Indução

Vinicius A. Matias

May 7, 2021

1 Indução matemática

A indução é uma técnica matemática para provar um teorema T para todos os valores de n. Para provar um teorema por indução devem ser obedecidas duas condições:

1. Passo base: T é válido para $n = 1$
2. Passo indutivo: Para todo n¿1, se T é válido para $n - 1$, então T é válido para n

1.1 Exemplo

Considerando a soma dos primeiros n números naturais como $S(n) = 1 + 2 + ... + n$; queremos provar por indução que:
$S(n) = \frac{n*(n+1)}{2}, \forall n \geq 1$

Passo base: $S(1) = 1$
$S(1) = \frac{1*(1+1)}{2} = 1$

Passo Indutivo:
Como o caso base é verdadeiro, assumimos:
$S(n - 1) = \frac{(n-1)*((n-1)+1)}{2}$ verdadeiro por Hipótese de Indução
Então, para encontrarmos $S(n)$ conhecendo $S(n-1)$ devemos notar que precisamos adicionar n à $S(n - 1)$, ou seja:
$S(n) = S(n - 1) + n$
E isso é verdade pois:
$S(n) = S(n - 1) + n$
$S(n) = \frac{(n-1)*((n-1)+1)}{2} + n$
$S(n) = \frac{(n-1)*n}{2} + n$
$S(n) = \frac{n^2-n}{2} + n$
$S(n) = \frac{n^2-n+2n}{2}$
$S(n) = \frac{n^2+n}{2}$
$S(n) = \frac{n(n+1)}{2}$
Assim, está demonstrado que $S(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ é a fórmula para a soma dos primeiros n números naturais.