Matemática Discreta 2 Examen Enero 2003

N° Examen =

Apellidos Nombre C.I.

1) a) En un pueblo viven 5000 personas, se van de vacaciones un cierto número de ellas. De las que quedan sabemos que exactamente 7 / 11 utilizan lentes y que exactamente 273 / 296 no tienen licencia de conductor. ¿ Cuántos se van de vacaciones ?

b) Hallar los números enteros x, y , z que verifican :

$x + y + z = 100$

$x + 20y + 100z = 745$

$x \geq 10 \quad , \quad y \geq 50$

2) Sea G un grupo finito tal que $|G| = m$. Sea n un natural primo con m.

a) Probar que si $x , y \in G$ y si $x^n = y^n$ entonces $x = y$

b) Probar que para todo $a \in G$, hay un único $w \in G$ tal que $w^n = a$

3) Sea G el conjunto de todas las matrices de la forma $\begin{pmatrix} 2^k & p(x) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ donde k es un entero y *p(x)* es un polinomio en x con coeficientes racionales.

a) Mostrar que G es un grupo bajo la multiplicación de matrices

b) Sea H el subconjunto de G consistente en todas las matrices de G con $k = 0$ y *p(x)* tiene coeficientes enteros. Probar que H es un sugrupo de G. ¿ Es H subgrupo normal de G ?

4) a) Mostrar que el polinomio $x^5 + 1$ es reducible en Z_7

b) Ver si el polinomio $x^4 + x + 2$ es reducible en Z_3 . Justificar.

5) En un algebra de Boole se recuerda que se define $x \leq y$ si $x.y = x$

Supongamos que $x \leq y$, $u \leq w$

a) Probar que : $x + u \leq y + w$ (Justificar los pasos que se den)

b) Probar que : $x.u \leq y.w$ (Justificar los pasos que se den)

Puntajes :

1)	25 :	a) 10	b) 15
2)	20 :	a) 10	b) 10
3)	20 :	a) 10	b) 10
4)	20 :	a) 8	b) 12
5)	15 :	a) 8	b) 7