Matemática Discreta 2

Tercer examen curso 2003 **Febrero 2004**

N° Examen =

Apellidos Nombre C.I.

1) a) Probar que n(2n + 1)(7n +1) es divisible por 6 para todo n natural

b) Por $ 5 se compraron 100 unidades de diferentes frutas. Sus precios son los siguientes: Sandía = 50 centésimos; Manzana = 10 cent. ; Ciruela = 1 cent. ¿ Cuánta fruta de cada clase fue comprada?

c) Hallar el resto de dividir $8381^{529} * 237^{421}$ entre 11

Nota: Para b) se pide desarrollar un método de resolución. No se dará puntaje a resoluciones del tipo probar todos los casos posibles.

2) Sea G un grupo tal que: $\forall x, y \in G$ vale $(xy)^k = x^k y^k$ para 3 enteros k consecutivos. Probar que G es abeliano

3) a) Probar que N = { e , (1 2) (3 4) , (1 3) (2 4) , (1 4) (2 3) } es subgrupo de A_4 (permutaciones pares de S_4)

b) Hallar las clases laterales derechas e izquierdas de N en A_4

c) Probar que N es normal en A_4

d) Hallar la tabla del producto en A_4 / N

4) Sea A un anillo.

a) Probar que M = { x $\in$ A / x +x = z } es un ideal de A

b) Hallar M para el anillo $Z_4 \times Z_8$

c) Listar el anillo cociente $Z_4 \times Z_8$ / M . ¿ Cuántos elementos tiene ?

d) Hallar las tablas de la suma y del producto en $Z_4 \times Z_8$ / M

5) Sea la función booleana de 3 variables f definida como :
f(x,y,z) = 1 si $x = \overline{y}$ o $y = \overline{z}$; f(x,y,z) = 0 en otro caso.
Hallar la f.n.d y la f.n.c de f

Puntajes : 1) 31 : a) 10 b) 11 c) 10
2) 14
3) 19 : a) 4 b) 6 c) 5 d) 4
4) 24 : a) 6 b) 6 c) 6 d) 6
5) 12