

Matemática Discreta 2

Segundo examen curso 2003

23 / 12 / 2003

Nº Examen =

Apellidos

Nombre

C.I.

- 1) a) Un comerciante compró 22 camisas en $x293y$ pesos siendo x, y dígitos (x es el dígito de las decenas de mil e y es el dígito de las unidades). Se sabe que cada camisa cuesta más de \$ 2500. ¿Cuál es el precio de cada camisa ?
- b) Una compañía compró cierto número de reliquias falsas a \$ 17 cada una y vendió algunas de ellas a \$ 49 cada una. Si la cantidad comprada originalmente es mayor que 50 pero menor que 100 y la compañía obtuvo una ganancia de \$ 245, ¿cuántas reliquias faltan por vender?
- c) Si p y q son primos distintos tales que : $a^p \equiv a \pmod{q}$ y $a^q \equiv a \pmod{p}$ entonces $a^{pq} \equiv a \pmod{pq}$
- Nota: Para a) y b) se pide desarrollar un método de resolución. No se dará puntaje a resoluciones del tipo probar todos los casos posibles.
- 2) a) Sea G un grupo abeliano tal que $|G| = 2k$ con k impar. Pruebe que G tiene un único elemento de orden 2
- b) Si $G = S_3$, ¿cuántos elementos de orden 2 tiene? ¿Contradice esto la parte a) ? Justifique.
- 3) Se considera la permutación p de S_{12} :
- $$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 5 & 12 & 3 & 8 & 7 & 4 & 1 & 11 & 9 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$
- a) Descomponer p en ciclos disjuntos
- b) Hallar el orden de p
- c) Calcular p^{107}
- d) ¿Es p una permutación par o impar? Justificar la respuesta.
- 4) Se considera el anillo $A = (Z_{36}, +, \cdot)$.
- Sea $H = \{a \in A / \exists n \text{ entero positivo} / a^n = 0\}$
- a) Hallar todos los elementos de H ¿Cuántos son ?
- b) Probar que H es un ideal de A
- c) Listar el anillo cociente A / H . ¿ Cuántos elementos tiene?
- d) Hallar las tablas de la suma y del producto en A / H
- e) Hallar un divisor de cero de A / H y probar que lo es.
- 5) Verificar mediante el uso del Algebra de Boole las igualdades:
- a) $x \bar{y}(x + y) + x \bar{y} + \bar{x} + y = 1$
- b) $(x + y)zw + \bar{z}w + \bar{z}wt = (x + y + \bar{z})w$
- Justificar los pasos y/o argumentos que se usen.

Puntajes : 1) 31 : a) 10 b) 10 c) 11
2) 16 : a) 11 b) 5
3) 16 : a) 4 b) 4 c) 5 d) 3
4) 27 : a) 6 b) 6 c) 6 d) 6 e) 3
5) 10 : a) 5 b) 5