

## Pregunta sobre Contraste de la t de Student - Toma de decisión

### Regla de decisión

Se rechaza  $H_0$  si  $p\text{-valor} \leq$  nivel de significación. NO se rechaza en caso contrario; es decir

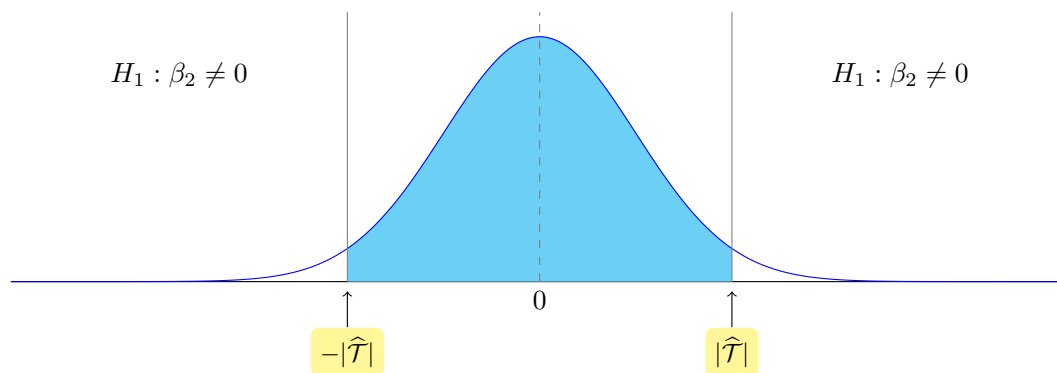
- ☐  $H_0$  se rechaza tanto al 10 como al 5 por ciento. ( $p\text{-valor} \leq 5$ ).
- ☐  $H_0$  debe rechazarse al 10 pero no al 5 por ciento. ( $5 < p\text{-valor} \leq 10$ ).
- ☐  $H_0$  no puede rechazarse ni al 5 ni al 10 por ciento. ( $10 < p\text{-valor}$ ).

### Bilateral

Si el modelo  $Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + U$  cumple todas las hipótesis clásicas y se desea contrastar  $H_0 : \beta_2 = 0$  frente a  $H_1 : \beta_2 \neq 0$  utilizando el estadístico  $\mathcal{T}$  cuyo valor calculado (con muestra de tamaño  $N$ ) es  $\hat{\mathcal{T}}$  y

$$\text{Prob}\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$$

### Distribución $t$ con $(N - k)$ grados de libertad



entonces... aplíquese la Regla de decisión, donde el **Cálculo del  $p\text{-valor}$**  es:

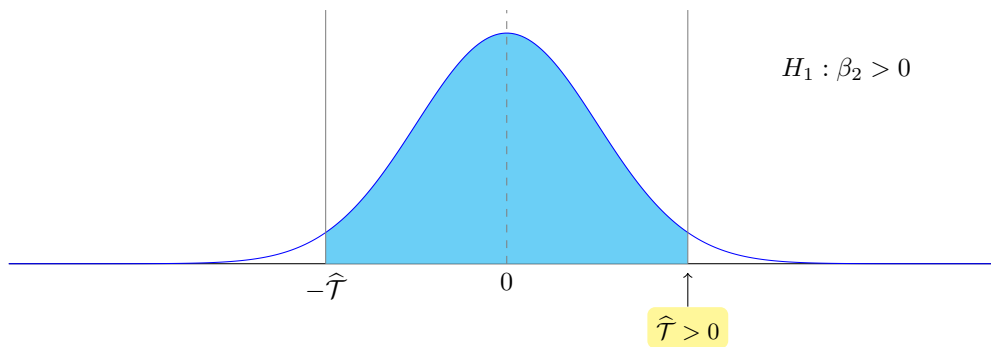
Como  $\text{Prob}\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$ , y como el contraste es bilateral; el  $p\text{-valor}$  del contraste es la probabilidad fuera del intervalo es decir:  **$p\text{-valor} = 1 - X$**

## Cola derecha

- $\hat{\mathcal{T}} > 0$ : Si el modelo  $Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + U$  cumple todas las hipótesis clásicas y se desea contrastar  $H_0 : \beta_2 = 0$  frente a  $H_1 : \beta_2 > 0$  utilizando el estadístico  $t$  cuyo valor calculado (con muestra de tamaño  $N$ ) es  $\hat{\mathcal{T}} > 0$ , y

$$Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$$

Distribución  $t$  con  $(N - k)$  grados de libertad



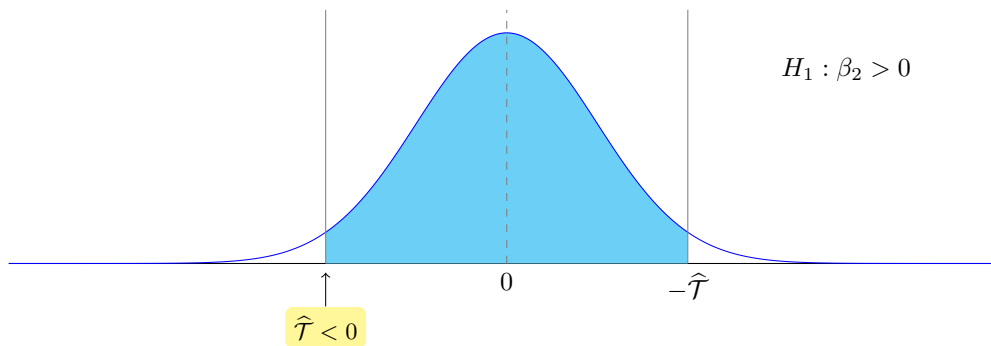
entonces... aplíquese la Regla de decisión, donde el **Cálculo del  $p$ -valor** es:

Como  $Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$ , y como el contraste es de la cola derecha, el  $p$ -valor del contraste es la probabilidad a la derecha de  $\hat{\mathcal{T}}$ , es decir:  **$p$ -valor**  $= \frac{1-X}{2}$ .

- $\hat{\mathcal{T}} < 0$ : Si el modelo  $Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + U$  cumple todas las hipótesis clásicas y se desea contrastar  $H_0 : \beta_2 = 0$  frente a  $H_1 : \beta_2 > 0$  utilizando el estadístico  $t$  cuyo valor calculado (con muestra de tamaño  $N$ ) es  $\hat{\mathcal{T}} < 0$ , y

$$Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$$

Distribución  $t$  con  $(N - k)$  grados de libertad



entonces... aplíquese la Regla de decisión, donde el **Cálculo del  $p$ -valor** es:

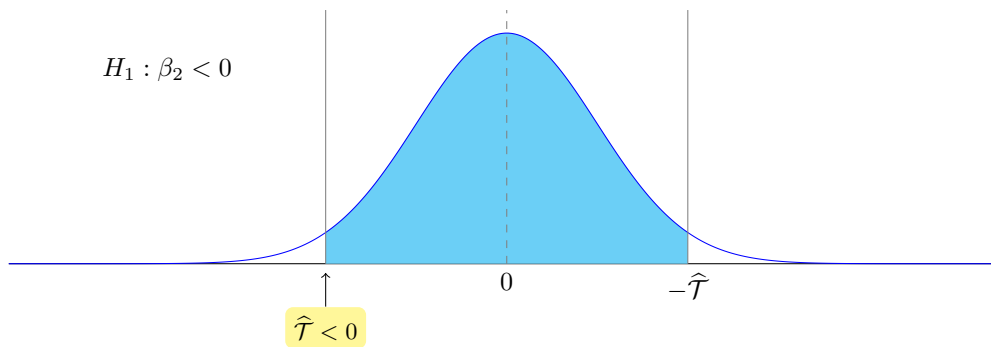
Como  $Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$ , y como el contraste es de la cola derecha, el  $p$ -valor del contraste es la probabilidad a la derecha de  $\hat{\mathcal{T}}$ , es decir:  **$p$ -valor**  $= X + \frac{1-X}{2}$ .

## Cola izquierda

- $\hat{\mathcal{T}} < 0$ : Si el modelo  $Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + U$  cumple todas las hipótesis clásicas y se desea contrastar  $H_0 : \beta_2 = 0$  frente a  $H_1 : \beta_2 < 0$  utilizando el estadístico  $t$  cuyo valor calculado (con muestra de tamaño  $N$ ) es  $\hat{\mathcal{T}} < 0$ , y

$$Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$$

Distribución  $t$  con  $(N - k)$  grados de libertad



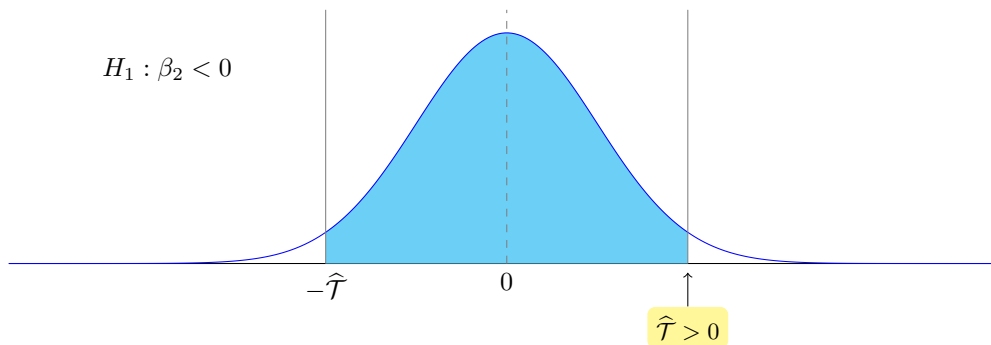
entonces... aplíquese la Regla de decisión, donde el **Cálculo del  $p$ -valor** es:

Como  $Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$ , y como el contraste es de la cola izquierda, el  $p$ -valor del contraste es la probabilidad a la izquierda de  $\hat{\mathcal{T}}$ , es decir:  **$p$ -valor**  $= \frac{1-X}{2}$ .

- $\hat{\mathcal{T}} > 0$ : Si el modelo  $Y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 X + U$  cumple todas las hipótesis clásicas y se desea contrastar  $H_0 : \beta_2 = 0$  frente a  $H_1 : \beta_2 < 0$  utilizando el estadístico  $t$  cuyo valor calculado (con muestra de tamaño  $N$ ) es  $\hat{\mathcal{T}} > 0$ , y

$$Prob\left(-|\hat{\mathcal{T}}| \leq t_{N-2} \leq |\hat{\mathcal{T}}|\right) = X$$

Distribución  $t$  con  $(N - k)$  grados de libertad



entonces... aplíquese la Regla de decisión, donde el **Cálculo del  $p$ -valor** es:

Como  $Prob(-|\widehat{T}| \leq t_{N-2} \leq |\widehat{T}|) = X$ , y como el contraste es de la cola izquierda, el  $p$ -valor del contraste es la probabilidad a la izquierda de  $\widehat{T}$ , es decir:  **$p$ -valor**  $= X + \frac{1-X}{2}$ .

## Contraste de la t de Student - Calculo de una probabilidad usando intervalo de confianza

Con una muestra de tamaño 28 estimamos por MCO el modelo de 4 regresores,  $Y = X\beta + U$ , que cumple las hipótesis clásicas. El intervalo de confianza del 60% estimado para  $\beta_3$  es  $[4, 16]$ . Si  $Prob(t_{24} \leq \frac{6}{7}) = 0.8$ , la probabilidad estimada de que el estimador de  $\beta_3$  sea mayor o igual a 28 es igual a la siguiente probabilidad:

$$Prob\left(t_{24} \geq \frac{18}{7}\right).$$

### Explicación

- El intervalo  $[4, 16]$  es el resultado del siguiente cálculo:  $[\widehat{\beta}_3 - v \cdot \widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3), \widehat{\beta}_3 + v \cdot \widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3)]$
- Por tanto, el punto medio del intervalo es la predicción puntual de  $\beta_3$ , es decir,  $\widehat{\beta}_3 = 4 + \frac{16-4}{2} = 4 + 6 = 10$ .
- El intervalo es  $\widehat{\beta}_3 \pm v \cdot \widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3)$ ; donde  $v$  es el valor de las tablas utilizado para que la confianza sea del 60%, por tanto  $v = 6/7 = t_{24}^{(0.8)}$ .
- Como la distancia del centro del intervalo a los extremos es  $\frac{16-4}{2} = 6$ , tenemos que  $6 = v \cdot \widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3) = \frac{6}{7} \cdot \widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3)$ , se concluye que  $\widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3) = 7$ .

Ahora ya conocemos todo lo necesario para contestar:

Bajo las hipótesis clásicas  $\widehat{\beta}_3 \sim N(\beta_3, Dt(\widehat{\beta}_3))$ , y bajo la  $H_0$  de que  $\beta_3 = 10$  tenemos que  $\frac{\widehat{\beta}_3 - 10(1)}{\widehat{Dt}(\widehat{\beta}_3)} \sim t_{24}$ , por tanto la estimación de  $Prob(\widehat{\beta}_3 \geq 28)$  es (realizando las mismas operaciones a izquierda y derecha de la desigualdad):

$$Prob\left(\frac{\widehat{\beta}_3 - 10}{7} \geq \frac{28 - 10}{7}\right) = Prob\left(t_{24} \geq \frac{18}{7}\right).$$