

Proyecto Final: Macroeconomía II

Alumnos: Álvarez, Espinosa, Vicuña

1. Resolución Parte 1: Real Business Cycle Models

1.1. Standar Model

El modelo estándar se caracteriza por tener un gran número de hogares homogéneos, los cuales tienen preferencias sobre el consumo y el ocio que son expresadas por medio de la función de utilidad. La función de utilidad es decrita por la siguiente ecuación:

$$U = E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c, l)$$

$$U(c, l) = \ln(c_t) + A \ln(l)$$

Los hogares tienen una unidad de tiempo en cada período, la cual deben distribuir entre las horas de ocio y las horas de trabajo.

$$l_t + h_t = 1$$

además posee una función de producción que tiene como características rendimientos constantes a escala y que tiene utiliza el trabajo y el capital como insumos:

$$y_t = F(\bar{z}_t, k_t, h_t) = \exp(\bar{z}_t) k_t^\theta h_t^{1-\theta}$$

Por otro lado, lado también tendremos un ley de movimientos de capitales y una restricción de recursos:

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$$

$$c_t + i_t = y_t$$

asumiríamos que $\tilde{z} = z_t + \bar{z}_t$, donde \bar{z}_t es un crecimiento determinístico exógeno constante y z_t evoluciona según el proceso

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t$$

Problema de las familias:

$$\max_{k_{t+1}, c_t, h_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta [\ln(c_t) + A \ln(1 - h_t)]$$

s.a

$$\exp(\bar{z}_t)k_t^\theta h_t^{1-\theta} = c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t]$$

Lagrangeano:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta [\ln(c_t) + A \ln(1 - h_t) + \lambda_t (\exp(\bar{z}_t)k_t^\theta h_t^{1-\theta} - c_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t)]$$

Las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} \rightarrow \lambda_t = \frac{1}{c_t}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} \rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} (1 - \delta + \theta \exp(\bar{z}_t)k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t} \rightarrow \frac{A}{1 - h_t} = \lambda_t (1 - \theta) \exp(\bar{z}_t)k_t^\theta h_t^{-\theta}$$

Reemplazando, podemos obtener las siguientes ecuaciones:

Ecuación de Euler:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \beta E_t [\theta \exp(\bar{z}_t)k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + (1 - \delta)]$$

Oferta de trabajo:

$$\frac{A}{1 - h_t} = \frac{1}{c_t} (1 - \theta) \exp(\bar{z}_t)k_t^\theta h_t^{-\theta}$$

1.1.1. Estados estacionarios:

Estado estacionario del capital:

$$\left(\frac{k}{h}\right) = \left(\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Estado estacionario del producto:

$$\left(\frac{y}{h}\right) = \left(\frac{k}{h}\right)^\theta$$

Estado estacionario del consumo:

$$\left(\frac{c}{h}\right) = \left(\frac{k}{h}\right)^\theta - \delta \left(\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Estado estacionario del trabajo:

$$h = 1 + \frac{A \left[\left(\frac{k}{h}\right)^\theta - \delta \left(\frac{\theta z}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}} \right]^{-1}}{(1 - \theta) z \left(\frac{k}{h}\right)}$$

1.1.2. IRF

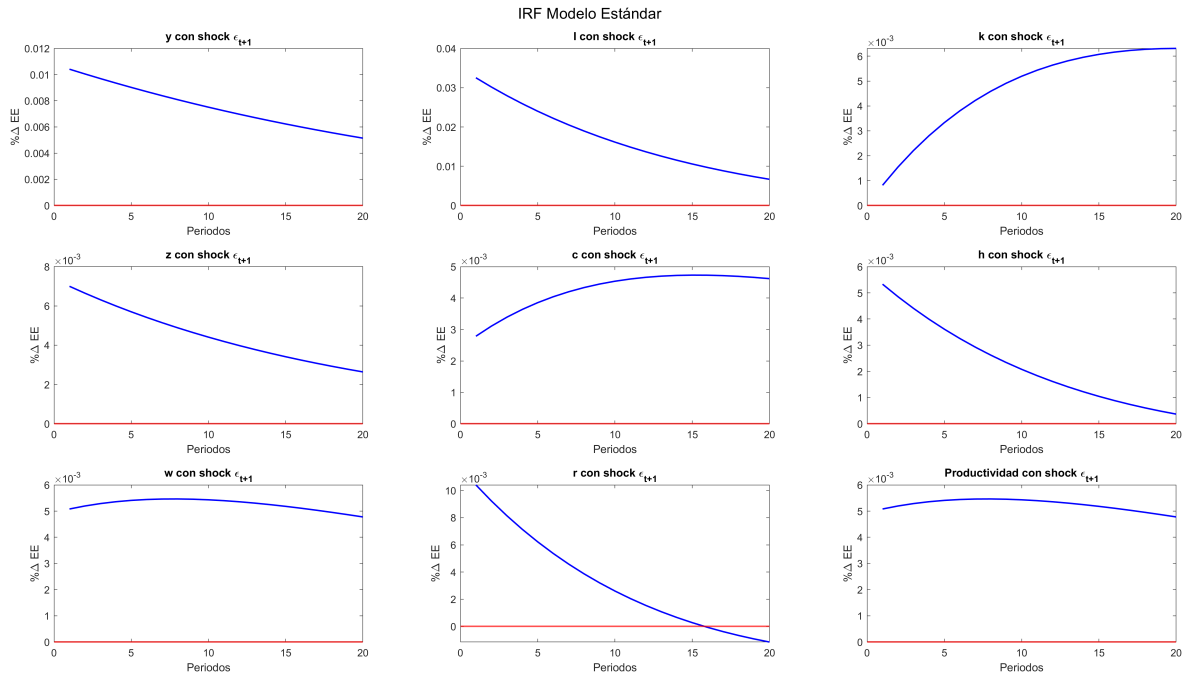


Figura 1: IRF Modelo Estándar

1.1.3. Histograma

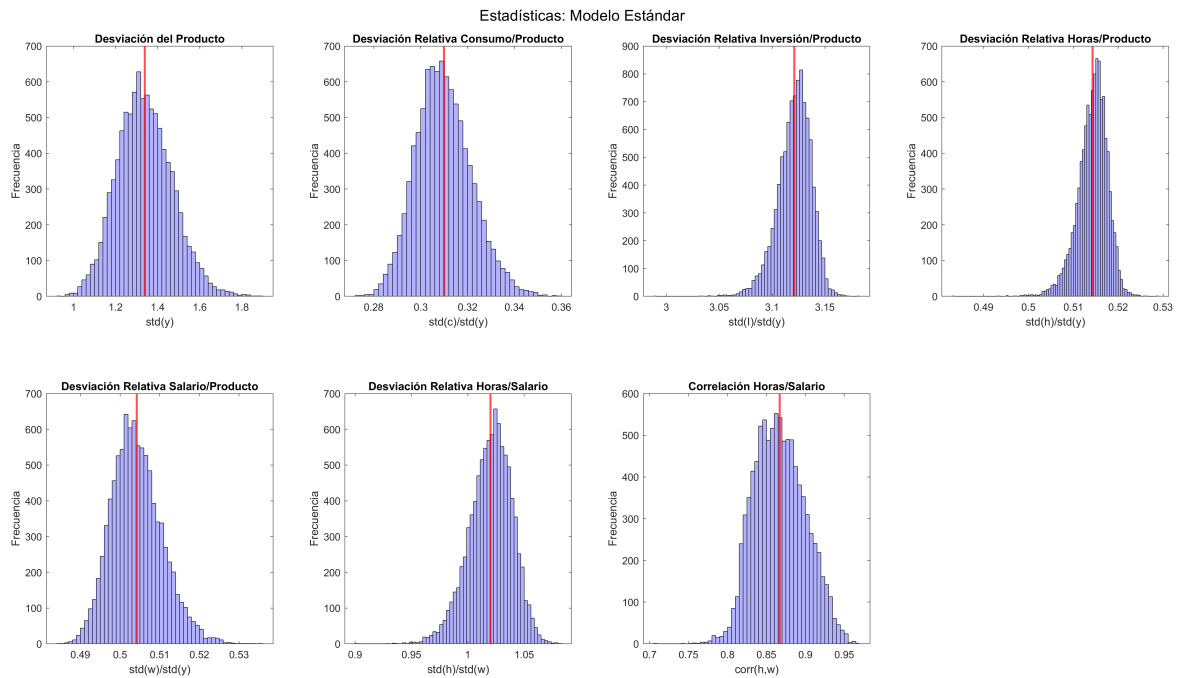


Figura 2: Histograma Modelo Estándar

Análisis del Modelo Un shock positivo en la tecnología permite un mayor nivel de consumo en el equilibrio, como se observa en la IRF del consumo. Inicialmente, el consumo puede no responder tan rápidamente debido a los hábitos de consumo y las restricciones de liquidez, pero en el largo plazo, el consumo se ajusta al nuevo nivel de productividad.

El aumento en la productividad también incrementa la demanda de trabajo, lo que se refleja en un aumento en las horas trabajadas. La oferta de trabajo aumenta ya que los individuos responden al incremento en los salarios reales que resulta del shock tecnológico.

La acumulación de capital responde positivamente al shock, ya que los mayores ingresos permiten una mayor inversión. Esto se ve reflejado en una senda de capital que aumenta con el tiempo en respuesta a los incrementos en la productividad.

El producto total aumenta significativamente en respuesta al shock tecnológico, reflejando la mayor eficiencia en la producción debido a la tecnología mejorada. Este incremento en el producto es persistente, aunque puede disminuir ligeramente conforme se ajustan las expectativas de los agentes y se estabiliza el crecimiento del capital.

El histograma de las variables principales muestra la distribución de las mismas a lo largo del tiempo. Para las variables como el consumo, las horas de trabajo y el producto, podemos esperar que los histogramas muestren una mayor concentración en niveles superiores después de un shock positivo, reflejando la persistencia del efecto del shock tecnológico en la economía.

1.2. Nonseparable Leisure

El este modelo se intenta incluir la idea de que la utilidad no dependería solamente del ocio actual, sino también de un promedio ponderado del ocio actual y pasado. La función de utilidad es descrita por la siguiente ecuación:

$$u(c_t, L_t) = \log(c_t) + A \log(L_t)$$

donde L_t se define de la siguiente forma:

$$L_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i l_{t-i}$$

y dentro de la definición anterior incluimos una restricción sobre el coeficiente a_i , la cual debe ser que sume uno:

$$a_{i+1} = (1 - \eta)a_i$$

Por otro lado, lado también tendremos un ley de movimientos de capitales y una restricción de recursos:

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$$

$$c_t + i_t = y_t$$

y tendremos un término estocástico que representa el progreso tecnológico aleatorio:

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t$$

El problema de las familias

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \ln(c_t) + A \ln(1 - a_0 h_t - \eta(1 - a_0)x_t) \right\}$$

s.a

$$z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} + (1 - \delta)(k_{Mt} + k_{Ht})$$

Lagrangeano:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \max \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \ln(c_t) + A \ln(1 - a_0 h_t - \eta(1 - a_0)x_t) \right. \\ \left. + \lambda_t [z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} + (1 - \delta)k_t] + \mu_t [(1 - \eta)x_t + h_t - x_{t+1}] \right\} \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0 \rightarrow \frac{1}{c_t} = \lambda_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t} \rightarrow \mu_t = \frac{a_0 A}{L_t} - \frac{1}{c_t} (1 - \theta) \frac{y_t}{h_t}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} \rightarrow r_{t+1} = \theta z_t k_t^{\theta-1} h_t^{1-\theta}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_t} \rightarrow \mu_t = \frac{A\eta(1-a_0)}{L_t(1-\eta)}$$

Reemplazando y podemos obtener las siguientes:

Ecuación de Euler:

$$c_t^{-1} = \beta c_{t+1}^{-1} (r_{t+1} + (1-\delta))$$

Tasa Real:

$$r_t = \theta \frac{y_t}{k_t}$$

Oferta de trabajo:

$$\frac{1}{c_t} (1-\theta) \frac{y_t}{h_t} = \frac{A}{L_t} \frac{(a_0 - \eta)}{1-\eta}$$

Restricción presupuestaria:

$$c_t = y_t + (1-\delta)k_t - k_{t+1}$$

ley de movimiento de capitales:

$$L_t = 1 - a_0 h_t - \eta(1-a_0)x_t$$

$$x_{t+1} = (1-\eta)x_t + h_t$$

crecimiento determinístico exógeno z_t :

$$z_{t+1} = \rho z_t + \epsilon_{t+1}$$

Función de producción:

$$y_t = z_k k_t^\theta h_t^{1-\theta}$$

Salario para la economía:

$$w_t = (1-\theta)$$

1.2.1. Estado Estacionario

$$r = \frac{1}{\beta} - (1-\delta)$$

$$r = \theta \left(\frac{k}{h} \right)^{1-\theta}$$

$$\left(\frac{k}{h} \right) = \left[\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1-\delta)} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

$$\frac{y}{h} = \left(\frac{k}{h} \right)^\theta$$

$$C = Y - \delta K \rightarrow \left(\frac{c}{h} \right) = \left(\frac{k}{h} \right)^\theta - \delta \left(\frac{k}{h} \right)$$

$$\begin{aligned}
h &= \left[1 + \frac{F}{(1-\theta)} \left[1 - \delta \left(\frac{k}{h} \right)^{1-\theta} \right] \right]^{-1} \\
\frac{1}{c} (1-\theta) \left(\frac{k}{h} \right)^\theta &= \frac{A}{1-h} \frac{(a_0 - \eta)}{1-\eta} \\
\frac{hA}{1-h} \frac{(a_0 - \eta)}{1-h} &= \frac{(1-\theta) \left(\frac{k}{h} \right)^\theta}{\left(\frac{k}{h} \right)^\theta - \delta \left(\frac{k}{h} \right)} \\
\frac{(1-\theta) \left(\frac{k}{h} \right)^\theta}{\left(\frac{k}{h} \right)^\theta - \delta \left(\frac{k}{h} \right)} \cdot \frac{(1-h)}{Ah} &= \frac{1-\eta}{a_0 - \eta}
\end{aligned}$$

donde $\frac{A(a_0-h)}{1-h} = F$ por lo tanto si seguimos desarrollando obtenemos:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{h} &= \left[1 + F \left[\frac{\left(\frac{k}{h} \right)^\theta - \delta \left(\frac{k}{h} \right)}{(1-\theta) \left(\frac{k}{h} \right)^\theta} \right] \right]^{-1} \\
h &= 1 + \frac{A}{1-\theta} \left[1 - \frac{\delta \left(\frac{k}{h} \right)}{\left(\frac{k}{h} \right)^\theta} \right] \\
h &= \left[1 + \frac{A}{1-\theta} \left[1 - \delta \left(\frac{k}{h} \right)^{1-\theta} \right] \right]^{-1}
\end{aligned}$$

1.2.2. IRF

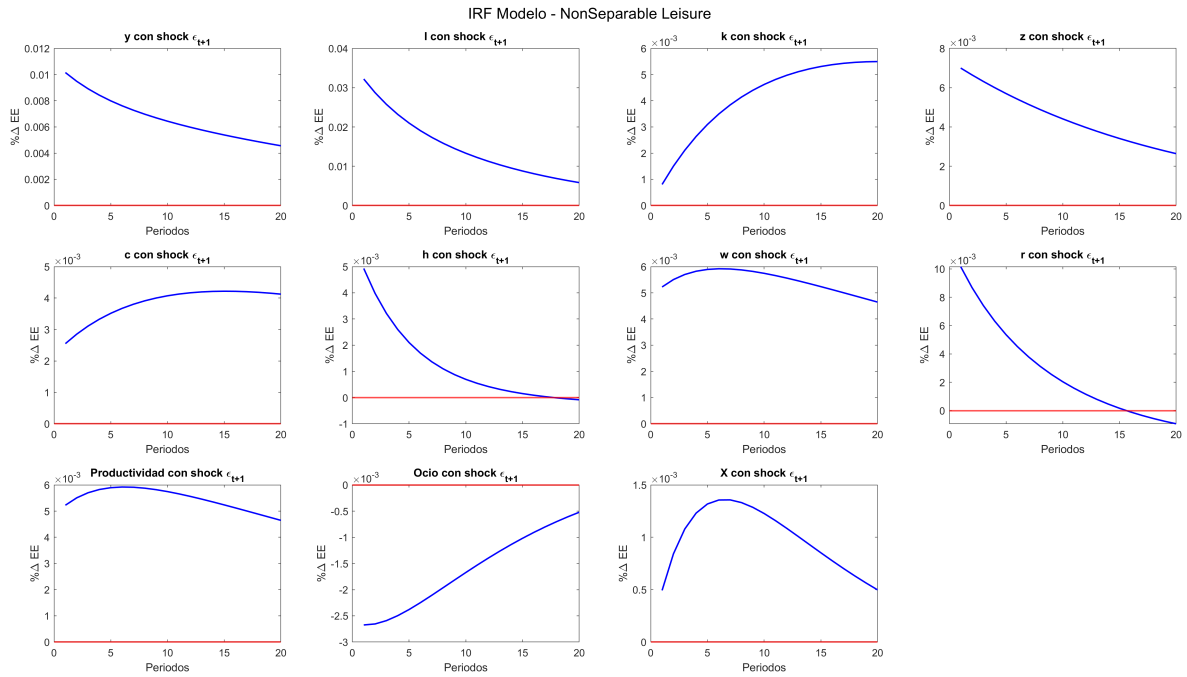


Figura 3: IRF Modelo Nonseparable Leisure

1.2.3. Histograma

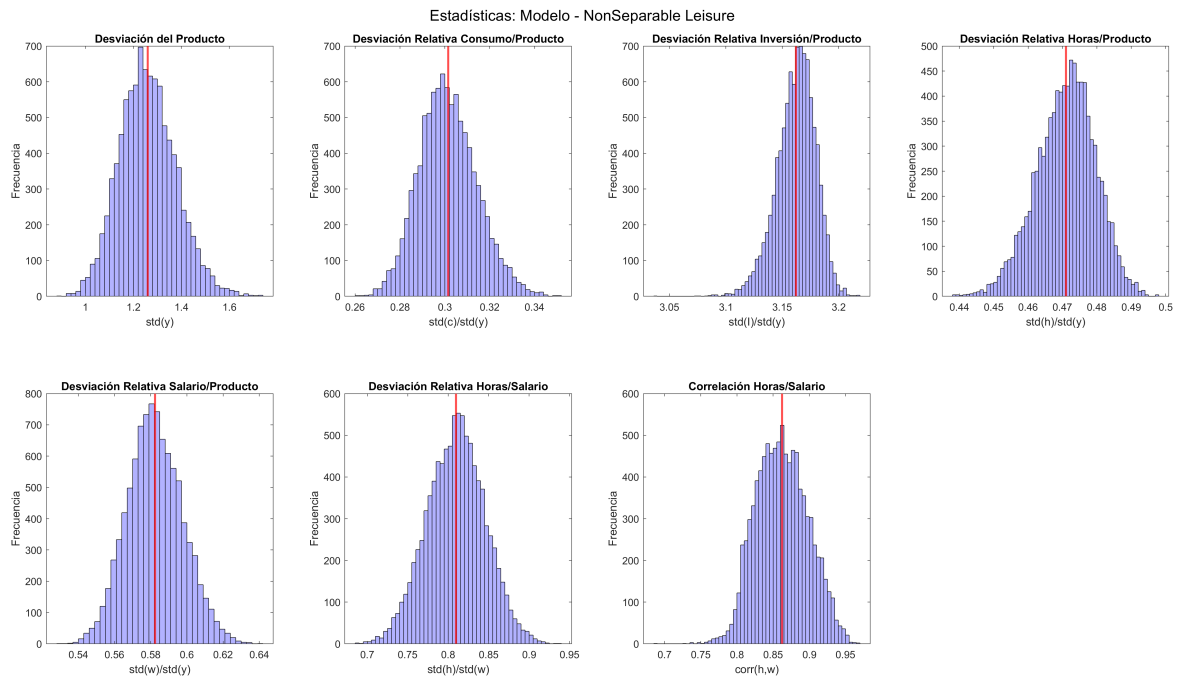


Figura 4: Histograma Nonseparable Leisure

1.3. Indivisible Labor

El modelo de trabajo indivisible de Hansen (1985) propone una interesante restricción: las personas solo pueden trabajar cero o un número fijo de horas h en cada período. En este modelo, las personas son asignadas al azar a empleos o al desempleo, pero cuentan con un seguro de consumo para protegerse contra los periodos sin trabajo. Esto no solo crea fluctuaciones en el empleo a lo largo del ciclo económico, sino que también hace que la respuesta del total de horas trabajadas sea más elástica que en el modelo estándar. La función de utilidad estará dada por:

$$u(c_t, \alpha_t) = \ln(c_t) + h_t \frac{A \cdot \ln(1 - h_0)}{h_0} + A(1 - \frac{h_t}{h_0}) \cdot \ln(1)$$

donde $h_t/h_0 = \alpha_t$ es la probabilidad de que un hogar en particular sea elegido para proporcionar mano de obra: dado que $\ln(1) = 0$. La utilidad esperada en el periodo t se reduce a:

$$u(c_t, \alpha_t) = \ln(c_t) + \frac{h_t}{h_0} \cdot A \cdot \ln(1 - h_0) + A \cdot \left(1 - \frac{h_t}{h_0}\right) \cdot \ln(1 - h_0)$$

donde $\left(1 - \frac{h_t}{h_0}\right)$ es la probabilidad de que un hogar sea elegido para proporcionar trabajo. Por lo tanto $h_0 = 0$, lo que provoca que $\ln(1 - 0) = \ln(1) = 0$ y se nos reduzca a la siguiente expresión:

$$u(c_t, \alpha_t) = \ln(c_t) + \frac{h_t}{h_0} \cdot A \cdot \ln(1 - h_0)$$

Para simplificar la notación, definimos la constante:

$$B = \frac{A \cdot \ln(1 - h_0)}{h_0}$$

Dado los valores iniciales de k_0 y z_0

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + B \cdot h_t]$$

sujeto a la restricción presupuestaria:

$$c_t + i_t = w_t h_t + r_t k_t$$

y

$$k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t$$

La restricción presupuestaria:

$$c_t + i_t = w_t h_t + r_t k_t$$

Para esta economía, la función de producción es la misma que antes, excepto $h_t = \alpha_t h_0$. Asumiríamos que $\tilde{z} = z_t + \bar{z}_t$, donde \bar{z}_t es un crecimiento determinístico exógeno constante y z_t evoluciona según el proceso

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t$$

recodemos que, debido a que la función de producción es perfectamente competitiva, las empresas no tiene beneficios, y todos los ingresos de la empresas se pagan en forma de salario y alquiler, es decir:

$$V(k_t, \lambda_t) = \max_{c_t, h_t} [ln(c_t) + Bh_t + \beta]$$

$$z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} = c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

sujeto a

$$z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_t$$

una versión de la ecuación de Bellman que es más fácil de trabajar es:

$$V(k_t, \lambda_t) = \max_{k_{t+1}, h_t} \left\{ ln(z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t) + Bh_t + \beta E_t V(k_{t+1}, \lambda) \right\}$$

obtenemos las condiciones de primer orden para simplificar:

$$\frac{\partial}{\partial h_t} \rightarrow 0 = \frac{1}{c_t} ((1 - \theta) z_t k_t^\theta h_t^{-\theta}) + B$$

$$\frac{\partial}{\partial k_{t+1}} \rightarrow 0 = -\frac{1}{c_t} + E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \theta z_{t+1} k_t^{\theta-1} h_t^{1-\theta} + (1 - \delta) \right]$$

Reemplazando y simplificando obtenemos:

$$1 = \beta E_t \left[\frac{c_t}{c_{t+1}} (r_{t+1} + (1 - \delta)) \right]$$

$$c_t = \frac{1 - \theta}{B H_t} Y_t$$

para completar el modelo, añadimos la restricción presupuestaria de flujo, en términos agregados, la función de producción y las dos condiciones de mercado de factores:

$$C_{t+1} K_{t+1} = Y_t + (1 - \delta) K_t$$

$$r_t = z_t K_t^\theta H_t^{1-\theta}$$

$$Y_t = z_t K_t^\theta H_t^{1-\theta}$$

En la primera restricción presupuestaria, la condición de cero beneficios permite que $w_t h_t + r_t k_t$ sea reemplazado por Y_t .

1.3.1. Estado Estacionario

El estado estacionario ocurre cuando $\bar{x} = x_t = x_{t+1}$ para todo t , para cada variable x , dado que las variables reales se miden en términos reales. El valor del estado estacionario de la tecnología es $A_t = \bar{A}$. Las versiones en estado estacionario de las condiciones de primer orden son:

$$\frac{1}{\beta} = \bar{r} + (1 - \delta)$$

$$\bar{C}_t = -\frac{(1-\theta)\bar{Y}}{BH}$$

Las condiciones de mercado de capitales y la función de producción son:

$$\bar{r} = \theta \bar{k}^{\theta-1} \bar{H}^{1-\theta}$$

Esto se pueden resolver para dar:

$$\bar{H} = \frac{(1-\theta)}{B \cdot \left(1 - \frac{\delta\theta\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right)}$$

Dado que la renta de capital se conoce a partir de la primera ecuación, el stock de capital en estado estacionario se encuentra a partir de:

$$\bar{K} = \left(\frac{\theta\beta}{1-\beta(1-\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\delta}} \bar{H}$$

$$\bar{H} = -\frac{(1-\theta)}{B \left(1 - \frac{\theta\delta}{1-\beta(1-\delta)}\right)} = -\frac{(1-\theta)}{\frac{A\ln(1-h_0)}{h_0} \left(1 - \frac{\theta\delta}{1-\beta(1-\delta)}\right)}$$

1.3.2. IRF

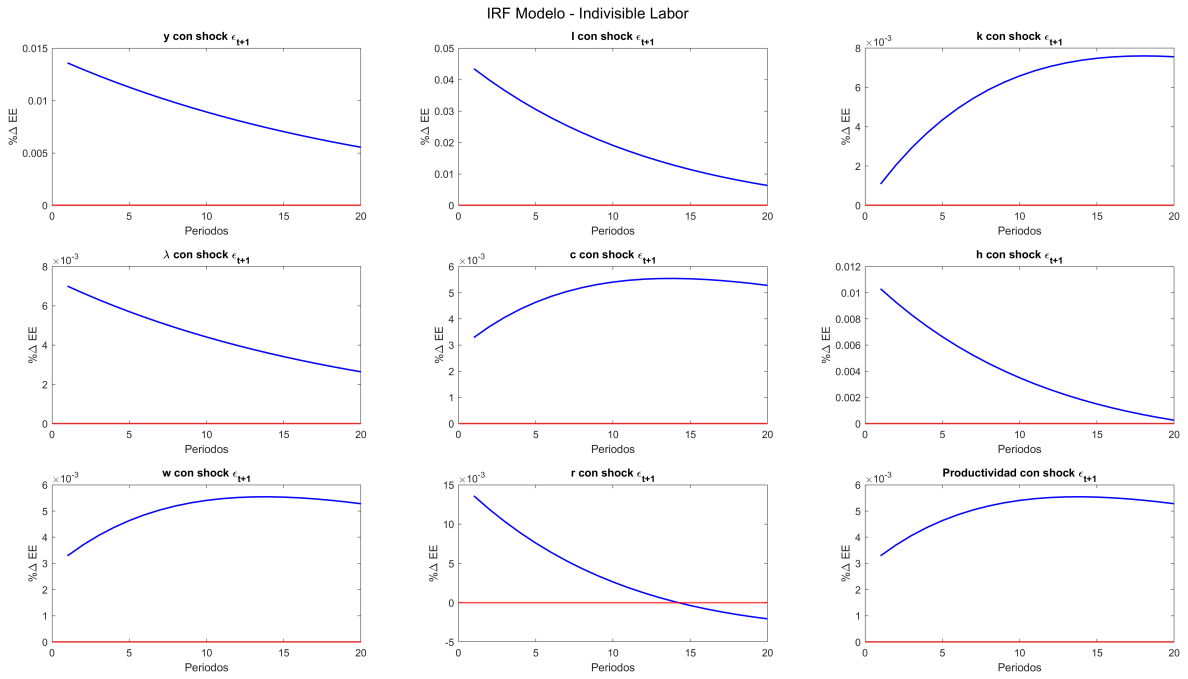


Figura 5: IRF Modelo Trabajo Indivisible

1.3.3. Histograma

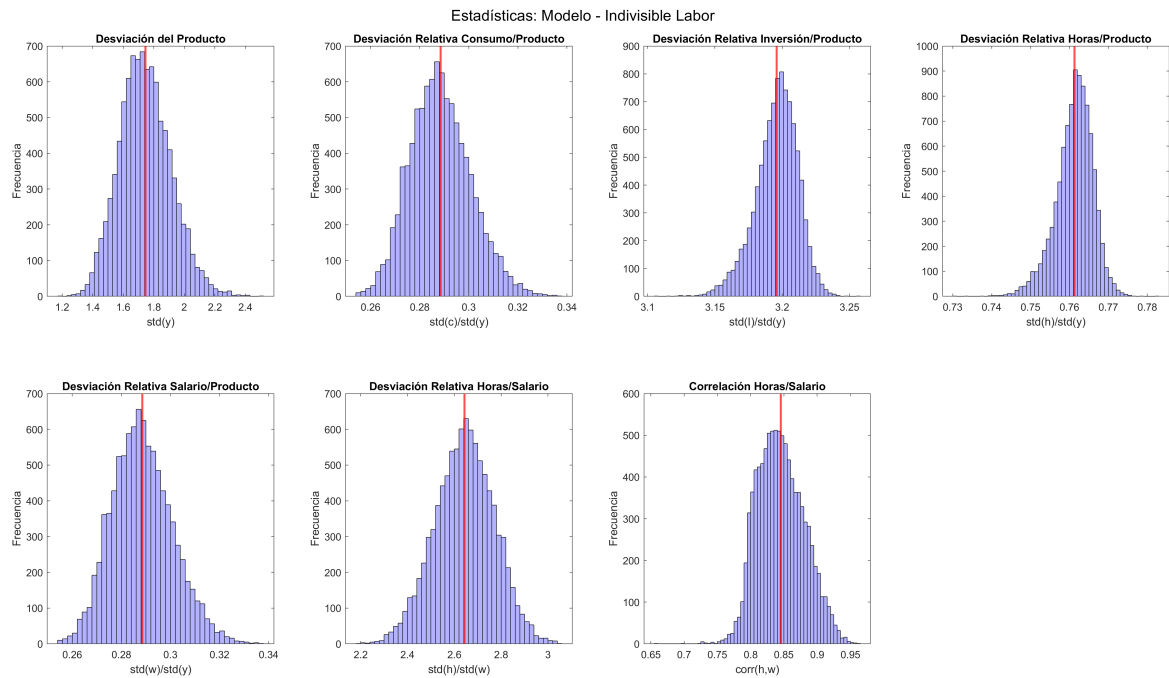


Figura 6: Histograma Modelo Trabajo Indivisible

1.4. Government Spending

En esta extensión del modelo RBC, introducimos el gasto público estocástico. Las implicancias de g_t son que cuando g_t aumenta, se pierde producción directamente. Como a la gente le gusta el ocio y lo considera un bien normal, este aumento les hace sentir más pobres, lo que los motiva a trabajar más para compensar. Básicamente, cuando g_t cambia, la oferta de trabajo se ajusta a lo largo de la demanda de trabajo. La función de utilidad que caracteriza a esta extensión es la siguiente:

$$v(k_t, \lambda_t) = \max_{c_t, h_t} [ln(c_t) + A ln(1 - h_t) + \beta v(k_{t+1}, \lambda_{t+1})]$$

La restricción presupuestaria esta dada por:

$$c_t = z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t$$

Construimos la ecuación de Bellman para esta extensión y obtenemos lo siguiente:

$$v(k_t, z_t) = \max_{k_{t+1}, h_t} [ln(z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t) + A ln(1 - h_t) + \beta v(k_{t+1}, z_{t+1})]$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(k_t, z_t)}{\partial k_{t+1}} &= \frac{1}{z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t} \frac{(-1)\beta E_t[v(k_{t+1}, z_{t+1})]}{\partial k_{t+1}} \\ \frac{\partial v(k_t, z_t)}{\partial h_t} &= \frac{(1 - \theta)z_t k_t^\theta h_t^{-\theta}}{z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t} - \frac{A}{1 - h_t} \end{aligned}$$

Aplicamos el teorema del envoltente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(k_t, z_t)}{\partial k_t} &= \frac{1}{z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t} \theta z_t k_t^{\theta-1} h_t^{1-\theta} + (1 - \delta) \\ \frac{\partial v(k_{t+1}, z_{t+1})}{\partial k_{t+1}} &= \frac{\theta z_{t+1} k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + (1 - \delta)}{z_{t+1} k_{t+1}^\theta h_{t+1}^{1-\theta} - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1} - g_{t+1}} \\ \frac{1}{z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t} &= \beta E_t \left[\frac{\theta z_{t+1} k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + (1 - \delta)}{z_{t+1} k_{t+1}^\theta h_{t+1}^{1-\theta} - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1} - g_{t+1}} \right] \end{aligned}$$

Obtenemos la ecuacion de euler:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{r_{t+1} + (1 - \delta)}{c_{t+1}} \right]$$

Obtenemos la oferta de trabajo:

$$\begin{aligned} \frac{A}{1 - h_t} &= \frac{(1 - \theta)z_t k_t^\theta h_t^{-\theta}}{z_t k_t^\theta h_t^{1-\theta} - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t - g_t} \\ \frac{A}{1 - h_t} &= \frac{(1 - \theta)z_t k_t^\theta h_t^{-\theta}}{c_t} \end{aligned}$$

1.4.1. Estados Estacionarios:

Estado estacionario del capital:

$$\left(\frac{k}{h}\right) = \left(\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Estado estacionario del producto:

$$\left(\frac{y}{h}\right) = \left(\frac{k}{h}\right)^{\theta}$$

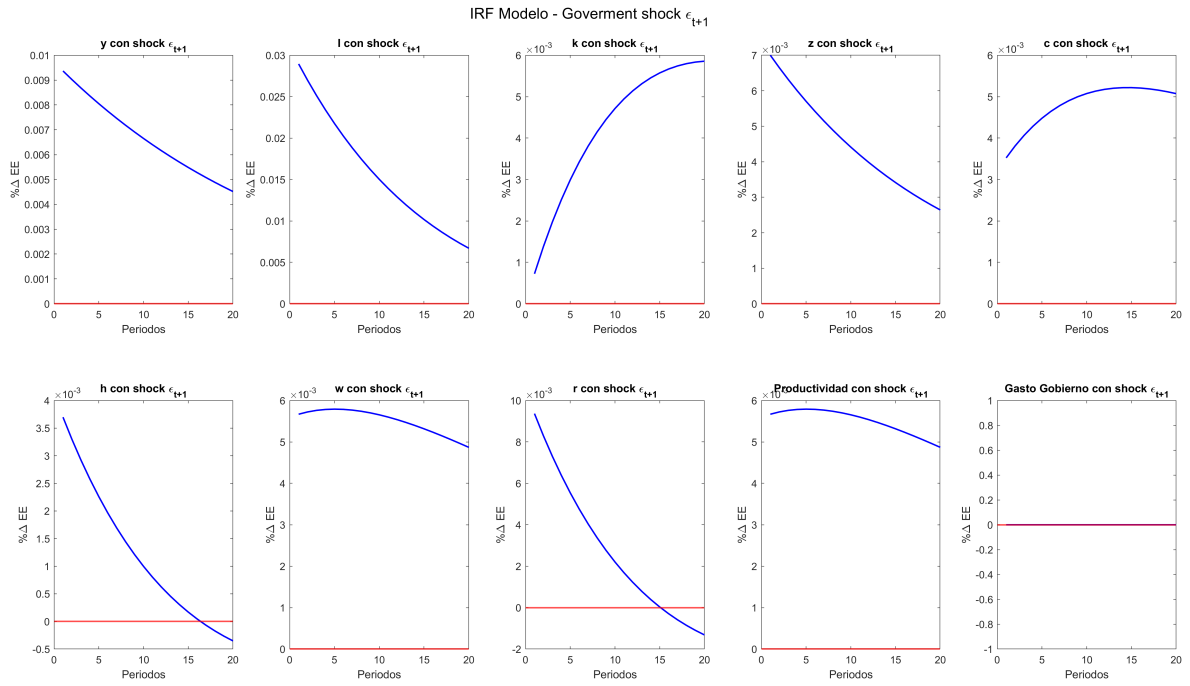
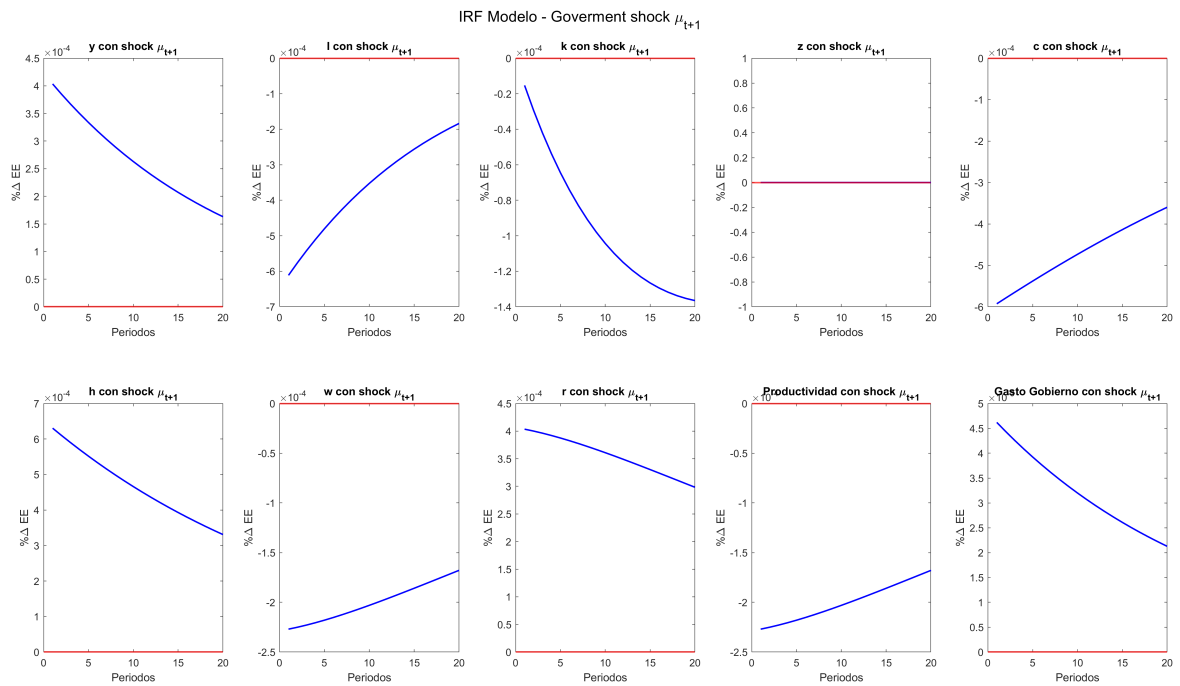
Estado estacionario del consumo:

$$\left(\frac{c}{h}\right) = \left(\frac{k}{h}\right)^{\theta} - \delta \left(\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Estado estacionario del trabajo:

$$h = 1 + \frac{A \left[\left(\frac{k}{h}\right)^{\theta} - \delta \left(\frac{\theta z}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)}\right)^{\frac{1}{1-\theta}} \right]^{-1}}{(1 - \theta)z \left(\frac{k}{h}\right)}$$

1.4.2. IRF

Figura 7: IRF Modelo Gobierno - Shock ϵ_{t+1} Figura 8: IRF Modelo Gobierno - Shock μ_{t+1}

1.4.3. Histograma

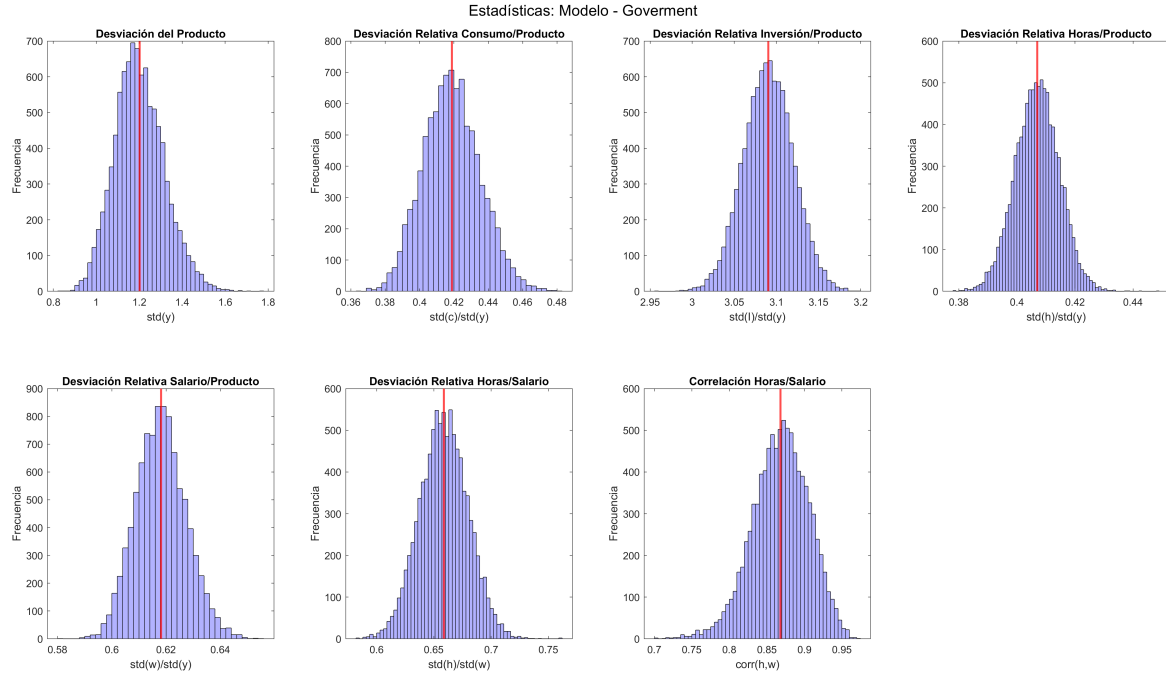


Figura 9: Histograma Modelo Gobierno

Análisis comparativo:

1.5. Home Production

En el modelo de producción doméstica, los agentes tienen la capacidad de alternar entre trabajar en el mercado (trabajo remunerado) y trabajar en casa (actividades no remuneradas) con mayor flexibilidad que en el modelo estándar. Esta flexibilidad les permite usar las actividades no remuneradas como un .amortiguador.º mecanismo de ajuste cuando las condiciones económicas varían. Tenemos una función de utilidad:

$$U(c, \ell) = \log(c) + \gamma \log(\ell)$$

Asumimos que:

$$c_t = [ac_{Mt}^e + (1 - a)c_{Ht}^{1/e}]$$

donde c_{Mt} es el consumo de un bien producido en el mercado, c_{Ht} es el consumo de un bien producido en el hogar y

$$l_t = 1 - h_{Mt} - h_{Ht}$$

donde h_{Mt} son las horas trabajadas en el sector de mercado, y h_{Ht} son las horas trabajadas en el hogar.

Para este modelo contamos con dos funciones de producción, donde la primera esta relacionada al mercado y la segunda al hogar. Las funciones de producción estarán dadas por la siguientes expresiones:

$$f(z_{Mt}, k_{Mt}, h_{Mt}) = \exp(z_{Mt}) k_{Mt}^{\theta} h_{Mt}^{1-\theta}$$

$$g(z_{Ht}, k_{Ht}, h_{Ht}) = \exp(z_{Ht}) k_{Ht}^{\eta} h_{Ht}^{1-\eta}$$

donde θ y η son los parámetros de participación del capital. Los dos shocks tecnológicos siguen los procesos:

$$z_{Mt+1} = \rho z_{Mt} + \epsilon_{Mt}$$

$$z_{Ht+1} = \rho z_{Ht} + \epsilon_{Ht}$$

En cada período, se cumple una restricción de capital: $k_{Mt} + k_{Ht} = k_t$, donde el capital total evoluciona de acuerdo con $k_{t+1} = (1 - \delta)k_t$.

El problema de las familias es el siguiente:

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \ln \left(ac_{Mt}^e + (1-a)c_{Ht}^{1/e} \right) + A \ln(1 - h_{Mt} - h_{Ht}) \right\}$$

lagrangeano:

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta \left[\ln \left(ac_{Mt}^e + (1-a)c_{Ht}^{1/e} \right) + A \ln(1 - h_{Mt} - h_{Ht}) \right. \\ \left. + \lambda_t (z_{Mt} k_{Mt}^{\theta} h_{Mt}^{1-\theta} + (1-\delta)(k_{Mt} + k_{Ht}) - c_{Mt} - k_{Ht,M} - k_{Ht,H}) \right. \\ \left. + \mu_t (z_{Ht} k_{Ht}^{\eta} h_{Ht}^{1-\eta} - c_{Ht}) \right]$$

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{Mt}} \rightarrow ac_{Mt}^{e-1} = \lambda_t c_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{Ht}} \rightarrow (1-a)c_{Ht}^{e-1} = \mu_t c_t$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{Mt}} \rightarrow \frac{A}{1-h_t} = \lambda_t (1-\theta) z_{Mt} k_{Mt}^{\theta} h_{Mt}^{-\theta}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_{Ht}} \rightarrow \frac{A}{1-h_t} = \mu_t (1-\eta) z_{Ht} k_{Ht}^{\eta} h_{Ht}^{-\eta}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{Mt+1}} \rightarrow \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} (\theta) [z_{Mt} k_{Mt}^{\theta-1} h_{Mt}^{1-\theta} + 1 - \delta]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{Ht+1}} \rightarrow \lambda_t = \beta \mu_{t+1} (\eta) [z_{Ht} k_{Ht}^{\eta-1} h_{Ht}^{1-\eta} + 1 - \delta]$$

Reemplazando las ecuaciones podemos obtener las siguientes expresiones::

$$\frac{ac_{Mt}^{e-1}}{c_t} = \frac{\beta(1-a)c_{Ht+1}^{e-1}}{c_{Ht}} [z_{Ht+1} k_{Ht+1}^{\eta-1} h_{Ht+1}^{1-\eta}]$$

Oferta de trabajo para el mercado:

$$\frac{A}{1-h_t} = \frac{ac_{Mt}^{e-1}}{c_t} \cdot (1-\theta)z_{Ht}k_{Mt}^\theta h_{Mt}^{-\theta}$$

$$\frac{A}{1-h_t} = \frac{ac_{Mt}^{e-1}}{c_t} (1-\theta) \frac{y_{Mt}}{h_{Mt}}$$

Oferta de trabajo para el hogar:

$$\frac{A}{1-h_t} = \frac{(1-a)c_{Ht}^{e-1}}{c_t} \cdot (1-\eta)z_{Ht}k_{Ht}^\eta h_{Ht}^{-\eta}$$

$$\frac{A}{1-h_t} = \frac{(1-a)c_{Ht}^{e-1}}{c_t} (1-\eta) \frac{y_{Ht}}{h_{Ht}}$$

Euler para el mercado:

$$\frac{ac_{Mt}^{e-1}}{c_t} = \beta a \frac{c_{Mt+1}^{1-e}}{c_{Mt}} [r_{t+1}^M + 1 - \delta]$$

Euler para el hogar:

$$\frac{ac_{Ht}^{e-1}}{c_t} = \beta (1-a) \frac{c_{Ht+1}^{1-e}}{c_{Ht}} [r_{t+1}^H + 1 - \delta]$$

1.5.1. Estados estacionario:

Euler de M:

$$\frac{1}{\beta} = r^M + 1 - \delta$$

Por lo tanto sabemos que r^M

$$r^M = \theta k_M^{\theta-1} h_M^{1-\theta}$$

$$\frac{1}{\beta} - (1 - \delta) = \theta k_M^{\theta-1} h_M^{1-\theta}$$

$$\frac{1}{\beta} - (1 - \delta) = \theta \left(\frac{k_M}{h_M} \right)^{\theta-1}$$

$$\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)} = \theta \left(\frac{k_M}{h_M} \right)^{1-\theta}$$

Obtenemos el capital de estado estacionario para el mercado:

$$\left(\frac{\theta}{\frac{1}{\beta} - (1 - \delta)} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} = \left(\frac{k_M}{h_M} \right)$$

Euler de H:

Es importante considerar que $c_H = 1$ y $c_M = 4$.

$$\left(\frac{a}{\beta(1-a)} 4^{e-1} \right) = r^H$$

$$r^M = \eta k_H^{\eta-1} h_H^{1-\eta}$$

$$\left(\frac{a}{\beta(1-a)} 4^{e-1} \right) = \eta k_H^{\eta-1} h_H^{1-\eta}$$

$$\left(\frac{a}{\beta(1-a)} 4^{e-1} \right) = \eta \left(\frac{k_H}{h_H} \right)^{\eta-1}$$

Obtenemos el capital de estado estacionario para el hogar:

$$\left(\frac{\eta}{\left(\frac{a}{\beta(1-a)} 4^{e-1} \right)} \right)^{\frac{1}{1-\eta}} = \left(\frac{k_H}{h_H} \right)$$

$$\frac{y_M}{h_M} = k_M^\theta \frac{h_M^{1-\theta}}{h_M}$$

Obtenemos el producto en estado estacionario para el mercado:

$$\frac{y_M}{h_M} = \left(\frac{k_M}{h_M} \right)^\theta$$

Obtenemos el producto en estado estacionario para el hogar:

$$\frac{y_H}{h_H} = \left(\frac{k_H}{h_H} \right)^\eta$$

Cuadro 1: Resultados de los modelos aplicados en Dynare vs Paper Hansen & Wright (1992)

	% S.D. of Output σ_y	Variable vs. Output				Hours vs. Productivity σ_n/σ_w	$corr(h, w)$
		Consumption	Investment	Hours	Productivity		
		σ_c/σ_y	σ_i/σ_y	σ_n/σ_y	σ_w/σ_y		
Resultados Modelos*: Ejecutados en Dynare							
Standard	1.34	.31	3.12	.51	.50	1.02	.87
Nonseparable Leisure	1.26	.30	3.16	.47	.58	.81	.86
Indivisible Labor	1.74	.29	3.20	.76	.29	2.64	.85
Government Spending	1.20	.42	3.09	.41	.62	.66	.87
Home Production***	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Resultados Modelos**: Hansen & Wright (1992)							
Standard	1.30	.31	3.15	.49	.53	.94	.93
Nonseparable Leisure	1.51	.29	3.23	.65	.40	1.63	.80
Indivisible Labor	1.73	.29	3.25	.76	.29	2.63	.76
Government Spending	1.24	.54	3.08	.55	.61	.90	.49
Home Production	1.71	.51	2.73	.75	.39	1.92	.49

* Nuestras estimaciones se basaron en 200 periodos y 10.000 simulaciones, de los cuales para temas de robustez no consideramos las primeras 500 simulaciones realizadas.

** Las estimaciones de los autores Hansen & Wright (1992) consideran 179 periodos (dado el tamaño de la muestra que los autores consideraron, de 179 trimestres, de Q1 1947 - Q3 1991)

*** En el modelo de Home Production se aprecian valores NA, esto debido a que la modelación de las ecuaciones de equilibrio y los estados estacionarios entregaban resultados explosivos (eigenvalues infinitos) por tanto, este modelo no es comparable con el paper.

1.6. Análisis

La Figura 2 presenta una serie de histogramas que ilustran diversas estadísticas clave del modelo estándar de equilibrio general dinámico, proporcionando una visión integral de la volatilidad y las relaciones entre diferentes variables económicas. El primer histograma muestra la desviación estándar del producto ($\text{std}(y)$), con la mayoría de las observaciones alrededor de 1.4, indicando una volatilidad moderada. El segundo histograma, que representa la relación entre la desviación estándar del consumo y la del producto ($\text{std}(c)/\text{std}(y)$), se centra en 0.32, sugiriendo que el consumo es menos volátil que el producto.

Por otro lado, el tercer histograma muestra la relación entre la desviación estándar de la inversión y la del producto ($\text{std}(I)/\text{std}(y)$), concentrada alrededor de 3.1, lo que indica una alta volatilidad de la inversión. El cuarto histograma representa la relación entre la desviación estándar de las horas trabajadas y la del producto ($\text{std}(h)/\text{std}(y)$), centrada en 0.51, señalando una volatilidad moderada. El quinto histograma muestra la relación entre la desviación estándar del salario y la del producto ($\text{std}(w)/\text{std}(y)$), también centrada en 0.51, sugiriendo una volatilidad del salario similar a la de las horas trabajadas. El sexto histograma representa la relación entre la desviación estándar de las horas trabajadas y la del salario ($\text{std}(h)/\text{std}(w)$), con una distribución centrada en 1.0, indicando una volatilidad similar entre estas variables. Finalmente, el séptimo histograma muestra la correlación entre las horas trabajadas y los salarios ($\text{cor}(h, w)$), concentrada alrededor de 0.85, indicando una fuerte correlación positiva entre estas dos variables.

Si comparamos el modelo estándar con el nonseparable leisure en ambos modelos, la desviación estándar del producto ($\text{std}(y)$) se centra alrededor de 1.4, indicando que la volatilidad del producto no varía significativamente con la introducción del ocio no separable.

La relación entre la desviación estándar del consumo y la del producto ($\text{std}(c)/\text{std}(y)$) también se mantiene casi igual en ambos modelos, centrada en torno a 0.30-0.32. Esto sugiere que el consumo sigue siendo menos volátil en comparación con el producto, independientemente de la consideración del ocio no separable. Sin embargo, la desviación relativa de la inversión respecto al producto ($\text{std}(I)/\text{std}(y)$) muestra una ligera variabilidad adicional en el modelo con ocio no separable, centrada alrededor de 3.1-3.15, en comparación con el modelo estándar que se centra en 3.1. Esto indica una mayor sensibilidad de la inversión a las fluctuaciones del producto cuando se introduce el ocio no separable.

Por otro lado una diferencia notable se observa en la desviación relativa de las horas trabajadas respecto al producto ($\text{std}(h)/\text{std}(y)$), que disminuye en el modelo con ocio no separable, centrada alrededor de 0.47 frente a 0.51 en el modelo estándar. Esto sugiere una menor volatilidad de las horas trabajadas en relación con el producto en el contexto del ocio no separable. Además, la desviación relativa del salario respecto al producto ($\text{std}(w)/\text{std}(y)$) aumenta en el modelo con ocio no separable, centrándose alrededor de 0.58 en comparación con 0.51 en el modelo estándar. Esto indica una mayor volatilidad del salario en relación con el producto en el modelo con ocio no separable.

Ahora comparamos el modelo estándar con el de trabajo indivisible. Lo que podemos observar en primer lugar es que la desviación del producto ($\text{std}(y)$) es notablemente mayor

en el modelo de trabajo indivisible. Este modelo muestra una desviación estándar centrada en 1.6, con un rango de 1.2 a 2.4, mientras que el modelo estándar presenta una desviación centrada en 1.4 y con un rango más estrecho de 1.2 a 1.8. Esta mayor dispersión en el modelo de trabajo indivisible sugiere una mayor variabilidad en la producción, lo que puede implicar fluctuaciones más pronunciadas en los niveles de output económico bajo este esquema. Por otro lado, en términos de desviación relativa inversión/producto ($\text{std}(I)/\text{std}(y)$), el modelo de trabajo indivisible presenta una mayor dispersión, con su desviación estándar centrada en 3.2 y un rango de 3.1 a 3.25. En comparación, el modelo estándar está centrado en 3.1, con un rango de 3.05 a 3.15. Esta diferencia sugiere que la inversión es más variable en relación con la producción en el modelo de trabajo indivisible.

El modelo de gasto gubernamental, replicado de Christiano y Eichenbaum (1992), se comporta de manera similar al modelo estándar, aunque con algunas diferencias clave en la correlación entre horas trabajadas y productividad. En este modelo, la correlación entre horas trabajadas y productividad disminuye a $\text{corr}(h, w) = 0.49$, lo que representa una mejora con respecto a modelos anteriores, aunque todavía es mayor que los datos observados en Estados Unidos.

Los gráficos adjuntos muestran las funciones de respuesta al impulso (IRF) del modelo con shocks de gasto gubernamental (ϵ_{t+1}) y con shocks de tecnología (μ_{t+1}). En la Figura 7, se observa que los shocks de gasto gubernamental tienen un impacto significativo en variables clave como la producción y el empleo, mientras que la inflación parece estar menos afectada. Estos shocks desplazan la oferta laboral y permiten trazar la curva de demanda laboral, lo que resulta en una disminución progresiva en las horas trabajadas a lo largo del tiempo.

En la Figura 8, los shocks de tecnología muestran un efecto diferente. La producción aumenta significativamente, pero las horas trabajadas también disminuyen con el tiempo, aunque de manera más moderada. Estos shocks desplazan la demanda laboral y permiten trazar la curva de oferta laboral. La combinación de ambos shocks genera una dinámica compleja en la economía, donde los efectos de desplazamiento de oferta y demanda laboral se mezclan.

En resumen, los resultados indican que el modelo de gasto gubernamental logra una correlación más realista entre horas y productividad en comparación con modelos estándar. Esto se debe a que los shocks gubernamentales afectan principalmente la oferta laboral, mientras que los shocks tecnológicos impactan la demanda laboral. Esta dualidad permite al modelo replicar mejor los patrones observados en los datos reales. Por lo tanto, el modelo de gasto gubernamental, con los parámetros estimados, ofrece una representación más cercana a la realidad del mercado laboral en comparación con el modelo estándar.

2. Resolución Parte 2: Modelo Neokeynesiano

En el presente apartado, se procede a replicar el análisis de reglas de política monetaria de Galí (2015, capítulo 4). El objetivo de este ejercicio es evaluar la pérdida del nivel de bienestar económico ante 2 tipos de reglas de política monetaria: Regla de Taylor sin expectativas y Regla de Taylor con expectativas (Forward Looking). Para ello se utiliza el algoritmo de pérdida de bienestar que se encuentra en el libro de Galí (2015):

$$L = \frac{1}{2} \left(\left(\sigma + \frac{\phi + \alpha}{1 - \alpha} \right) \text{var}\{\tilde{y}_t\} + \frac{\epsilon}{\lambda} \text{var}\{\pi_t\} \right)$$

2.1. Modelo Neokeynesiano Básico:

Fricción nominal:

En el modelo Neokeynesiano, a diferencia del modelo RBC, se tiene rigidez de precios. Esto quiere decir, que en el corto plazo, las firmas mantienen sus precios fijos por muchos periodos. La causa todavía sigue siendo motivo de estudios, sin embargo la literatura se muestra más a favor de los costes de menú. En este modelo, la rigidez de precios permite romper con la dicotomía clásica, pues ahora las variables nominales pueden generar efectos reales, y por ende, existe un rol para los policy makers (tanto política fiscal y monetaria).

Familias:

En este modelo neokeynesiano, se asume que existe un agente representativo para los hogares, que toman la decisión de consumir bienes y servicios y de ofrecer su fuerza de trabajo. Asimismo, estos agentes económicos ahorran en forma de activos financieros (bonos) e invierten en capital físico, mediante la ley del movimiento del capital. Dado que el contexto es un equilibrio general, los hogares obtienen sus ingresos provenientes de salarios (por su fuerza laboral), dividendos (son dueños de las empresas) y del rendimiento de sus activos financieros (bonos).

Firmas:

Las firmas en este modelo cumplen un rol fundamental, pues es aquí en donde se generan las rigideces nominales. Existen 2 tipos de firmas, las firmas que producen bienes intermedios y las firmas que producen bienes finales. Las firmas que producen bienes finales se encuentran en un mercado de equilibrio competitivo, en donde, para su proceso de producción, demandan insumos o bienes intermedios a las empresas de bienes intermedios. Los insumos o bienes intermedios que demandan son bienes que tienen sustitución imperfecta ya que son medianamente diferencias, lo que genera que las firmas productoras de bienes intermedios enfrenten una demanda con pendiente negativa. Por otro lado, existen un continuo de firmas productoras de bienes intermedios, en donde cada una produce una variedad. Estas empresas operan en un mercado de competencia monopolística, ya que tienen cierto poder de mercado para fijar sus propios precios (toman los precios de sus competidores como dados excepto sus propios precios). Estas firmas enfrentan costes marginales iguales. Asimismo, la rigidez de precios se introduce en este sector. Se asume que si bien estas firmas pueden ajustar sus precios para maximizar su beneficio, existe una rigidez nominal (una especie de restricción aleatoria) en donde no se les permite cambiar los precios cuando ellos deseen. Existe una probabilidad ϕ de quedarse estancando con los mismos precios por muchos periodos y una probabilidad $1 - \phi$ que no lo estén.

Banco central:

En este modelo existe la figura de banco central que tiene objetivos de política. Dado que se demuestra que la rigidez de precios genera una dispersión de precios perjudicial para el nivel de producción, es factible que los policymakers intervengan con objetivos de estabilizar los precios. La forma de introducir a esta entidad es mediante una Regla de Taylor, propuesta por Jhon B. Taylor (1992). Esta regla mantiene una respuesta endógena en el modelo, pues responde ante inflación y la brecha producto (en este caso, responde a la brecha con respecto al estado estacionario). Esta regla se incorpora de manera AD-HOC. En este ejercicio se pretende evaluar estos 2 tipos de reglas:

$$\begin{aligned} i_t &= \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t \\ i_t &= \rho + \phi_\pi E_t \pi_{t+1} + \phi_y E_t \tilde{y}_{t+1} \end{aligned}$$

Dadas las funciones objetivo descrita en Galí (2015), las condiciones de primer orden, loglinealizadas son:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \beta \pi_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t && \text{Curva de Phillips} \\ \tilde{y}_t &= \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \pi_{t+1} - r_n) && \text{Ecuación IS} \\ r_n &= \rho + (1 - \rho_z) z - \sigma \psi_{ya} a (1 - \rho_a) && \text{Tasa natural real} \\ r &= i_t - \pi_{t+1} && \text{Ecuación de Fisher} \\ y_n &= \psi_{ya} a && \text{Tasa natural de producción} \\ \tilde{y}_t &= y_t - y_n && \text{Brecha producto} \\ y_t &= a + (1 - \alpha) n && \text{Función de producción} \\ \hat{y}_t &= y_n - y^* && \text{Brecha de producción con respecto al E.E} \\ z_t &= \rho_z z_{t-1} + e_z && \text{Shock de preferencias} \\ a_t &= \rho_a a_{t-1} + e_a && \text{Shock de productividad} \\ i_t &= \rho + \phi_\pi E_t \pi_{t+1} + \phi_y E_t \tilde{y}_{t+1} + \phi_y E_t \hat{y}_{t+1} \end{aligned}$$

Los parámetros estructurales son:

$$\rho_z = 0,5$$

$$\rho_a = 0,9$$

$$\beta = 0,99$$

$$\eta = 4$$

$$\theta = \frac{3}{4}$$

$$\epsilon = 9$$

$$\sigma = 1$$

$$\alpha = \frac{1}{4}$$

$$\phi_\pi = 1,5$$

$$\phi_y = \frac{0,5}{4}$$

$$\phi = 5$$

$$\rho = \left(\frac{1}{\beta}\right) - 1$$

$$\psi_{ya} = \frac{\phi + 1}{\sigma(1 - \alpha) + \phi + \alpha}$$

$$\Theta = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha + \alpha\epsilon}$$

$$\lambda = \left(\frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta}\right) \Theta$$

$$\kappa = \lambda \left(\sigma + \frac{\phi + \alpha}{1 - \alpha}\right)$$

Los valores de estado estacionario son cero, ya que es un modelo log-lineal.

1. Se crearon 2 archivos: NEK_TaylorRule1.mod (regla sin expectativas) y NEK_TaylorRule2.mod (reglas con expectativas).
2. El modelo fue solucionado en Dynare y se programó el algoritmo de pérdida de bienestar propuesto.
3. Se simuló 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria (con y sin expectativas). Se calcula L para cada iteración, y se construyen histogramas para shocks de tecnología entre las reglas de tasa de interés nominal. Se muestran los histogramas a continuación:

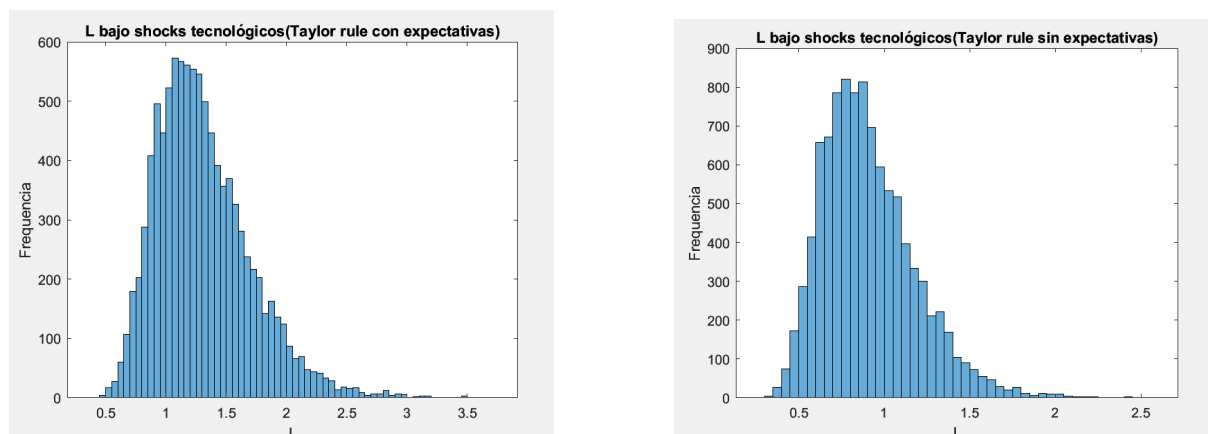


Figura 10: Pérdida de bienestar bajo un shock de tecnología

Análisis Económico:

El análisis de los histogramas de pérdida de bienestar L bajo shocks tecnológicos comparando dos reglas de Taylor, una con expectativas y otra sin expectativas, muestra diferencias claras en la distribución de L para cada caso.

La regla de Taylor con expectativas presenta una distribución con un pico alrededor de 1 y una cola más larga hacia la derecha, con una frecuencia máxima menor a 600 observaciones en el pico y una mayor dispersión en los valores de L que se extienden hasta aproximadamente 3.5. En cambio, la regla de Taylor sin expectativas muestra un pico más alto, alrededor de 800 observaciones en el punto máximo, con menor dispersión de L , que se extiende hasta aproximadamente 2.5, y una cola más corta comparada con la regla con expectativas. La regla de Taylor con expectativas tiene un pico menor en frecuencia y una mayor dispersión, sugiriendo una mayor variabilidad en la pérdida de bienestar bajo esta regla. La regla sin expectativas tiene un pico más alto y una menor dispersión, indicando que la mayoría de las simulaciones resultan en una pérdida de bienestar más concentrada y generalmente menor. La mayor dispersión en la regla con expectativas implica que, aunque generalmente la pérdida de bienestar es mayor, también hay simulaciones con pérdidas mucho más altas que no se observan con la regla sin expectativas. La cola más larga hacia la derecha para la regla con expectativas indica una mayor probabilidad de pérdidas extremas bajo esta política. Dado que la regla de Taylor sin expectativas tiene una distribución más concentrada y con menor dispersión, se podría inferir que esta regla ofrece una mejor contención de las pérdidas de bienestar en presencia de shocks tecnológicos.

La regla con expectativas, aunque puede anticipar mejor las fluctuaciones futuras, parece introducir una mayor variabilidad en las pérdidas, lo que puede no ser favorable desde una perspectiva de bienestar promedio. En conclusión, la regla de Taylor sin expectativas parece ser más eficaz en términos de mantener la pérdida de bienestar en un rango más estrecho y generalmente más bajo. Esto sugiere que, en este modelo DSGE, una regla de política que no depende de expectativas futuras puede ser más robusta ante shocks tecnológicos. La mayor variabilidad observada en la regla con expectativas podría reflejar una mayor inestabilidad en la economía, lo que puede traducirse en mayor incertidumbre y potencialmente mayores costos para mitigar las fluctuaciones extremas. Aunque las expectativas pueden ofrecer una ventaja teórica en la anticipación de choques, en la práctica, en este escenario modelado, la política sin expectativas parece proporcionar una mejor estabilidad y menores pérdidas de bienestar.

4. Se simuló 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria (con y sin expectativas). Se calcula L para cada iteración, y se construyen histogramas para shocks de preferencias (demanda) entre las reglas de tasa de interés nominal. Se muestran los histogramas a continuación:

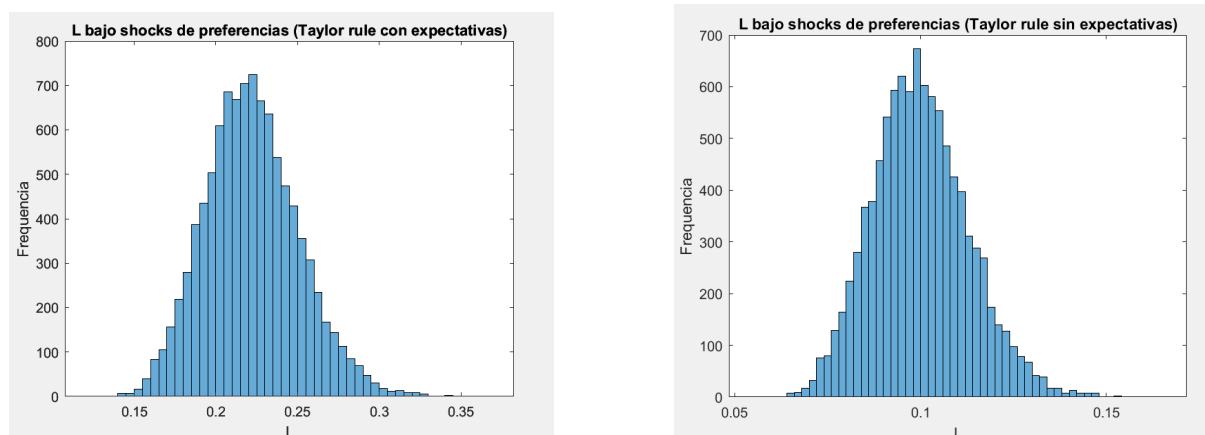


Figura 11: Pérdida de bienestar bajo un shock de preferencias

Análisis Económico:

El análisis de los histogramas de pérdida de bienestar L bajo shocks de preferencias muestra diferencias claras entre la regla de Taylor con expectativas y sin expectativas. En el histograma de la regla con expectativas, la distribución de L presenta un pico alrededor de 0.2 con una frecuencia máxima cercana a 750 observaciones y una dispersión que se extiende hasta aproximadamente 0.35. En contraste, el histograma de la regla sin expectativas muestra un pico alrededor de 0.1, también con una frecuencia máxima cercana a 700 observaciones, pero con una dispersión menor, extendiéndose hasta aproximadamente 0.15. La regla de Taylor con expectativas tiene un pico más alto y una mayor dispersión, lo que indica una mayor variabilidad en la pérdida de bienestar. Por otro lado, la regla sin expectativas tiene una distribución más concentrada y menos dispersa, sugiriendo que la mayoría de las simulaciones resultan en una menor pérdida de bienestar. En resumen, para shocks de preferencias, la regla sin expectativas parece ofrecer una mayor estabilidad y menor pérdida de bienestar en comparación con la regla con expectativas, que muestra una mayor variabilidad y potencialmente mayores pérdidas extremas.

5. Se simuló 10.000 iteraciones para cada regla de política monetaria (con y sin expectativas). Se calcula L para cada iteración, y se construyen histogramas para shocks tanto de preferencias (demanda) y de tecnología. Se muestran los histogramas a continuación:

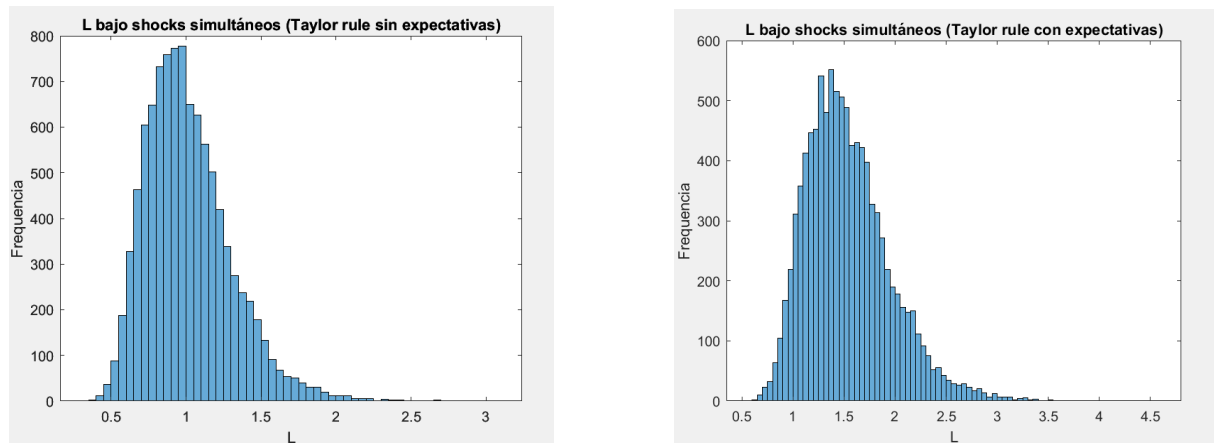


Figura 12: Pérdida de bienestar bajo shocks simultáneos

Análisis Económico:

El análisis de los histogramas de pérdida de bienestar L bajo shocks simultáneos de oferta y demanda muestra diferencias significativas entre la regla de Taylor con expectativas y sin expectativas. En el histograma de la regla sin expectativas, la distribución de L presenta un pico alrededor de 1 con una frecuencia máxima cercana a 800 observaciones y una dispersión que se extiende hasta aproximadamente 3.5. En cambio, el histograma de la regla con expectativas muestra un pico alrededor de 1.5, con una frecuencia máxima cercana a 500 observaciones, y una dispersión que se extiende hasta aproximadamente 4.5.

La regla de Taylor sin expectativas tiene una distribución más concentrada con un pico más alto y una menor dispersión, lo que indica una menor variabilidad en la pérdida de bienestar. La mayoría de las simulaciones resultan en una pérdida de bienestar más concentrada alrededor de 1. Por otro lado, la regla con expectativas presenta una mayor dispersión y una distribución más extendida, con un pico más bajo, sugiriendo una mayor variabilidad y mayores pérdidas de bienestar en comparación. Finalmente, bajo shocks simultáneos de oferta y demanda, la regla sin expectativas parece ofrecer una mayor estabilidad y menores pérdidas de bienestar en comparación con la regla con expectativas, que muestra una mayor variabilidad y potencialmente mayores pérdidas extremas.

6. Se construyen las siguientes tablas resumen para analizar los resultados.

Cuadro 2: Evaluación Regla de Taylon Sin Expectativas

	Tecnología				Demanda			
ϕ_π	1.5	1.5	5	1.5	1.5	1.5	5	1.5
ϕ_y	0.125	0	0	1	0.125	0	0	1
$\sigma(y)$	1.85	2.07	2.25	1.06	0.59	0.68	0.28	0.31
$\sigma(\tilde{y})$	0.44	0.21	0.03	1.23	0.59	0.68	0.28	0.31
$\sigma(\pi)$	0.69	0.34	0.05	1.94	0.20	0.23	0.09	0.10
\mathbb{L}	1.02	0.25	0.006	7.98	0.10	0.13	0.02	0.02

Cuadro 3: Evaluación Regla de Tylon Con Expectativas

	Tecnología				Demanda			
ϕ_π	1.5	1.5	5	1.5	1.5	1.5	5	1.5
ϕ_y	0.125	0	0	1	0.125	0	0	1
$\sigma(y)$	1.76	2.01	2.25	1.00	0.89	0.98	0.48	0.53
$\sigma(\tilde{y})$	0.52	0.28	0.03	1.34	0.89	0.98	0.48	0.53
$\sigma(\pi)$	0.83	0.44	0.06	2.11	0.30	0.33	0.16	0.18
\mathbb{L}	1.46	0.42	0.008	9.44	0.22	0.27	0.06	0.07

Análisis de resultados y recomendación:

El análisis de las reglas de Taylor, una con expectativas y otra sin expectativas, revela diferencias significativas en la pérdida de bienestar L asociada a cada una. Los resultados muestran que, en general, la regla de Taylor sin expectativas tiende a resultar en una menor pérdida de bienestar en comparación con la regla de Taylor con expectativas, tanto para shocks de tecnología como de demanda. En los escenarios evaluados, la desviación estándar de la producción, la brecha de producción y la inflación tienden a ser más bajas cuando se aplica la regla sin expectativas.

Para los shocks de tecnología, la pérdida de bienestar es consistentemente menor cuando se utiliza la regla de Taylor sin expectativas. Esto sugiere que incorporar expectativas en la formulación de la política monetaria puede aumentar la volatilidad de la producción y la inflación, llevando a una mayor ineficiencia económica. Los resultados indican que, bajo las condiciones y parámetros simulados, la política monetaria que no toma en cuenta las expectativas es más efectiva para estabilizar la economía frente a perturbaciones tecnológicas.

En el caso de shocks de demanda, se observa un patrón similar. La regla de Taylor sin expectativas también presenta una menor pérdida de bienestar en todas las configuraciones de parámetros analizadas. Las desviaciones estándar de las variables económicas clave son menores, lo que implica una economía más estable. Esto podría deberse a que la consideración de expectativas introduce un elemento adicional de incertidumbre y potencial inestabilidad, complicando la tarea de los formuladores de políticas para mantener la estabilidad económica.

En resumen, los resultados de este análisis sugieren que la regla de política monetaria sin expectativas debería ser preferida para minimizar la pérdida de bienestar. Esta preferencia se basa en la observación de que, sin la incorporación de expectativas, las desviaciones estándar de la producción, la brecha de producción y la inflación son menores, indicando una mayor estabilidad económica. La causa de estos resultados podría estar en que las expectativas aumentan la sensibilidad de la economía a los shocks, generando mayores fluctuaciones. Por lo tanto, se recomienda implementar la regla de Taylor sin expectativas para mejorar el bienestar económico general.

3. Resolución Parte 3 (Bono): Real Business Cycle Models en Economía Abierta

3.1. Ecuaciones de Equilibrio - Modelo 1: Endogenous discount factor

Producción

$$y_t = a_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

Ley de Movimiento del Capital

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \quad (2)$$

Lambda

$$\lambda_t = \left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega}\right)^{-\gamma} - \eta_t \left(-\psi \left(1 + c_t - \omega^{-1} h_t^\omega\right)^{-\psi-1}\right) \quad (3)$$

Euler

$$\lambda_t = \beta_t (1 + r_t) \lambda_{t+1} \quad (4)$$

Consumo

$$\eta_t = -\frac{(c_t - \omega^{-1} h_t^\omega)^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma} + \eta_{t+1} \beta_{t+1} \quad (5)$$

Condición de Óptimo de Trabajo

$$\left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega}\right)^{-\gamma} h_t^{\omega-1} + \eta_t \left(-\psi \left(1 + c_t - \omega^{-1} h_t^\omega\right)^{-\psi-1} (-h_t^{\omega-1})\right) = \lambda_t (1 - \alpha) a k_t^\alpha h_t^{-\alpha} \quad (6)$$

Condición de Óptimo de Inversión

$$\lambda_t (1 + \phi(k_{t+1} - k_t)) = \beta_t \lambda_{t+1} (a_{t+1} \alpha k_t^{\alpha-1} h_{t+1}^{1-\alpha} + 1 - \delta + \phi(k_{t+1} - k_t)) \quad (7)$$

Proceso del Shock Estocástico

$$\log(a_t) = \rho \log(a_{t-1}) + \epsilon_t \quad (8)$$

Tasa de Interés

$$r_t = r_{ss} \quad (9)$$

Deuda

$$d_t = (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2 \quad (10)$$

Balanza Comercial

$$tb = 1 - \left(\frac{c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2}{y_t}\right) \quad (11)$$

Ratio Cuenta Corriente/Output

$$ca = \frac{1}{y_t}(d_{t-1} - d_t) \quad (12)$$

Factor de Descuento Endógeno

$$\beta_t = (1 + c_t - \omega^{-1}h_t^\omega)^{-\psi} \quad (13)$$

3.2. Ecuaciones de Equilibrio - Modelo 2: Debt elastic interest rate**Tasa de Interés**

$$r_t = r_{ss} + pr_t \quad (14)$$

Prima por País

$$pr_t = \psi(d_t - d_{ex} - 1) \quad (15)$$

Deuda

$$d_t = (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_t - k_{t-1})^2 \quad (16)$$

Producción

$$y_t = a_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (17)$$

Ley de Movimiento del Capital

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \quad (18)$$

Euler

$$\lambda_t = \beta(1 + r_t)\lambda_{t+1} \quad (19)$$

Utilidad Marginal

$$\left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega}\right)^{-\gamma} = \lambda_t \quad (20)$$

Condición de Óptimo de Trabajo

$$\left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega}\right)^{-\gamma} h_t^{\omega-1} = \lambda_t(1 - \alpha)ak_t^\alpha h_t^{-\alpha} \quad (21)$$

Condición de Óptimo de Capital

$$\lambda_t(1 + \phi(k_t - k_{t-1})) = \beta\lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi(k_{t+1} - k_t) \right) \quad (22)$$

Shock de Productividad

$$\log(a_t) = \rho \log(a_{t-1}) + \epsilon_t \quad (23)$$

Balanza Comercial

$$tb = 1 - \left(\frac{c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_t - k_{t-1})^2}{y_t} \right) \quad (24)$$

Ratio Cuenta Corriente/Output

$$ca = \frac{1}{y_t}(d_{t-1} - d_t) \quad (25)$$

3.3. Ecuaciones de Equilibrio - Modelo 3: Portfolio adjustment costs**Tasa de Interés**

$$r_t = r_{ss} \quad (26)$$

Evolución de la Deuda (con Costos de Ajuste)

$$d_t = (1 + r_{t-1})d_{t-1} - y_t + c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_t - k_{t-1})^2 + \frac{\psi}{2}(d_t - d_{ex})^2 \quad (27)$$

Producción

$$y_t = a_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (28)$$

Ley de Movimiento del Capital

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \quad (29)$$

Euler

$$\lambda_t(1 - \psi(d_t - d_{ex})) = \beta_t(1 + r_t)\lambda_{t+1} \quad (30)$$

Utilidad Marginal (Lambda)

$$(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega})^{-\gamma} = \lambda_t \quad (31)$$

Condición de Óptimo de Trabajo

$$(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega})^{-\gamma} h_t^{\omega-1} = \lambda_t(1 - \alpha) a k_t^\alpha h_t^{-\alpha} \quad (32)$$

Condición de Óptimo de Inversión

$$\lambda_t(1 + \phi(k_t - k_{t-1})) = \beta_t \lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi(k_{t+1} - k_t) \right) \quad (33)$$

Shock de Productividad

$$\log(a_t) = \rho \log(a_{t-1}) + \epsilon_t \quad (34)$$

Balanza Comercial

$$tb = 1 - \left(\frac{c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2}{y_t} \right) \quad (35)$$

Cuenta Corriente

$$ca = \frac{1}{y_t}(d_{t-1} - d_t) \quad (36)$$

3.4. Ecuaciones de Equilibrio - Modelo 4: Complete asset markets**Euler**

$$\lambda = \psi \quad (37)$$

Producción

$$y_t = a_t k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} \quad (38)$$

Ley de Movimiento del Capital

$$k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t \quad (39)$$

Utilidad Marginal (Lambda)

$$\lambda_t = \left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega} \right)^{-\gamma} \quad (40)$$

Condición de Óptimo de Trabajo

$$\left(c_t - \frac{h_t^\omega}{\omega} \right)^{-\gamma} h_t^{\omega-1} = \lambda_t (1 - \alpha) a_t k_t^\alpha h_t^{-\alpha} \quad (41)$$

Condición de Óptimo de Inversión

$$\lambda_t (1 + \phi(k_{t+1} - k_t)) = \beta_t \lambda_{t+1} \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta + \phi(k_{t+1} - k_t) \right) \quad (42)$$

Shock de Productividad

$$\log(a_t) = \rho \log(a_{t-1}) + \epsilon_t \quad (43)$$

Balanza Comercial

$$tb = 1 - \left(\frac{c_t + i_t + \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2}{y_t} \right) \quad (44)$$

A continuación presentamos los resultados obtenidos a partir de esta modelación, en la Tabla 4, se presenta los resultados y se comparan en relación a los resultados originales del paper de Schmitt-Grohé & Uribe (2002).

Cuadro 4: Segundos momentos observados e implícitos.

	Resultados Modelos Propios en Dynare*				Resultados Modelos Schmitt-Grohé & Uribe (2002)			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Volatilidad:								
$\text{std}(y_t)$	3.1	3.1	3.1	3.1	3.1	3.1	3.1	3.1
$\text{std}(c_t)$	2.3	2.7	2.7	1.9	2.3	2.7	2.7	1.9
$\text{std}(i_t)$	9.1	9.0	9.0	9.1	9.1	9.0	9.0	9.1
$\text{std}(h_t)$	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
$\text{std}\left(\frac{tb_t}{y_t}\right)$	1.5	1.8	1.8	1.6	1.5	1.8	1.8	1.6
$\text{std}\left(\frac{ca_t}{y_t}\right)$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
Correlación Serial:								
$\text{corr}(y_t, y_{t-1})$	0.61	0.62	0.62	0.61	0.61	0.62	0.62	0.61
$\text{corr}(c_t, c_{t-1})$	0.70	0.78	0.78	0.61	0.70	0.70	0.78	0.61
$\text{corr}(i_t, i_{t-1})$	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07
$\text{corr}(h_t, h_{t-1})$	0.61	0.62	0.62	0.61	0.61	0.62	0.62	0.61
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, \frac{tb_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.33	0.50	0.50	0.39	0.33	0.51	0.50	0.39
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, \frac{ca_{t-1}}{y_{t-1}}\right)$	0.30	0.32	0.32	0.30	0.30	0.32	0.32	0.30
Correlación con output:								
$\text{corr}(c_t, y_t)$	0.94	0.85	0.85	1.00	0.94	0.84	0.85	1.00
$\text{corr}(i_t, y_t)$	0.66	0.67	0.67	0.66	0.66	0.67	0.67	0.66
$\text{corr}(h_t, y_t)$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\text{corr}\left(\frac{tb_t}{y_t}, y_t\right)$	-0.012	-0.05	-0.05	0.13	-0.012	-0.044	-0.043	0.13
$\text{corr}\left(\frac{ca_t}{y_t}, y_t\right)$	0.025	0.050	0.051	0.025	0.025	0.050	0.051	0.025

Nota. *Los resultados consideran 10.000 simulaciones, sin descartar ninguna de ellas para cada cálculo.

4. Referencias

Benhabib, J., Rogerson, R., & Wright, R. (1991). *Homework in macroeconomics: Household production and aggregate fluctuations*. Journal of Political Economy, 99(December), 1166-1187.

Cooley, T. F. (1995). *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton University Press. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/9780691218052-fm/pdf>

Gali, J. (2015). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: An introduction to the new Keynesian framework and its applications* (2nd ed.). Princeton University Press.

Hansen, G. D. (1985). *Indivisible labor and the business cycle*. Journal of Monetary Economics, 16(November), 309-327.

Hansen, G. D., & Wright, R. (1992). *The Labor Market in Real Business Cycle Theory*. Quarterly Review - Federal Reserve Bank Of Minneapolis, 16(2). <https://doi.org/10.21034/qr.1621>

Kydland, F., & Prescott, E. (1982). *Time to Build and Aggregate Fluctuations*. Econometrica, 50(6), 1345-1370. <http://individual.utoronto.ca/zheli/C7.pdf>