Proposición: Dados dos grupos $(G,*)$ y $(K,*')$ si consideramos el conjunto $G\times K = \{(g,k) : g\in G,\ k\in K\}$ con la operación coordenada a coordenada $(g,k)(g',k') = (g*g', k*'k')$ entonces obtenemos un nuevo grupo llamado producto directo de G y K.

Definición: $U(n) = \{\bar{a} : mcd(a,n) = 1\}$
$\Rightarrow (U(n),\cdot)$ es un grupo abeliano con $\varphi(n)$ elementos.

OBS: $(U(n),+)$ no es un grupo.

GRUPOS DIHEDRALES:

Estos grupos son un subconjunto de los movimientos del plano y con la composición de funciones cada uno de estos subconjuntos es un grupo. $\forall n\in\mathbb{N} : n\geq 3$, siendo n la cant. de lados de la figura

$n=3 \Rightarrow D_3 = \{Id, r_1, r_2, s_1, s_2, s_3\}$

$n=4 \Rightarrow D_4 = \{Id, r_1, r_2, r_3, s_1, s_2, s_3, s_4\}$

Proposición: $(D_n,\circ)$ es un grupo no abeliano y $|D_n| = 2n$
Estos grupos se llaman grupos dihedrales.

SUBGRUPOS:

Definición: Sea $(G,*)$ un grupo, un subgrupo de G es un subconjunto $H\subseteq G$ tal que:

1) $\forall h,h'\in H,\ h*h'\in H$
2) $e_G\in H$
3) $\forall h\in H,\ h^{-1}\in H$

Proposición: $\forall g\in G$ y $m,n\in\mathbb{Z}$

1) $g^n * g^m = g^{n+m}$
2) $g^{-n} = (g^n)^{-1}$
3) $(g^n)^m = g^{nm}$

Si $(G,*)$ es un grupo y $g\in G$, el conjunto de todas las potencias de g lo escribiremos como $\langle g\rangle$, es decir:

$\langle g\rangle = \{g^n : n\in\mathbb{Z}\}$.

Proposición: $H = \{g^m : m\in\mathbb{Z}\}$ es un subgrupo de G.