

Ejercicio 1

1) $a = 63$ $b = 15$ $d = \text{MCD}(a, b) = \text{MCD}(63, 15) = 63x + 15y$

$$\begin{array}{r} 63 \overline{) 15} \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 0 \quad 5 \end{array}$$

$$63 = 15 \cdot 4 + \boxed{3} \quad \Rightarrow \quad 3 = 63 - 4 \cdot 15$$

$$15 = 3 \cdot 5 + 0 \quad \text{MCD}(a, b)$$

$$\text{MCD}(63, 15) = \text{MCD}(15, 3) = \text{MCD}(3, 0) = 3$$

$$3 = 63 \cdot x + 15 \cdot y$$

$$\boxed{3 = 63 + 15(-4)}$$

Otra manera de ordenarlo:

	q_1	q_2
	4	5
63	15	3
3	0	///

$$\begin{array}{c|c} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} & q_1 \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} & q_2 \end{array}$$

$$x = 1 \quad y = -4$$

2) $a = 1872$ $b = 360$

$$\begin{array}{r} 1872 \overline{) 360} \\ 72 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \overline{) 72} \\ 0 \quad 5 \end{array}$$

$$1872 = 5 \cdot 360 + \boxed{72} \quad \Rightarrow \quad 72 = 1872 - 5 \cdot 360$$

$$360 = 5 \cdot \boxed{72} + 0$$

$$\text{MCD}(1872, 360) = \text{MCD}(360, 72) = \text{MCD}(72, 0) = 72$$

$$\boxed{72 = 1872 \cdot 1 - 5 \cdot 360}$$

3) $a = 1386$ $b = 180$

$$d = \text{MCD}(a, b) = \text{MCD}(1386, 180) = \text{MCD}(180, 126) = \dots = 4$$

$$\begin{array}{r} 1386 \overline{) 180} \\ 1260 \\ \hline 126 \\ -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 126} \\ 54 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \overline{) 54} \\ 18 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 18} \\ 0 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$1386 = 180 \cdot 7 + 126$$

$$\rightarrow \overset{r_0}{126} = 1386 - 180 \cdot 7$$

$$180 = 126 \cdot 1 + 54$$

$$\rightarrow \overset{r_1}{54} = 180 - \overset{r_0}{126} \cdot 1 \rightarrow 180 - (1386 - 180 \cdot 7)$$

$$126 = 54 \cdot 2 + 18$$

$$\rightarrow \overset{r_2}{18} = \overset{r_0}{126} - \overset{r_1}{54} \cdot 2 \rightarrow (1386 - 180 \cdot 7) - 2(180 - 1386 + 180 \cdot 7)$$

$$54 = 18 \cdot 3 + 0$$

$$18 = (3 \cdot 1386 + (-23) \cdot 180)$$

4) $a = 455$ $b = 1235$

$$\begin{array}{r} 1235 \overline{) 455} \\ 325 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 455 \overline{) 325} \\ 130 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 130} \\ 65 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \overline{) 65} \\ 0 \\ \hline 8 \end{array}$$

	2	1	2	2
1235	455	325	130	65
325	130	65	0	///

$$\text{MCD}(a, b) = 65$$

$$65 = x \cdot 1235 + y \cdot 455$$

$$65 = 3 \cdot 1235 - 8 \cdot 455$$

	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} (3)^x & (-8)^y \\ -7 & 19 \end{pmatrix}$

5)

$a = 2366$ $b = 273$

[Büten Zar]
B.Sz

$2366 \mid 273$

$273 \mid 182$

$182 \mid 91$

$MCD(a, b) = 91$

$182 \mid 8$

$91 \mid 1$

$0 \mid 2$

$2366 = 273 \cdot 8 + 182$

$\Rightarrow 182 = 2366 - 273 \cdot 8$

$273 = 182 \cdot 1 + 91$

$\Rightarrow 91 = 273 - 182 \cdot 1$

$91 = 273 - 2366 + 273 \cdot 8$

$91 = (-1) 2366 + (9) 273$

Ejercicio 2

$$\begin{array}{r} a \overline{) 18} \\ 5 \quad 9 \end{array}$$

$$a = 18q + 5 \Rightarrow a - 5 = 18q \Rightarrow \boxed{18 \mid a - 5}$$

i) $a^2 - 3a + 11$ dividido 18

$$\left. \begin{array}{l} 18 \mid a^2 - 3a + 11 - r \\ 18 \mid a - 5 \Rightarrow 18 \mid a^2 - 5a \end{array} \right\} 18 \mid a^2 + 3a + 11 - r - (a^2 - 5a) \Rightarrow 18 \mid 2a + 11 - r$$

$$\left. \begin{array}{l} 18 \mid 2a + 11 - r \\ 18 \mid a - 5 \Rightarrow 18 \mid 2a - 10 \end{array} \right\} 18 \mid 2a + 11 - r - (2a - 10) \Rightarrow 18 \mid 21 - r \Rightarrow \boxed{r = 3}$$

ii) $4a + 1$ dividido 9

$$\boxed{r < 9}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9 \mid 4a + 1 - r \Rightarrow 18 \mid 8a + 2 - 2r \\ 18 \mid a - 5 \Rightarrow 18 \mid 8a - 40 \end{array} \right\} 18 \mid 42 - 2r \Rightarrow 9 \mid 21 - r \Rightarrow \boxed{r = 3}$$

iii) $a^2 + 7$ dividido 36

$$\boxed{r < 18}$$

$$\left. \begin{array}{l} 36 \mid a^2 + 7 - r \\ 36 \mid 2a^2 + 10a \end{array} \right\} \begin{array}{l} 36 \mid -10a - 14 + 2r \\ 36 \mid 2a - 10 \Rightarrow 36 \mid 10a - 50 \end{array} \Rightarrow 36 \mid -64 + 2r \Rightarrow 18 \mid -32 + r \Rightarrow \boxed{r = 14}$$

iv) $7a^2 + 12$ dividido 28

$$\left. \begin{array}{l} 28 \mid 7a^2 + 12 - r \\ 28 \mid 28a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 28 \mid (7a^2 + 12 - r) \cdot 4 \Rightarrow 28 \mid 48 - 4r \Rightarrow 7 \mid 12 - r$$

$$\boxed{0 \leq r < 7}$$

$$\boxed{r = 5}$$

[Büten Zar]
B.Sz

11/11/50 11/11/50 11/11/50 11/11/50

$$430 = 20x + 50y \Rightarrow 43 = 2x + 5y$$

Paso 1

$$\text{MCD}(2, 5) = 1$$

1143

OK

$$k = \frac{43}{1} = 43$$

Paso 2

$$1 = 2x_0 + 5y_0 \Rightarrow 1 = 2(-2) + 5(1)$$

$$x_0 = -2$$

$$y_0 = 1$$

Paso 3

$$43 = d \cdot 43 = (2x_0 + 5y_0) 43 = 2(\overbrace{x_0 43}^{x_1}) + 5(\overbrace{y_0 43}^{y_1})$$

$$x_1 = -2.43$$

$$Y_1 = 1.43$$

Paso 4

$$x = x_1 - h.5 \Rightarrow x = -86 - 5h$$

$$y = y_1 + h \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad y = 43 + 2h$$

x e y tienen que ser

Mayores a 0 porque son
cantidades.

$$x = -86 - 5h \geq 0 \Rightarrow \frac{-86}{5} \geq h$$

$$y = 43 + 2h \geq 0 \Rightarrow -\frac{43}{2} \leq h$$

$$-\frac{43}{2} \leq h \leq -\frac{86}{5}$$

$$-21 \leq h \leq -18$$

$$h = -21 \quad (-86 - 5(-21), 43 - 42) = (19, 1)$$

$$h = -20 \quad (-86 - 5(-20), 43 - 40) = (14, 3)^a$$

$$h = -19 \quad (-86 - 5(-19), 43 - 38) = (9, 5)$$

$$h = -18 \quad (4, 7)$$

2 Llamo x a la cantidad de juguetes para niña

" y " " niño

$$243 = 3,30x + 2,90y \quad \times 10 \Rightarrow 2430 = 33x + 29y$$

paso 1:

$$\text{MCD}(29, 33) = 1 \quad | \quad 2430 \quad \text{OK} \quad k = \frac{2430}{1} = 2430$$

paso 2:

$$1 = 33x_0 + 29y_0$$

$$33 = 29 \cdot 1 + 4 \Rightarrow 4 = 33 - 29 \cdot 1$$

$$29 = 4 \cdot 7 + 1 \Rightarrow 1 = 29 - 4 \cdot 7 \Rightarrow 1 = 29 - (33 - 29) \cdot 7$$

$$1 = (-7)33 + (8)29$$

$$x_0 = -7$$

$$y_0 = 8$$

paso 3:

$$x_1 = -7 \cdot 2430 = -17010$$

$$y_1 = 8 \cdot 2430 = 19440$$

paso 4:

$$x = -17010 - h \cdot \frac{29}{1} \Rightarrow x = -17010 - 29h$$

$$y = 19440 + h \cdot 33$$

son cantidades $\Rightarrow x \geq 0$ y $y \geq 0$

$$-17010 - 29h \geq 0 \Rightarrow -\frac{17010}{29} \geq h$$

$$19440 + 33h \geq 0 \Rightarrow -\frac{19440}{33} \leq h$$

$$-589 \leq h \leq -587$$

$$h = -587 \Rightarrow (-17010 - 29(-587), 19440 + 33(-587)) = (13, 69)$$

$$h = -588 \Rightarrow (42, 36)$$

$$h = -589 \Rightarrow (71, 3)$$

③ llamemos x a la edad actual de Juan

" y a la edad " de Pedro

$$x = 4(x-10) + 4(y-10) \Rightarrow \boxed{80 = 3x + 4y}$$

paso 1: $MCD(3,4) = 1 \quad K = 80$

paso 2:

$$\boxed{1 = 3x_0 + 4y_0} \quad \boxed{x_0 = -1}$$

$$\boxed{y_0 = 1}$$

paso 3:

$$x_1 = -1 \cdot 80 = -80$$

$$y_1 = 80$$

paso 4:

$$3(-80) + 4(80) = 80$$

$$3x + 4y = 80$$

$$3(x+80) + 4(y-80) = 0$$

$$3(x+80) = -4(y-80)$$

$$3 \mid 4(y-80) \left\{ \begin{array}{l} 3 \mid y-80 \\ MCD(3,4)=1 \end{array} \right.$$

$$y-80 = 3 \cdot h \Rightarrow \boxed{y = 3h + 80}$$

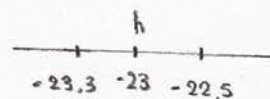
$$3x = -240 - 12h - 320 + 320$$

$$\boxed{x = -80 - 4h}$$

Como se habla de hace 10 años x e $y \geq 10$

$$3h + 80 \geq 10 \Rightarrow h \geq -\frac{70}{3} \quad -23 \leq h \leq -23$$

$$-4h \geq 90 \Rightarrow h \leq -\frac{90}{4}$$



$$\underline{h = -23}$$

$$(-80 - 4(-23), 80 - 23 \cdot 3) = \boxed{(12, 11)}$$

La edad actual de Juan es 12

La " " " Pedro es 11

Ejercicio 4

①

$$700 = 8x + 14y \Rightarrow 350 = 4x + 7y$$

paso 1: $\text{MCD}(4, 7) = 1$ $K = 350$

paso 2: $1 = 4x_0 + 7y_0$

$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

paso 3: $x_1 = 2 \cdot 350 = 700$
 $y_1 = -350$

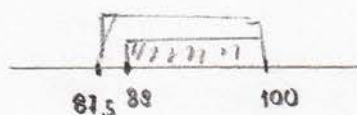
paso 4:

$$\begin{cases} x = 700 - 7h \\ y = -350 + 4h \end{cases}$$

Las cantidades tienen que ser positivas

$$700 - 7h \geq 0 \Rightarrow 100 \geq h$$

$$-350 + 4h \geq 0 \Rightarrow \frac{350}{4} \leq h$$



$$87,5 \leq h \leq 100$$

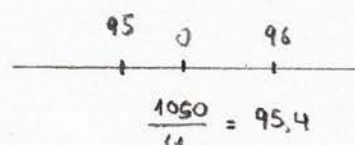
quiere que x e y sean lo mas parecidas posibles

$$f(h) = |x - y| = |700 - 7h + 350 - 4h| = |1050 - 11h|$$

cuando es cercano a 0

$$f(96) = |-6| = 6$$

$$f(95) = |-5| = 5 \Rightarrow \text{para } h = 95 \text{ las cantidades } x \text{ e } y \text{ son mas parecidas.}$$



$$h = 95$$

$$(700 - 7(95), -350 + 4(95)) = (35, 30)$$

35 trozos de 8 metros

30 trozos de 14 metros

2

Sean x e y los billetes de 100 y 50 de la caja.

Señora: 1 - 1000
3 - 10

caja: 7 - 50
6 - 100

hay 4 posibles formas de pagar los 480.

- ① 1000 - 480 y el cajero devuelve 520
- ② 1010 - 480 " 530
- ③ 1020 - 480 " 540
- ④ 1030 - 480 " 550

llamemos z a lo que devuelve el cajero

$$z = 100x + 50y$$

paso 1:

$$\text{MCD}(100, 50) = 50$$

$$50 \mid z \Rightarrow z \text{ solo puede ser } 550.$$

$$k = \frac{550}{50} = 11$$

$$11 = 2x + y$$

$$\text{MCD}(2, 1) = 1$$

paso 2:

$$1 = 2x_0 + y_0$$

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = 1$$

paso 3:

$$x_1 = 0 \quad y_1 = 11$$

paso 4:

$$x = -h \cdot 1$$

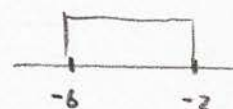
$$y = 11 + 2h$$

$$x \leq 6$$

$$y \leq 7$$

$$-h \leq 6 \Rightarrow h \geq -6$$

$$11 + 2h \leq 7 \Rightarrow h \leq -2$$



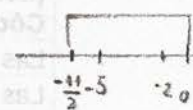
son cantidades

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$-h \geq 0 \Rightarrow h \leq 0$$

$$2h \geq -11 \Rightarrow h \geq -\frac{11}{2}$$



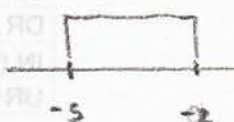
$$h = -5 \Rightarrow (5, 1)$$

$$h = -3 \Rightarrow (3, 5)$$

$$h = -4 \Rightarrow (4, 3)$$

$$h = -2 \Rightarrow (2, 7)$$

$$-5 \leq h \leq -2$$



Ejercicio 5

le llamo x a los metros e y a los centímetros.

$$0 \leq y \leq 99$$

$$(100y + x) - 68 = 2(100x + y)$$

$$\boxed{-199x + 98y = 68}$$

paso 1:

$$\text{MCD}(98, -199) = 1$$

$$1 \mid 68$$

$$\boxed{k = 68}$$

paso 2:

$$x_0(-199) + 98y_0 = 1$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 98} \\ 3 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \overline{) 3} \\ 2 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 2} \\ 1 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1} \\ 0 2 \end{array}$$

$$199 = 98 \cdot 2 + 3 \Rightarrow 3 = 199 - 98 \cdot 2$$

$$98 = 32 \cdot 3 + 2 \Rightarrow 2 = 98 - 32 \cdot 3 = 2 = 98 - 32(199 - 98 \cdot 2)$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1 \Rightarrow 1 = 3 - 2 = 1 = 199 - 98 \cdot 2 - 98 + 32 \cdot 199 - 98 \cdot 64$$

$$1 = 33 \cdot 199 - 67 \cdot 98$$

$$\boxed{x_0 = -33}$$

$$\boxed{y_0 = -67}$$

paso 3: $x_1 = -33 \cdot 68 = -2244$

$$y_1 = -67 \cdot 68 = -4556$$

paso 4: $x = -2244 + h \cdot 98$

$$y = -4556 + h \cdot (-199)$$

$$x \geq 0 \Rightarrow -2244 - h \cdot 98 \geq 0 \Rightarrow \frac{-2244}{98} \geq h$$

$$-4556 - 199h \leq 99 \Rightarrow -199h \leq 4655$$

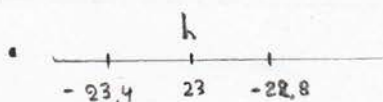
$$h \geq \frac{4655}{-199}$$

para $h = -23$

$$(-2244 - (-23) \cdot 98, -4556 + (-23) \cdot (-199))$$

$$\boxed{(10, 21)}$$

es 10 metros 21 cm.



Ejercicio 6

$$\text{Ganancia} = 245$$

Siendo x la cantidad de reliquias compradas

Siendo y la cantidad de " vendidas

$$-17x + 49y = 245$$

$$51 \leq x \leq 99$$

paso 1:

$$\text{MCD}(-17, 49) = 1$$

$$K = 245$$

paso 2:

$$1 = -17x_0 + 49y_0$$

$$x_0 = 23$$

$$y_0 = 8$$

paso 3:

$$x_1 = 23 \cdot 245 = 5635$$

$$y_1 = 8 \cdot 245 = 1960$$

paso 4:

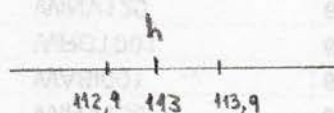
$$x = 5635 - h \cdot (49)$$

$$y = 1960 + h \cdot (-17)$$

$$x \leq 99 \Rightarrow -49h \leq -5536 \Rightarrow h \geq 112,9$$

$$x \geq 51 \Rightarrow -49h \geq -5584 \Rightarrow h \leq 113,9$$

$$y \geq 0 \Rightarrow 1960 \geq 17h \Rightarrow 115 \geq h$$



$$h = 113$$

$$x = 5635 - 5537 = 98$$

$$y = 1960 - 1921 = 39$$

$$x - y = 59$$

59 es la cantidad de reliquias por vender.

Ejercicio 7

$$42.1 + x \cdot 50 = 20 + 32 \cdot y$$

x es la cantidad de copias de 50
y es la cantidad de salas de 32.

$$50x - 32y = -22$$

$$20 \leq x \leq 40$$

Paso 1: $\text{MCD}(50, -32) = \text{MCD}(50, 32) = \dots = \text{MCD}(4, 2) = 2$

	1	1	1	3	2
50	32	18	14	4	2
18	14	4	2	0	///

$$2 \mid -22 \checkmark$$

$$k = \frac{-22}{2} = -11$$

Paso 2:

$$2 = 50x_0 - 32y_0 \Rightarrow 1 = 25x_0 - 16y_0$$

	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 7 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -9 & 16 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 & 11 \\ 16 & 25 \end{pmatrix}$

1 tomo y_0 negativo:

$$x_0 = -7$$

$$y_0 = -11$$

Paso 3: $x_1 = -7 \cdot -11 = 77$

$$y_1 = -11 \cdot -11 = 121$$

Paso 4: $x = 77 - h \cdot \left(\frac{-32}{2}\right) \Rightarrow x = 77 + 16h$

$$y = 121 + h \cdot \left(\frac{50}{2}\right) \Rightarrow y = 121 + 25h$$

$$x \leq 40 \Rightarrow 77 + 16h \leq 40$$

$$h \leq \frac{-37}{16}$$

$$x \geq 20 \Rightarrow h \geq \frac{-57}{16}$$

$$h = -3$$

Eg. inicial
sustituyo "y"
y $h = -3$

$$20 + 32(121 + 25(-3)) = 1492$$

Ejercicio 8

① Determinar los enteros w, x, y que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} w + x + y = 50 & (1) \\ w + 13x + 31y = 116 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Eq } (2) - \text{Eq } (1) = 2$$

$$12x + 30y = 66 \Rightarrow \boxed{2x + 5y = 11}$$

paso 1: $\text{MCD}(2, 5) = 1 \quad k = 11$

paso 2: $1 = x_0 \cdot 2 + y_0 \cdot 5$

$$\boxed{\begin{matrix} x_0 = -2 \\ y_0 = 1 \end{matrix}}$$

paso 3: $x_1 = -22$
 $y_1 = 11$

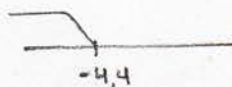
paso 4: $\boxed{x = -22 - h \cdot 5}$
 $\boxed{y = 11 + h \cdot 2}$

(sustituyo x en eq (1))
 $w = 22 + 5h - 11 - 2h + 50$
 $\boxed{w = 61 + 3h}$

② $-22 - 5h > 0 \Rightarrow -\frac{22}{5} > h$

$11 + 2h > 0 \Rightarrow -\frac{11}{2} < h$

$61 + 3h > 0 \Rightarrow -\frac{61}{3} < h$



$$\boxed{\text{para } h = -5}$$

$$(3, 1, 46)$$

$x \quad y \quad w$

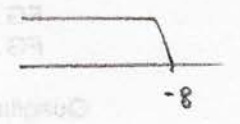
③ tal que $w > 10$
 $x > 18$
 $y > -15$

$61 + 3h > 10 \Rightarrow 3h > -51$
 $h > -\frac{51}{3}$

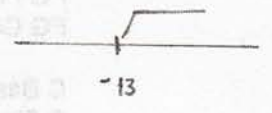


$x = -22 - 5h$
 $y = 11 + 2h$
 $w = 61 + 3h$

$-22 - 5h > 18 \Rightarrow -5h > 40$
 $h < -8$



$11 + 2h > -15 \Rightarrow 2h > -26$
 $h > -13$



$h = -9$ $(23, -7, 34)$

$h = -12, -11, -10, -9$

$h = -10$ $(28, -9, 31)$

$h = -11$ $(33, -11, 28)$

$h = -12$ $(38, -13, 25)$

Ejercicio 9

[Büten Zar]
B.Sz

① $x^2 - y^2 = 311$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 311$$

$$\left. \begin{array}{l} z = x - y \\ (x - y)(x + y) = 311 \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{z(x + y)}_{\text{Entero}} = 311 \Rightarrow z \mid 311 \Rightarrow z = 1 \text{ o } 311$$

$$z = 1: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 311 \end{cases} \Rightarrow 2x = 312 \Rightarrow x = 156 \rightarrow y = 155 \Rightarrow (156, 155) \text{ es solución}$$

En general las soluciones son: $(-156, 155), (-156, -155), (156, -155), (156, 155)$

② $x^3 + y^3 = 311$

$$x^3 + y^3 = x^3 - (-y)^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 311$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 311 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1 - y$$

$$(1 - y)^2 - y + y^2 + y^2 = 311$$

$$1 + y^2 - 2y - y + 2y^2 = 311$$

$$3y^2 - 3y - 310 = 0$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 3 \cdot (-310)}}{6} = \frac{3 \pm 60.6}{6} \begin{cases} \text{no } \in \mathbb{Z} \\ \text{no } \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1 \\ x + y = 311 \Rightarrow x = 311 - y \end{cases}$$

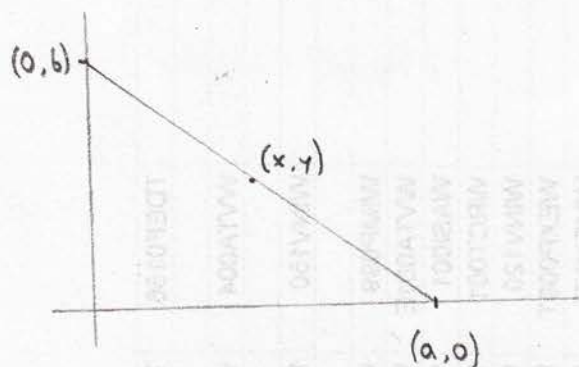
tampoco da soluciones enteras.

\Rightarrow No existen parejas (x, y) de enteros que verifiquen.

Ejercicio 10

[Büten Zar]
B.Sz

$$a, b \in \mathbb{N}$$



$$\text{Ec recta} \Rightarrow y = -\frac{b}{a}(x - a)$$

$$bx + ay = a \cdot b$$

paso 1

$$\text{MCD}(a, b) = ??$$

$$\text{MCD}(a, b) \mid a \cdot b \quad \checkmark$$

$$k = \frac{a \cdot b}{\text{MCD}(a, b)}$$

paso 2 :

paso 3 :

$$\begin{aligned} x_1 &= a \\ y_1 &= 0 \end{aligned}$$

sol particular

paso 4 :

$$x = a - h \frac{a}{\text{MCD}(a, b)}$$

$$y = 0 + h \frac{b}{\text{MCD}(a, b)}$$

$$0 \leq x \leq a$$

$$a - h \frac{a}{\text{MCD}(a, b)} \leq a \Rightarrow 1 - \frac{h}{\text{MCD}(a, b)} \leq 1$$

$$-h \leq 0$$

$$h \geq 0$$

$$0 \leq y \leq b$$

$$\frac{h \cdot b}{\text{MCD}(a, b)} \leq b \Rightarrow h \leq \text{MCD}(a, b)$$

hay " $\text{MCD}(a, b) + 1$ " puntos e al segmento
con coordenadas enteras.



PRÁCTICO 2: ECUACIONES DIOFÁNTICAS - ALGORITMO DE EUCLIDES

Ejercicio 1. En cada caso usar el Algoritmo de Euclides para calcular $d = \text{mcd}(a, b)$ y determinar una expresión de d como combinación lineal de a y de b .

1. $a = 63, b = 15$.
2. $a = 1872, b = 360$.
3. $a = 1386, b = 180$.
4. $a = 455, b = 1235$.
5. $a = 2366, b = 273$.

Ejercicio 2. Sabiendo que el resto de la división de un entero a por 18 es 5, calcular el resto de

- i) la división de $a^2 - 3a + 11$ por 18
- ii) la división de $4a + 1$ por 9
- iii) la división de $a^2 + 7$ por 36
- iv) la división de $7a^2 + 12$ por 28

Ejercicio 3.

1. Se desean comprar 430 dólares en cheques de viajero. Los cheques solamente vienen de 20 y de 50 dólares. ¿Cuántos cheques de cada cantidad deberán adquirirse?
2. Una ejecutiva compra juguetes para los niños de sus empleados por un monto de 243 dólares. Para cada niña, compra una muñeca al precio de 3,30 dólares y para cada niño un oso de peluche a 2,90 dólares. ¿Cuántos juguetes de cada tipo compró?
3. La edad actual de Juan cuadruplica la edad de Juan más la de Pedro hace diez años. ¿Qué edades, en años, tienen actualmente Juan y Pedro?

Ejercicio 4.

1. Un ingeniero necesita comprar trozos de cable de 8 y 14 metros. Como no sabe a priori cuántos trozos de cada uno serán necesarios, decide cortar de modo que salgan cantidades lo más parecidas posible. Si el cable viene en bobinas de 700 m y no se quiere desperdiciar nada, ¿cuántos trozos de 8 m y 14 m pueden obtenerse de una bobina?
2. Una persona compra un artículo que cuesta \$480. Ella tiene un billete de \$1000 y tres billetes de \$10, mientras que el cajero tiene 6 billetes de \$100 y 7 de \$50. ¿De cuántas maneras le puede dar el cajero el cambio?

Ejercicio 5. Un hombre va a una ferretería a comprar un trozo de burlete de goma de x metros con y centímetros. Pero el ferretero confunde los metros con centímetros y viceversa, cortando una cantidad distinta de la que el cliente había pedido. Sin percatarse de ello, el cliente toma su paquete y se marcha. Cuando llega a su casa, corta 68 centímetros de burlete y, para su sorpresa, descubre que le queda el doble de lo que él pensaba que había comprado.

¿Cuál es la menor cantidad de burlete (en metros y centímetros) que pudo haber pedido dicho cliente?

Ejercicio 6. Una compañía compró cierto número de reliquias falsas a \$17 cada una y vendió algunas de ellas a \$49 cada una. Si la cantidad comprada originalmente es mayor que 50 pero menor que 100 y la compañía obtuvo una ganancia de \$245, ¿cuántas reliquias faltan por vender?

Ejercicio 7. En el cambio de turno de una fábrica de cerámicas, Alex, obrero que finalizaba su trabajo, dejó preparado un embarque de baldosas para un hospital en construcción. Armó una caja de 42 baldosas y dejó escrito: “*Ostolozzo: va esta caja de 42 unidades y el resto son cajas de 50 unidades*”. El Sr. Ostolozzo, luego de subir al camión la de 42, comenzó a colocar las de 50 unidades, cuando se

preguntó: ¿cuántas de 50 hay que llevar? Subió a Administración, donde el Sr. Fernández le ayudó a buscar la información y le avisó que él sabía que eran entre 20 y 40 cajas. Lo único que encontraron era un papel que decía: “Baldosas de cerámica para el Hospital psiquiátrico Cristóbal Colón. Salas de 32 baldosas + una sala chica de 20 baldosas”.

¿Cuántas baldosas precisa el hospital?

Ejercicio 8.

1. Determinar los enteros w, x e y que satisfacen el sistema

$$\begin{cases} w + x + y = 50 \\ w + 13x + 31y = 116 \end{cases} \quad (1)$$

2. ¿Existe una solución de (1) tal que $w > 0$, $x > 0$ e $y > 0$?
3. ¿Existe una solución de (1) tal que $w > 10$, $x > 18$ e $y > -15$?

Ejercicio 9. ¿Existen dos cuadrados perfectos cuya diferencia sea 311? ¿Y dos cubos cuya suma sea 311?
[Sug. cuidado, los cubos pueden ser negativos.]

Ejercicio 10. Si $a, b \in \mathbb{N}$, ¿cuántos puntos en el plano cartesiano de coordenadas enteras hay en el segmento que tiene por extremos a los puntos $(a, 0)$ y $(0, b)$?