Universidad de la República
Facultad de Ingeniería
IMERL: Matemática Discreta 2, semipresencial

Primer parcial (segunda prueba)
24 de setiembre de 2018.
Duración: 3 horas

Nombre y Apellido	Cédula de identidad

Para cada pregunta o ejercicio, deben presentar claramente el razonamiento y cálculos realizados para obtener su respuesta final. Si una implicancia es válida debido a algún teorema, proposición o propiedad, deben especificarlo. Presentar una respuesta final a la pregunta sin justificación carece de validez.

Ejercicio 1. (9 puntos)
El número de la cédula uruguaya tiene la forma $x_1x_2\dots x_7 - x_8$ donde cada $x_i, i = 1, 2\dots 8$ es un dígito de 0 a 9. El dígito verificador x_8 se calcula de la siguiente manera. Sea

$$c = \sum_{i=1}^{7} a_i \cdot x_i,$$

donde $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7) = (2, 9, 8, 7, 6, 3, 4)$. Entonces x_8 es: $r \equiv -c \pmod{10},\ 0 \leq r < 10$.

a. Verificar cuál o cuáles de las siguientes cédulas son falsas:

- Cédula (A): 5806386-7
- Cédula (B): 418160-6

b. Investigar si el dígito verificador detecta el error de copiar mal el segundo dígito.

c. Probar que el dígito verificador detecta el error de intercambiar los dos primeros dígitos x_1, x_2.

Ejercicio 2. (9 puntos)

a. Demostrar el Teorema de Euler.
Sean $a, n \in \mathbb{Z}$ tales que $\text{mcd}(a, n) = 1$, entonces: $a^{\varphi(n)} \equiv 1 (\text{mód } n)$.

b. Calcular $22^{232} \equiv (\text{mód } 9)$.

c. Calcular $22^{232} \equiv (\text{mód } 36)$.

Ejercicio 3. (12 puntos)

a. Hallar el $\text{mcd}(7^4 - 1, 11^4 - 1)$.

b. Demostrar que si $p \geq 7$ es primo entonces $240 | (p^4 - 1)$.

c. Sea $A \subset \mathbb{Z}^*$ un subjconjunto no vacío de números enteros diferentes de cero. Definimos $\text{mcd}(A) = \text{máx}\{d \in \mathbb{Z}^+ \ / \ d|a, \text{ para todo } a \in A\}$.
Probar, a partir de las partes anteriores, que: $\text{mcd}\{p^4 - 1 \ / \ p \geq 7, \ p \text{ primo } \} = 240$.