Matemática Discreta 2

2° Examen curso 2004 16 de Diciembre de 2004

N° Examen =

Apellidos Nombre C.I.

Nota Importante: Redactar con cuidado. La presentación y justificación de los resultados forman parte de la calificación final.

1) a) Encontrar dos enteros a y b tales que ab=1008 y mcm(a,b)=168.
b) Encontrar el natural n más pequeño tal que dividido por 2 da resto 1, dividido 3 da resto 2, dividido 4 da resto 3, dividido 5 da resto 4, dividido 6 da resto 5, dividido 7 da resto 6, dividido 8 da resto 7 y dividido 9 da resto 8 (*Sug. :* Considere n + 1)
c) Mostrar que $2^{340} \equiv 1 \quad (341)$

2) Sea (ZxZ,+) con + definido como (a,b)+(a',b')=(a+a',b+b').
a) Probar que (ZxZ,+) es un grupo abeliano.
b) Sea f:ZxZ --> Z definida por f(x,y)=x-3y (Z con la suma).
i- Probar que f es un homomorfismo de grupos y que f es sobreyectiva. ¿ Es f inyectiva?
ii ii- Hallar N=Ker f y hallar todos los elementos de ZxZ/N.
iii- Probar que ZxZ / N y Z son isomorfos. Hallar la imagen de [(1,2)] por ese isomorfismo.

3) En S_8 se considera $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ a & 5 & 7 & 2 & b & 8 & c & 1 \end{pmatrix}$
a) Hallar a, b, c para que σ tenga el mayor orden posible.
b) Para la σ que cumple a) y tal que $\sigma(1) > 4$, calcular σ^{1037}

4) Un anillo (A , + , .) se dice booleano si $a^2 = a \quad \forall a \in A$
Demostrar que si A es anillo booleano entonces:
a) A es de característica 2 y es conmutativo
b) $\forall$ a , b $\in$ A se tiene ab(a + b) = z
c) Sólo hay un anillo booleano de 4 elementos. Hallarlo.

5) Encontrar un polinomio irreducible de grado 3 en $Z_5[x]$. Justificar que lo es.

Puntajes:

1) 30 : a) 10 b) 10 c) 10
2) 16 : a) 3 b) 13 : i) 4 ii) 4 iii) 5
3) 18 : a) 9 b) 9
4) 21 : a) 7 b) 7 c) 7
5) 15