possibile stimare i parametri.

	Vero	Iniziale	Stimato	Errore relativo
R	0.100	0.150	0.119	0.197
L	0.010	0.008	0.012	0.206
C	0.100	0.280	0.083	0.169

TAB. 1: Risultati dell'ottimizzazione con `fminsearch()` considerando 3 parametri.

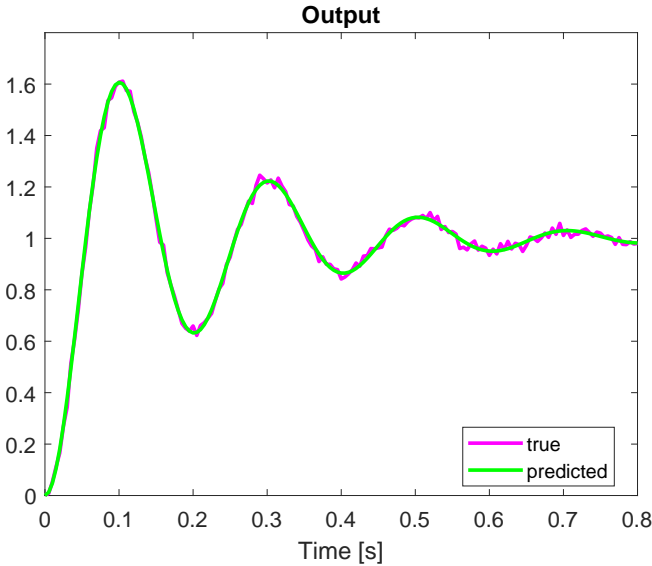


FIG. 3: Confronto tra la risposta vera (con aggiunta di rumore gaussiano) e la risposta stimata dopo aver ottimizzato i parametri (caso iniziale con 3 parametri). La risposta viene stimata correttamente e la procedura di stima va ad effettuare una sorta di filtraggio del rumore.

Inoltre, è possibile estrarre alcune informazioni dal processo di ottimizzazione. In particolare, si vede come nonostante la risposta del sistema viene stimata correttamente (fig. 3), l'errore sui parametri è piuttosto alto (Tab. 1).

3.2 Non identificabilità strutturale

Il problema, per come è stato posto, presenta una formulazione sbagliata. Infatti, andando a calcolare la matrice di sensibilità si vedono alcuni problemi. La matrice di sensibilità non è altro che l'insieme delle derivate della misura n^{ma} rispetto al j_{mo} parametro. Calcolando quindi numericamente lo Jacobiano è possibile fare alcune considerazioni. Per calcolarlo è sufficiente perturbare rispetto al j^{mo} parametro e calcolarne la derivata come rapporto incrementale tra la risposta del sistema con ingresso perturbato e lo stato non perturbato rispetto la perturbazione:

$$J_i = \frac{y_{\text{pert}} - y_{\text{ref}}}{|\text{pert}_i|} \quad (12)$$

I risultati numerici mostrano come la matrice ha un numero di condizionamento molto alto $1.856 \cdot 10^7$ ma

sembrerebbe avere rango massimo. Tuttavia, andando ad indagare i valori singolari si vede come uno dei tre è in realtà molto piccolo, abbastanza da poter essere considerato numericamente nullo. Nonostante il software percepisce un numero diverso da zero questo è in realtà nullo ed indica come nel problema c'è una dipendenza tra i parametri.

Questo è legato al fatto che nella risposta di trasferimento in realtà i parametri sono soltanto due, dati dal prodotto dei tre valori numerici legati ai componenti circuitali:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= L * C \\ \theta_2 &= R * C \end{aligned} \quad (13)$$

3.3 Parametri ottimi

Considerando quindi il problema nella sua versione ben condizionata è possibile procedere a stimare i parametri θ_1 e θ_2 . In particolare è possibile analizzare il risultato ottenuto considerando diversi ingressi, mostrati in fig. 4.

Per farlo viene riorganizzato il codice in modo da racchiudere la generazione dei dati e l'ottimizzazione in due procedure che possono essere richiamate di volta in volta con i differenti ingressi. Con tutti gli ingressi testati l'errore rimane sotto il 2% pur mantenendo una certa variabilità tra le differenti iterazioni.

4 Conclusioni

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque pe-

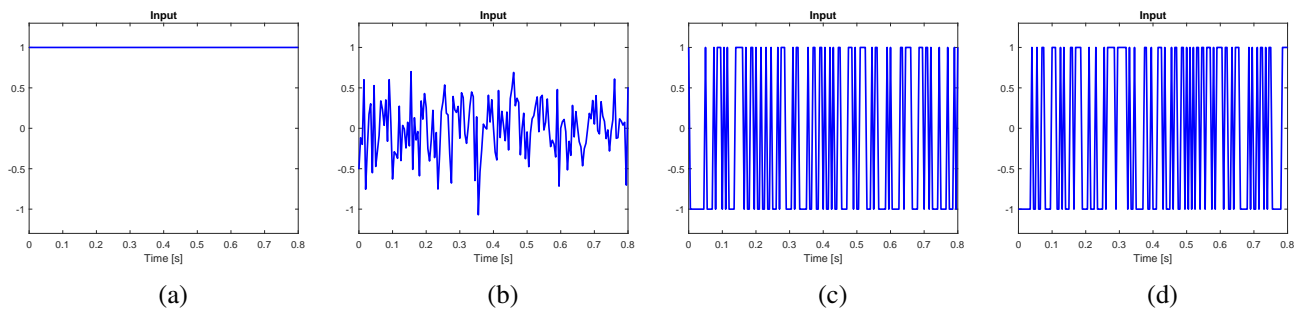


FIG. 4: Differenti ingressi utilizzati per stimolare il sistema RLC. Ingresso a gradino (a); ingresso di tipo binario random (b); segnale gaussiano random (c); segnale binario pseudorandomico (d). I segnali sono stati generati tramite il comando `idinput()` appositamente per l'identificazione di sistemi [4].

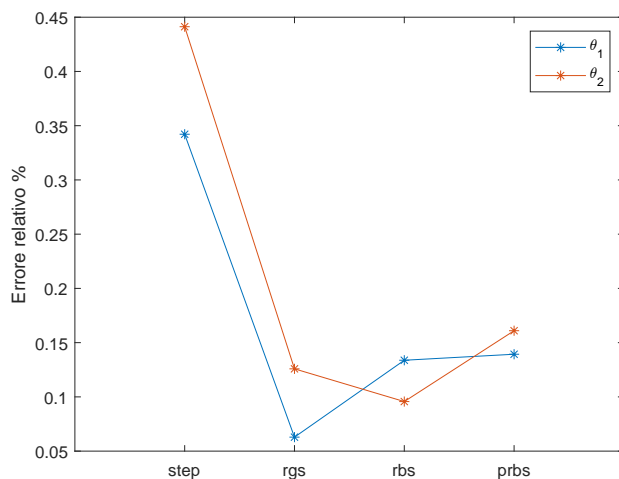


FIG. 5: Errore sui due parametri con i differenti segnali di ingresso utilizzati. Tra differenti ripetizioni dell'algoritmo l'errore potrebbe variare (sia a causa del metodo che della randomicità degli ingressi)

natibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Disponibilità dei dati

Riferimenti

- [1] Pardis Ghafarian, Hamidreza Jamaati, and Seyed Mohammadreza Hashemian. "A Review on Human Respiratory Modeling". en. In: (), p. 9.
- [2] Michael C. K. Khoo. *Physiological control systems: analysis, simulation, and estimation*. en. Second edition. IEEE Press series in biomedical engineering. Piscataway, NJ : Hoboken, New Jersey: IEEE Press ; Wiley, 2018. ISBN: 978-1-119-05533-4.
- [3] Jeffrey C. Lagarias et al. "Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions". en. In: *SIAM Journal on Optimization* 9.1 (Jan. 1998), pp. 112–147. ISSN: 1052-6234,

1095-7189. DOI: 10.1137/S1052623496303470.
URL: <http://epubs.siam.org/doi/10.1137/S1052623496303470> (visited on 04/01/2022).

- [4] MathWorks Matlab. *Generate input signals to support system identification*. URL: <https://it.mathworks.com/help/ident/ref/idinput.html>.

- [5] Jorge Nocedal and Stephen J. Wright. *Numerical optimization*. 2nd ed. Springer series in operations research. OCLC: ocm68629100. New York: Springer, 2006. ISBN: 978-0-387-30303-1.

Appendice

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam.

Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.