GRUPOS

Definición: Un grupo es $(G,*)$ donde G es un conjunto y $*: G\times G \to G$ una operación binaria que cumple:

1) Es asociativa: $a*(b*c) = (a*b)*c$
2) Tiene neutro: $\exists e$ tal que $a*e = e*a = a \ \forall a \in G$
3) Existen inversos: $\forall a \in G, \exists b \in G: a*b = b*a = e$

Definición: Un grupo G es abeliano si $a*b = b*a \ \forall a,b \in G$

Definición: Al $\#G$ se le llama "orden de G" y se escribe $|G|$

Propiedades

1) El neutro de G es único
2) El inv. de g es único y lo escribimos g^{-1}
3) Si e es el neutro de $G \Rightarrow e^{-1} = e$
4) El inv. de g^{-1} es g
5) $(gh)^{-1} = h^{-1} g^{-1}$
6) Prop. cancelativa $\begin{cases} gh = gh' \Rightarrow h = h' \\ hg = h'g \Rightarrow h = h' \end{cases}$
7) Dado $g,h \in G$ $\begin{cases} \exists! x \in G: gx = h \\ \exists! y \in G: yg = h \end{cases}$

TABLAS DE CALEY

Es la tabla de multiplicaciones de un grupo finito

Proposición

En la tabla de Caley de un grupo cada elemento de G aparece exactamente una vez en cada fila y en cada columna

OBS: Un grupo finito es abeliano $\longleftrightarrow$ su tabla es simétrica

Obs: El neutro aparece simétricamente en la tabla aunque no sea conmutativa

PROP: Sea $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow (\mathbb{Z}_n, +)$ es un grupo abeliano.

OBS: Cualquier grupo con 4 elementos es abeliano y tiene una tabla de Caley como $\mathbb{Z}_4$ o como $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$