Fisica

18/02/2019

Metodo Scientifico

> Fenomeno di interesse e sua idealizzazione, ho grandezze fisiche per descriverlo (**unità**), osservazione e misura (**incertezze**), formulazione di ipotesi, passando dal **modello alla legge fisica**.
>
> Attraverso quest'ultima (legge fisica) per descrivere e prevedere ed in caso **falsificare l'ipotesi.**

Unità del sistema internazionale

Grandezze fisiche e la loro misurazione

Incertezza di misura

Grandezze Fondamentali

Sistemi di Unità di Misura

Sistema Internazionale

Cifre significative e Arrotondamenti

Cinematica

La cinematica è la descrizione del moto degli oggetti, rappresentati da punti materiali.

> **Punto materiale**: Punto con delle proprietà fisiche, privandolo dell'estensione. Lecito quanto piccolo è l'oggetto.
>
> *(Più piccolo, più lecito).*

Esempio:

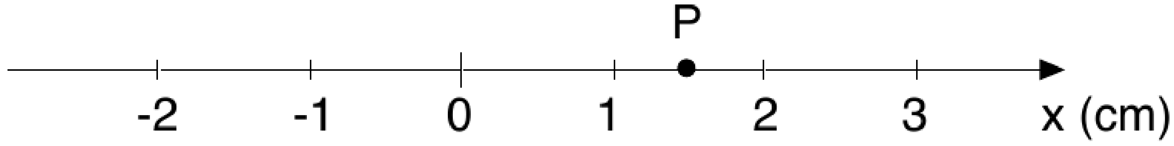
Luna è un punto materiale con un rapporto 100 alla terra .

Legge oraria del moto

Scelgo un **punto**, un **verso di percorrenza** e creo il movimento del punto in **UNA dimensione.**

Un punto materiale non fa spazio ne ingombro.

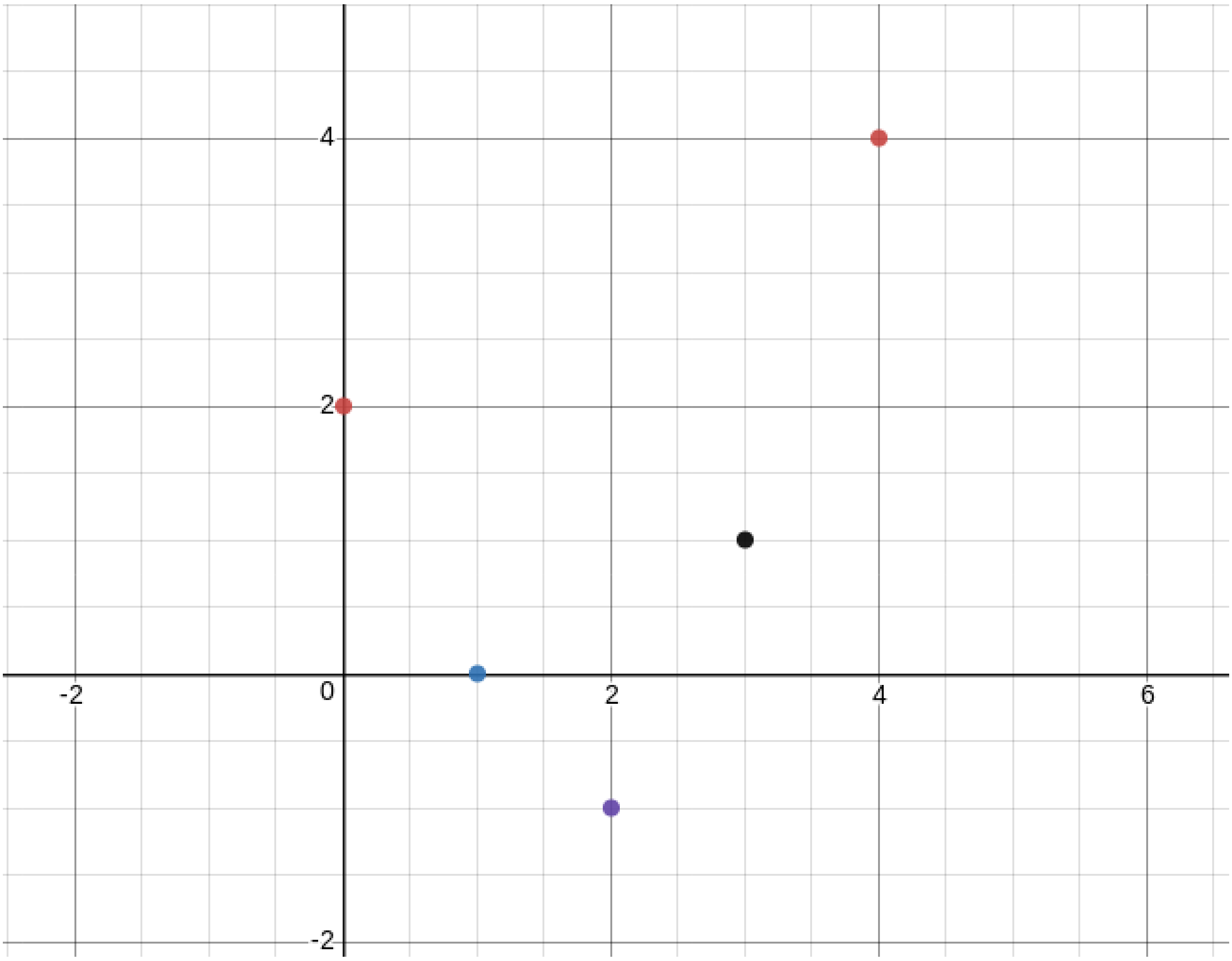
Posso assumere una unità di misura nella retta orientata (tipo centimetri).



La legge oraria posso esprimerla con una **tabella**:

$t(s)$	$s(m)$
0	2
1	0
2	-1
3	1
4	4

E disegno un **GRAFICO**:



> **Equazione oraria**: $s = s(t)$

spazio in funzione del **tempo**.

La legge oraria può variare in base alla funzione che ho su $s(t)$

Esempi

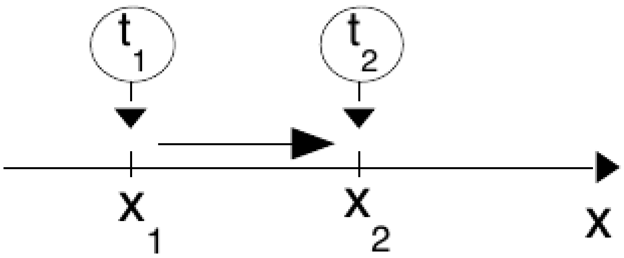
s=$A\cos(Bt)$

> Nota bene che:
>
> **NON** posso rimuovere la costante A, mentre posso rimuovere la costante B(se ad esempio la B vale 1), ma è consigliato tenerla in ogni caso. Senza A non posso dire di che cosa si tratta, di lunghezza, di tempo etc etc, quindi A deve essere **DEFINITA** ed avere una unità di misura.

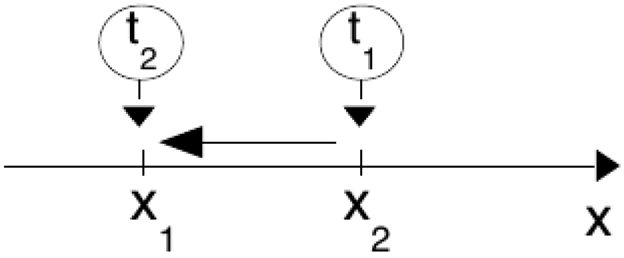
> **Pulsazione**: nella **formula precedente** la pulsazione è $\omega = B$.

Velocità media

Velocità positiva



Velocità negativa



> **Equazione:** $V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Ovviamente ha una unità di misura

$[v] = \frac{[s]}{[t]}$

Le parentesi quadre indicano una equazione dimensionale, stiamo considerando l'uguaglianza del punto di vista delle **dimensioni**.

Abbiamo ovviamente una **unità di misura**

$udm(v) = \frac{udm(s)}{udm(t)} = \frac{m}{s}$

può essere metri al secondo come altro(km/h...)

> Nota che **è una differenza, non dipende dal sistema che abbiamo utilizzato**.

utilizzando il sistema di riferimento di prima (**tabella**), abbiamo:

$\frac{-2}{1} = -2\frac{m}{s}$

$-1\frac{m}{s}$

$2\frac{m}{s}$

$3\frac{m}{s}$

> **Coefficente Angolare:** Nel grafico ho
>
> $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

> Nota bene che **il grafico con tempo, non può avere valori che "tornano indietro nel tempo".**

Velocità istantanea

> Velocità nel tempo che dipende dall'istante t.

$\lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$

anche detta

> $\lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{x(t) - x_0}{t - t_0} = v(t)$
>
> Rapporto incrementale, quindi è la **derivata** nel grafico **spazio tempo.**

Esempi:

$s(t) = At \Longrightarrow v(t) = \frac{ds}{dt} = A$

Essendo t Tempo, **A sarà spazio tempo perchè mi fornisce un uguaglianza = spazio, quindi deve dare spazio.** Quindi A sarà la **Velocità**.

$v(t) = A[-\sin(\omega t)]\omega = -A\omega \sin(\omega t)$

In questo caso A è **Spazio**.

Avendo la **legge oraria della velocità**, posso ottenere la **legge oraria del moto** integrando $v(t)$

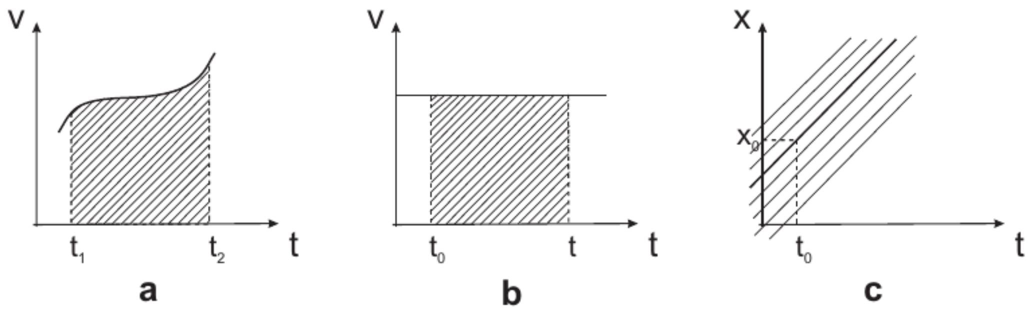


Figura 2.4: Calcolo della legge oraria, nota la velocità in funzione del tempo

> $s(t) - s_0 = \int_{t_0}^{t} d\tau v(\tau) \Longrightarrow s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} d\tau v(\tau)$

quindi

$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} \bar{v} d\tau = s_0 + \bar{v}(t - t_0)$

Avendo una velocità costante ottengo

$s(t_0) = s_0 + \bar{v}(t_0 - t_0) = s_0$

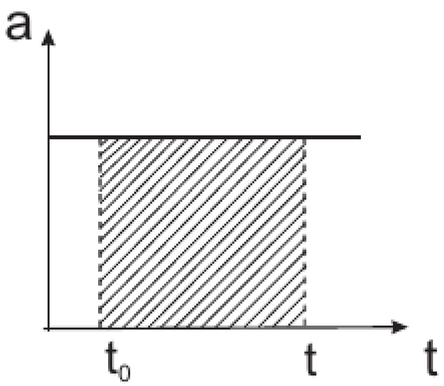
Accelerazione

> **Variazione** della velocità nel tempo o **Derivata** della velocità nel tempo
>
> $\lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0} = a(t_0)$

> **Protip**: Controllo di avere consistenza dimensionale
>
> $[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{[s]}{[t][t]} = [s/t^2]$

Accelerazione Gravitazionale

> L'**accelerazione gravitazionale** è pari a
>
> $g = 9,8055 \frac{m}{s^2}$



> **Punti estremanti**: Punti di massimo e di minimo, punti nei quali l'accelerazione vale ZERO, cioè la velocità è costante.

Integrale della velocità

> $v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} d\tau a(\tau)$

Nota che:

Integrando accelerazione, ottengo la **velocità**.

Integrando ancora , ottengo lo **spazio**.

Derivando lo spazio, ottengo la **velocità**.

Derivando ancora ottengo **l'accelerazione**.

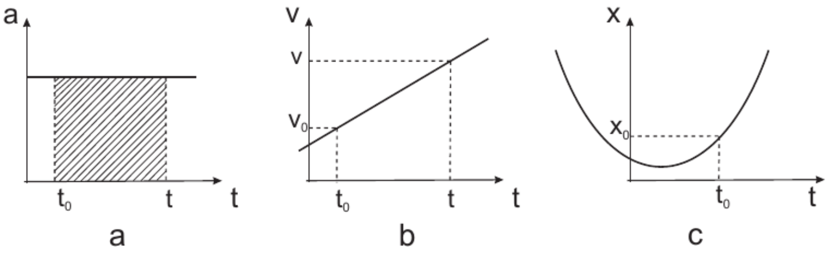


Figura 2.5: Calcolo della legge oraria per un moto uniformemente vario: (**a**) accelerazione, (**b**) velocità, (**c**) posizione in funzione del tempo

> **Protip**:
>
> $F = \frac{-G \cdot m \cdot M}{r^2} = -m \cdot g \cdot r$
>
> l'accelerazione gravitazionale è **diversa** in base a dove mi trovo nella terra, ma di poco, quindi la **assumo** come **definita prima**.

Esercizio

Protip: lo posso piazzare il mio asse delle x, cioè s(t) come mi pare e piace, quindi posso ottenere una g **negativa**, per avere una accelerazione **positiva**.

> Un tipo tira un sasso in aria
>
> DATI:
>
> $v_0 = ?$
>
> $h = 4,0m$

$s_0 = 0, t_0 = 0$

$a = +g(g = -9,81m/s^2)$

$v(t) = v_0 > 0 + \int_0^t d\tau a(\tau) = v_0 + \int_0^t d\tau g = v_0 + gt$

dove g è ovviamente l'accelerazione gravitazionale.

$s(t) = s_0 + \int_{t0}^t d\tau v(\tau) = \int_0^t d\tau (v_0 + g\tau) = v_0 t + g\frac{t^2}{2}$

22/02/2019

Ricordiamo che **l'accelerazione** è un **differenziale** della velocità

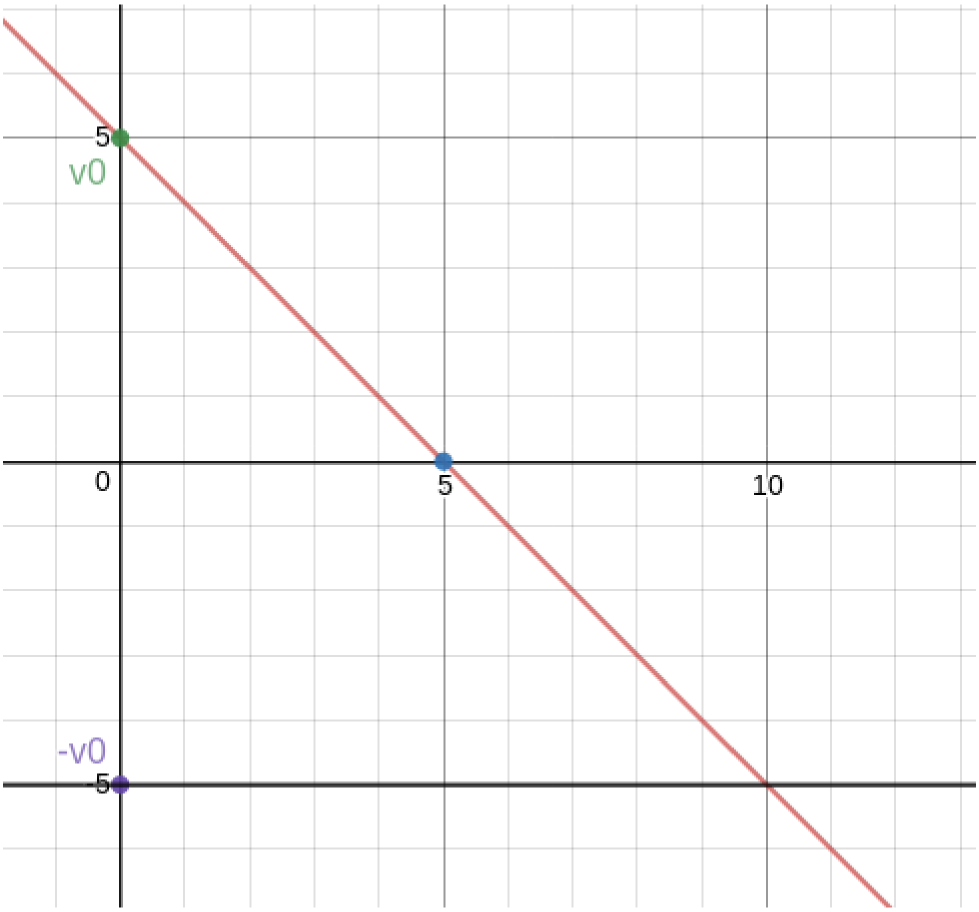
$\frac{dv}{dt} = a$

tornando all'esercizio precedente, otteniamo

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + gt \\ s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

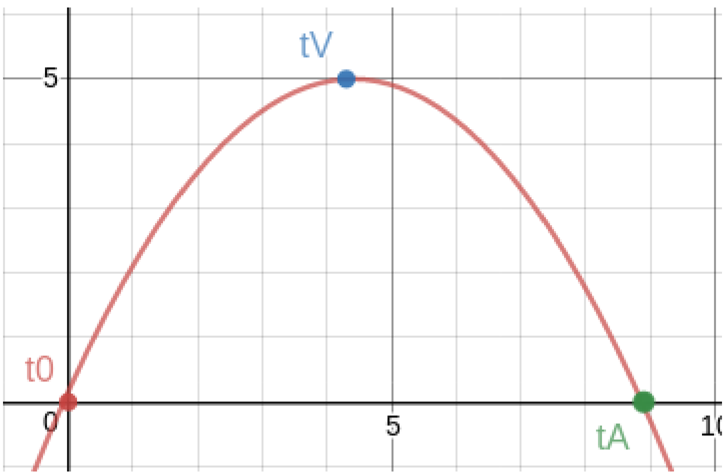
Ora nel punto in cui la velocità è zero:

$$\begin{cases} v(t) = 0 = v_0 + g t_{max} \\ s(t) = h_{max} = v_0 t_{max} + \frac{1}{2} g t_{max}^2 \end{cases}$$



Continuando:

$$\begin{cases} v_0 = -g t_{max} \\ h_{max} = -\frac{1}{2} g t_{max}^2 \end{cases} = \begin{cases} v_0 = -g\sqrt{\frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{|g|^2 \frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{-2gh_{max}} = 8,9m/s \\ t_{max} = \sqrt{\frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{\frac{8m}{9{,}8m/s^2}} = \sqrt{0,816} \end{cases}$$



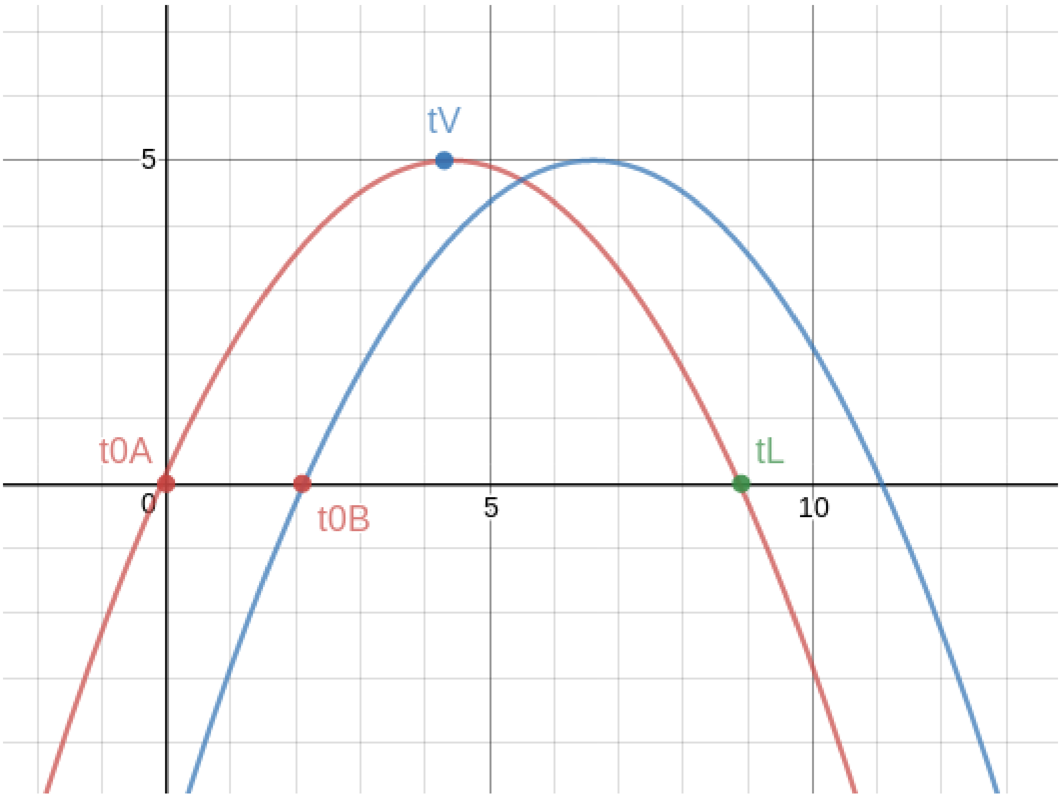
Esercizio: Doppio lancio vericale

Vengono lanciati due sassi

> **DATI**:
>
> $v_0 = 8,0 m/s$
>
> $a = g = -9,8055 m/s^2$
>
> $s_0 = 0m$
>
> $t_{0A} = 0s$
>
> $t_{0B} =$Arbitrario

Si incontrano per $s > 0$?

Se aspetto che il primo sasso vada a terra, **no.**



Come possiamo vedere, la possibilità che si incontrino è **nell'intersezione delle due parabole.**

1. **Primo Caso/Modo:** $t_{0B} > t_{LA} = 2t_{max} = 2\sqrt{\frac{-2h_{max}}{g}}$

   se ho che lo lancio dopo il landing dell'altro.

2. **Secondo Caso/Modo**: $\begin{cases} s(t) = v_{0A}(t - t_{0A}) + \frac{1}{2}g(t - t_{0A})^2 \\ s(t) = v_{0B}(t - t_{0B}) + \frac{1}{2}g(t - t_{0B})^2 \end{cases}$ ottengo

   $\cancel{v_0 t + \frac{1}{2}gt^2} = v_0(\cancel{t} - t_{0B}) + \frac{1}{2}g(\cancel{t} - t_{0B})^2$

   Ottengo dunque che

   $0 = -v_0\, t_{0B} + \frac{1}{2}gt_{0B}^2 - gt_{0B}$

   arrivando a t

$$t = \frac{\frac{1}{2}gt_{0B}^2 - v_0 t_{0B}}{gt_{0B}} = \frac{t_{0B}}{2} - \frac{v_0}{g}$$

Grandezze vettoriali

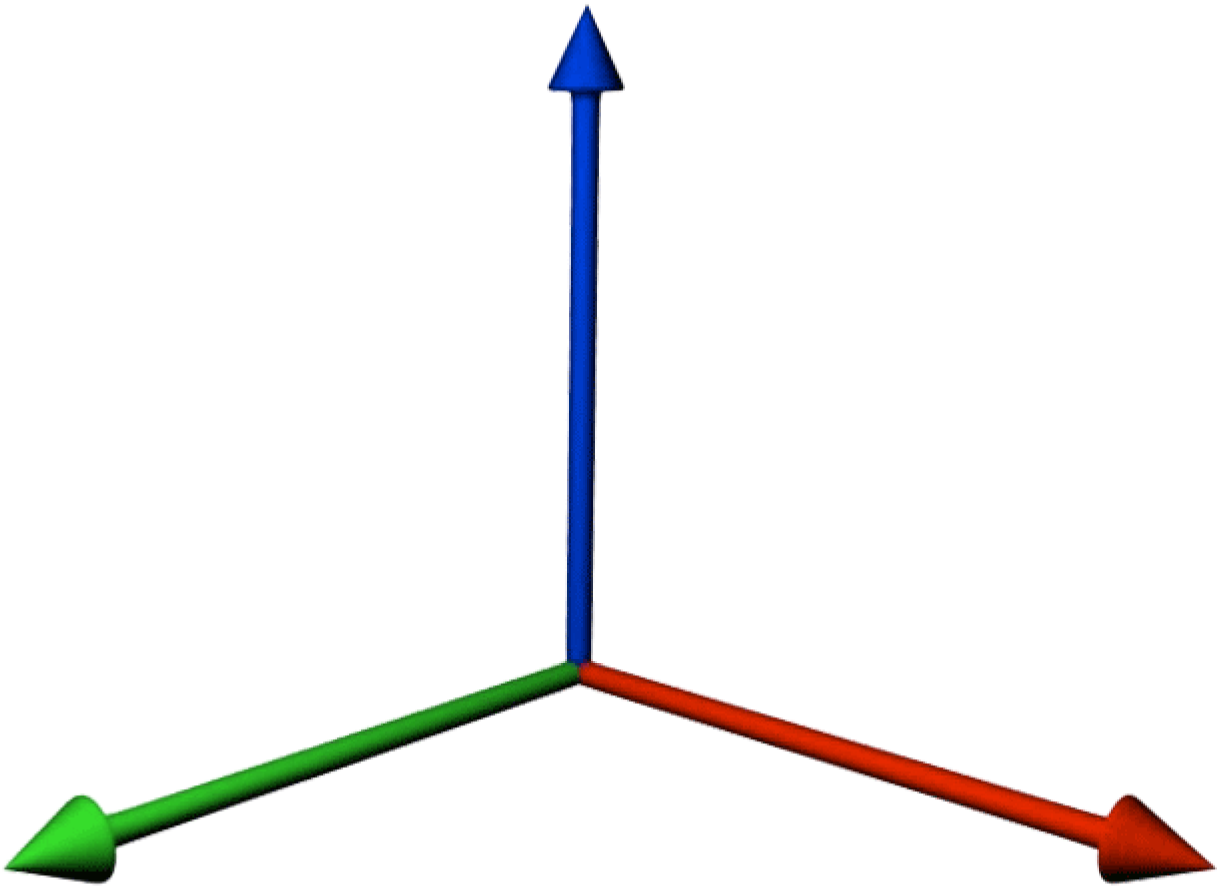
$s \longrightarrow \vec{s}$

$v \longrightarrow \vec{v}$

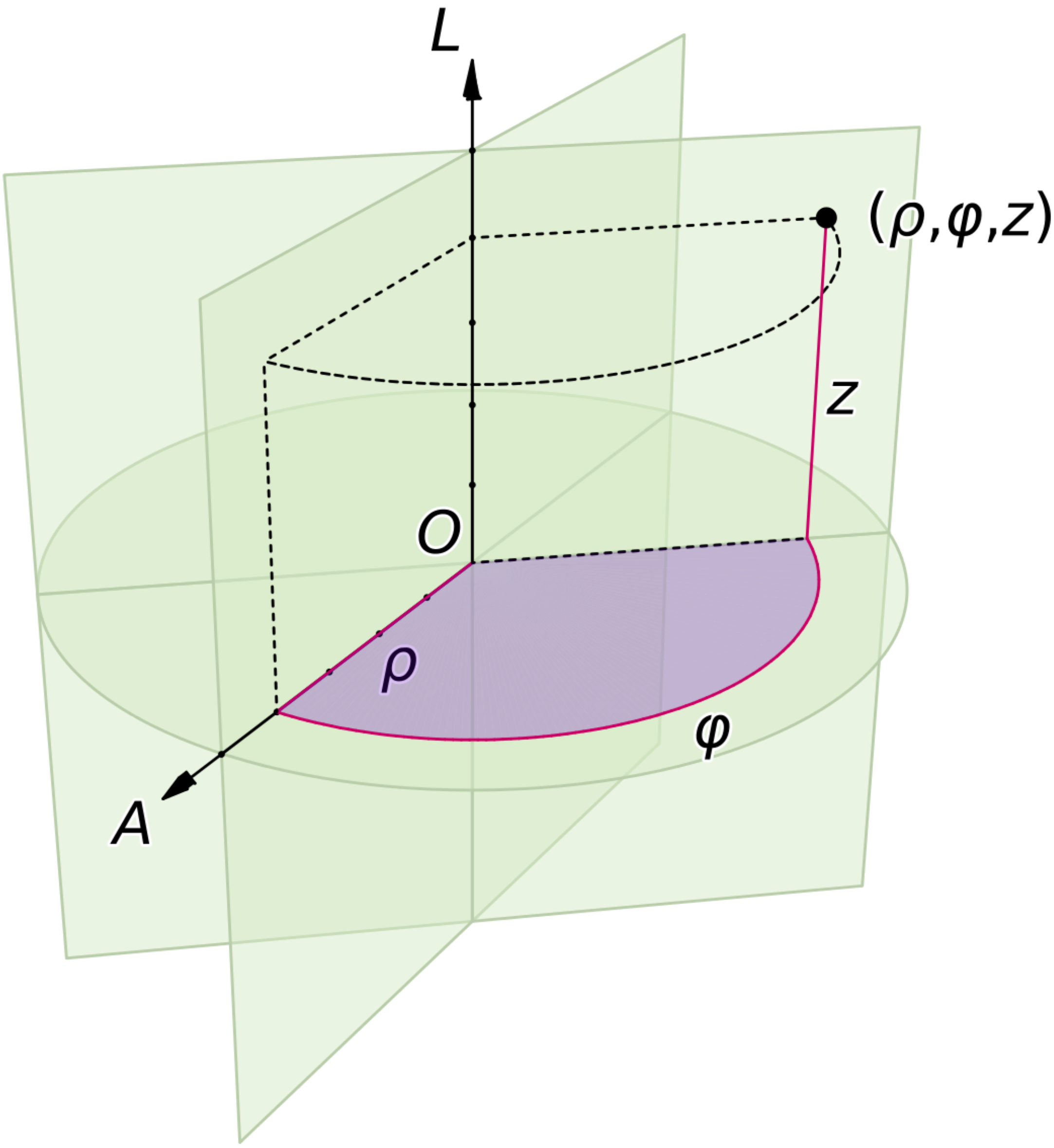
$a \longrightarrow \vec{a}$

Ci sono diversi tipi di **assi**

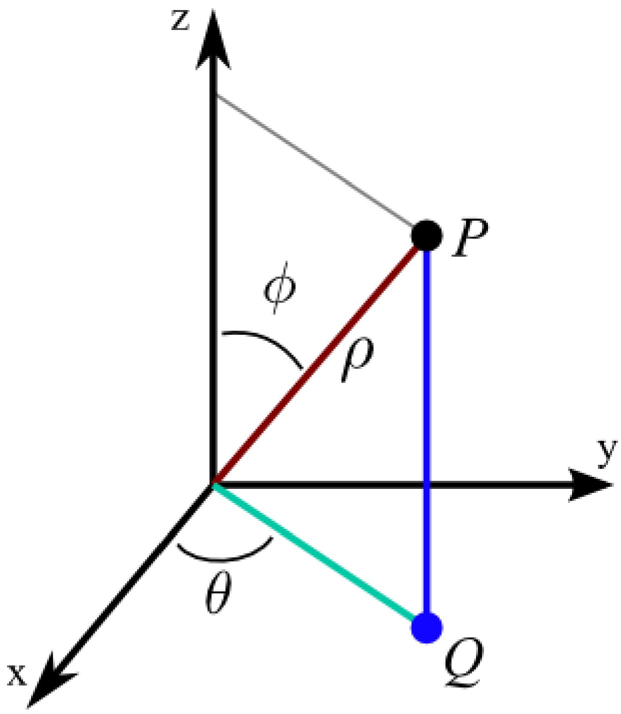
1. **Cartesiano**



2. Cilindrico



3. Polare



Formule (le quali non ho idea a cosa si riferiscano)

$$s \longrightarrow \Delta\vec{s} = \Delta\vec{r} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \Delta x\ \hat{x} + \Delta y\ \hat{y} + \Delta z\ \hat{z}$$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v_x\ \hat{x} + v_y\ \hat{y} + v_z\ \hat{z}$$

Velocità istantanea in più dimensioni

> $\vec{v}(t) = \lim_{t' \longrightarrow t} \frac{\vec{s}(t') - \vec{s}(t)}{t' - t}$

Al cambio di dimensioni posso avere valori in più.

La velocità, in ogni caso, **è sempre tangenziale alla direzione**.

Accelerazione in più dimensioni

> $\vec{a}(t) = \lim_{t' \longrightarrow t} \frac{\vec{v}(t') - \vec{v}(t)}{t' - t}$

Prima avevo solo una variazione di velocità, qui invece ci dice che l'accelerazione c'è se la velocità in un certo istante è **diversa** dalla velocità in un altro istante. Ciò **non implica** che i vue valori siano diversi. In **matematichese**:

$\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}(t') \neq \vec{v}(t) \nRightarrow v(t') \neq v(t)$

Possiamo avere

1. Moto rettilineo uniforme **(MRV)**
2. Moto rettilineo uniforme vario **(MRVA)**
3. Moto non rettilineo uniforme **(MNRV)**
4. Moto non rettilineo non uniforme **(MNRNV)**

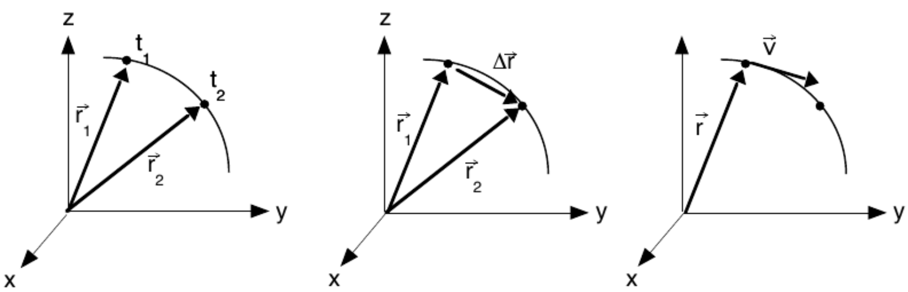


Figura 2.7: Vettori posizione del punto P agli istanti t_1 e t_2 (a sinistra). Vettore spostamento $\Delta\vec{r}$ (al centro). Vettore velocità $\vec{v}$ (a destra).

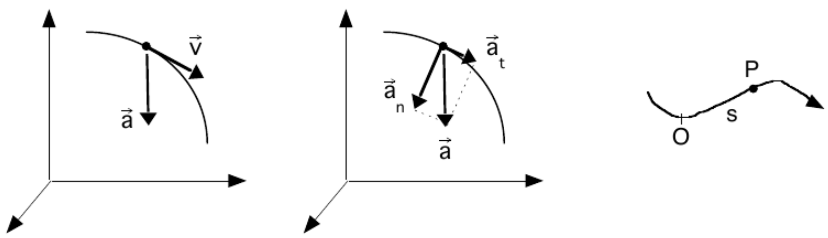


Figura 2.8: A sinistra: il vettore accelerazione è diretto verso la concavità della traiettoria. Al centro: componenti tangenziale e normale dell'accelerazione. A destra: coordinata curvilinea

Moto circolare uniforme

> Ha **velocità costante**, con traiettoria **circonferenza**.

$$\begin{cases} x = r\cos\phi \\ y = r\sin\phi \end{cases}$$

per trovare le coordinate.

> $r(t) = \cos t = R \Rightarrow s = R\phi$

Perchè R=s_phi.... ? boh(dubbio)

Ogni punto della velocità è tangente alla circonferenza (incerto)

La velocità è il prodotto della **velocità angolare per il raggio**.

> **Velocità:**
>
> $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R\phi)}{dt} = R\,\frac{dy}{dt} = \omega R$

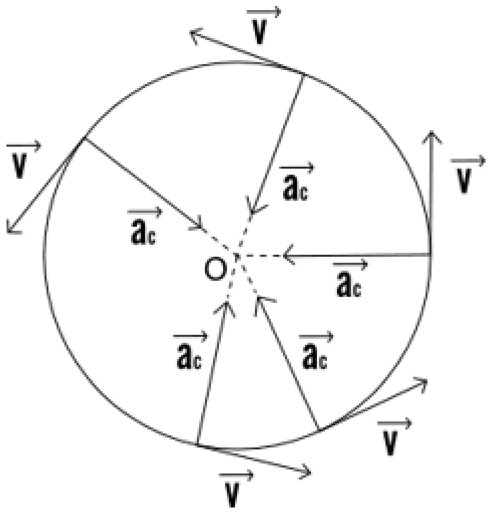
ω è la **pulsazione**, cioè la **velocità angolare.**

> **L'accelerazione**:
>
> $a = \frac{dv}{dt} = R\,\frac{d\omega}{dt} = \alpha R$

L'accelerazione è **diretta verso il centro**, cioè **accelerazione centripeta.**

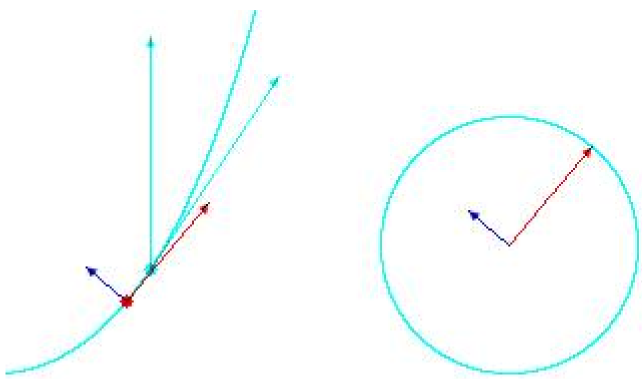
Accelerazione centripeta in un moto non circolare = **accelerazione normale**.

È normale moto, perpendicolare.



Nota che:

Se non ho una circonferenza, posso dire che **l'accelerazione ORTOGONALE** ci porta ad avere un'accelerazione centripeta verso una ipotetica circonferenza per la nostra curva:



$v_x = \frac{dx}{dt} = R\frac{d\cos\phi}{dt} = -R\sin\phi\frac{d\phi}{dt}$

$v_y = \frac{dy}{dt} = R\frac{d\sin\phi}{dt} = R\cos\phi\frac{d\phi}{dt}$

Quindi ottengo che

> $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = R\frac{d\phi}{dt} = R\omega$

con le **accelerazioni**

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -R[\cos\phi(\frac{d\phi}{dt})^2 + \sin\phi\,\cancel{(\frac{d^2\phi}{dt^2})}\,]$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = R[-\sin\phi(\frac{d\phi}{dt})^2 + \cos\phi\,\cancel{(\frac{d^2\phi}{dt^2})}\,]$

> **Nota bene**: $\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{d}{dt}[\frac{d\phi}{dt}]$
>
> dove $[\frac{dy}{dt}]$=ω è costante, quindi la derivata di una costante è **zero**.

25/02/2019

$\omega = \cos t$

> **Velocità angolare:** $v = \omega r$

esercizio palla di cannone

Calcolo della traiettoria di un oggetto sparato con un cannone.

Il cannone è posizionato su $(0,0)$.

$x_0 = 0 \; v_{0x} = v_0 \cos\phi$

$y_0 = 0 \; v_{0y} = v_0 \sin\phi$

$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{x} + v_{0y}\hat{y} \iff v_o, \phi$

$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \begin{cases} t = \frac{x}{v_{0x}} \\ y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{1}{2v_{0x}}gx^2 \end{cases}$

ottenendo

$x = -\frac{b}{a} = \tan\phi\frac{2v_{0x}^2}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$

Sottolineo che ho sostituito $y = \tan\phi x - \frac{g}{2V_{0x}^2}x^2 = bx + ax^2$

La componente **perpendicolare** cambia la direzione del moto.

Nota

Non posso dopo un po' continuare a derivare perchè ottengo

$\vec{F} = c \cdot \vec{a}$

derivando rimarrebbe solo c.

Inzerzia

Primo principio di inerzia:

$\vec{v} = \vec{0}$

$\vec{v} = \overrightarrow{costante}$

> Un corpo rimane in moto rettilineo uniforme fino a quando una forza esterna ne cambia e ferma la quiete del moto.

Sistema di riferimento inerziale: Sistema di sistemi di riferimento tra i quali, per passare tra di essi attraverso una **velocità costante**.

> **Molto importante:** Se sono sopra un oggetto movente non posso affermare se si sta muovendo, perchè mi sto muovendo con esso.

Secondo principio di inerzia:

Esperimenti carrelli

IMMAGINE che non trovo

avendo due carrelli che si tirano tra loro con una molla di mezzo cosa succede?

Beh se i carrelli sono uguali, ho i $\Delta v1 = \Delta v2$

altrimenti, se carrello 2 è 2 volte la **massa** del carrello 1 ottengo $\Delta v1 = 2\Delta v2$

idem se vale 3 ottengo $\Delta v1 = 3\Delta v2$

da qui otteniamo che

> $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Sull'es di prima ottengo

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Forza è la variazione della quantità di moto per l'unità di tempo.

La forza è l'interazione.

per l'esercizio di prima, con$v1$ con stessa massa di $v2$ abbiamo

$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$

dove $\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$ $\vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$

OTTENENDO

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_2) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$

Noi sappiamo che $a = \frac{d\vec{v}}{dt}$

quindi abbiamo la **seconda legge della termodinamica**

> $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
>
> cioè $\vec{F} = m \cdot \vec{a} + \frac{dm}{dt}\vec{v}$
>
> **LA MAGGIOR PARTE DELLE VOLTE** $\frac{dm}{dt}\vec{v}$ SI PUÒ **IGNORARE** PERCHÈ È NULLO, vale se abbiamo tipo un razzo mandato nello spazio.

Unità di misura: **NEWTON** =km/h

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$d\vec{p} = \vec{F}dt$

per calcolare la

forza media dobbiamo avere l'impulso.

> **Impulso**: $\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}(\tau)d\tau$

Avendo poi

> **Forza media**: $\vec{\bar{F}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Esercizio pallina da tennis

Ho una pallina da tennis, la tiro contro il muro che succede?

$m = 150g$ di pallina

$v = 36km/h = 10m/s$

otteniamo

$\cancel{\vec{p}_i = 1,5kg \, \frac{m}{s}}$ è sbagliato!

Non ho un vettore dall'altra parte! devo mettere $\hat{x}$

$\vec{p}_i = 1,5kg \, \frac{m}{s} \cdot \hat{x}$

ottenendo

$$\begin{cases} \vec{p}_i = 1,5kg \, \frac{m}{s} \cdot \hat{x} \\ \vec{p}_i = -1,5kg \, \frac{m}{s} \cdot \hat{x} \end{cases}$$

il professore dovrà fornirmi in quanto tempo si stretcha. (Δt)

> **Principio di sovrapposizione:**
>
> Gli effetti delle forze sono equivalenti alla sovrapposizione degli effetti delle forze (*somma*)
>
> $\vec{F}_{tot} = m\vec{a}_{tot}$

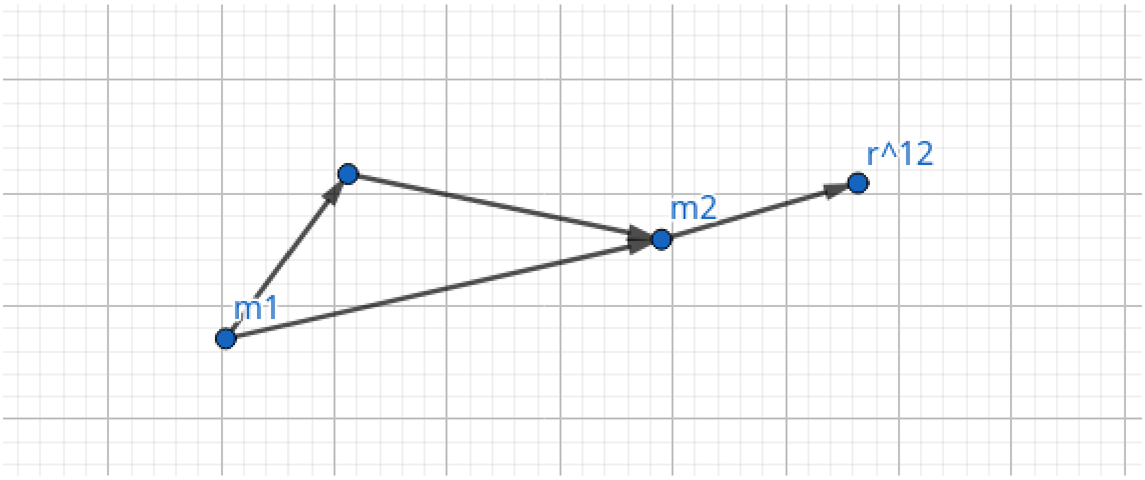
$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \int_{t_0}^{t} d\tau \vec{v}_0(\tau) + \int_{t_0}^{t} d\tau + \int_{t_0}^{\tau} du \frac{\vec{F}(u)}{m} \cancel{(du - du)}$$

in ordine di forza crescente:

1. Forza di gravità
2. Forza debole
3. Forza elettromagnetica
4. Forza Forte

01/03/2019

Forza di gravità



La massa descrive **quanto intensamente** sento la gravità.

> **Forza che 1 esercita su 2:** $\vec{F}_{1\to2} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$

dove G è la costante di **gravitazione universale**

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$

La massa m_1 è influenzata dalla massa m_2 e viceversa.

La gravità si propaga alla velocità della luce, ma non è istantanea, però per noi abbiamo velocità infinita.

> Nota sulla elettricità:
>
> $\vec{F} = Kel\frac{g1g2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$ dove $Kel = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Forza Peso

Forza con la quale descrivo il fenomeno della caduta dei gravi sulla superfice terrestre.

Ho un palazzo alto 100 metri, butto un sasso.

$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$ dove M è la massa della terra, m è la massa del sasso.($\vec{P} = -m\vec{g}$)

> **Teorema della forza centrale:** Posso assumere che la massa sia concentrata al centro dell'oggetto, poichè le forze applicate vanno al centro.

$\vec{F} = -G\frac{M_Tm}{(R_t+h)^2} = -\frac{GM_T}{R_T^2(1+\frac{h}{R_T})}m$

ora so che

$(1+\epsilon)^\alpha = 1 + \alpha\epsilon$ con $\epsilon << 1$

quindi

$\frac{1}{1+e} = 1 - \epsilon$

So che

$-\frac{GM_T}{R_T^2}(1+2\frac{h}{R_T})m = -\frac{GM_T}{R_T^2}$ perchè $(1+2\frac{h}{R_T})$ è dell'ordine di 10^{-5}

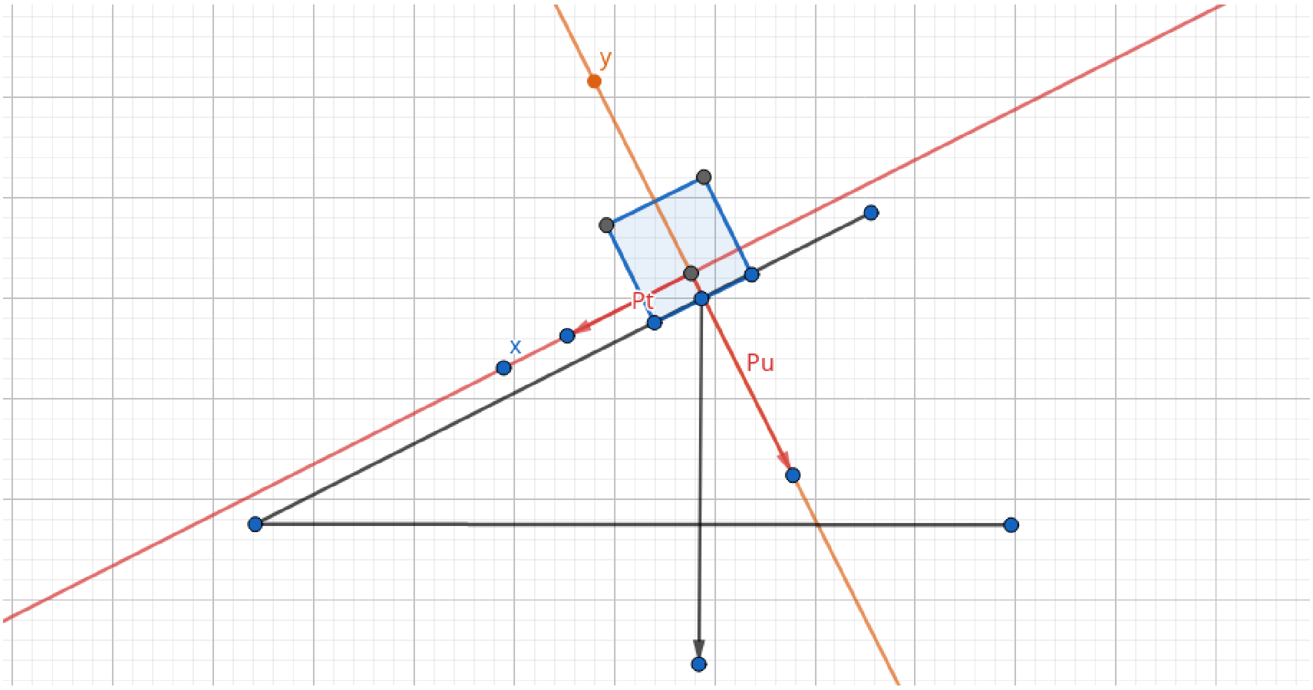
$\vec{g} = G\frac{M_T}{R_T^2}\hat{R}_T$

La gravità della luna è un sesto della gravità della terra

la massa è collegata in qualche modo a ciò?

NO.

Piano inclinato



$\vec{N} + \vec{P}_{perp} = 0$

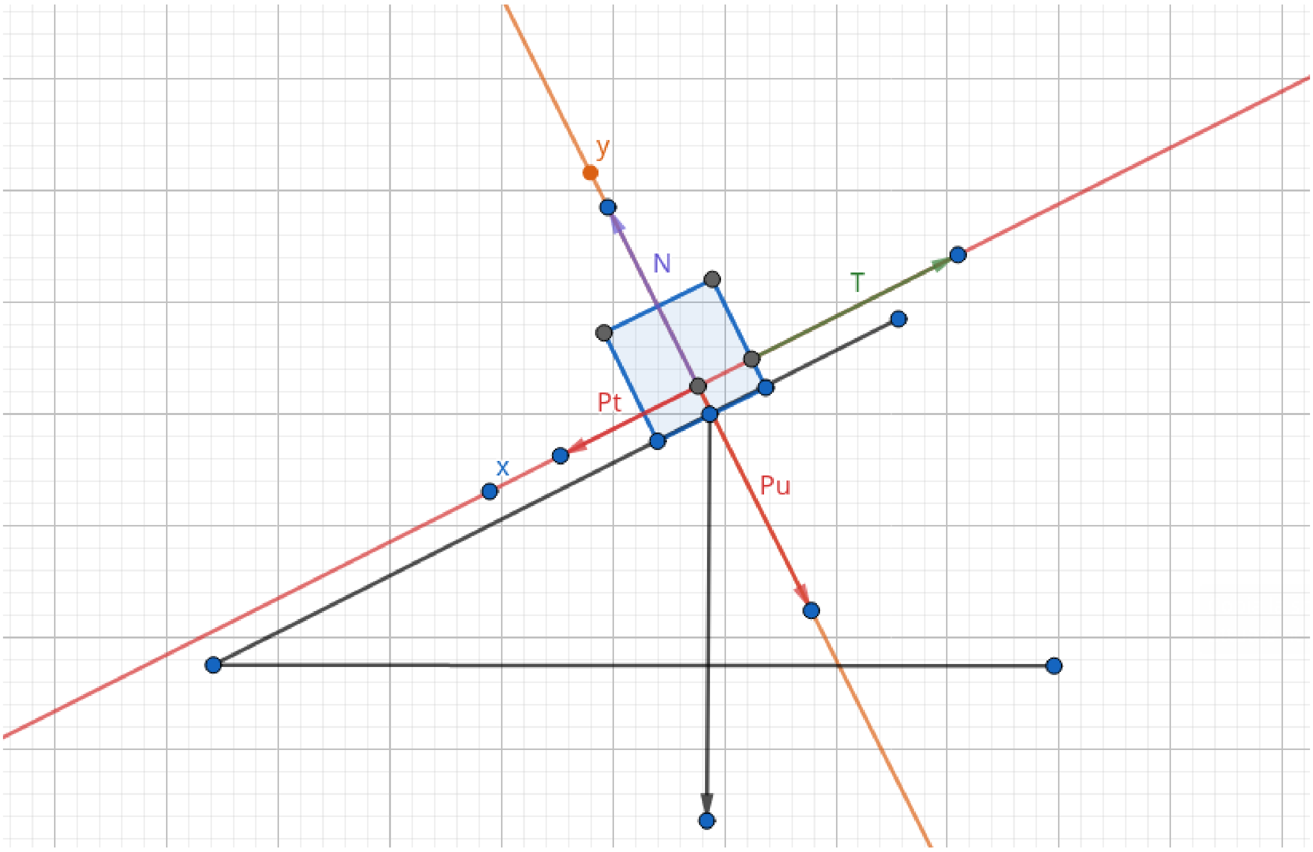
$P_{parall} = P\sin\alpha$

$P_{perp} = P\cos\alpha$

$\begin{cases} t: ma_t = F_t = mg\sin\alpha \\ n: ma_n = F_n = 0 \end{cases}$

da questo ottengo $a_t = g\sin\alpha$

Se aggiungo una fune



ottengo che ho una forza T che sommata a P_t è $= 0$

quindi ottengo

$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$

Importante:

$\vec{F}_c = m\vec{a}_c \neq \vec{0}$

Con la forza centripeta, posso immaginarmi come una fune che è collegata al centro della circonferenza.

Dunque il carico di rottura sale quadraticamente:

$F_c = -m\omega^2 R = -G\frac{mM}{R^2}$

otteniamo che

> **Terza legge di Keplero**
>
> $\omega^2 = \frac{GM}{R^3} \underset{w=\frac{2\pi}{T^2}}{\Longrightarrow} \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$ dove questa è **costante**.

Forza di attrito

Forza di **reazione vincolare**.

$\vec{F}_a|\vec{F}_t + \vec{F}_A = \vec{0}$

L'attrito statico

dipende da quanto l'oggetto "preme". Ovviamente dipende dalla forza peso, che è uguale e opposta a N. Quindi uso N

> **Nota bene che:**
>
> $\vec{F}_a \leq \vec{F}_{a,max} = \mu_S|\vec{N}|\hat{t}$
>
> Questo esiste sempre. μ_S è il **coefficente di attrito statico**.

Attrito dinamico

> $\vec{F}_{AD} = \mu_C|\vec{N}|\hat{t} \longrightarrow \vec{F}_{AD} = -\mu_C|\vec{N}|\hat{v}$

Disco rotante:

Velocità ω, ho la corona inglese sopra, forza di attrito$\mu s = 0,3$ qual è il massimo a cui posso far girare prima che se ne vada?

04/03/2019

spiegazione disco rotante che ho perso

Esercizio: Macchina che frena(senza ABS)

Ho una macchina che frena

t_f =tempo frenata=?

s_f =spazio frenata=?

μs

$\vec{F} = -\vec{F}_a = m\vec{a}$

$-\mu_c N = m\frac{dv}{dt}$

$-\mu_c N(t - t_0) = m(v(t) - v_0)$

$-\mu_c \cancel{m} g(t_f - t_0) = m(v_t - v_0)$ dove $mg = N$ e $v_t = 0$

ottengo:

$\mu_c g t_f = v_0$

Concludendo

$t_f = \frac{v_0}{\mu_c g} \implies s_f = \frac{1}{2}at_f^2 = \frac{1}{2}(-\mu_c g)\frac{v_0^2}{(\mu_c g)^2} = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\mu_c g}$

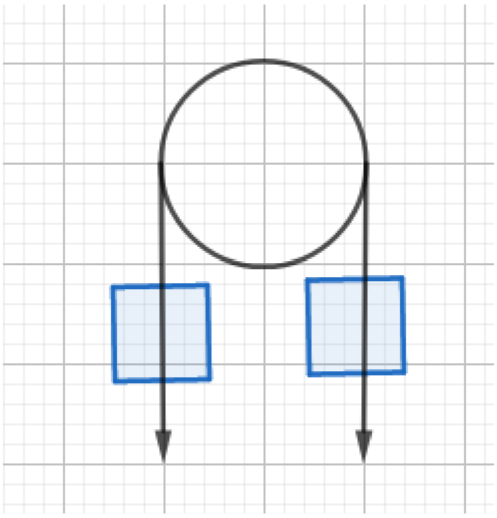
la posso calcolare integrando

$-\mu_c N\frac{(t-t_0)^2}{2} = m[(s(t)-s_0)-v_0(t-t_0)]$

ottenendo

$-\mu g\frac{t_f^2}{2} = s_f - v_0 t_f$

Esempio della carrucola



Ho due carrucole, attaccate ad una ruota.

Supponendo che la corda **non si estende**:

1. Si muovono a velocità uguali;
2. Le variazioni di velocità sono uguali.

Posso dunque supporre che $\vec{a} = \vec{a}_1 = \vec{a}_2$

$\begin{cases} m_1\vec{a} = \vec{P}_1 + T \\ m_2\vec{a} = \vec{P}_2 + T \end{cases} \implies \begin{cases} m_1\vec{a} = \vec{P}_1 - T \\ m_2(-\vec{a}) = \vec{P}_2 - T \end{cases} \implies \begin{cases} m_1\vec{a} = m_1 g - T \\ m_2\vec{a} = T - m_2 g \end{cases}$

Otteniamo:

$(m_1+m_2)a = (m_1-m_2)g \implies a = \frac{m_1-m_2}{m1+m2}g$

Osservo che

Se le due masse sono uguali, $m_1 - m_2 = 0$ non si muovono! l'accelerazione è nulla!

Se una delle due forze è zero otteniamo "g", quindi ottengo $\vec{a} = \pm g$ cioè uno dei due cade.

Lavoro

Ad una massa, tipo un treno che va per dei binari:

1. Applico forza parallela **concorde**, posso affermare che sono **avvantaggiato dal moto**;
2. Applico forza parallela **discorde** (che ha il senso opposto). Posso affermare che sono **svantaggiato dal moto**.
3. Forza perpendicolare (applicata ad esempio in "giù") non sono avvantaggiato ne svantaggiato dal moto.

Voglio dunque ottenere una forza che dipende da:

1. Per quanto tempo la applico;
2. Come la applico(1,2,3)

> **Lavoro**: Prodotto scalare forza con spostamento.

$w = \vec{F}\Delta\vec{s} = \cos(\Theta_{F_1\Delta s})$

cioè

$[w] = [FL] = M\frac{L}{T^2}L] = [m\frac{L^2}{T^2}]$

Con **unità di misura** pari a $1N \cdot 1m$

> La formula di prima **VALE SOLO SE UNIFORME SU** $\Delta\vec{s}$

Esempio: Lancio sasso in aria

> Lancio in aria

$w_{grav} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} =$

$$\begin{cases} \vec{F} = -mg \cdot \hat{z} \\ \Delta\vec{s} = h\hat{z} \end{cases} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = -mgh$$

$w_{grav} = -mgh$

cioè la gravità oppone.

> Il sasso torna giù

$w_{grav} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} =$

$\vec{F} = -mg\hat{z}$

$\Delta\vec{s} = -h\hat{z}$

ottengo

$w_{grav} = mgh$

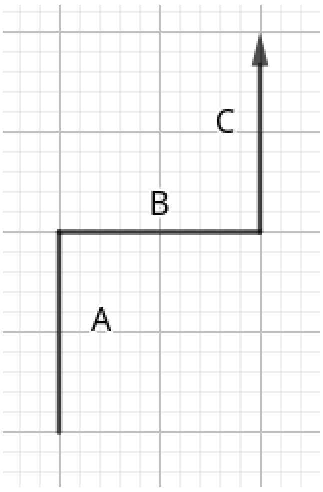
cioè la gravità aiuta.

> Caso dove il sasso viene lanciato+ il sasso torna giù

$\vec{F} = -mg$

$\Delta\vec{s} = \vec{0}$ quindi **zero**.

> Caso dove fa dei giri strani



In questo caso

$$\begin{cases} w_a = -mg\frac{h}{3} \\ w_c = -mg\frac{2}{3}h \\ w_b = 0 \end{cases}$$

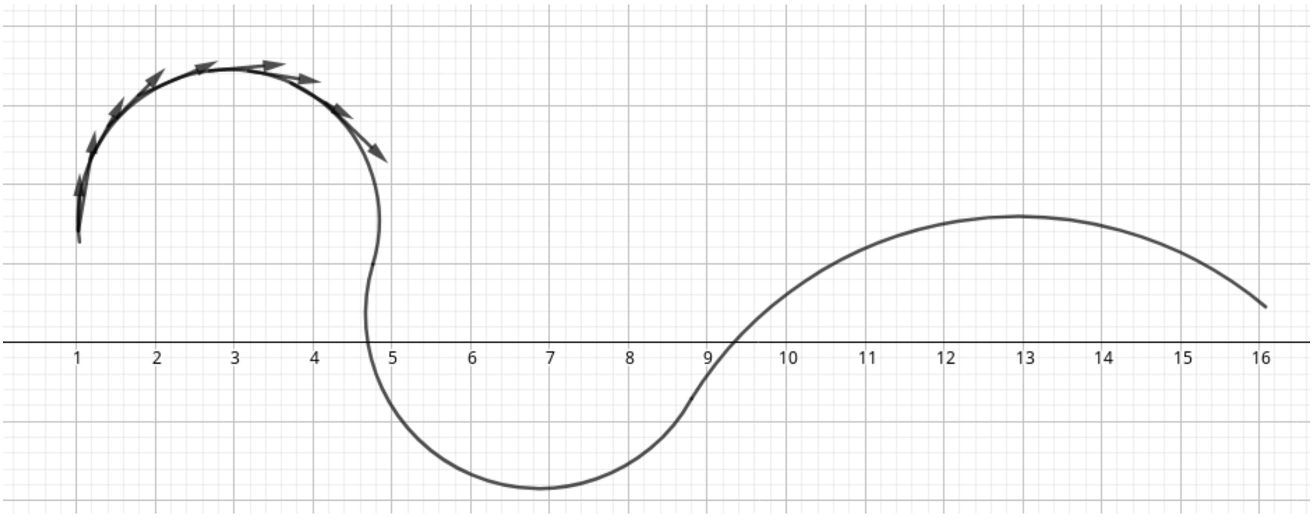
$w_b = 0$ perchè ho $\Delta\vec{s} = 0$

ottengo che alla fine, sommandoli è $= -mgh$.

Questo ci fa capire che la formula rimane la stessa!

Con Forza non costante:

Cosa succede se la **forza non è costante?**



dunque questo grafico, con curva che chiameremo AB

$\overrightarrow{AB} = \sum_{i=1}^{N} d\vec{s}n \longrightarrow_{n\to\infty} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$

Quindi la vera definizione di lavoro è:

> **Lavoro:** $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$

Potenza

Potenza istantanea

Lavoro che compie nel tempo: $\frac{dw}{dt}$

Potenza media

Totale del lavoro nell'intervallo di tempo: $\frac{w_{tot}}{\Delta t}$

08/03/2019

Forza conservativa

$W_{a\to a} = 0$

Cioè $\oint = \vec{F} \cdot d\vec{s}$

> **Teorema**: $\oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$ non dipende dal percorso $A \to B$

Dimostrazione:

Ho due semimetà I e II

$\oint_{II} \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$

$I \oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} + II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$

$I \oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} \implies wI_{a \to b} = wII_{a \to b}$

■.

Forza Non conservativa

> Una forza non conservativa è la **forza di attrito.**

Esempio:

Ho un oggetto sul quale ho una forza esercitata

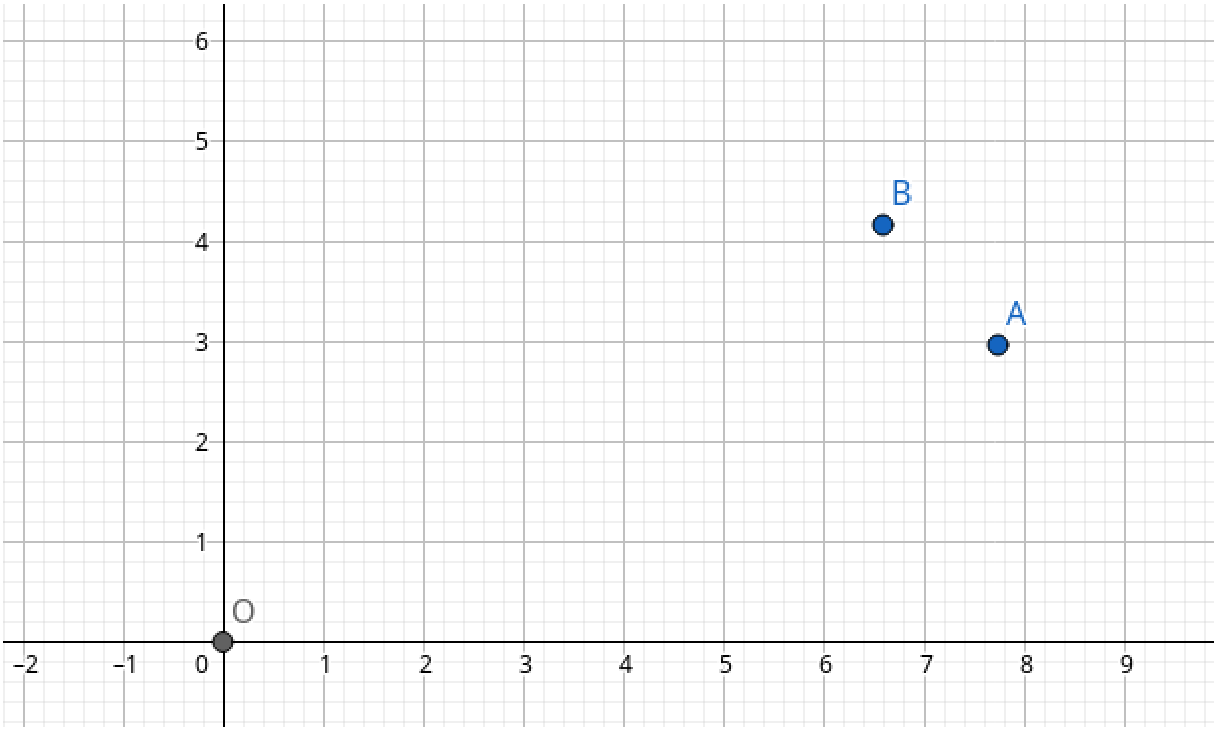
per andare da A a B quanto lavoro applica la forza d'attrito?

$W_{A \to B}^{(A)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F}_A \cdot \int_A^B d\vec{s} = F_a \times \bar{A}B \cos \alpha_{\vec{F}_A, \overrightarrow{AB}}$

Otteniamo che questa formula è $= -\mu_d mgd = W_{B \to A}^{(A)}$

ci permette di dire che $\implies W_{A \to A}^{(A)} = -2\mu_d mgd$ dove $A \to A$ mi significa qualcosa che va da un punto, fa un percorso non nullo e torna dove era.

Scelta origine del sistema di riferimento



Ho un asse cartesiano.

$W_{O \to B} = \int_O^B \vec{F} d\vec{s} = f(\vec{B})$

$W_{A \to B} = W_{A \to O} + W_{O \to B} = -W_{O \to A} + W_{O \to B}$

che è uguale a

$W_{A \to B} = f(\vec{B}) - f(\vec{A})$

Ma allora facendo così ottengo che

> Il valore di f è arbitrario, dipende dalla posizione di O, mentre **le differenze di f sono non arbitrarie** cioè non dipendono da O, posso avere un'origine qualsiasi.

Energia Potenziale

$\int_O^B \vec{F} d\vec{s} = W_{A \to B} \overset{\longleftarrow}{=}^{def} -(E_p(\vec{B}) - E_p(\vec{A}))$

dove $(E_p(\vec{B}) - E_p(\vec{A})) = \Delta E_p =^{def} -W$

> **Energia Potenziale**: $\Delta E_p =^{def} -W$

tutto questo è possibile solo perchè il Δ **non** è **arbitrario**.

mentre l'energia potenziale è definita a meno di costante arbitraria.

Energia Cinetica

$W_{(W>0)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m\frac{d\vec{v}}{d\vec{t}} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m d\vec{v} \cdot \vec{v} =$ caso speciale= $\int_A^B mv\, dv$

Per fare questa cosa ho dovuto fare un trick brutalmente poco matematico: passare il dt sotto al ds

$= [m\frac{v^2}{2}]_A^B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$

Ottengo dunque che energia cinetica

- non richiede lavoro;
- non dipende da forze esterne;
- $W = \Delta E_K$ vale sempre;
- se c'è energia cinetica, qualcosa , una forza ci ha lavorato su.

> **Energia Cinetica**: $E_k = \frac{1}{2}uv^2$

Bilancio energetico

Avendo

$A \to B$

$\vec{F}_{TOT} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i^{(Con)} + \sum_k \vec{F}_k^{(n.c.)}$

$W_{TOT} = \int_A^B \vec{F}_{TOT} \cdot d\vec{s} = W^{(cons)} + W^{(n.cons)} = \Delta E_k$

con $W^{(cons)} = -\Delta E_p$

dove ho che con è forza **conservativa**

mentre n.c. è forza **non conservativa**.

ottengo che $-\Delta E_p + W^{n.cons.} = \Delta E_k$

Ottenendo il **Teorema generale del bilanciamento energetico**

> $\Delta E_p + \Delta E_k = W^{n.cons.}$

Alla fine gli integrali li devo usare solo con forze non conservative.

Varie casistiche

1. Caso: Non ho forze non conservative

   $\Delta E_p + \Delta E_k = 0$

   $(E_p^f - E_p^i) + (E_k^f - E_k^i) = 0$

   $(E_p^f + E_k^f) + (E_k^i + E_p^i) = 0$

   Quindi abbiamo

   $E = E_p + E_k$

   è energia meccanica!

   $\Delta E = W^{n.cons.}$

2. Ci sono forze non conservative

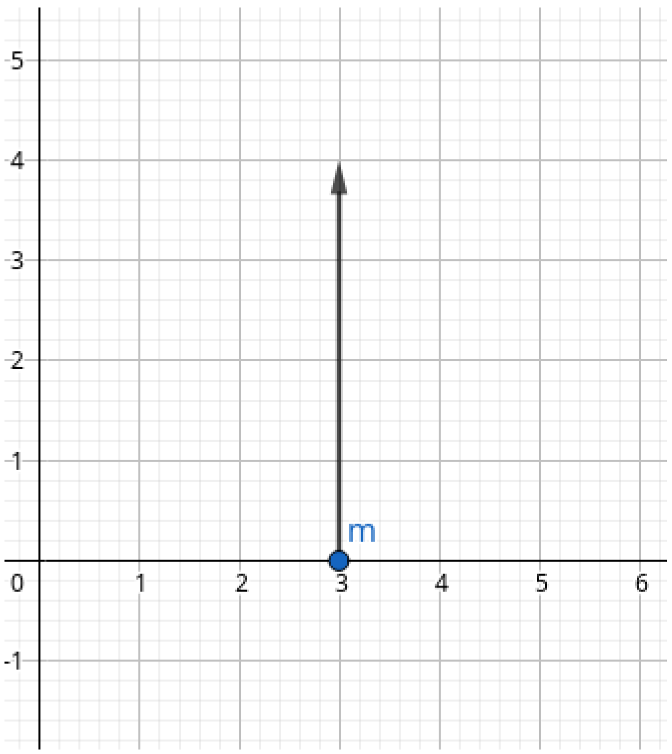
   $W^{n.cons} = \Delta E \neq 0$

Energia Meccanica

> $E = E_p + E_k$

Esercizi:

Lancio massa m in aria, a che altezza arriva?



$E = \cos t$

$E^{=} E_p^i + E_k^i = \frac{\sqrt{\pi}}{e} + \frac{1}{2} m v^{i^2} = \frac{1}{2} m v_0^2$

$E^t = E_p^t + E_k^t = \frac{\sqrt{\pi}}{e} + mgh + 0 = mgh$

dall'insieme di queste due otteniamo

$\cancel{\frac{\sqrt{\pi}}{e}} + gh = \frac{v_0^2}{2} + \cancel{\frac{\sqrt{\pi}}{e}}$

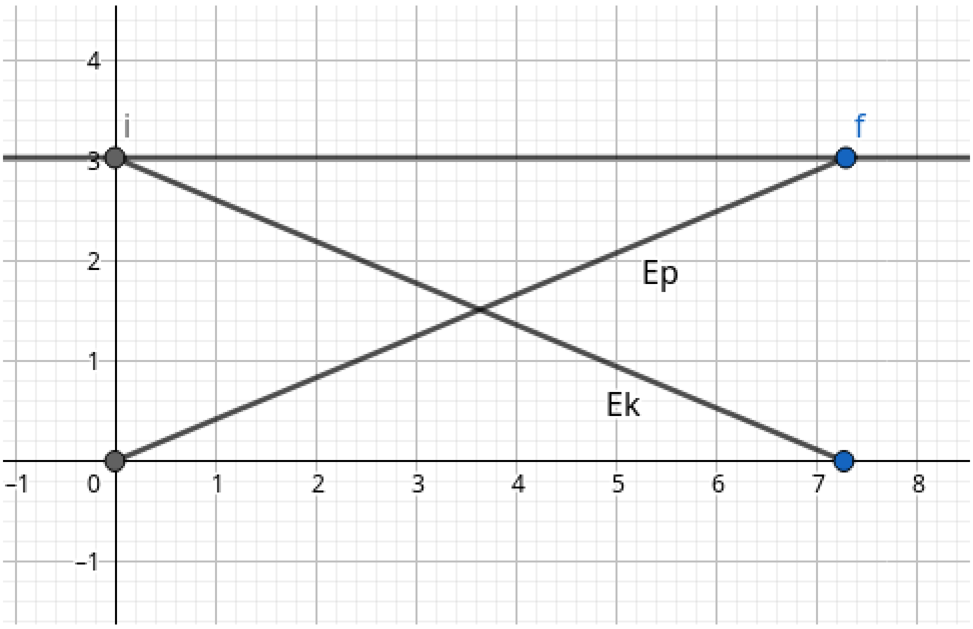
$h = \frac{v_0^2}{2g}$

$\Delta E = 0$

$\Delta E_k = -\Delta E_p$

cosechenonhofattointempoaricopiare

> Poichè le energie sono lineari, alla metà del grafico ho esattamente un'uguaglianza tra $E_P = E_k$



Per casa

Problema del pendolo semplice: FIlo di lunghezza l, viene lasciato il pendolo.

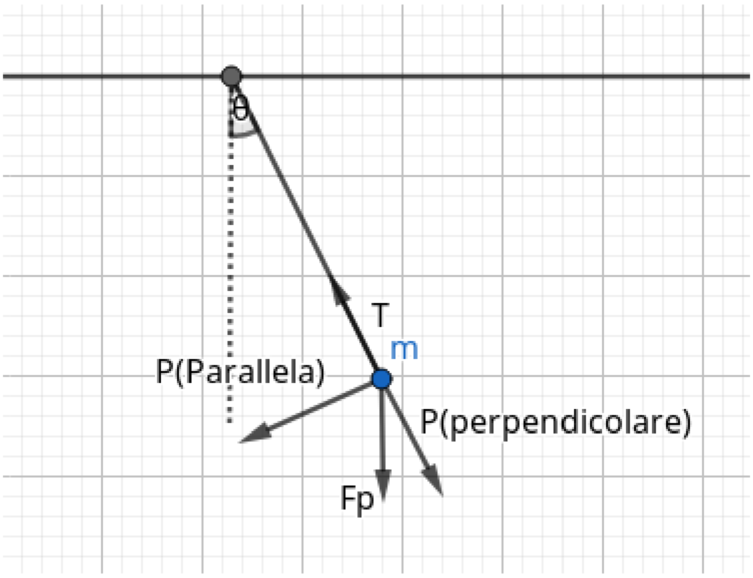
$\theta << 1$

1. Analisi delle forze
2. $\theta = \theta(t)$
3. scegliere c_1, c_2(Sistema di coordinate a piacere)
    1. $c_1 = c_1(t), \frac{d_{c_1}}{d_t(t)}, v_1, a_1$
    2. $c_2 = c_2(t), \frac{d_{c_2}}{d_t(t)}, v_2, a_2$

11/03/2019

Moto armonico

Problema del pendolo: soluzione



$$\begin{cases} x = l\sin\theta \\ y = -l\cos\theta \end{cases}$$

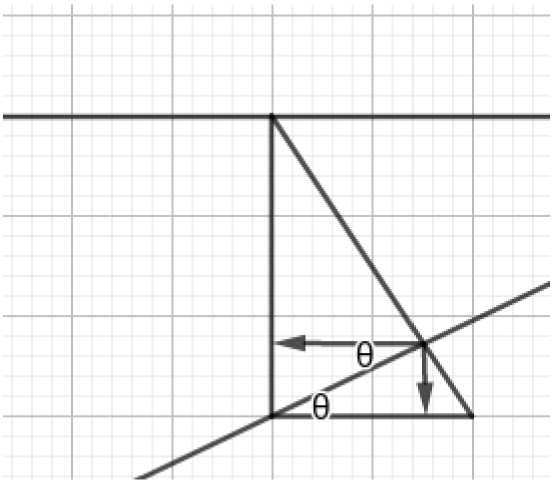
Dove l è la lunghezza del filo.

Derivando in $\frac{d}{dt}$ ottengo

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = l\cos\theta\frac{d\theta}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = l\sin\theta\frac{d\theta}{dt} \end{cases} \text{riderivo in } \frac{d}{dt} \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = l[-\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}] \\ \frac{d^2y}{dt^2} = l[\cos\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}] \end{cases}$$

> nota bene che $\frac{d^2x}{dt^2} \neq (\frac{d\theta}{dt})^2$

Ora per aiutarmi disegno un triangolo



noto che formo due angoli θ coniugati interni!

Dunque ora, mettendo $\vec{R} = \vec{P}_{parallela}$ e $\vec{P} = \vec{F}_p$

$$\begin{cases} R_x = -R\cos\theta = -P\sin\theta\cos\theta \\ R_y = -R\sin\theta = -P\sin^2\theta \end{cases}$$

$$\vec{R} = \vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \Rightarrow \begin{cases} R_x = m\frac{d^2x}{dt^2} \\ R_y = m\frac{d^2y}{dt^2} \end{cases}$$

Proseguendo:

$$\begin{cases} \cancel{m} \cdot (-g)\sin\theta\cos\theta = \cancel{m} \cdot l[-\sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \cos\frac{d^2\theta}{dt^2}] \\ \cancel{m} \cdot (-g)\sin^2\theta = \cancel{m} \cdot l[\cos\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \sin\frac{d^2\theta}{dt^2}] \end{cases}$$

Ora divido per l e sposto tutto a sinistra

$$\begin{cases} \cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2} - \sin\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{g}{l}\sin\theta\cos\theta = 0 \\ \\ sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2} + \cos\theta(\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{g}{l}\sin^2\theta = 0 \end{cases}$$

Ricordando le *serie di taylor mcLaureen*

> $\sin\epsilon \simeq \epsilon \quad \epsilon \longrightarrow 0$
>
> $\cos\epsilon \simeq 1 - \frac{\epsilon^2}{2} \quad \epsilon \longrightarrow 0$
>
> $(1+\epsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\epsilon \quad \epsilon \longrightarrow 0$

Continiuamo con

$\begin{cases} \theta'' - \theta(\theta')^2 + \frac{g}{l}\theta = 0 \\ \theta\theta'' + (\theta')^2 + \frac{g}{l}\theta^2 = 0 \end{cases}$ ora moltiplico la seconda equazione per θ e ottengo $\begin{cases} \theta'' - \theta(\theta')^2 + \frac{g}{l}\theta = 0 \\ \theta^2\theta'' + (\theta')^2\theta + \frac{g}{l}\theta^3 = 0 \end{cases}$

Effettuo una somma della prima equazione con la seconda ottenendo:

$(1+\theta^2)\theta''(1+\theta^2)\frac{g}{l}\theta = 0$

$\theta" + \frac{g}{l}\theta = 0$ ma questa è una **differenziale!**

Equazione differenziale armonica

> $x'' + cx = 0$ con $c > 0$

dove a è la **pulsazione al quadrato** del moto armonico. Ottengo la

> **Pulsazione:** $\omega = \sqrt{c}$

Come soluzioni abbiamo

$$\begin{cases} \theta(t) = A\sin(\sqrt{(c)}t + B) \\ \theta'' = -A\sin(\sqrt{(c)}t + B)c \end{cases}$$

nell'esempio di prima otteniamo

$$\begin{cases} \theta(t) = A\sin\sqrt{(\frac{g}{l})}t + B) \\ \theta'' = -A\sin(\sqrt{(\frac{g}{l})}t + B)\frac{g}{l} \end{cases}$$

Ora **trovo A e B:**

$$\begin{cases} \theta(o) = \theta_0 \ (angolo \ iniziale) \\ B = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

quindi la soluzone è $\theta(t) = \theta_0 \sin(\sqrt{\frac{g}{l}} + \frac{\pi}{2}) = \theta_0 \cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t)$.

■

Da questo esercizio possiamo capire come la pulsazione fosse

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

La maggior parte delle volte c della equazione precedente sarà uguale a qualcosa tipo $\frac{\alpha}{\beta^2}$

Abbiamo inoltre ottenuto che il **moto armonico è periodico.**

Avendo che

> **Periodo:** $T | \omega T = 2\pi \implies T = \frac{2\pi}{\omega}$
>
> Tempo tra due riproposizioni nello stesso atto di moto, cioè stesso spazio con la stessa velocità.
>
> più pulsazioni ho più il periodo è **corto.**

Da notare che nell'esercizio del pendolo precedente **non ho considerato l'attrito, quindi ho continue oscillazioni**. Cioè il pendolo non si ferma.

> **Isocronia delle piccole oscillazioni:** Per angoli piccoli, maggiore spostamento **non significa** maggiore periodo.

Forza Elastica

> **Forza di richiamo(o Elastica):** $\vec{F} = -k\vec{x}$

Esercizio: Calcolo molla con piccole contrazioni

$m = 10kg$

$k = 10^3 N/m$

$T = ?$

$F = ma$

$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$

Ottengo

$x'' + \frac{k}{m}x = 0$

che è l'equazione armonica!

quindi ora ottengo la pulsazione $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,635$

Periodo

$W_{AB} = \int_x^0 -ky(-dy) = -\frac{1}{2}kx^2$

Il meno è presente perchè vado da x a zero.

Noto che questo integrale è $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_0^x kxdx = \frac{1}{2}kx^2 = -Ep$

Esercizio: Ciclista

Un ciclista va a 25 km/h

La potenza che produce è $P = 150w$

Attrito $=?$ (Calcola l'attrito che colpisce il ciclista)

$v = 25km/h = \frac{25}{3,6}m/s = 6,9m/s$ $P = \frac{dw}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{s}}{dt}$ Qui ho dovuto fare un trick poco matematico, **spostando il** dt sotto il $d\vec{s}$ $P_a = \vec{F}_a \cdot \vec{v} = -Av$

Sappiamo che $P_c = -P_a$

Abbiamo dunque che

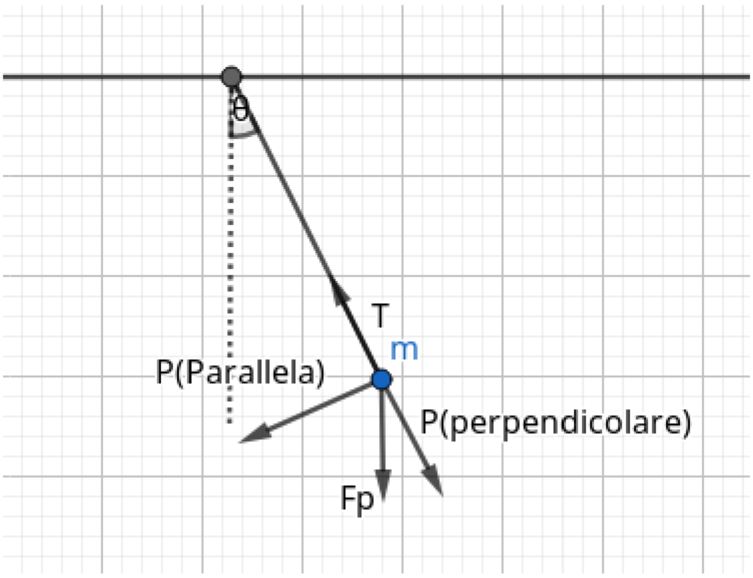
$P_c = Av$

$A = \frac{P_c}{v} = 21,6N \simeq 2Kg$ cioè è come se spingesse circa $2kg$

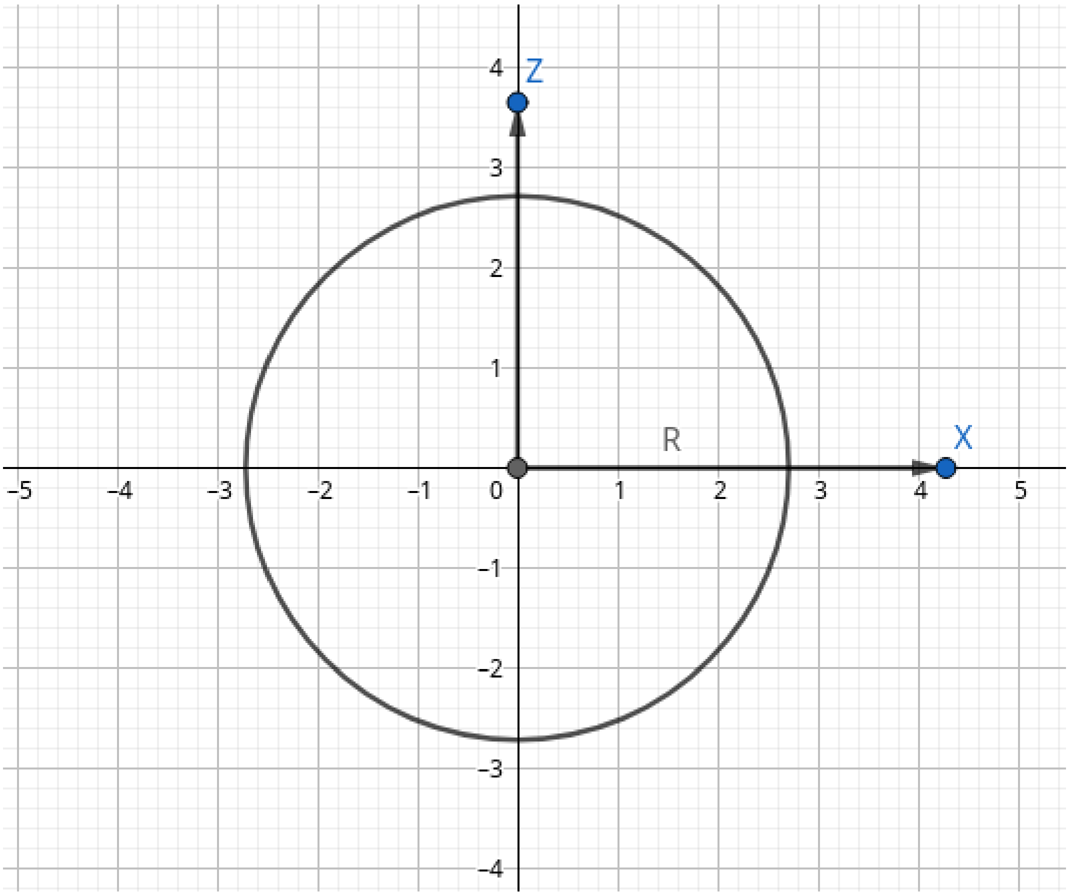
12/03/2019

Esercizio:Massa puntiforme che fa un cerchio

$m = 50g = 50 \cdot 10^{-3}kg$ $\theta =?$ $tensione filo =?$ $l = 0,5m$ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4}s^{-1}$ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{2}rad/s$



L'asse z entra nella lavagna.



$m\omega^2 R = F_c$ $\frac{R}{l} = \sin\theta$ $\theta = \arcsin(\frac{R}{l})$ $\omega^2 l \cancel{\sin\theta} = g\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta}$ $\theta = \arccos(\frac{g}{\omega^2 l}) = \arccos(\frac{\cancel{0,8}}{\frac{\cancel{\pi}^2}{4}\frac{1}{2}})$

La velocità angolare è troppo bassa per permettere all'oggetto di muoversi, quindi non ho un θ

$0 \leq \frac{g}{\omega^2 l} \leq 1$ $\omega^2 \leq \frac{g}{l} | \omega \geq 4.5 rad/s$

$\lim_{w\to\infty} \theta(\omega) = \frac{\pi}{2}$

Per far arrivare $\frac{g}{\omega^2 l}$ a zero, avendo g ed l che sono costanti, posso solo lavorare con ω. Quindi per far si che sia zero, devo applicare il limite qui sopra con omega che va ad infinito.

Esercizio: Giro della morte

nonleggoidatiallalavagna

Esercizio: Terra

Ho la terra, con un raggio R , una forza gravitazionale e θ è l'angolo che voglio calcolare per capire qual è il punto di distacco (e opzionalmente il punto di landing.)

Termodinamica

> **Atomi**: Costituenti minimi della materia che conosciamo, sistemi aggregati composti da un nucleo e sistemi orbitali(elettroni) che gravitano attorno questo nucleo.

Gli atomi sono a **carica neutra**, quindi se gli elettroni hanno carica **negativa**, i protoni la hanno **positiva** e contraria agli elettroni(somma =0). **Raggio nucleo** è dell'ordine alla $10^{-15}m$ **atomo**= $10^{-10}m$ **molecole**= $10^{-8}m$ **Nucleo**= Composto di nucleoni **Elettroni**: non riusciamo a calcolarne il raggio, troppo piccolo.

> **Costante di avogadro:** $N_a = 6,022 \cdot 10^{23}$

Quanti atomi ho?

> **MOLE**: Quantità di sostanza che contiene esattamente un numero di avogadro di componenti. misuratasi in mol.

> $1mol =$ quantità di sostanza contenuta in $m = A$ grammi dell'elemento, dove A è il **peso atomico**.

Esempio: Avendo un Idrogeno, ho una A=1, cioè una mole di ^1H è la quantità di quanta sostanza in 1g di H mentre Avendo un Carbonio, ho una A=12, cioè una mole di ^{12}C è la quantità di quanta sostanza in 12g di C

Avendo H_2O, ho una $A_{effettiva} = 18$ cioè $1mol$ di H_20 è la quantità di sostanza in 18g di H_20

Stati della materia:

- **Solido**: Conservo volume e massa;
- **Liquido**: Ho un volume proprio ma non ho forma, assume quella del recipiente;
- **Gassoso**: Non ho un volume, non ho una forma, si espande prendendo tutto lo spazio disponibile.

Energia interna

> In un sistema gassoso, le molecole sono in costante movimento, avendo energia cinetica. Grazie a questa presenza di l'energia cinetica possiamo dire che il sistema ha una **energia interna** $E_{interna} = U$

Gas Ideale

Un gas che ha :

- Le molecole che non interagiscono tra di loro;
- Le particelle non sono interagenti anche con il recipiente;
- Il moto delle particelle è assolutamente casuale.

è definito **gas ideale.**

Q:Cosa succede quando una particella tocca la parte del contenitore? *A: Rimbalza* Il rimbalzo è calcolabile : i= iniziale; f=finale. $\vec{p}_i = p_x\hat{x} + p_y\hat{y}$ $\vec{p}_f = -p_x\hat{x} + p_y\hat{y}$ $\Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = -2p_i\hat{x}$

Ma con il rimbalzo, non perdo energia? No perchè è **perfettamente elastico** quindi non ho una perdita di energia, mentre in una pallina elastica ho una componente NON elastica che assorbe.

Q: Quante particelle ho in una zona gassosa che urtano il contenitore? *A:* N? N_u numero di urti nel tempo Δt

$\mathcal{N}_u = N$ Attenzione, questo $\mathcal{N}_u$ vuol dire la quantità di urti in un determinato istante di tempo! Quindi è uguale al numero di particelle nel volume. tutto ciò che ho dentro a quel contenitore sta urtando la parete in velocità v_x. Se il gas è perfetto ed ideale, le particelle che urtano sono N. $N = v \cdot n$ dove n è la **densità di volumica**($[n] = [\frac{1}{L^3}]$). Quindi otteniamo che $\frac{N}{\Delta t} = \frac{nSL}{\Delta t} = \frac{nSv_x \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = nSv_x$ $nSv_x\Delta t$ è il numero di urti che ho. In Δt , ottengo che il numero di urti nella quantità di tempo è nSv_x.

Avendo tutte la stessa velocità v_x abbiamo che tutte andranno ad urtare la parete allo stesso momento, quindi ottengo la formula qui sopra. Tutte urtano l'oggetto perchè il nostro è un esperimento deterministico, muovendosi orizzontalmente, tutte che partono dalla stessa linea toccano allo stesso momento. **Se ho particelle molto veloci, avrò più urti nel tempo.**

Q:Ognuna di queste particelle, che impulso trasferisce alla parete? *A:* $\Delta\mathcal{P}_x = \mathcal{N}_y \Delta p = nSv_x\Delta t(-2mv_x)$

dove l'ultima parte equivale a $-2nS\Delta tmv_x^2$ Ora noto che ho $F_x = \frac{\Delta\mathcal{P}_x}{\Delta t} = 2nSmv_x^2$ **Osservo che**: Per ognuna delle pareti che considero, devo considerare tutte le particelle che hanno il rispettivo v_x ma che vanno nella direzione giusta(con il segno giusto). **Osservo che**: Posso considerare la velocità globale della particella, non ho la v_x e v_y. Da v_x devo passare a v. **Osservo che**: v_x è il valor medio delle v, cioè ammetto che ho delle variazioni.

Quindi passo da $v_x^2 \rightarrow v^2$ attraverso il valor medio di v cioè $< v_x^2 >$ Ottengo che $v^2 = -nSm < v_x^2 >$ $< v^2 > = < v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 > = < v_x^2 > + < v_y^2 > + \dots$ Poichè ho scelto io il sistema di riferimento: $mv_x^2 = \frac{1}{3} < v^2 >$

$F_x = \frac{\Delta\mathcal{P}_x}{\Delta t} = 2nSmv_x^2 = -\frac{N}{V}S\frac{1}{3} < mv^2 >$

> Ottenendo la formula della **pressione**: $P = \frac{F}{S} = +\frac{N}{V}\frac{1}{3} < mv^2 >$

Quindi la pressione P nel nostro volume V è $PV = N\frac{2}{3} < \frac{1}{2}mv^2 >$ dove $< \frac{1}{2}mv^2 >$ è **energia cinetica media.**

22/03/2019

Pressione

$[P] = [\frac{F}{S}]$ dove F è **forza** e **S** è superf. misurata in $1Pa$ cioè **Pascal** Quindi la definizione è

> $P = \frac{dF}{dS}$

Sotto ad un determinato valore, le variazioni di superficie sono nulle.

Abbiamo che:

$1bar = 10^5 Pa$ $1atm = 1,015bar = 1,015 \cdot 10^5 Pa$ In millimetri di mercurio $1mmHg|1atm = 760mmHg$ Facendo un po' di esperimenti ottieniamo che

> $PV = costante\ T$ questo vale solo per gas molto rarefatti e poco reagenti(gas **ideali**) con **T misurata in Kelvin**. Se misurata in C o F non vale.

$costante\ = Rn$ dove R è **indipendente dal gas considerato** e n è **il numero di moli, la quantità di gas.**

Ricordando che $PV = nRT$ $[R] = [\frac{PV}{nTe}] = [\frac{F_{L^2} \cdot L^3}{QTe}] = [\frac{F \cdot L}{QT_e}] = [\frac{E}{QT_e}]$

Esempio:

Ho 13 moli di azoto liquido, a quanti atomi ho?

Che sia liquido o meno poco ci interessa. $N = n \cdot N_a$ dove N_a è il numero di avogadro e n è il numero di moli. otteniamo $nR = N\frac{R}{N_a} = NK_b$ dove K_b è la costante di boltzman.

Costante di Boltzman

> $K_b = \frac{R}{N_a} = \frac{8{,}314 J/\cancel{mol}\, K)}{6{,}022 \cdot 10^{23} K/\cancel{mol}} = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$

ottenendo che

Equazione di stato di gas perfetti

> $PV = nRT \longrightarrow PV = NK_bT$

Noto che la prima equazione la ottengo **sperimentalmente** mentre la seconda la ottengo **misurando.**

ora noto che $\begin{cases} PV = \frac{2}{3}N < E_k > \\ PV = NK_bT \end{cases} \rightarrow K_bT = \frac{2}{3} < E_k >$ e $< E_k >= \frac{3}{2}K_bT = 3 \cdot \frac{1}{2}K_bT$

Il singolo componente del mio gas ha tre gradi di libertà in questo caso. Ora ottengo che

Energia interna media in un gas perfetto monoatomico

$U = E_i =^{monoatomico} N < E_k >$ con

> $u = \frac{U}{N} =^{n.a.} < E_k >$

Equipartizione dell'energia cinetica

> $u = L\frac{K_bT}{2}$ dove L è il **numero di gradi di libertà**.

Vediamo dunque che dipende solo da T temperatura e dal numero di gradi di libertà.

Esercizio moli

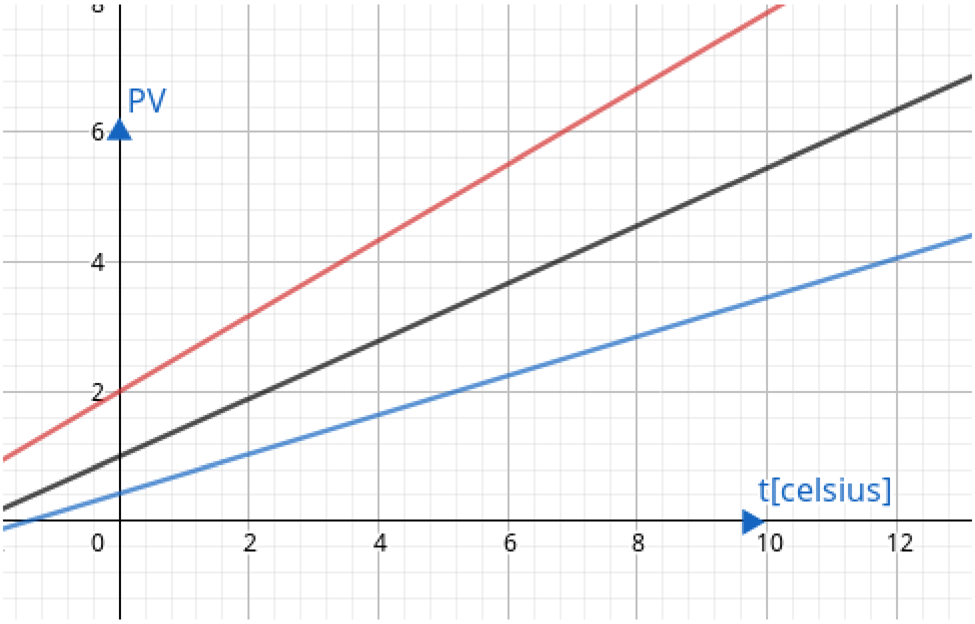
$L = 3$ $n = 3mol$ $V_i = 831,4l$ $P = 3atm$ Trasformazione isobarica $V_f = 2V_i$ $T_i, T_f, U_i, U_f = ?$

$PV = nRT$ $T = \frac{PV}{nR} \rightarrow T_i = \frac{P_iV_i}{nR} = \frac{3 \cdot 1{,}015 \cdot 10^5 Pa \cdot 8{,}314 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} m^3}{3mol 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}} = 10150K$

$P = \frac{nRT}{V} \rightarrow \frac{\cancel{nR}\, T_i}{V_i} = \frac{\cancel{nR}\, T_f}{V_f} \rightarrow \frac{T_i}{V_i} = \frac{T_f}{2V_i} \rightarrow T_f = 2T_i = 20300K$ Calcolando $U = \frac{3}{2}nRT$ $U_f = 2U_i$ ed U_i me lo calcolo.

Esercizio

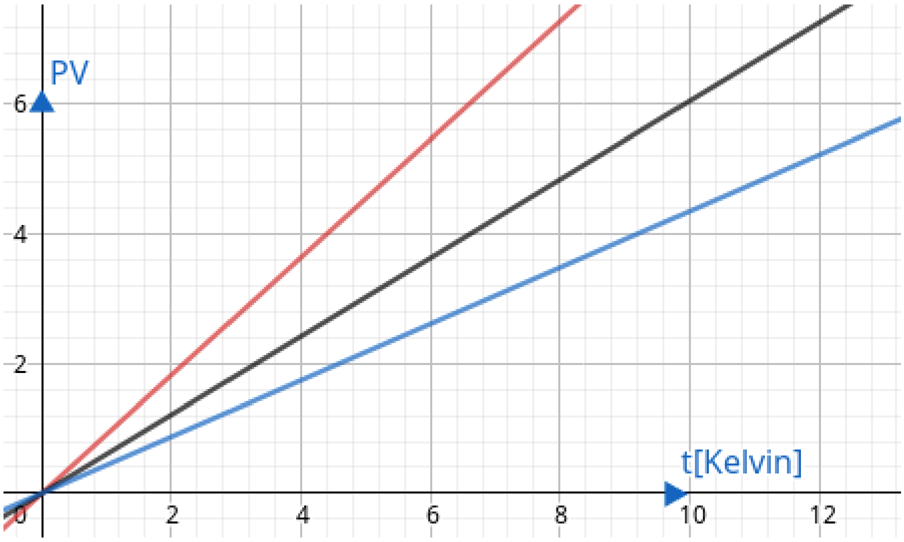
$PV = cost$ $t + A$



Noto che la temperatura minimia possibile non dipende dal gas.

Adatto una scala diversa, spostando la y dove ho lo **zero assoluto**

> **Zero assoluto**: Zero kelvin sotto il quale non ha più senso parlare di termodinamica.
>
> $0K = -273,16$ celsius



Principi della termodinamica

Ho un ambiente che chiamo universo e un sistema con un energia interna U. Come avviene lo scambio di energia? Ricordiamo **che quando si scalda, aumenta l'energia interna**. Posso avere degli scambi di:

1. W Lavoro:
    1. Ordinato;
    2. Coerente;
    3. Organizzato.
2. Q Calore
    1. Disordinato;

2. Incoerente;
3. Disorganizzato.

Esempio dei pistoni

Ho un pistone, con dentro un gas, ha una forza esterna che spinge dentro e fuori il pistone. *Man mano che spingo, la pressione sarà maggiore, quindi la forza da applicare è maggiore. Questo aspetto lo trascuriamo, la forza applicata è sempre la stessa.* $W = \vec{F}_{ext} \cdot \Delta\vec{x} = F\Delta x > 0$ Posso assumere che il lavoro esterno si tramuti tutto in variazione di energia interna: $W_{ext} = \Delta U$ cioè $U_i \rightarrow_{W_{ext}} U_f \Delta U = U_f - U_i = W_{ext}$ Questo funziona perchè non ho altri scambi di energia di questo gas con l'esterno.

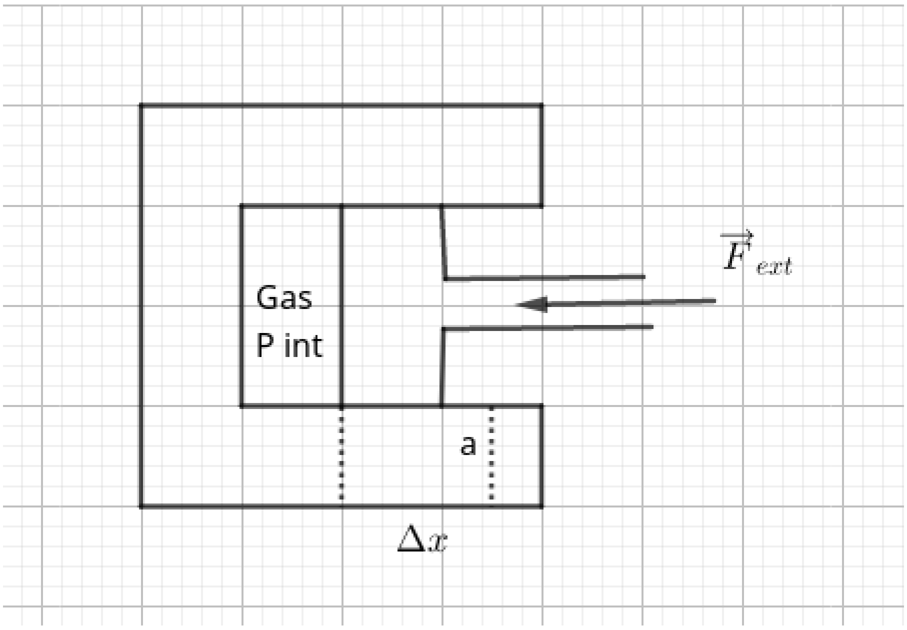
Calore

Se metto un oggetto al sole si "scalda". Ma non ho lavoro, perchè **non ho spostamento**. Quindo ho un trasferimento di energia **senza lavoro**. Questo è chiamato **CALORE**.

25/03/2019

Esercizio pistone

$\vec{F}_{tot} = \vec{0}$ $\vec{F}_{ext} + \vec{F}_{int} = 0$ $\frac{\vec{F}_{ext}}{A} = \frac{\vec{F}_{int}}{A} \Rightarrow P_{ext} = P_{int}$



$\vec{F}_{ext} \cdot \Delta\vec{x} = F\Delta x = W_{ext} > 0$

$W_{ext} = \Delta U = U_1 - U_i > 0$ La forza esterna va sempre pensata come la forza che **comprime/tenta di comprimere il gas**. Il volume si espande per un Δx, lentamente, la forza esterna prova a contrastarlo. Il lavoro esterno, per questo motivo, sarà dunque **negativo**. $\vec{F}_{ext} \cdot \Delta\vec{x} = -F\Delta x = W_{ext} < 0$ $W_{ext} = \Delta U = U_f - U_i < 0$ Assumiamo sempre che le due forze siano uguali e opposte $W_{ext} = -W_{gas}$ Ottengo che

> $\Delta U_{gas} = -W_{gas}$

La variazione dell'energia interna è **uguale al lavoro COMPIUTO dal sistema!** cioè più generale

> $\Delta U = -W$ Convenzionalmente diciamo che:
>
> - $W > 0$ componente del sistema, sistema che fornisce la variazione;
> - $W < 0$ Sistema che si **oppone** alla variazione.

Ricordiamo che U_{int} è *qualcosachenonhocapito* della temperatura. I componenti sono $Na\cdot$ molecole. Quando definisco devo avere il grado di **disordine**.

Esercizio ruota bicicletta

$r_{ext} = 25cm$ $r_{int} = 23cm$ Tubolare Ho un uomo con $m = 100kg$

1. Calcolare il volume del tubo
2. Calcolare pressione all'interno quando l'uomo sale
3. Assumo che per gonfiare la ruota ho fatto 100 colpi di pompa dove, ad ogni colpo, mette $V^{20*C} = 240cm^3$, a che temperatura ho la ruota quando sale?
4. Calcolare il lavoro per gonfiare la gomma.

Scatola con gas dentro

Ho una scatola con gas dentro

- Espongo la scatola al sole, ho **radiazione luminosa**.
- **Non** conto una ipotetica riflessione.
- Fornisco energia all'oggetto, il volume non cambia.
- Ho T_{gas} e T_{ext} (temperatura recipiente) Se aspetto abbastanza ho un trasferimento di energià tra T_{ext} e T_{gas} tale che

> $\Delta T + T_{ext} = T_{gas}$

Dove ΔT è la variazione di temperatura provocata dalle radiazioni.

> Ho un trasferimento di energia senza **lavoro meccanico**.

Calore

Calore: $\Delta U = Q$ Variazione di energia **senza lavoro meccanico**. con:

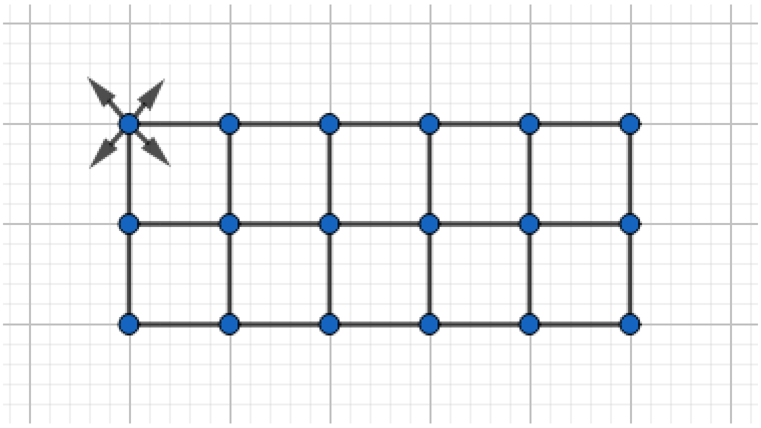
- $Q > 0$ se è ricevuto dal sistema
- $Q < 0$ se è sottratto dal sistema.

Ricordiamo che noi trattiamo **sistemi in equilibrio**, quindi il contenitore e il gas all'interno raggiungono la stessa temperatura (aspettando abbastanza).

Primo principio della termodinamica

> $\Delta U = Q - W$ Variazione di energia interna= Calore - Lavoro

Conduzione



Atomi che "vibrano", percepibile da tutti gli atomi vicini. Aumentando la vibrazione avrò un aumento della vibrazione indotta. Per conduzione: Sposto energia con calore. La sua vibrazione **è l'energia media**, crea un'onda di calore. La vibrazione viene trasmessa agli atomi vicini in modo "ammortizzato", cioè più debole, che a loro volta trasmetteranno ai loro vicini in modo più debole ancora, fino a quando sarà impercettibile. Questa vibrazione è il calore.

Convezione

Ho un fluido, con una zona del fluido più calda, spostandolo ad una zona più fredda il calore si "dissipa". Per esempio: in un sistema di raffreddamento a liquido, il liquido passa da freddo a caldo perchè viene fatto passare in zone dove il motore ha bisogno di rilasciare calore. Il calore viene passato al liquido, che viene fatto circolare fino a raggiungere una zona aperta all'ambiente, nel quale disperde il calore che aveva ottenuto tornando freddo.

Irraggiamento

A colpire il mio sistema è la **radiazione elettromagnetica**, cioè **energia pura**. L'energia non viene "riflessa", viene assorbita facendo in modo che l'oggetto vibri e si scaldi.

> **Riflessione:** Un fotone entra, l'atomo si eccita e si diseccita subito, rispedendo lo stesso fotone(dove in realtà è vierso ma potente uguale).

Curiosità: Un corpo nero ha temperatura costante($\simeq 2.7K$).

Sistema Isolato

Sistema che non scambia **calore**, ne **lavoro** con il sistema esterno. Il sistema è definito **chiuso** se ho inoltre una assenza di scambio di materia.

Esempio sistema isolato

Ho un sistema isolato con un pendolo dentro.

Se torno dopo anni avendo dato una spinta al pendolo e ho del gas dentro, il pendolo sarà fermo(attrito). avendo U_i come energia interna iniziale e U_f energia interna finale: $\begin{cases} Q = 0 \\ W = 0 \end{cases}$ $\Delta U = 0 \Longrightarrow U_f = U_i$ ma quindi otteniamo che $\begin{cases} U_i = U_i^{pendolo} + U_i^{gas} \\ U_f = \cancel{U_f^{pendolo}} + U_f^{gas} \end{cases}$ abbiamo che $\cancel{U_f^{pendolo}}$ perchè $U_f^{pendolo} = 0$ visto che il pendolo è **fermo** a fine esperimento.
Otteniamo dunque:

> $U_f^{gas} = U_i^{pendolo} + U_i^{gas}$ $U_f^{gas} - U_i^{gas} = \Delta U^{gas} = U_i^{pendolo}$ Con $\Delta T^{gas} > 0$ e$T_f^{gas} > T_i^{gas}$

Ottengo delle osservazioni importanti:

1. U finale del gas è la U iniziale del pendolo $+$ la U finale del gas.
2. U del pendolo iniziale è dunque ΔU_{gas}.
3. *Se vario la temperatura il pendolo non si muove, perchè il gas si scalda in modo disordinato, non solo da un lato.*
4. Il disordine è presente.

Trasformazioni

Trasformazione isocora

$\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0$ (volume non varia, non ho un lavoro che ci agisce) $\Delta U = Q$

Trasformazione adiabatica

$Q = 0$ (calore non varia) $\Delta U = -W$

Trasformazione isotermica

$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \iff Q = W$ con $Q > 0, W > 0$ (temperatura non cambia)

Capacità termica

Avendo un gas

$\Delta Q = \mathfrak{c} \quad \Delta T \implies \mathfrak{c} =^{def}$ Capacità termica $= \frac{dQ}{dT}$

> Quindi La capacità termica è **il variare del calore in relazione alla variazione di temperatura** ($\mathfrak{c} = \frac{dQ}{dT}$)

Come **unità di misura** ha $\mathfrak{c} = \frac{1J}{1K}$ *Un buon piumino ha una **alta capacità termica**, mentre un fondo di pentola ha una **bassa capacità termica*** .

Affermiamo anche che

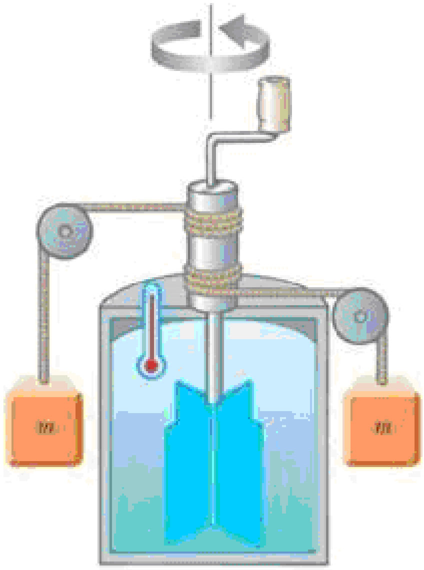
> Più massa $=$ Maggiore capacità termica.

Calore specifico

Di due tipi:

1. **Calore specifico (per quantità di massa)**$= c = \frac{\mathfrak{c}}{m} = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$ *Unità di misura* $= \frac{J}{Kg \cdot K}$
2. **Calore specifico (Molare)**$= c = \frac{\mathfrak{c}}{n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dQ}{dT}$ *Unità di misura* $= \frac{J}{mol \cdot K}$

Esperimento di Joule



Mulinello di Joule

$W = mgh$ $W_{h_2O} = 0$ $\Delta U = Q$ (1 principio termodinamica) $p = 1atm$ $\ 14,5°\text{c} \rightarrow 15,5°\text{c}$ Devo applicare un lavoro $W_G = 4,186KJ$ Otteniamo dunque il valore di una **kilocaloria (Kcal)** che

> $1cal = 4,186J$

C_{H_2O} liquido= $\frac{1Kcal}{1Kg \cdot 1K} = 4,186\frac{KJ}{KgK}$ Ricordiamo che $\Delta T = 1K = \Delta T = 1°\text{c}$

Esempio pozzanghera

Ho una pozzangera quadrata con uno strato di nylon sopra(ininfluente, serve solo per evitare l'evaporazione) sappiamo che $W_{sole} = 700W/m^2$ La pozzanghera è lunga e larga $50cm$ e profonda $1cm$ $T_i = 20°\text{c}$ $\Delta U = Q - \cancel{W}$ (Non ho variazioni di volume, trasformazione isocora) $\Delta t = 8hr$ $T_f = ?$ Quale sarà la temperatura finale della pozzanghera se il sole apparisse istantaneamente(e non lentamente) per 8 ore?

$W_{sole}\Delta t = Q = mc \cdot \Delta T$ cioè il calore immesso dal sole per irraggiamento nel tempo.

$SW_{sole}\Delta t = mc\Delta T$ *è importante ricordare che devo considerare la superficie, anche se vedremo che sarà ininfluente.*

$\Delta T = \frac{SW_{sole}\Delta tS}{mc} = \frac{W_{sole}\Delta tS}{\rho Vc} = \frac{W_{sole}\Delta t\ \cancel{L^2}}{\rho\ \cancel{L^2}\ hc}$ Ora abbiamo dunque $\frac{7 \cdot 10^2 \cdot 2,9 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 10^{-2} \cdot 4,19 \cdot 10^3}K = 5 \cdot 10^2 = 500K$

è dunque aumentata di 500 gradi kelvin .

Questo avviene perchè non ho considerato il **calore latente**.

Calore latente

$Q = \lambda m$

> λ= Calore latente.

Si misura in J/Kg. $\Delta T_{Cambio\ di\ stato} = 0$ *è un calore che si verifica quando abbiamo una coesistenza tra vapore e liquido, una coesistenza di due stati.*

Stati della materia

$$\text{SOLIDO} \xrightarrow[\xleftarrow[]{\text{Solidificazione}}]{\text{Fusione}} \text{LIQUIDO} \xrightarrow[\xleftarrow[]{\text{Condensazione}}]{\text{Evaporazione}} \text{VAPORE}$$

$\lambda_{SL} = 3,3 \cdot 10^5 J/Kg$ dove SL sta per *Solido Liquido* . $\lambda_{LV} = 2,7 \cdot 10^7 J/Kg$ dove LV sta per *Liquido Vapore* .

Per casa

1. Ripetere esercizio precedente(della pozzanghera) rimuovendo lo strato di nylon.
2. Ho $2kg$ di ghiaccio a -10°c
   3. Disegnare il grafico Temperatura/Calore (Temperatura asse y, Calore asse x)
   4. Disegnare il grafico Temperatura/ tempo (Temperatura asse y, tempo asse x) Aggiungendo che $\frac{dQ}{dT} = 100cal/hr$.

29/03/2019

Ho un sistema e due corpi: m_1, c_1, T_1 m_2, c_2, T_2 (c è la capacità termica) Quando i due corpi sono a contatto ho uno **scambio di calore**. $Q_1 + Q_2 = 0$ perchè il calore che scambia con l'esterno è zero! $Q_{tot} = 0$ Per la definizione di calore specifico, $Q_1 = m_1 c_1 (T_f - T_1)$
$Q_2 = m_2 c_2 (T_f - T_2)$

Sommandoli, ottengo

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= m_1 c_1 (T_f - T_1) + m_2 c_2 (T_f - T_2) \\ 0 &= (m_1 c_1 + m_2 c_2) T_f - (m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2) \end{aligned}$$

$T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$

In generale

$T_f = \frac{c_1 T_1 + c_2 T_2}{c_1 + c_2}$

Vuoto: Non ho molecole.

Esercizio

$m_1 = 30g$ $t_1 = -15^\circ$c $m_2 = 50g$ $t_2 = 60^\circ$c $T_e =?$ traduciamo i dati in una forma utilizzabile $t_{1_k} = T_1 = 258K$ $t_{2_k} = T_2 = 333K$ $\lambda_{H_2O} = 3,3 \cdot 10^5 J/Kg$ $c_{H_2O} = \frac{1kcal}{Kg \cdot K} = 4,19KJ/Kg \cdot K$ $Q_1 = m_1 c_1 \cdot (T_f - T_1)$ sommandoli
$Q_2 = m_2 c_2 \cdot (T_f - T_2)$
$Q_1 + Q_2 = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot T_f - (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2)$ $T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$

$Q_{fus} = \lambda_{H_2O} \cdot m_1 = 10^4 J$ $Q_{ghiaccio} = m_1 \cdot c_1 \cdot (T_{fus} - T_1) = 900J$ $Q^{(max)}_{Acqua} = m_2 \cdot c_2 (T_{fus} - T_2) = -1,26 \cdot 10^4 J$

Il resto è un tentativo di uno studente. Trovo il calore dell'acqua dopo che il ghiaccio si è sciolto $Q^{res}_{H_2O} = 1,7 \cdot 10^3 J$ $Q^{res}_{H_2O} = m_2 \cdot c_2 (T_* - T_{fus} = 1,7 \cdot 10^3 J = 30g \cdot 4,19KJ/Kg \cdot K \cdot (t_* - 0^\circ\text{c})$

$\frac{1,7 \cdot 10^3 JKg^\circ\text{c}}{50g \cdot 4,19KJ} = t_* = 0,85 \cdot 10^\circ\text{c} = 8,5^\circ\text{c}$

$Teq = \frac{m_1 \cdot c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{30g \cdot 273K + 50g + 281,5K}{80g} = 278,3K = 5^\circ\text{c}$

01/04/2019

$\vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}t}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{tot} = \overrightarrow{const} \Rightarrow \vec{P}_{tot}$ ottenendo $\vec{P}_{tot}^{iniziale} = \vec{P}_{tot}^{finale}$ Quindi otteniamo che

> Se niente perturba il moto del sistema, **la quantità di moto totale si conserva**.\

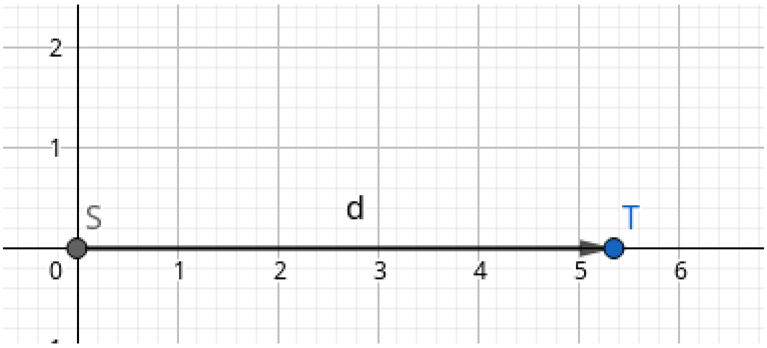
In altre parole $\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i(iniziale) = \sum_{j=1}^{M} \vec{P}_i(finale)$ Noto che N e M non sono necessariamente uguali(non necessariamente stesso numero), vale anche per i e j(non necessariamente stesso corpo).

Centro di massa

> $\frac{\vec{x}_{CM}=m_1\vec{x}_1+m_2\vec{x}_2}{m_1+m_2}$ Punto che **meglio approssima** *l'equilibrio del sistema.*

In una dimensione, tolgo semplicemente i vettori.

Esempio Sole Terra



Ho il Sole, che indicheremo con $_s$ e terra che indicheremo con $_T$ $m_s = 2 \cdot 10^{30} Kg$ $m_T = 6 \cdot 10^{24} Kg$ $d = 1,5 \cdot 10^{11} m$ cioè la distanza tra la terra e il sole.

Calcolo r: $r_{CM} = \frac{M_s x_s + m_T x_T}{m_s + m_T} = \frac{m_T}{m_s c_1 + \frac{m_T}{m_s}}$ Dove $\frac{m_T}{m_s} = \epsilon \simeq 10^{-6}$

$x_T = \frac{m_T}{m_s}(1 - \frac{m_T}{m_s})$ ottenendo $r_{CM} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} m = 4,5 \cdot 10^5 m = 450 km$

Esempio raggio sole

Avendo il raggio della terra $R_T \simeq 6,4 \cdot 10^3 m$ quanto sarà il raggio del sole? $R_s =?$ Lo ottengo. Il sole è circa $0,5^\circ$ di inclinazione rispetto alla terra, cioè $8,5 millirad$, $(1^\circ = 17 millirad)$

$d \tan\frac{\phi}{2} = R$ $d \cdot 4,2 \cdot 10^{-3} = R$ $1,5 \cdot 10^{11} \cdot 4,2 \cdot 10^{-3} = R$ $6,3 \cdot 10^8 m = R$ $R = 630000 km$ Raggio del sole.

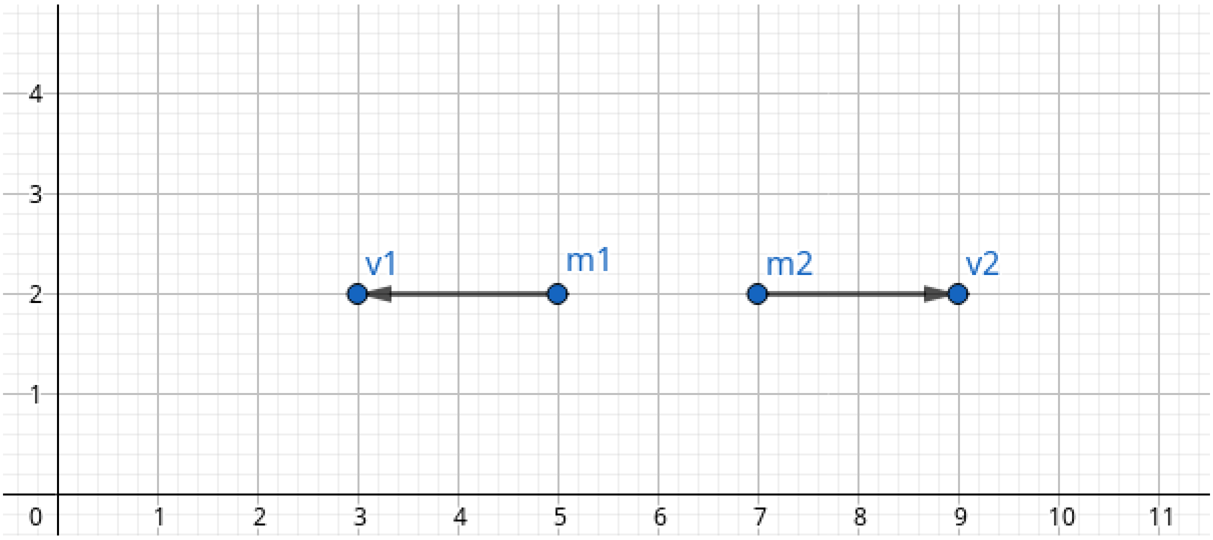
Utili da sapere per esame

Se $\epsilon <<$ (molto piccolo) allora vale

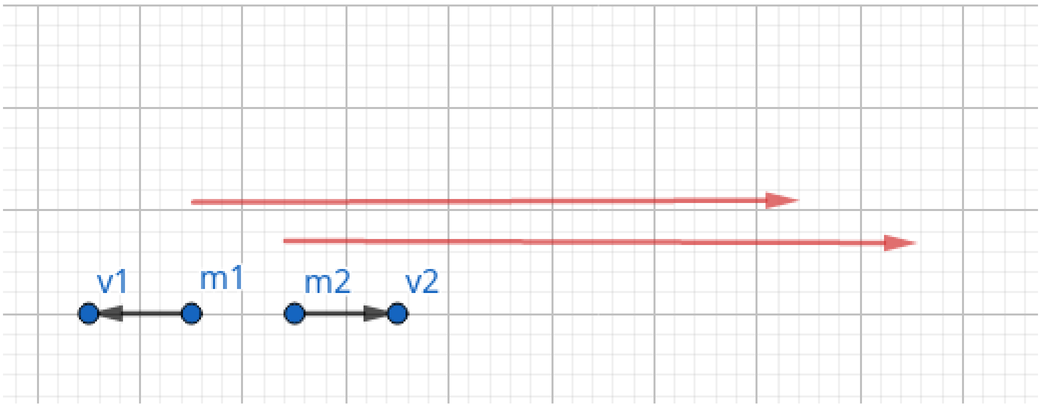
- $1 + \epsilon^\alpha = 1 + \alpha\epsilon$
- $\tan\epsilon = \sin\epsilon = \epsilon$
- $\cos\epsilon = 1 - \frac{\epsilon^2}{2}$
- $\ln(1+\epsilon) = \epsilon$
- $e^\epsilon = 1 + \epsilon$ Praticamente limiti che tendono a zero.

Esempio su Aereo

Ho un aereo privato



Definiamo $v_2 - v_1$ come la differenza tra le due frecce. Posso affermare che la lunghezza nella prossima immagine sarebbe equivalente se non fosse per v_1 che si oppone al nostro "aereo".



Ora avendo i che varia tra 1 e 2 ottengo $\overrightarrow{v_i}' = \frac{d\vec{x}_i}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{x}_i - \vec{x}_{CM}) = \frac{d\vec{x}_i}{dt} - \frac{d\vec{x}_{CM}}{dt}$ dove $\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \vec{v}_i$ e $\frac{d\vec{x}_{CM}}{dt} = \vec{v}_{CM}$

Ma noto che tutto ciò è **energia cinetica**

$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2$ $E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i - \vec{v}_{CM})^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_i^2 + \vec{v}_{CM}^2 - 2 \cdot \vec{v}_i \vec{v}_{CM}) =$
$= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_{CM}^2 - (\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i) \vec{v}_{CM}$

Ottenendo $\begin{cases} E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2 \\ E_k' = E_k \frac{1}{2} M v_{CM}^2 - \vec{v}_{CM} \cdot \sum m_i \cdot \vec{v}_i \end{cases}$

> Cioè che possiamo** cambiare il sistema di riferimento senza variare il risultato**(anche se l'energia cinetica varia!)

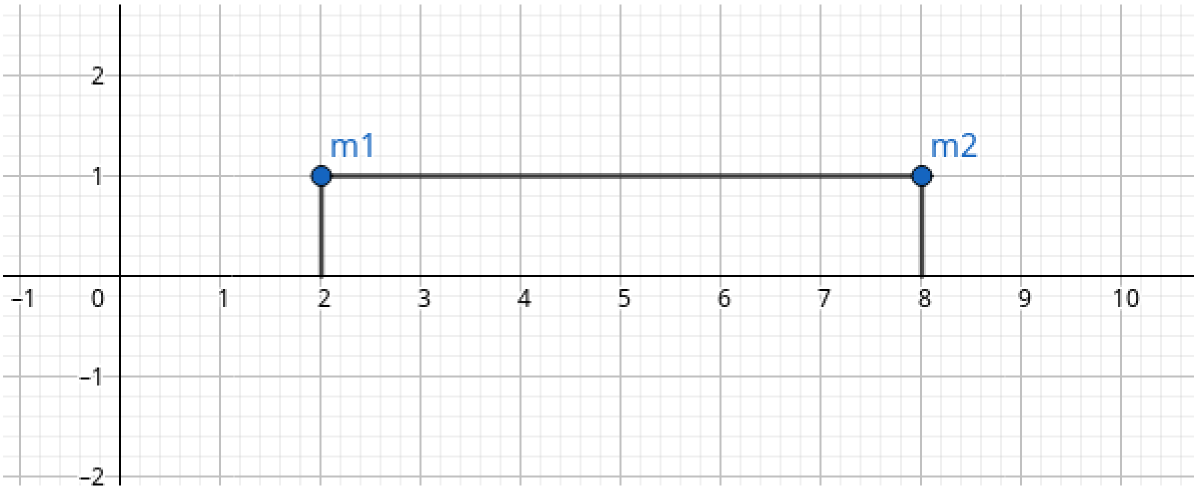
La quantità di moto si conserva

$\vec{x}_{CM} = \vec{0}$ $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}$ Ora derivo in base al tempo $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}$ cioè $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{0}$ Ottengo

> $\Delta \vec{P}_{tot} = \vec{0}$, cioè la **quantità di moto** si conserva nell'urto!

Esperimento barra

ho una barra, con due masse sopra all'estremità. La barra è su un materiale che non ha attrito.



Immaginiamo che la barra "scorra" verso una direzione, facendo impattare le due masse.
$x_{CM} = \frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{m_2}{m_1+m_2} = \frac{d}{2}\,(m_1+m_2)\frac{d \cdot x_{CM}}{dt} = m_1 \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{m_2x_2}{dt} == m_1v_1 + m_2v_2 = P_1 + P_2 = P_{tot} = 0$
ottengo che

> Se due masse impattano, **non avendo forze esterne**, il centro di massa **rimane nello stesso punto**. In questo caso, il centro di massa rimane a metà della barra.

$x_1^{Finale} - x_2^{Finale} = \frac{d}{2}$

$x_{CM}^{Finale} = \frac{m_1x_1^{Finale}+m_2x_2^{Finale}}{m_1+m_2} = \frac{m_1x_1^{Finale}+m_2(x_1^{Finale}-\frac{d}{2})}{m_1+m_2} = x_{CM}^{Iniziale} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot \frac{d}{2}$

Concludendo $(m_1+m_2)x_1^{Finale} = m_2 \cdot d\; x_1^{Finale} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \cdot d$

Urto perfettamente anaelastico

> Definisco **urto perfettamente anaelastico** quando due masse, in un urto si "attaccano".

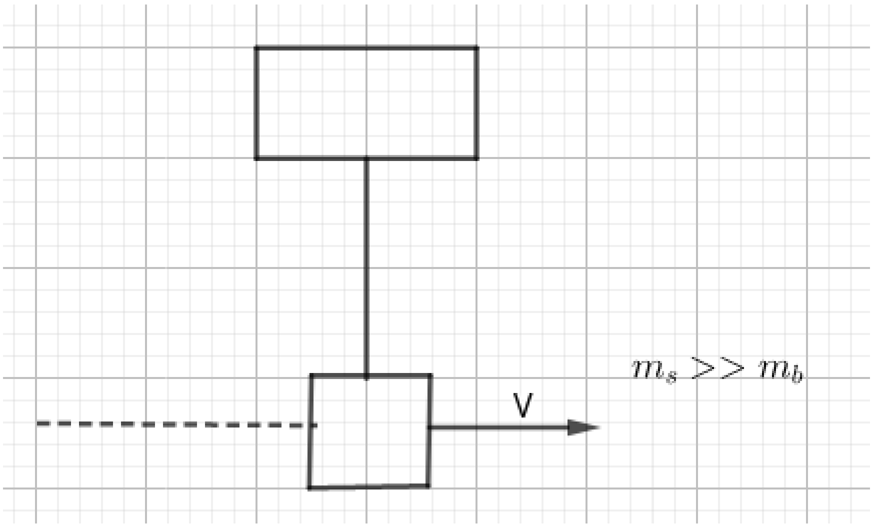
Esercizio Avendo un pendolo balistico $\Delta\vec{P}_{tot} = 0$

$\vec{P}_{iniziale} = \vec{P}_{finale}$

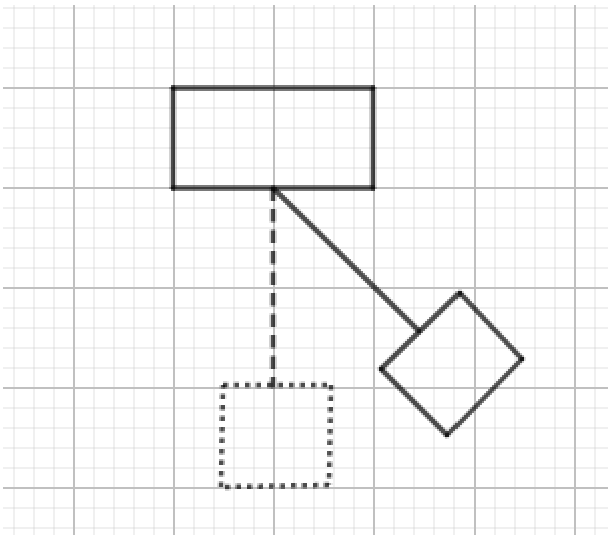
$m_1\vec{v}_1^{iniziale} + m_2\vec{v}_2^{iniziale} = (m_1+m_2) \cdot \vec{v}^{finale}$

$\vec{v}^{finale} = \frac{m_i\vec{v}_i^{iniziale}m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} \xrightarrow[m_b]{v_b}$ Più in specifico

Ho un proiettile sparato verso un sacco di sabbia. Si comporterà come un pendolo.



Il movimento sarà

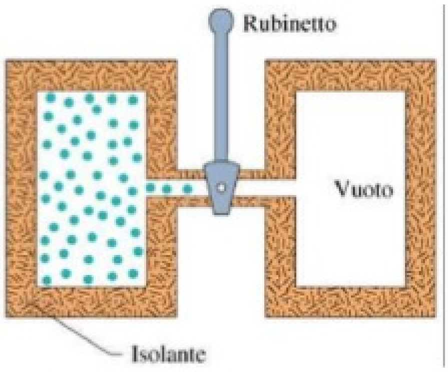


$M = m_s + m_b$ $m_b V_b + m_s \cancel{V_s} = MV$ Il sacco essenzo fermo all'inizio abbiamo $V_s = 0$ ottengo $h = l - l\cos\phi$ dove l è la lunghezza del cavo. $Mgh = \frac{1}{2}\cancel{M}V^2 \iff V = \sqrt{2gh}$ $V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl2\sin^2\frac{\phi}{2}} = 2\sin\frac{\phi}{2}\sqrt{gl}$ Utilizzando la formula di bisezione $\sin\frac{\phi}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\phi}{2}}$ Ottengo dunque $V_b = \frac{m_b+m_s}{m_b}2\sin\frac{\phi}{2}\sqrt{gl} = \frac{m_b+m_s}{m_b}\phi\sqrt{gl} = \frac{m_s}{m_b}\phi\sqrt{gl}$

Esperienza di Joule (Espansione Libera)

Ho un contenitore:

- Pareti rigide e adiabatiche(non ho scambio di calore con l'esterno);
- Quantità di gas(moli) all'interno di un gas ideale all'interno di un comparto;
- Ho setto apribile e chiudibile tipo rubinetto.



> Otteniamo che il gas si espande (espansione libera) e **non fa ne subisce lavoro!** Non ho scambio di calore con l'esterno!

L'energia interna del sistema non cambia per il primo principio della termodinamica.
$\begin{cases} dW = 0 \\ dQ = 0 \end{cases}$ $dV = 0, dT = 0 = U = U(t)$ Dove $dt = 0$ è stato ottenuto **sperimentalmente**.

A Volume costante(isocora): $dV = 0$ $\ dW = pdV = 0$ $dQ = nc_v dT$ con c_v calore specifico; $dQ = dV$ ottengo

> $dU = nc_v dT \Leftarrow$ Vale sempre. $\Delta U = nc_v \Delta T$

La temperatura del gas non cambia! Quindi:

> U dipende **solo** da T.

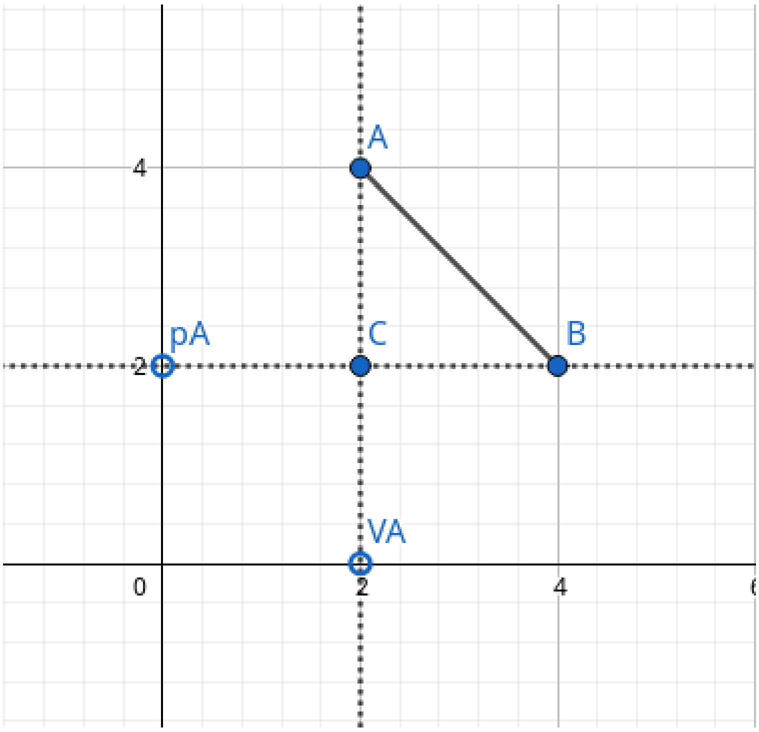
05/04/2019

Sospensione lezioni per prove intermedie

08/04/2019

Calore Specifico in base al processo

Abbiamo un grafico che descrive andamento di 3 gas.



$\begin{cases} \Delta U = 0 \\ \Delta T = 0 \end{cases} \Rightarrow U = U(T)$ $pV = mRT$ perchè ho un gas ideale. Il punto A è composto da p_A, V_A, T_A Il punto B è composto da p_B, V_B, T_B Il punto C è composto da p_C, V_C, T_C $\frac{p_A V_A}{nR} = T_A$ $p_A V_A = nRT_A$ dove R e T_A sono costanti. $\Delta U = U_C - U_A = ?$ Riprendo il calore specifico molare: $c = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}$,

> ho un calore specifico che dipende dal processo considerato: $c_{proc} = \frac{1}{n}[\frac{dq}{dT}]_{proc}$

Ciò significa che una espansione **isoterma** crea un differente c_{proc} di una espansione **isocora.**

$\Delta U = U_B - U_A = (U_B - U_C) + (U_C - U_A) = \Delta U_{BC} - \Delta U_{CA}$ $A \to C : dU = dQ - \cancel{dW}$ ($\cancel{dW}$ perchè isocora). Quindi: $dV = dQ = nc_V dT$ Uso V perchè ho il **volume costante**. Ottengo $dQ_{p_R} = nc_{p_R} dT$.

Riprendendo: $nc_V dT \xrightarrow[c_V = \text{costante}]{} \Delta U_{CA} = nc_V \Delta T = nc_V (T_C - T_A)$

$C \to B :_{Isoterma}$ $dU = \cancel{dQ} - dW$ ma posso affermare che $\to$ $\Delta U_{CB} = U(T_B) - U(T_C) = 0$ con T_B temperatura **finale** e T_C temperatura **inziale**.

> $$\begin{aligned} \Delta U = \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} &= nc_V \Delta T \\ &nc_V (T_C - T_A) \end{aligned}$$

dunque ottengo che con i gas ideali possiamo usare ciò.

> ΔU è proporzionale a c_V e **non** dipende dalle trasformazioni, **vale sempre**.

Relazione di Mayer

ho una isobara (p costante) $\begin{aligned} dV &= dQ - dW \\ nc_V dT &= nc_V dT - pdV \end{aligned}$ $\quad pV = nRT$

$d[pV] = d[nRT]$ otteniamo

> **Differenziazione equazione di stato di gas perfetti**: $Vdp + pdV = nRdT$

Tornando a $pV = nRT$ $nRdT - \cancel{Vdp}$ ($\cancel{Vdp}$ perchè la pressione è costante!) $= n(c_P - c_V)dT$ cioè

> **Relazione di mayer**: $c_P - c_V = R$

Continuando abbiamo che

> $R > 0 \iff c_P - c_V > 0 \iff c_P > c_V$

Per i diversi tipi di gas abbiamo:

1. **Gas Monoatomici** $c_V = \frac{3}{2}R \Rightarrow c_P = \frac{5}{2}R$
2. **Gas Biatomici** $c_V = \frac{5}{2}R \Rightarrow c_P = \frac{7}{2}R$
3. **Gas Poliatomici** $c_p/R = a + bT + cT^2$

Grafici p V

#

Ricordiamo che una *adiabatica non ha scambio di calore con l'esterno.* $Q = 0$ $\Delta Q = 0$ Per il primo principio della termodinamica abbiamo che: $dV = \cancel{dQ} - dW$ $nc_v dT = -pdV$ Ricapitolando:

- **Isocora** $V = \text{Costante}$
- **Isobara** $p = \text{Costante}$
- **Isoterma** $T = \text{Costante}$

ed una adiabatica come si comporta ?

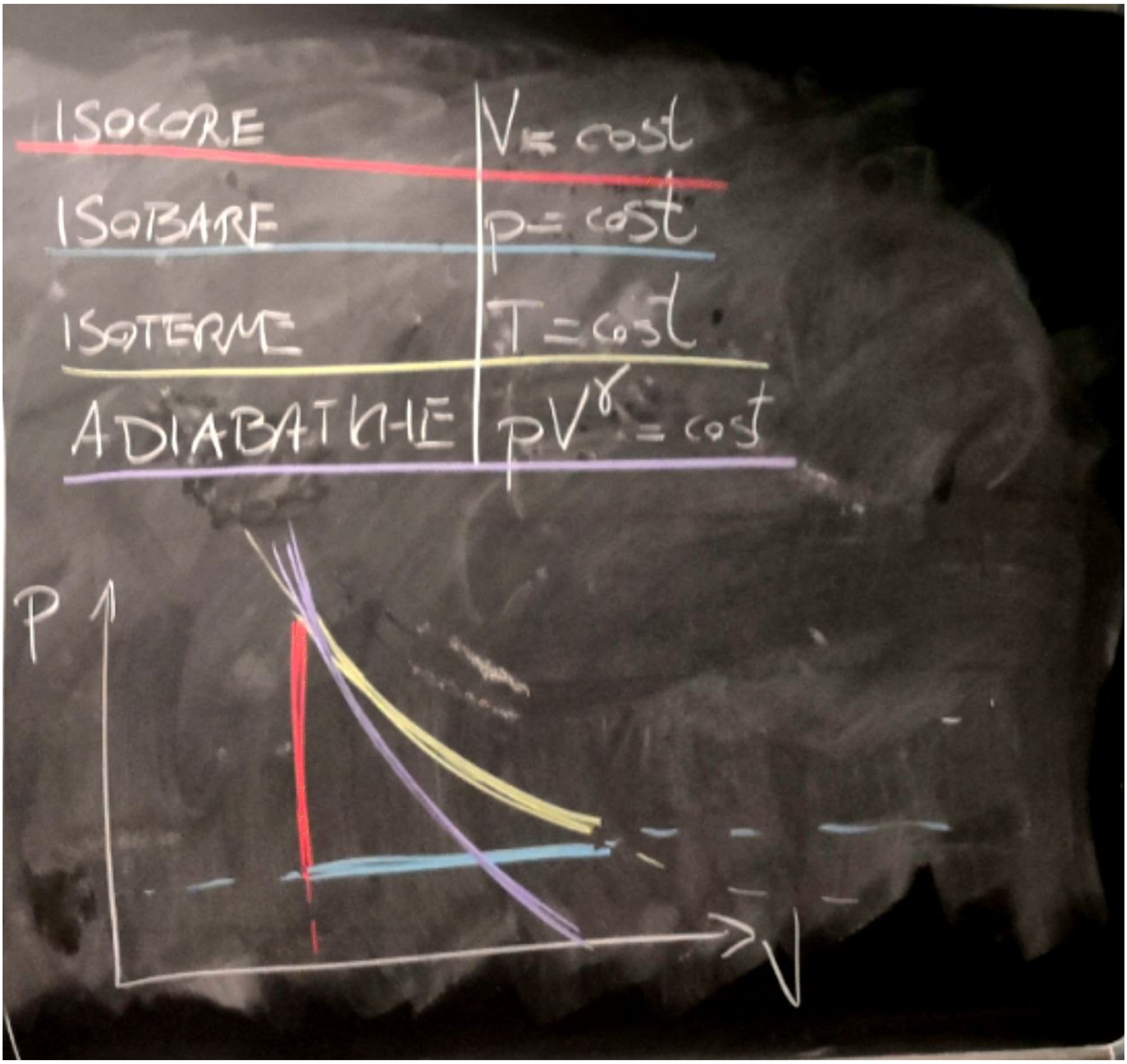
$n(c_P - R)dT = -pdV$ $nc_P dT = nRdT - pdV$ $nRdT = pdV + Vdp$ $-Vdp = pdV - nRdT$ $nc_P dT = Vdp$

Ora unisco $nc_P dT = Vdp$ con $nc_v dT = -pdV$ ottenendo(il primo sopra il secondo sotto frazione) $\frac{nc_P dT}{nc_v dT} = -\frac{Vdp}{pdV}$

ho dunque ottenuto $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{dp/p}{dV/V} > 1$ cioè $-\frac{1}{\gamma}\frac{dp}{p} = \frac{dV}{V} \Rightarrow \int -\frac{1}{\gamma} d[\ln p] = \int d[\ln V]$

ottengo $-\frac{1}{\gamma}\ln[\frac{p_{finale}}{p_{iniziale}}] - \ln[\frac{V_{finale}}{V_{iniziale}}]$

> $pV_{iniziale}\gamma = p_{finale}V_{finale}\gamma \to pV^\gamma = \text{costante}$ $Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{costante}$



abbiamo dunque che

- **Isocora** $V = \text{Costante}$
- **Isobara** $p = \text{Costante}$
- **Isoterma** $T = \text{Costante}$
- **Adiabatica** $pV^{\gamma} = \text{Costante}$

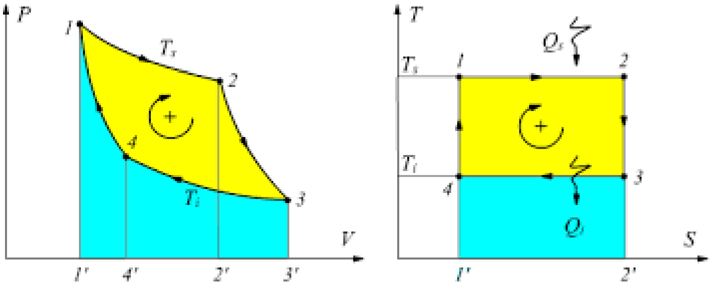
In tabella otteniamo

Tipo	dU	dQ	dW
Isocore	$nc_V dT$	$nc_V dT$	$\varnothing$
Isobare	$nc_V dT$	$nc_p dT$	$-nRdT$
Isoterme	$\varnothing$	pdV	pdV
Adiabatiche	$nc_V dT$	$\varnothing$	$-nc_V dT$

Cicli Termodinamici

> Un **Ciclo Termodinamico** avviene quando lo stato **iniziale coincide** con lo stato **finale**.

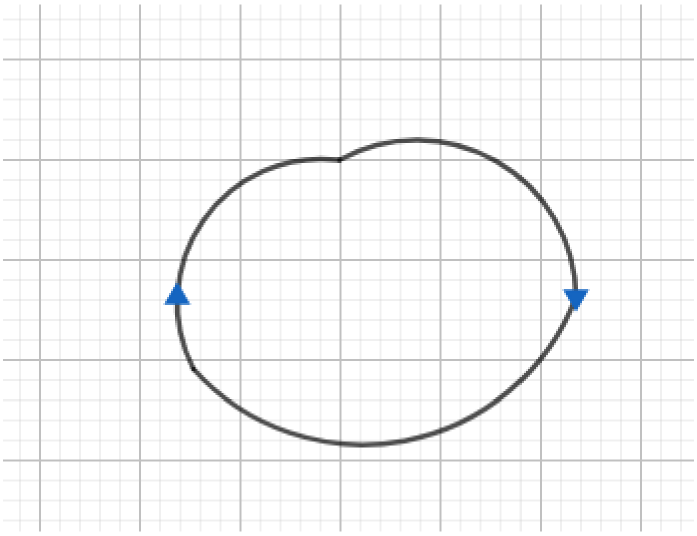
Possiamo anche dire che(i per iniziale e f per finale) $U_i = U_f \Rightarrow \Delta U = 0$ $p_i = p_f$ $V_i = V_f$ $T_i = T_f$



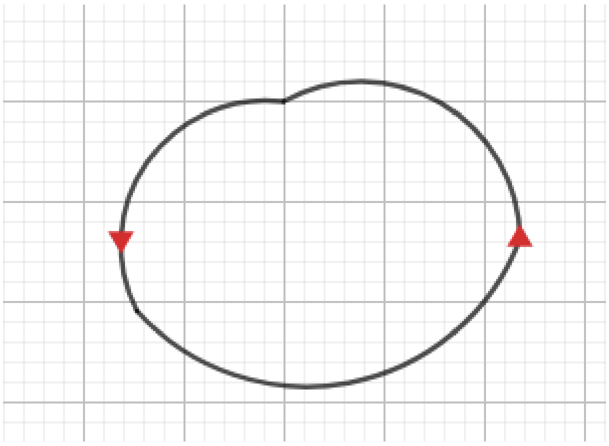
In questo esempio abbiamo l'area sottostante di colore azzurro, mentre l'area sovrastante in colore giallo. Noi consideriamo $W_{superiore}$ come l'area sottesa della zona superiore, quindi area azzurra+area gialla. Consideriamo $W_{inferiore}$ come l'area sottesa alla parte inferiore, quindi l'area azzurrina. $W_{superiore} + W_{inferiore} = W$

> Per determinare il **segno di w**, ho bisogno dei segni di $W_{superiore}$ e di $W_{inferiore}$. Per vedere se è **compiuto o subito** ho bisogno del **verso di percorrenza**.

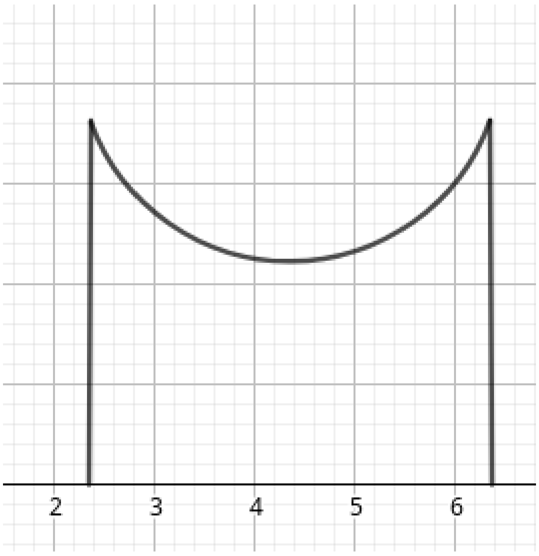
Affermiamo che $|W_{superiore}| > |W_{Inferiore}|$ $\begin{cases} W_{superiore} > 0 \\ W_{inferiore} < 0 \end{cases}$ allora $W > 0$, senso **orario**.



$\begin{cases} W_{superiore} < 0 \\ W_{inferiore} > 0 \end{cases}$ allora $W < 0$, senso **antiorario**.



Un ciclo non compie lavoro quando ha una linea unica senza area all'interno.



$\Delta U = Q - W$ $Q = W$

Tutto il lavoro che fa la da come **calore**.

Cliclo termico/Macchina termica

$W > 0 \Rightarrow Q > 0$

Ciclo frigorifero/Macchina frigorifera

$W < 0 \Rightarrow Q < 0$

Calore ceduto e calore assorbito

$Q_A =$ Somma di tutti i calori assorbiti, quindi $Q_A > 0$. $Q_C =$ Somma di tutti i calori ceduti, quindi $Q_C < 0$.

Lavoro subito e lavoro effettuato

$W_F =$ Somma di tutti i lavori effettuati, quindi $W_F > 0$. $W_S =$ Somma di tutti i lavori subiti, quindi $W_S < 0$.

Ciò mi porta a

> $Q = Q_A + Q_C$ $Q = W$ $Q_A + Q_C = W_F + W_S$ $W = W_F + W_S$

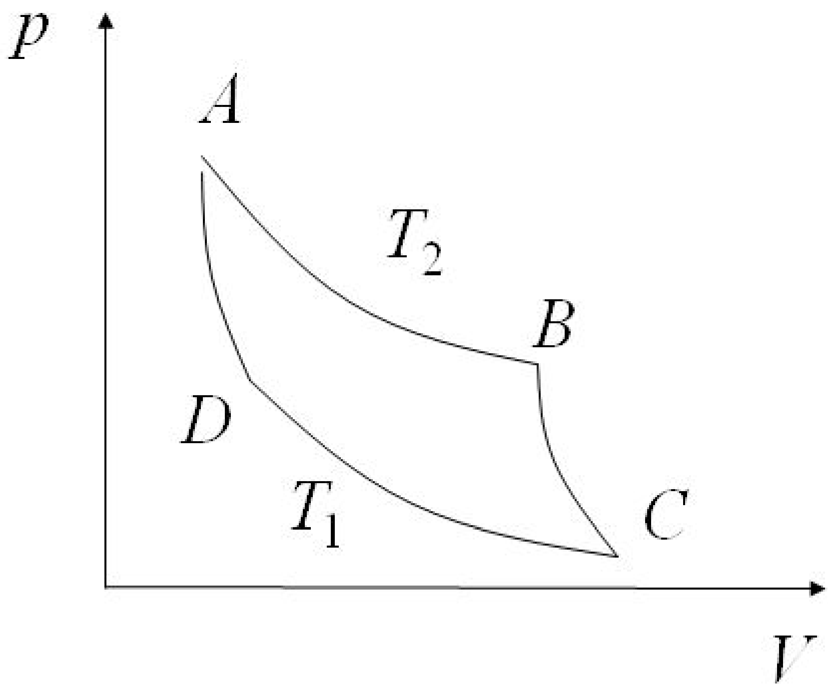
Rendimento di una macchina termica

> **Il lavoro/Calore assorbito** $= \frac{W}{c_A} = \mu = \frac{Q_A + Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$ e ciò **vale per tutte le macchine termiche.**

Reversibilità di una trasformazione

> Una trasformazione è reversibile se, qualsiasi sia il dettaglio, vedo una serie di **stati di equilibrio**. Uno stato di equilibrio di esempio, per un gas ideale: $pVnRT$ per ogni punto.

Ciclo di Carnot



$AB = T_2 > T_1$ $W > 0$ perchè **orario**.

Avendo il seguente ciclo possiamo affermare che:

- AB è una **espansione reversibile isoterma**;
- BC è una **espansione reversibile adiabatica**;
- CD è una **compressione reversibile isoterma**;
- DA è una **compressione reversibile adiabatica**.

> Sperimentalmente notiamo che $0 \leq \mu < 1$