Материалы для подготовки к вступительным экзаменам в Академию больших данных МАDE

Линейная алгебра

- Решений систем линейных уравнений: методы Гаусса и Жордана, построение общего решения. Определитель матрицы, вычисление через разложение или рекуррентные формулы, подстановки. Метод Крамера решения системы линейных уравнений.
- Векторные пространства, линейные операторы, линейная (не)зависимость, базис, матричные операции (транспонирование, обращение, миноры, ранг, умножение), замена базиса и матрицы перехода, подпространства как фундаментальная система решений.
- Собственные числа и собственные векторы матрицы, характеристический многочлен, аннулирующий многочлен. Диагонализируемость матрицы, Жорданова нормальная форма. Аналитические функции от матриц. Теорема Перрона-Фробениуса для Марковской цепи.
- Евклидовы пространства. Скалярное произведение, его свойства. Ортогональный базис и сопряженные операторы в Евклидовом пространстве. Ортогонализация Грама-Шмидта.
- Билинейные и квадратичные формы, формула перехода к новому базису, положительная/неотрицательная определенность квадратичной формы, критерий Сильвестра, приведение квадратичной формы к каноническому виду, в том числе, с использованием ортогональных преобразований.

Список источников

Учебные пособия:

- Ильин, В. А., & Позняк, Э. Г. (2004). Линейная алгебра: Учебник для вузов. М.: Физматлит.
- Курош, А. Г. (2008). Курс высшей алгебры. Учебник для вузов. СПб.: Лань.
- Кострикин, А. И. (2004). Введение в алгебру. М.: ФизМатЛит.
- Винберг, Э. Б. (1999). Курс алгебры. М.

Задачники:

- Прасолов В.В. (1996). Задачи и теоремы линейной алгебры, М.: Наука.
- Проскуряков И.В. (2010). Сборник задач по линейной алгебре, М.: Лань.
- Кострикин, А.И. (2018). Сборник задач по алгебре, М.: ФизМатЛит.

Математический анализ

- Числовые последовательности и пределы, признаки сходимости, существование предела и методы вычисления. Числовые ряды, признаки сходимости, абсолютная и условная сходимость.
- Функции одной переменной, непрерывные функции и типы разрывов, асимптоты. Производная, методы вычисления, использование при исследовании функции на экстремумы и построение графика функции.
- Функциональные последовательности и ряды. Признаки существования предела и сходимости, равномерная сходимость. Ряды Тейлора и Маклорена.
- Функции многих переменных, частные производные, градиент, производная по направлению, предел функции, нахождение экстремумов.
- Условный экстремум и метод множителей Лагранжа.
- Неявные функции. Вычисление производной, анализ.

- Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы и переходы к пределу под интегралом, равномерная сходимость.
- Кратные интегралы и их вычисление. Интеграл по кривой и по поверхности, использование при вычислении площади и объема, тела вращения. Формула Остроградского-Стокса.

Список источников

Учебные пособия:

- Фихтенгольц, Г. М. (1968). Основы дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3.
- Зорич, В. А. (2007). Математический анализ.—В 2-х ч. М.: МЦНМО.
- Кудрявцев, Л. Д. (1981). Курс математического анализа. Высшая школа.
- Ильин, В. А., & Позняк, Э. Г. (2005). Основы математического анализа. Физматлит.

Задачники:

• Демидович, Б. П. (1966). Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов.

Дифференциальные уравнения

- Линейные уравнения первого порядка, метод вариации постоянной, теорема существования и единственности.
- Уравнения с разделяющимися переменными, уравнения в полных дифференциалах и метод интегрирующего множителя, замены и методы сведения, уравнения Бернулли и Риккати.
- Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение однородного случая, неоднородное уравнения с квазимногочленом в правой части.
- Линейные дифференциальные уравнения второго порядка, определитель Вронского и формула Остроградского-Лиувилля.
- Системы линейных дифференциальных уравнений, устойчивость решений по Ляпунову.

Список источников

Учебные пособия:

• Понтрягин, Л. С. (2001). Обыкновенные дифференциальные уравнения. Регулярная и хаотическая динамика.

Задачники:

• Филиппов, А. Ф. (2009). Сборник задач по дифференциальным уравнениям. URSS.

Теория вероятностей и Математическая статистика

- Аксиоматика вероятностного пространства, дискретный и непрерывный случаи. Формула полной вероятности. Случайные события и случайные величины. Функция плотности и распределения, совместные распределения.
- Свойства и числовые характеристики распределений, математическое ожидание, дисперсия, ковариация, моменты.
- Условные функции плотности и распределения, условное математическое ожидание.
- Распределения дискретных случайных величин (Бернулли, биномиальное, Пуассона) и непрерывных случайных величин.
- Нормальное распределение, свойства, центральная предельная теорема и закон больших чисел.
- Точечные оценки параметров, свойства несмещенности, эффективности и состоятельности, предельные случаи. Метод максимального правдоподобия, метод моментов.

- Интервальные оценки, доверительный интервал, уровень значимости.
- Проверка статистических гипотез. Ошибки первого/второго рода.
- Проверка не независимость случайных величин.
- Проверка гипотез о параметрах распределения при (не)известных значениях математического ожидания и дисперсии.

Список источников

Учебные пособия:

- Ивченко, Г. И., & Медведев, Ю. И. (2010). Введение в математическую статистику.
- Гнеденко, Б. В., & Хинчин, А. Я. (1952). Элементарное введение в теорию вероятностей. Государственное издательство технико-теоретической литературы.
- Ширяев, А. Н. (1989). Вероятность: Учебное пособие. Наука.
- Крамер, Г., Монин, А. С., Петров, А. А., & Колмогоров, А. Н. (2003). Математические методы статистики. Регулярная и хаотическая динамика.

Задачники:

- Кибзун, А. И., Горяинова, Е. Р., Наумов, А. В., & Сиротин, А. Н. (2002). Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. Физматлит.
- Зубков, А. М., Севастьянов, Б. А., & Чистяков, В. П. (2009). Сборник задач по теории вероятностей. Лань.

Дискретная математика, комбинаторика и теория графов

- Множества и операции над ними, мощность множества, формула включений исключений.
- Основные комбинаторные тождества: перестановки, размещения, сочетания; случаи с повторениями. Принцип Дирихле. Бином Ньютона, треугольник Паскаля и свойства биномиальных коэффициентов.
- Свойства бинарных отношений (рефлексивность, транзитивность, (а/анти)симметричность), частичный и линейный порядок на множестве.
- Производящие функции последовательности и множеств. Задание комбинаторных задач в терминах регулярных языков с однозначным разбором.
- Функции алгебры логики. Исчисление высказываний, логика предикатов первого порядка.
- Графы, определения, задачи обхода графа и поиска компонент связности, поиска идеального паросочетания, проверки на ацикличность, нахождения кратчайших расстояний, изоморфизма графов, раскраски графов, укладки графа на плоскость. Случайные графы как вероятностная модель графов. Двудольные графы, деревья, поиск максимального остовного дерева, Гамильтоновы и Эйлеровы циклы/пути.

Список источников

Учебные пособия:

- Яблонский, С. В. (2010). Введение в дискретную математику. Высш. шк.
- Новиков, Ф. А. (2008). Дискретная математика для программистов. Питер.
- Виленкин, Н. Я., Виленкин, А. Н., & Виленкин, П. А. (1969). Комбинаторика. Наука, Главная редакция физико-математической литературы.
- Кузнецов, О. П. (2007). Дискретная математика для инженера. Лань.
- Оре, О. (1968). Теория графов. Издательство" Наука", Главная редакция физикоматематической литературы.

Задачники:

• Гаврилов, Г. П., & Сапоженко, А. А. (2009). Задачи и упражнения по дискретной математике. Учебное пособие. Физматлит.

Теория алгоритмов

- Определение алгоритмической сложности по времени и памяти, определение базовых операций для работы со структурой данных. О-нотации для сложностных оценок.
- Структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек, словарь, хэш-таблица.
- Поиск в массиве, бинарный поиск, деревья сортировки. Алгоритмы сортировки массива, их сложность (гарантированная, аммортизированная).
- Представление графа в памяти компьютера. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайших путей, алгоритм Флойда-Уоршелла. Минимальное остовное дерево: алгоритмы Прима и Крускала. Задача о максимальном потоке в сети.
- Динамическое программирование. Оптимизация по времени/памяти. Применение к алгоритмам на строках.
- "Разделяй и властвуй" в практических приложениях оптимизации скорости работы алгоритма. Основная теорема о рекуррентных соотношениях и ее следствия для оценки сложности алгоритмов.

Список источников

Учебные пособия:

- Кормен, Т., Лейзерсон, Ч., Ривест, Р., & Штайн, К. (2009). Алгоритмы. Построение и анализ:[пер. с англ.]. Издательский дом Вильямс.
- Кнут, Д. Э. (2008). Искусство программирования.

Задачники:

• Задачники