# Matemática Discreta 2

**2° Parcial curso 2003** **15 / 7 / 2003**

N° Parcial =

---

Apellidos Nombre C.I.

**1)** a) Sea G un grupo tal que |G| = 100. Demostrar que G tiene un subgrupo normal no trivial (esto es, distinto de G y de {e}).

b) Sea G un grupo tal que |G| = 66

- i) Probar que existe H subgrupo **normal** de G tal que |H| = 11.
- ii) Probar que existe K subgrupo de G tal que |K| = 3.
- iii) Probar que existe S subgrupo de G tal que |S| = 33.
- iv) Probar que S es normal en G

.

**2)** a) ¿Cuál es el máximo orden de un elemento de $S_7$ ? Justificar.
Dar un ejemplo de una permutación de $S_7$ que tenga ese orden.
Calcular su cuadrado y su inverso.

b) Dados *s* = ( 1 2 3 ) y *t* = ( 1 3 4 ) de $S_4$ , hallar el subgrupo de $S_4$ con la mínima cantidad de elementos y que contiene a *s* y a *t* . Justificar. (Puede servir observar que *s* y *t* son pares).

**3)** a) Hallar un *a* natural , $110 \le a \le 126$, tal que $[a]_{165}$ es una unidad en $(Z_{165},+,.)$ y $[a]_{238}$ es una unidad en $(Z_{238},+,.)$

b) Hallar $([a]_{165})^{-1}$ en $Z_{165}$ y $([a]_{238})^{-1}$ en $Z_{238}$ .

**4)** Se considera el anillo A = $(Z_2 \times Z_8,+,.)$
Sea J = { (0,0) , (0,2) , (0,4) , (0,6) }

a) Probar que J es un ideal de A.
b) Hallar explícitamente los elementos del anillo cociente A / J.
c) Construir las tablas de la suma y producto en A / J.
d) ¿Es A / J un cuerpo ? ¿Es un dominio de integridad?. Justificar.

**5)** a) Probar : Si f(x), g(x) $\in$ K[x] (K cuerpo) tienen una raíz común ( esto es , existe *a* $\in$ K tal que f(*a*)=0 y g(*a*)=0) entonces f(x) y g(x) no son primos entre sí. (Dos polinomios son primos entre si su MCD es una constante diferente de cero)

b) Hallar todos los polinomios de 2° grado de $Z_3[x]$ que son irreducibles.
( *Sug.:* Hallar primero los polinomios mónicos irreducibles)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Puntajes : | 1) 14 : | a) 4 b) 10 | : i) 3 ii) 1 iii) 3 iv) 3 |
| | 2) 13 : | a) 5 b) 8 | |
| | 3) 12 : | a) 4 b) 8 | |
| | 4) 10 : | a) 2 b) 2 c) 4 d) 2 | |
| | 5) 11 : | a) 4 b) 7 | |