

# نشریه علمی - پژوهشی علوم و فنون نقشه‌برداری

دوره دوم، شماره ۳، بهمن ماه ۱۳۹۱

## نشریه‌ی تخصصی علوم و فنون نقشه‌برداری

به موجب نامه شماره ۴۵۸۳۰ کمیسیون نشریات علمی وزارت علوم، تحقیقات و فن آوری دارای اعتبار علمی-پژوهشی است.

## نشریه‌ی تخصصی علوم و فنون نقشه‌برداری

به موجب نامه شماره ۹۱/۲۴۸۳۳ وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی دارای مجوز انتشار است.

صاحب امتیاز: انجمن علمی مهندسی نقشه‌برداری و ژئوماتیک ایران

مدیر مسئول: دکتر یحیی جمور

سردبیر: دکتر فرهاد صمدزادگان

دبیر اجرایی: دکتر فرشاد حکیم پور

## هیأت تحریریه

دکтор علیرضا آزموده اردلان (استاد، دانشگاه ملبورن)

دکтор عباس رجبی فرد (استاد، دانشگاه ملبورن)

دکтор علی اصغر آل شیخ (دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی)

دکтор علی اصغر آل شیخ (دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی)

دکتر جلال امینی (دانشیار، دانشگاه تهران)

دکتر مهدی نجفی علمداری (دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی)

دکтор یحیی جمور (دانشیار، آموزشکده نقشه‌برداری)

دکتر بهزاد وثوقی (دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی)

نشانی دفتر نشریه: تهران، خیابان کارگر شمالی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، گروه مهندسی نقشه‌برداری

تلفن: ۸۸۰۰۸۸۴۱

نما بر: ۸۸۰۰۸۸۳۷

نشانی سایت: [www.issge.ir](http://www.issge.ir)

پست الکترونیکی: [jge@issge.ir](mailto:jge@issge.ir)

## مطالب این شماره

- ارزیابی روش سرشکنی هم زمان در آنالیز پایداری نقاط شبکه ژئودتیک. . . . .  
منیره بوربور، علیرضا امیری سیمکوی، جمال عسگری
- یک روش بهینه در بهنگام‌سازی اتوماتیک راه‌ها از تصاویر ماهواره‌ای با قدرت تفکیک بالا. . . . .  
لیلا محمدنیا، جلال امینی
- استخراج اتوماتیک ساختمان در مناطق شهری با استفاده از یک مدل بهینه منحنی‌های پویا. . . . .  
مصطفی کابلی‌زاده، حمید عبادی، سلمان احمدی
- استخراج پارامترهای هندسی عوارض صفحه ایی ساختاری جهت مدل سازی فضایی با استفاده از تصاویر  
با قدرت تفکیک بالا. . . . .  
سیده سمیرا حسینی، علی عزیزی، عباس بحروفی، محمد علی شریفی
- ارائه الگوریتم اجتماع ذرات گستته ابداعی (مطالعه موردی بهینه‌سازی اسکان موقت پس از زلزله). . . . .  
گلبرگ کامروز خدایار، محمد سعدی مسگری، محمد کریمی
- تصحیح اتمسفری تصاویر ماهواره‌ای با استفاده از پروفیل اتمسفری GPS Radio Occultation. . . . .  
فرهاد صمدزادگان، محمدعلی شریفی، سیدحسین سیدپورآذر
- ارائه روشی جدید جهت بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی (مطالعه موردی: استخراج خطوط  
مرکزی خیابان‌ها). . . . .  
مهران قندهاری، فرید کریمی‌بور
- چکیده مقالات به انگلیسی . . . . .  
۹۱ . . . . .

## ارائه‌ی روشی جدید جهت بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی (مطالعه‌ی موردی: استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها)

مهران قندهاری<sup>\*</sup>، فرید کریمی‌پور<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد سیستم‌های اطلاعات مکانی - گروه مهندسی نقشه‌برداری - پردیس دانشکده‌های فنی -

دانشگاه تهران

ghandehary@ut.ac.ir

<sup>۲</sup>استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

fkarimipr@ut.ac.ir

(تاریخ دریافت خرداد ۱۳۹۱، تاریخ تصویب مهر ۱۳۹۱)

### چکیده

نقاط نمونه‌برداری شده از یک جسم حاوی اطلاعاتی در مورد آن جسم هستند. این نقاط دارای اطلاعات توپولوژیکی و یا ترتیب خاصی نبوده و صرفاً مجموعه‌ای از نقاط مختصات دار می‌باشند. یکی از رویکردهای رایج برای بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی، استفاده از مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی نقاط نمونه‌برداری شده است. مشکل اصلی روش‌های ارائه شده بر اساس این رویکرد، حساسیت بالای آنها به نویز و اعوجاجات مرزی می‌باشد. از این رو انجام یک مرحله‌ی پالایش در آن‌ها ضروری است که هدف از آن، زدودن شاخه‌های اضافی محور مرکزی و حفظ شاخه‌های اصلی می‌باشد. با این حال، روش‌های پالایش که به صورت یک مرحله‌ی پیش‌پردازشی یا پس‌پردازشی انجام می‌شود، باعث تغییرات توپولوژیکی و هندسی در ساختار محور مرکزی می‌گردد. در این تحقیق، روشی جدید برای بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی ارائه خواهد شد که با برچسب‌گذاری نقاط نمونه‌برداری شده، مرحله پالایش همزمان با محاسبه‌ی محور مرکزی انجام می‌شود. به عنوان یک نمونه عملی، از الگوریتم ارائه شده در این تحقیق، جهت استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها استفاده خواهد شد. ساختار مفهومی و نتایج این روش حاکی از پایداری، انعطاف‌پذیری، دقیق و صحیح بالای آن، حتی با وجود نویز و اعوجاجات مرزی می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** مثلث‌بندی دلونی، دیاگرام ورونوی، بازسازی مرز، محور مرکزی، خطوط مرکزی خیابان‌ها.

\* نویسنده رابط

## ۱ - مقدمه

مشکل اصلی اغلب روش‌های ارائه شده برای محاسبهٔ محور مرکزی، حساسیت بالای الگوریتم‌ها به نویز و اعوجاجات مرزی می‌باشد. از این رو انجام یک مرحله‌ی پالایش در آن‌ها ضروری است که هدف از آن، زدودن شاخه‌های اضافی محور مرکزی و حفظ شاخه‌های اصلی می‌باشد. با این حال، روش‌های پالایش که به صورت یک مرحله‌ی پیش‌پردازشی یا پس‌پردازشی انجام می‌شود، باعث تغییرات توپولوژیکی و هندسی در ساختار محور مرکزی می‌گردند.

در این تحقیق، به منظور غلبه بر مشکلات روش‌های موجود، روشی جدید ارائه خواهد شد. در روش ارائه شده، نقاط نمونه‌برداری شده قبل از استخراج محور مرکزی برچسب‌گذاری می‌شوند. عملیات پالایش در این روش به صورت پیش‌پردازش و یا پس‌پردازش نمی‌باشد، بلکه همزمان با محاسبهٔ محور مرکزی انجام می‌شود. ساختار مفهومی و نتایج این روش حاکی از پایداری، انعطاف‌پذیری، دقت، صحت و سرعت بالای آن، حتی با وجود نویز و اعوجاجات مرزی می‌باشد.

از کاربردهای بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی در GIS می‌توان به جداسازی اشیا<sup>۷</sup>، شناسایی متن و توپولوژی در نقشه‌های توپوگرافی<sup>۸</sup> استخراج خط مرکزی<sup>۹</sup>، جنرالیزاسیون نقشه<sup>۱۰</sup>، مدل‌سازی سطح<sup>۱۱</sup> از روی منحنی‌های میزان، مدل‌سازی جریان<sup>۱۲</sup> و استخراج حوضه‌ی آبریز<sup>۱۳</sup> اشاره کرد [۱۲، ۱۵-۱۷]. از الگوریتم ارائه شده در این تحقیق جهت استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها، در یک نمونهٔ عملی، استفاده خواهد شد و با نتایج حاصل از نرم‌افزار ArcGIS مقایسه می‌شود.

ساختار این مقاله به شرح زیر می‌باشد. در بخش دوم، تعاریف هندسی مورد نیاز، شامل مثلث‌بندی دلونی، دیاگرام ورونوی، محور مرکزی و نمونه‌برداری ارائه می‌شود. در بخش سوم، محور مرکزی و مسائل مرتبط با آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم و پنجم دو نمونه از روش‌های بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی با استفاده از مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی

نقاط نمونه‌برداری شده از یک جسم (در صورتی که به اندازه‌ی کافی چگال باشند) حاوی اطلاعاتی در مورد آن جسم هستند. این نقاط دارای اطلاعات توپولوژیکی و یا ترتیب خاصی نبوده و صرفاً مجموعه‌ای از نقاط دارای مختصات می‌باشند [۱].

بازسازی مرز<sup>۱</sup> و استخراج محور مرکزی<sup>۲</sup>، از هر مجموعهٔ نقاطی امکان‌پذیر نیست، بلکه نقاط باقی‌مانده دارای شرایط خاصی باشند. تئوری‌های مختلفی برای شرایط یک نمونه‌برداری مناسب ارائه شده است. در اکثر تحقیقات موجود، تراکم مورد نیاز برای نمونه‌برداری با میزان پیچیدگی عوارض تغییر می‌کند، به طوریکه در مناطق با جزئیات کمتر، تراکم نقاط نیز کمتر می‌شود. البته با افزایش تراکم نقاط نمونه‌برداری شده دقت استخراج محور مرکزی بالاتر می‌رود.

روش‌های متعددی برای استخراج محور مرکزی ارائه شده است، که به طور کلی می‌توان آن‌ها را در سه دسته‌ی کلی تقسیم‌بندی نمود: الگوریتم‌های دسته‌ی اول در فضای گسسته و بر روی تصاویر باینری انجام می‌گیرد. این الگوریتم‌ها شامل اپراتورهای مورفوولوژی<sup>۳</sup> [۲]، روش‌های نازک‌سازی<sup>۴</sup> [۳]، استفاده از دیاگرام ورونوی<sup>۵</sup> [۴] و تبدیلات فاصله<sup>۶</sup> می‌باشد [۵]. الگوریتم‌های دسته‌ی دوم به الگوریتم‌های پیوسته یا دقیق معروف است. خطوط، منحنی‌ها و پلی‌گون‌ها به عنوان ورودی در این الگوریتم‌ها استفاده می‌شود و هدف، تعیین دقیق محور مرکزی می‌باشد [۶]. در نهایت، الگوریتم‌های نیمه‌پیوسته، از نقاط نمونه‌برداری شده از مرز پیوسته‌ی اجسام استفاده می‌کنند. در این الگوریتم‌ها با استفاده از مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی نقاط نمونه‌برداری شده می‌توان به بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی آن پرداخت [۱۱-۱۴]. تمکز اصلی این تحقیق بر روی الگوریتم‌های نیمه‌پیوسته می‌باشد.

<sup>۷</sup> Object separation

<sup>۸</sup> Text recognition and topology from scan maps

<sup>۹</sup> Centerline extraction

<sup>۱۰</sup> Map generalization

<sup>۱۱</sup> Terrain modeling

<sup>۱۲</sup> Flow modeling

<sup>۱۳</sup> Watershed delineation

<sup>۱</sup> Boundary (Crust) reconstruction

<sup>۲</sup> Medial axis (Skeleton) extraction

<sup>۳</sup> Morphological operator

<sup>۴</sup> Thinning methods

<sup>۵</sup> Voronoi diagram

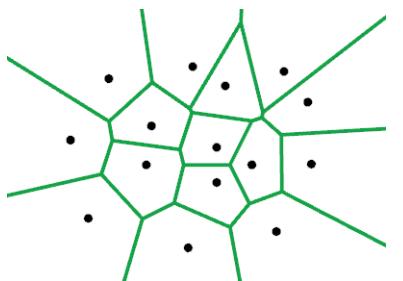
<sup>۶</sup> Distance transform

$$\begin{aligned} V_p(S) &= \{x \in R^2 \mid \|x - p\| \\ &\leq \|x - q\|, q \in S, q \neq p\} \end{aligned} \quad (1)$$

اجتمع سلول‌های ورونوی کلیه نقاط عضو مجموعه  $S$  دیاگرام ورونوی این نقاط است که با  $VD(S)$  نمایش داده می‌شود:

$$VD(S) = \cup V_p(S), p \in S \quad (2)$$

شکل ۲ یک دیاگرام ورونوی دو بعدی را نشان می‌دهد.

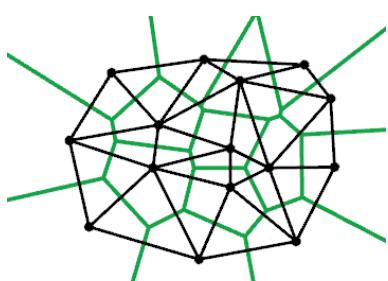


شکل ۲- یک دیاگرام ورونوی دو بعدی

ساختارهای مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی، مزدوج یکدیگر هستند (شکل ۳). بدین ترتیب که:

- اگر در یک مثلث‌بندی دلونی، مراکز دایره‌های محیطی مثلث‌های مجاور را به یکدیگر وصل کنیم، دیاگرام ورونوی به دست می‌آید.

- اگر در یک دیاگرام ورونوی، هر نقطه را به کلیه نقاطی که دارای ضلع مشترک با آن هستند وصل کنیم، مثلث‌بندی دلونی به دست می‌آید [۱۸-۱۹].



شکل ۳- ساختار دیاگرام ورونوی مزدوج ساختار مثلث‌بندی دلونی می‌باشد.

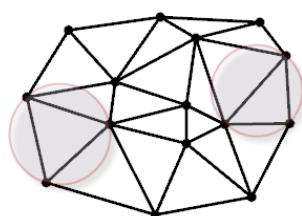
معرفی گردیده است. بخش ششم به ارائه روش پیشنهادی این تحقیق برای بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی می‌پردازد. برای بررسی قابلیت استفاده عملی از روش پیشنهادی این تحقیق، در بخش هفتم، الگوریتم پیشنهادی جهت استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها مورد استفاده قرار گرفته و نتایج حاصل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در نهایت، در بخش هشتم، نتایج به دست آمده از تحقیق، و پیشنهاداتی برای انجام تحقیقات آتی در این زمینه ذکر گردیده است.

## ۱- تعاریف هندسی

در سرتاسر این بخش، ۰ یک شیء در  $R^2$  با مرز  $\partial\Omega$  می‌باشد و نقاط نمونه‌برداری شده از مرز  $\partial\Omega$  با مرز  $S$  نشان داده می‌شود.

## ۲- مثلث‌بندی دلونی

برای مجموعه نقاط  $S$  در صفحه، مثلث‌بندی دلونی، یک مثلث‌بندی منحصر به فرد است که در آن دوازده محیطی<sup>۱</sup> گذرنده از رأس‌های هر مثلث، هیچ یک از نقاط دیگر را شامل نمی‌شوند. شکل ۱ مثلث‌بندی دلونی مجموعه‌ای از نقاط دو بعدی را نشان می‌دهد [۱۸].



شکل ۱- یک مثلث‌بندی دلونی دو بعدی

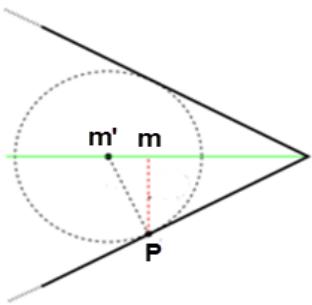
## ۲- دیاگرام ورونوی

فرض کنیم  $S$  یک مجموعه از نقاط در فضای  $R^2$  باشد. سلول ورونوی یک نقطه  $p \in S$  که با  $V_p(S)$  نشان داده می‌شود عبارت است از کلیه نقاط  $x \in R^2$  که نسبت به سایر نقاط عضو مجموعه  $S$  به  $p$  نزدیک‌تر باشد. به بیان ریاضی:

<sup>۱</sup> Circum-circle

### ۳-۲- محور مرکزی

محور مرکزی عبارت است از مجموعه‌ای از نقاط داخل  $\partial\Omega$  که دارای حداقل دو نقطه‌ی نزدیک<sup>۱</sup> روی مرز  $\partial\Omega$  باشد، در تعریف دیگر، محور مرکزی عبارت است از مجموعه‌ای از دیسک‌های ماقزیم<sup>۲</sup> که به طور کامل در داخل  $\Omega$  قرار دارند (یک دیسک ماقزیم، دیسکی است که در داخل شکل قرار داشته و هیچ یک از دیسک‌های داخلی شکل، آن را به طور کامل در بر نمی‌گیرد [۲۰]). به طور کلی می‌توان گفت محور مرکزی یک منحنی دو بعدی عبارت است از مکان هندسی مراکز تمامی دوایری که در داخل منحنی قرار دارد و بر حداقل دو نقطه‌ی مرزی مماس است (شکل ۴).



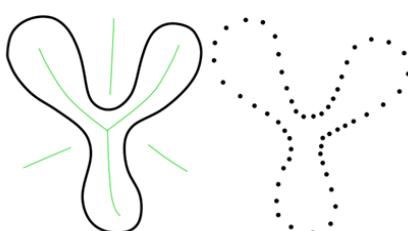
شکل ۵-  $LFS(p)$  برابر است با فاصله‌ی نقطه‌ی  $p$  تا نزدیک‌ترین نقطه روی محور مرکزی ( $m$ ) نه فاصله تا مرکز دایره‌ی مماسی از نقطه‌ی  $p$  ( $m'$ )

اکنون می‌توان شرط نمونه‌برداری برای بازسازی منحنی را بر اساس  $LFS$  به صورت زیر بیان کرد:  
 $\Omega$  که با مجموعه‌ی نقاط  $S$  نمونه‌برداری شده است  
 به صورت  $r$ -sample بیان می‌شود، در صورتی که فاصله-  
 ی هر نقطه  $p \in \partial\Omega$  از نزدیک‌ترین نقطه‌ی نمونه-  
 برداری شده  $s \in S$  کوچک‌تر از  $r LFS(p)$  باشد.

$$\|p - s\| \leq r LFS(p) \quad (3)$$

$r$  عددی بین صفر و یک می‌باشد.

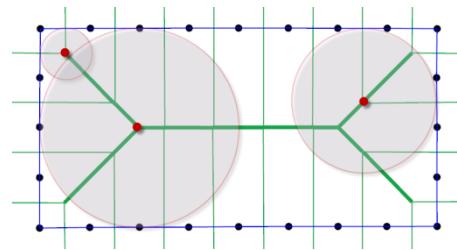
شکل ۶ مثالی از نحوی نمونه‌برداری را نشان می‌دهد. طبق تعاریف بالا، نیاز به تراکم بیشتر نقاط در وسط شکل می‌باشد.



شکل ۶- شرایط نمونه‌برداری برای بازسازی منحنی. با نزدیک شدن مرز به محور مرکزی تراکم نقاط نمونه‌برداری شده بیشتر می‌شود [۱۱].

### ۳- استخراج محور مرکزی

یکی از مسائل اصلی مرتبط با محور مرکزی، ناپایداری<sup>۳</sup> ذاتی آن به علت وجود اعوجاجات مرزی



شکل ۴- محور مرکزی استخراج شده در دو بعد برای یک مستطیل

### ۴- نمونه‌برداری

بازسازی منحنی از هر مجموعه‌ای از نقاط امکان‌پذیر نیست. بلکه نقاط بایستی دارای شرایط خاصی باشند. در اینجا از اندازه‌ی عارضه‌ی محلی  $LFS$  استفاده می‌شود.  $LFS$  پارامتری است که سطح جزئیات یک نقطه روی منحنی را به صورت عددی بیان می‌کند [۱۳، ۱].

اندازه‌ی عارضه‌ی محلی یک نقطه روی مرز  $\partial\Omega$   $p \in \partial\Omega$  که با  $LFS(p)$  نشان داده می‌شود عبارت است از فاصله‌ی اقلیدسی از نقطه‌ی  $p$  تا نزدیک‌ترین نقطه  $m$  روی محور مرکزی. با توجه به شکل ۵،  $LFS(p)$  (فاصله‌ی نقطه‌ی  $p$  تا  $m$ ) متفاوت است از شعاع دایره‌ی ماقزیم مماس در نقطه‌ی  $p$  (فاصله‌ی نقطه‌ی  $p$  تا  $m'$ ).

<sup>1</sup> Closest point

<sup>2</sup> Maximal disk

<sup>3</sup> Local feature size

<sup>4</sup> instability

پس‌پردازش می‌باشد. معیارهای متفاوتی در این روش‌ها بکار گرفته شده است [۴-۲۶]. اکثر این روش‌ها به هر کدام از شاخه‌ها یا نقاط محور مرکزی یک درجه‌ی اهمیت<sup>۴</sup> نسبت می‌دهند، و در صورتی که درجه‌ی اهمیت هر کدام از این شاخه‌ها یا نقاط از یک حد آستانه<sup>۵</sup> کمتر باشد، حذف می‌گردد. با یک درجه‌ی اهمیت و حد آستانه‌ی ایده‌آل، می‌توان انتظار داشت، تمام شاخه‌های اضافی حذف گردد. به طور کلی اکثر این روش‌ها بر اساس معیارهای زاویه، فاصله و یا مساحت می‌باشد.

هر یک روش‌های هرس کردن دارای یک یا چند مورد از اشکالات زیر هستند:

- عدم توانایی در حذف تعدادی از شاخه‌های اضافی
- حذف یا کوتاه‌سازی شاخه‌های اصلی محور مرکزی
- ایجاد گسستگی در ساختار اصلی محور مرکزی
- ایجاد تغییرات توپولوژیکی در ساختار محور مرکزی
- وجود چند درجه‌ی اهمیت در یک روش و مشکل تعیین حد آستانه مناسب برای هر کدام، به طور همزمان
- نیاز به تعامل با کاربر برای تعیین حد آستانه

#### ۴- بازسازی مرز با استفاده از مثلثبندی دلونی و دیاگرام ورونوی

برای بازسازی مرز با استفاده از مثلثبندی دلونی و دیاگرام ورونوی، ابتدا دیاگرام ورونوی مجموعه نقاط  $S$  محاسبه می‌شود (شکل ۸الف)، سپس مثلثبندی دلونی مجموعه نقاط رئوس ورونوی  $V$  در شکل ۸الف و مجموعه  $S$  محاسبه شده و در نهایت همه‌ی یال‌هایی که دو سر آن‌ها جزء  $S$  می‌باشند به عنوان مرز انتخاب می‌شوند (شکل ۸ب) (برای مطالعه‌ی بیشتر و اثبات به [۱۳] مراجعه کنید).

<sup>۰</sup> Significant value  
<sup>۱</sup> Threshold

می‌باشد. به عبارت دیگر، محور مرکزی به وجود اعوجاجات روی مرز حساسیت بالایی را نشان می‌دهد. این اعوجاجات باعث ایجاد شاخه‌های اضافی در محور مرکزی می‌شود. تا آنجا که دو شکل تقریباً مشابه می‌توانند محورهای مرکزی کاملاً متفاوتی داشته باشند (شکل ۷).



شکل ۷- محورهای مرکزی متفاوت برای دو شکل مشابه به علت اعوجاجات مرزی

روش‌های متفاوتی برای حل این مشکل ارائه شده است که می‌توان آن‌ها را در رویکرد پیش‌پردازشی و پس‌پردازشی تقسیم‌بندی نمود. به طور کلی معیارهای انتخاب یک روش مناسب عبارتست از دقیق بودن، حفظ توپولوژی و پیوستگی محور مرکزی.

#### ۳- رویکرد پیش‌پردازشی

تعدادی از روش‌های فیلترینگ به ساده‌سازی<sup>۱</sup> یا هموارسازی<sup>۲</sup> مرز شکل پیش از محاسبه‌ی محور مرکزی می‌پردازند [۲۱-۲۵]. این روش‌ها به حذف نویز روی مرز و بهبود نتایج کمک می‌کنند، ولی نمی‌توانند نتایج ایده‌آلی را ارائه دهنند، زیرا تمايز بین اطلاعات مرزی با نویز به راحتی امکان پذیر نمی‌باشد. به علاوه همه‌ی این روش‌ها باعث تغییر ساختار توپولوژیکی شکل و در نتیجه جابجایی محور مرکزی می‌شوند. یکی دیگر از مشکلات این روش‌ها استفاده از یک پارامتر کلی اندازه‌گیری برای تمام شکل است، که باعث تغییر و یا از بین رفتن عوارض کوچک در طول عملیات پیش‌پردازش می‌شود.

#### ۲-۳- رویکرد پس‌پردازشی (هرس کردن<sup>۳</sup>)

هدف از این روش‌ها زدودن شاخه‌های اضافی محور مرکزی و حفظ شاخه‌های اصلی، طی یک فرآیند

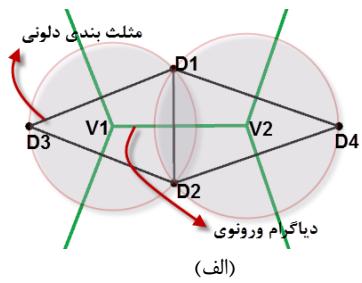
<sup>۱</sup> Simplification

<sup>۲</sup> Smoothing

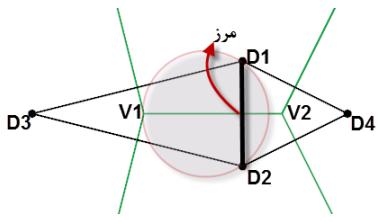
<sup>۳</sup> Pruning

دارد، در صورتی که دایره‌ای موجود باشد، که از دو سر این یال عبور کرده و هیچ یک از رئوس دیاگرام ورونوی را شامل نشود. در روش یک مرحله‌ای این شرط به یک آزمایش محلی تبدیل شده است و فقط کافی است هر یال مثلث‌بندی دلونی و مزدوج آن در ساختار ورونوی به شرح زیر ارزیابی گردد:

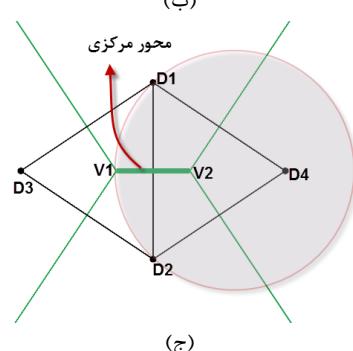
$$InCircle = \begin{bmatrix} x_{D1} & y_{D1} & x_{D1}^2 + y_{D1}^2 & 1 \\ x_{D2} & y_{D2} & x_{D2}^2 + y_{D2}^2 & 1 \\ x_{V1} & y_{V1} & x_{V1}^2 + y_{V1}^2 & 1 \\ x_{V2} & y_{V2} & x_{V2}^2 + y_{V2}^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$



(الف)



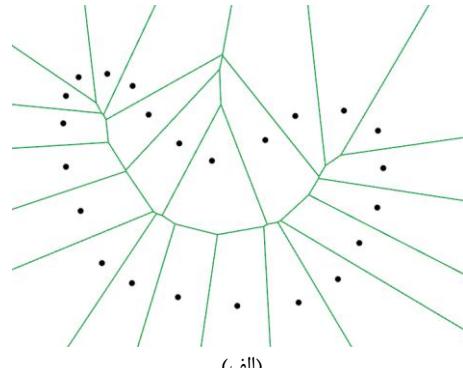
(ب)



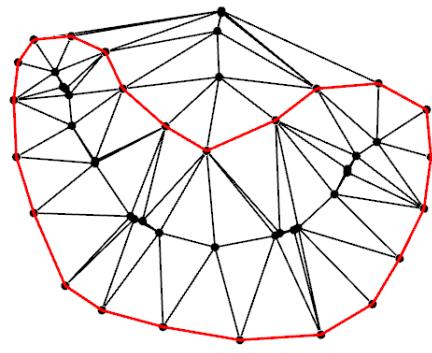
(ج)

شکل ۹- روش یک مرحله‌ای: (الف) مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی، (ب) مرز و (ج) محور مرکزی

فرض کنید، مثلث  $D_1D_2D_3$  و  $D_1D_2D_4$  دارای ضلع مشترک  $D_1D_2$  باشند و یال  $V_1V_2$  مزدوج یال  $D_1D_2$  در ساختار ورونوی باشد. آزمایش  $InCircle(D_1, D_2, V_1, V_2)$  بر روی این چهار نقطه انجام می‌شود. در این آزمایش، دایره‌ای در نظر گرفته می‌شود، که از نقاط  $D_1$  و  $V_1$  می‌گذرد و مکان نقطه‌ی  $V_2$  نسبت به این دایره بررسی می‌شود. در صورتی که نقطه‌ی  $V_2$  در خارج از این دایره



(الف)



(ب)

شکل ۸- روش بازسازی مرز: (الف) دیاگرام ورونوی نقاط نمونه-برداری شده (ب) خطوط مرزی با رنگ قرمز مشخص شده است. این خطوط از مثلث‌بندی دلونی نقاط نمونه‌برداری شده و رئوس دیاگرام ورونوی شکل الف به دست می‌آید.

## ۵- روش یک مرحله‌ای بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی

توسعه دادند که به طور همزمان بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی را انجام می‌دهد. در این روش هر یال در ساختار مثلث‌بندی دلونی و یال مزدوج آن در ساختار دیاگرام ورونوی، می‌تواند به عنوان مرز (مثلث‌بندی دلونی) و یا محور مرکزی (دیاگرام ورونوی) انتخاب گردد. این فرآیند با یک آزمایش ساده به نام  $InCircle$

که در ادامه شرح داده می‌شود، صورت می‌گیرد.

هر یال در مثلث‌بندی دلونی ( $D_1D_2$ ) در شکل ۹-(الف) در مجاورت دو مثلث قرار دارد (مثلث  $D_1D_2D_3$  و  $D_1D_2D_4$  در شکل ۹-(الف)). از اتصال مراکز دوایر محیطی این دو مثلث، یال مزدوج در دیاگرام ورونوی ( $V_1V_2$ ) در شکل ۹-(الف) بدست می‌آید. در روش قبلی، جهت بازسازی مرز هر یال از مثلث‌بندی دلونی به مرز تعلق

الف) یالهایی که مرز شکل را قطع کرده‌اند (می‌توان ثابت کرد این یال‌ها مرز را تنها در یک نقطه قطع می‌کنند، که آن نقطه بر روی یال مزدوج آن در ساختار دلونی می‌باشد)، ب) یالهایی که به طور کامل در داخل شکل قرار دارند و ج) یالهایی که به طور کامل خارج از شکل قرار دارند. نکته‌ی قابل توجه آنست که یال‌های داخلی (خارجی) دیاگرام ورونوی، مزدوج یال‌های داخلی (خارجی) مثلث‌بندی دلونی هستند و همچنین یال‌هایی از دیاگرام ورونوی که مرز شکل را قطع کرده‌اند، مزدوج یال‌هایی از مثلث‌بندی دلونی هستند که مرز را ایجاد کرده‌اند. پس می‌توان گفت، محور مرکزی عبارت است از تمام یال‌های داخلی و خارجی دیاگرام ورونوی، زیرا با توجه به الگوریتم یک مرحله‌ای، یال‌هایی از دیاگرام ورونوی جزء ساختار محور مرکزی هستند که مزدوج آن‌ها در مثلث‌بندی دلونی، جزء مرز نباشد و تنها مزدوج آن دسته از یال‌های دیاگرام ورونوی جزء مرز هستند که آن یال ورونوی مرز شکل را قطع کرده باشد. در اکثر تحقیقات و کاربردها، شاخه‌هایی از محور مرکزی که در داخل شکل قرار می‌گیرد مورد بررسی قرار می‌گیرد. پس به طور کلی می‌توان گفت ساختار محور مرکزی از یال‌های داخلی دیاگرام ورونوی تشکیل شده است.

بر اساس تقسیم‌بندی فوق می‌توان گفت تمام یال‌های داخلی مثلث‌بندی دلونی که دو سر آن روی یک منحنی قرار دارد، باعث ایجاد یال‌های اضافی در محور مرکزی می‌گردد و بر عکس، مزدوج یال‌های اصلی محور مرکزی، تمام یال‌های داخلی مثلث‌بندی دلونی است که دو سر آن‌ها روی یک منحنی قرار ندارد. حال در صورتی که نقاط نمونه‌برداری شده که روی یک منحنی قرار دارد دارای برچسب یکسان باشند، می‌توان به ترتیب زیر از ایجاد شاخه‌های اضافی در ساختار محور مرکزی جلوگیری کرد.

در روش پیشنهادی بایستی نقاط نمونه‌برداری شده قبل از استخراج محور مرکزی برچسب‌گذاری شود. عملیات برچسب‌گذاری نقاط توسط کاربر صورت می‌گیرد و معمولاً هر قسمت اصلی از شکل، به عنوان یک منحنی مجزا در نظر گرفته می‌شود و برچسب یکسان به نقاط روی آن منحنی داده می‌شود. نقاطی که دو منحنی به یکدیگر متصل شده‌اند، نقاط اتصال نامیده می‌شود. نقاط اتصال نیز دارای برچسب منحصر به فرد

قرار گیرد، یال  $D_1D_2$  به عنوان مرز انتخاب می‌گردد (شکل ۹-ب) و در صورتی که نقطه‌ی  $V_2$  در داخل این دایره باشد، یال  $V_1V_2$  به عنوان محور مرکزی انتخاب می‌گردد (شکل ۹-ج).

این آزمایش با بررسی علامت دترمینان ماتریس  $4 \times 4$  زیر عمل می‌کند. در صورت منفی بودن این دترمینان، نقطه‌ی  $V_2$  خارج و در صورت مثبت بودن، نقطه‌ی  $V_2$  داخل دایره قرار دارد. شبه کد این الگوریتم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد :

### One-step crust and skeleton extraction

*Input : Sample point S*

*Output: Crust and skeleton of the shape approximated by S*

1.  $DT \leftarrow$  Delaunay Triangulation of  $S$
2.  $E \leftarrow$  Edges of  $DT$
3. For every  $e \in E$  do
  4.  $S_1, S_2 \leftarrow$  triangles that contain  $e$
  5.  $D_1, D_2 \leftarrow$  end points of  $e$
  6.  $V_1, V_2 \leftarrow$  centers of the circum-circles of  $S_1$  and  $S_2$
  7.  $H \leftarrow InCircle(D_1, D_2, V_1, V_2)$
  8. If  $H < 0$  then  $D_1D_2 \in$  Boundary
  9. else  $V_1V_2 \in$  Medial axis

## ۶- روش پیشنهادی

پس از مثلث‌بندی نقاط نمونه‌برداری شده، یال‌های مثلث‌بندی دلونی را می‌توان در سه دسته تقسیم‌بندی نمود: الف) یال‌هایی که مرز شکل را بازسازی کرده‌اند؛ ب) یال‌هایی که به طور کامل در داخل شکل قرار دارند و ج) یال‌هایی که به طور کامل خارج از شکل قرار دارند (البته نقاط ابتدایی و انتهایی یال‌های داخلی و خارجی بر روی مرز شکل قرار دارند). به طریق مشابه، یال‌های دیاگرام ورونوی را نیز می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

شکل ۱۰ نتایج روش یک مرحله‌ای و روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. در این شکل ارتباط بین نحوه‌ی برچسب‌گذاری و محور مرکزی، به خوبی نشان داده شده است.

## ۷- نمونه عملی: استخراج محور مرکزی خیابان‌ها

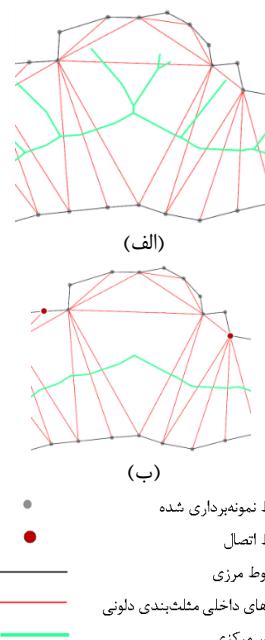
خطوط مرکزی خیابان‌ها در تحلیل‌های GIS نقش عمده‌ای دارند و برای انجام پردازش‌های مکانی (مانند ناوبری، مسیریابی و به طور کل تحلیل شبکه) مورد استفاده قرار می‌گیرند. در تهیه نقشه مخصوصاً در روش‌های فتوگرامتری، عموماً حاشیه‌ی خیابان‌ها استخراج می‌شوند و معمولاً خطوط مرکزی باستی بعدها به صورت اتوماتیک یا دستی استخراج شوند. به عنوان مثال غالب نقشه‌هایی که سازمان نقشه‌برداری کشور در مقیاس ۱:۲۰۰۰ تولید می‌کند، محور مرکزی خیابان‌ها را ترسیم نمی‌کند و این مهم در کاربردهای مختلف شهرسازی، برنامه‌ریزی شهری، مطالعات ترافیک و حمل و نقل، تعیین دسترسی، مسیریابی و غیره ضروری است. یکی از کاربردهای اصلی محور مرکزی، استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها است [۳۱-۳۳]. برای بررسی بیشتر نتایج روش ارائه شده در این تحقیق، نتایج استخراج خطوط مرکزی با روش ارائه شده در شکل ۱۱ آورده شده است. در شکل ۱۲ قسمت‌های مشخص شده در شکل ۱۱، بزرگنمایی شده و نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج روش یک مرحله‌ای و نتایج نرم‌افزار ArcGIS مقایسه شده است.

نرم‌افزار ArcGIS دارای ابزاری قوی برای استخراج خطوط مرکزی است که می‌تواند خطوط مرکزی خیابان‌ها را از روی خطوط جفتی (شانه‌ی خیابان‌ها) با تlorans مشخصی ترسیم نماید. البته پس از انجام این پردازش، نیاز به ویرایش‌های زیادی توسط عامل انسانی بوده و با توجه به میزان نظم نقشه، کیفیت جواب متغیر خواهد بود. همان‌طور که در نتایج مشاهده می‌شود، این ابزار اصولاً برای خطوط تقریباً موازی و منظم (مانند شانه‌هایی با مقیاس بزرگ) طراحی شده است.

می‌باشد. بهتر است، ابتدا نقاط اتصال مشخص گردد و پس از آن به نقاط مابین هر دو نقطه‌ی اتصال برچسب یکسان داده شود.

عملیات پالایش در این روش به صورت پیش‌پردازش و یا پس‌پردازش نمی‌باشد، بلکه همزمان با محاسبه‌ی محور مرکزی انجام می‌شود. این روش بر اساس روش یک مرحله‌ای شرح داده شده در قسمت قبل عمل می‌کند. با این تفاوت که در اینجا هر یال از مثلث‌بندی دلونی وارد آزمایش InCircle می‌شود. در صورتی که دترمینان منفی بود و برچسب نقاط یکسان یا یکی از نقاط جزء نقاط اتصال بود، آن یال از مثلث‌بندی دلونی به عنوان مرز انتخاب می‌شود. در غیر اینصورت، در صورت یکسان نبودن برچسب نقاط، یال ورونوی مربوطه به ساختار محور مرکزی اضافه می‌شود. در واقع یال‌هایی از مثلث‌بندی دلونی که جزء مرز نیستند و برچسب نقاط در دو سر آن‌ها یکسان است، منجر به ایجاد شاخه‌های اضافی در ساختار محور مرکزی شوند. جهت رسیدن به اهداف ذکر شده، قسمتی از شیوه کد آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

- 
8. If  $H < 0$  and  $\text{label}(D_1) = \text{label}(D_2)$  or  $\text{label}(D_1) * \text{label}(D_2) < 0$  then  $D_1 D_2 \in \text{Boundary}$
  9. else if  $\text{label}(D_1) \sim \text{label}(D_2)$  then  $V_1 V_2 \in \text{Medial axis}$
- 



شکل ۱۰ - استخراج محور مرکزی: (الف) با روش یک مرحله‌ای و (ب) روش پیشنهادی

مدل ناپایدار، باعث ایجاد تغییرات بزرگ در مدل می‌گردد. به همین دلیل پایداری یک مسأله‌ی مهم می‌باشد. تمام روش‌های ارائه شده برای محاسبه‌ی محور مرکزی، تلاش کرده‌اند الگوریتمی پایدارتر نسبت به الگوریتم‌های موجود ارائه دهند. مهم‌ترین ویژگی الگوریتم پیشنهادی این تحقیق نیز پایداری بالای آن در صورت وجود اعوجاجات مرزی می‌باشد (شکل ۱۲-۴).

همان طور که در شکل ۱۲-۵-ب مشاهده می‌شود، در مکان تقاطع خیابان‌ها ممکن است بیشتر از یک نقطه‌ی تقاطع ایجاد گردد. با توجه به اینکه در روش ارائه شده نقاط اتصال دارای برچسب منحصر به فرد می‌باشند، نقاط تقاطع در داخل مثلث‌هایی قرار می‌گیرند که در مجاورت یکدیگر بوده و حداقل یکی از رئوس آنها جزء نقاط اتصال می‌باشد. پس این مشکل در روش ارائه شده قابل حل می‌باشد. در حالی که چنانچه تقاطعی پیچیده باشد، ArcGIS نمی‌تواند نقطه تقاطع را تشخیص دهد و ناحیه مورد نظر را برای تغییرات دستی مشخص می‌کند. همان‌طور که در نتایج مشاهده می‌شود، ظاهر اشکال و بالا رفتن پیچیدگی آن‌ها تأثیری در نتایج الگوریتم ارائه شده ندارد.

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد، روش‌های محاسبه‌ی محور مرکزی به سه دسته، روش‌های گسسته، پیوسته و نیمه‌پیوسته تقسیم‌بندی می‌شود. دقت روش‌های نیمه‌پیوسته به میزان تراکم نقاط نمونه‌برداری شده وابسته می‌باشد، به طوری که این روش‌ها، تخمینی از محور مرکزی را ارائه می‌دهند. در صورت تراکم مناسب نقاط، دقت این تخمین بالا بوده و نتایج آن در تمامی کاربردها قابل استفاده است. نقطه‌ی ضعف اکثر روش‌های موجود صحت پایین آن‌ها است. روش‌های ساده‌سازی و زدودن که در اکثر الگوریتم‌ها به صورت یک مرحله‌ی پیش‌پردازشی یا پس‌پردازشی انجام می‌شود، باعث حذف یا کوتاه‌سازی شاخه‌های اصلی محور مرکزی، ایجاد گسستگی در ساختار اصلی و تغییرات توپولوژیکی و هندسی در ساختار محور مرکزی می‌شوند. این مشکلات در روش پیشنهادی این تحقیق حل شده و صحت نتایج بهبود یافته است (شکل ۱۲-۶).

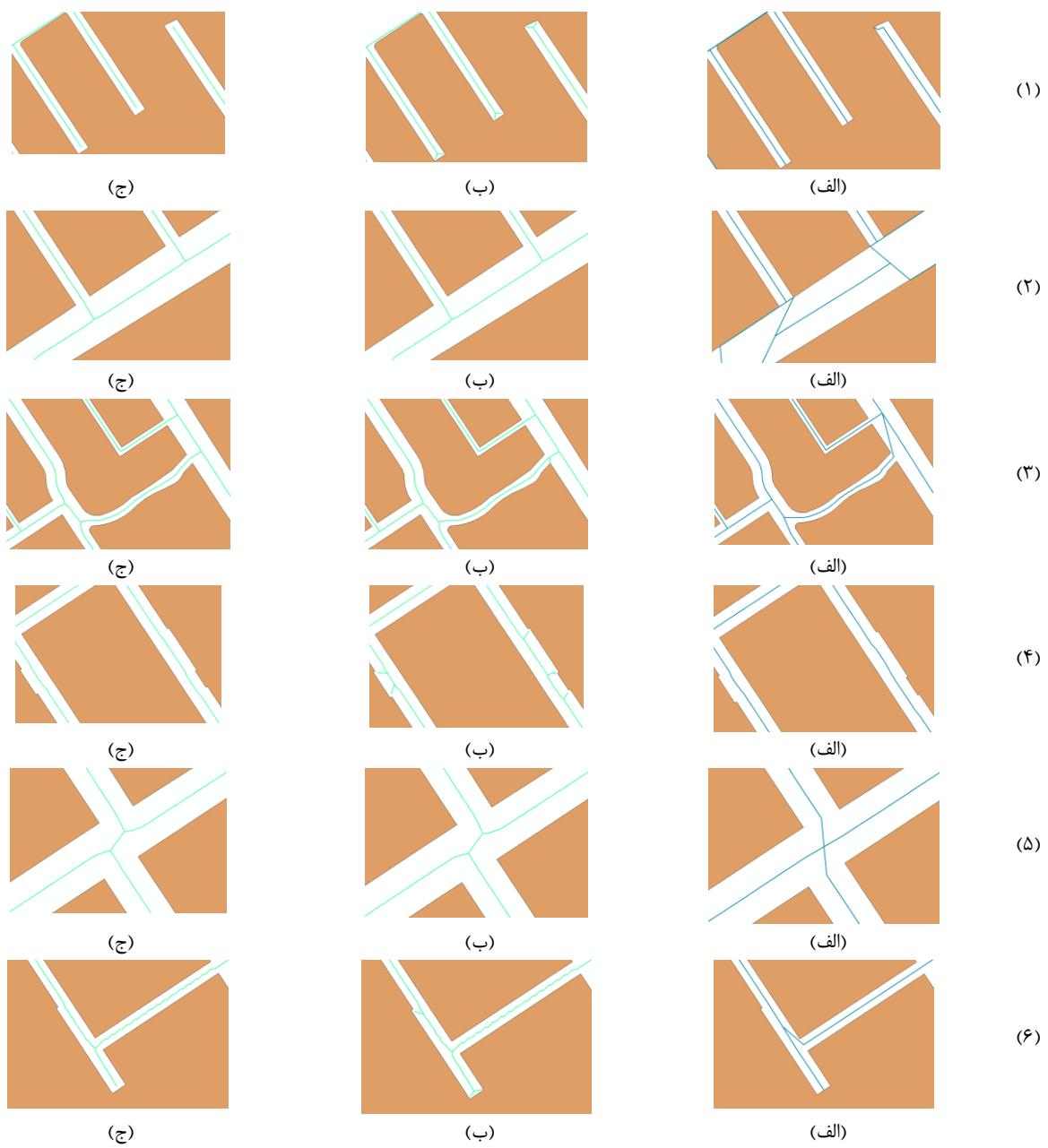
باتوجه به قضایای ذکر شده در مورد نحوه نمونه‌برداری، برای تضمین بازسازی منحنی در زوایای تندرستی، نیاز به تراکم بسیار بالای نقاط نمونه‌برداری شده در این نواحی هستیم. نتایج حاصل از بررسی داده‌های مختلف حاکی از آن است، که با افزایش تراکم نقاط در زوایای تندرستی، نمی‌توان نتایجی کاملاً صحیح را انتظار داشت. در روش پیشنهادی، این مشکل با انجام یک مرحله پیش‌پردازش رفع شده است. انجام این مرحله تنها در صورتی امکان‌پذیر است که نقاط اتصال با برچسب متمایز از سایر نقاط مشخص شده باشد. در این روش پس از محاسبه‌ی مرز، تعداد خطوطی که با هر نقطه‌ی اتصال در ارتباط است، مشخص می‌گردد. تعداد خطوط متصل به نقطه‌ی اتصال، در اشکال مختلف، متفاوت خواهد بود. ولی به صورت معمول دو یا سه ارتباط برقرار است. در صورتی که در هر نقطه‌ی اتصال، تعداد این ارتباطات از یک مقدار پیش‌فرض کمتر باشد، مرز در این نقاط دارای نقص بوده و نیاز به چینش مناسب نقاط نمونه‌برداری شده در اطراف این نقاط هستیم. به عنوان مثال، در شکل ۱۲-۳-ب، به علت عدم بازسازی صحیح مرز، محور مرکزی مرز شکل را قطع کرده است.

الگوریتم‌هایی که با استفاده از مثلث‌بندی دلونی و دیاگرام ورونوی نقاط نمونه‌برداری شده به بازسازی مرز و محور مرکزی می‌پردازند، برای منحنی‌های بسته ارائه شده است. در صورتیکه الگوریتم پیشنهادی این تحقیق، برای منحنی‌های باز نیز به درستی عمل می‌کند. در ساختار ارائه شده، یک یال مرزی فقط می‌تواند بین دو نقطه با برچسب یکسان و یا دو نقطه با برچسب غیر یکسان (در صورتی که یکی از نقاط، نقطه‌ی اتصال باشد) ایجاد شود.

میزان تغییرات مدل، هنگامی که داده‌های ورودی دست‌خوش تغییر می‌شوند، معیاری برای سنجش میزان پایداری یک مدل می‌باشد. به صورت ایده‌آل، تغییرات مدل باید با تغییرات داده دارای تناسب باشد و یا به عبارت دیگر، تغییرات کوچک داده نباید موجب ایجاد تغییرات بزرگ در مدل گردد. اکثر منابع داده دارای صحت و دقت بالا نمی‌باشند و اعوجاجات کوچک در یک



شکل ۱۰- استخراج خطوط مرکزی خیابان‌ها با استفاده از محور مرکزی



شکل ۱۱- بزرگنمایی نقاط موجود در شکل ۱۰ و مقایسه نتایج حاصل از: (الف) نرم افزار ArcGIS، (ب) روش یک مرحله‌ای و (ج) روش پیشنهادی

- پس بردازشی انجام می شود، باعث حذف یا و کوتاه سازی شاخه های اصلی محور مرکزی، ایجاد گستاخی در ساختار اصلی و تغییرات توپولوژیکی و هندسی در ساختار محور مرکزی می شوند. این مشکلات در روش پیشنهادی حل شده و صحت نتایج بهبود یافته است.
- یکی از مشکلات بازسازی منحنی، وجود زوایای تندر است. در روش پیشنهاد شده، این مشکل با انجام یک مرحله پیش برداش رفع شده است.
- پایداری الگوریتم ها، یکی از مسائل مهم در محاسبات هندسی می باشد. تمام روش های ارائه شده برای محاسبه محور مرکزی، تلاش کرده اند الگوریتمی پایدار تر نسبت به الگوریتم های موجود ارائه دهند. مهم ترین ویژگی الگوریتم ارائه شده نیز، پایداری بالای آن در صورت وجود اعوجاجات مرزی می باشد. استفاده از روش پیشنهادی این تحقیق برای استفاده در سایر مسائل موجود در زمینه علوم اطلاعات مکانی، به عنوان مرحله بعده این تحقیق مدد نظر قرار خواهد گرفت. همچنین بازسازی سطح و استخراج محور مرکزی در فضای سه بعدی، یکی دیگر از کارهایی است که در ادامه این تحقیق بررسی خواهد شد.

## ۸- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این تحقیق، به بررسی روش های بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی با استفاده از ساختارهای هندسی مثلث بنده دلونی و دیاگرام ورونوی پرداخته شد و به منظور رفع مشکلات روش های موجود، روشی جدید بر مبنای برچسب گذاری نقاط نمونه برداری پیشنهاد گردید.

به طور کلی، پنج مزیت عمدی را برای روش پیشنهاد شده در این تحقیق می توان در نظر گرفت:

- تمام الگوریتم هایی که با استفاده از مثلث بنده دلونی و دیاگرام ورونوی نقاط نمونه برداری شده به بازسازی مرز و استخراج محور مرکزی می پردازند، برای منحنی های بسته ارائه شده است. در صورتی که الگوریتم پیشنهاد شده برای منحنی های باز نیز به درستی عمل می کند.
- هر یک از الگوریتم های ارائه شده برای محاسبه محور مرکزی، تنها برای اشکال خاصی مناسب می باشد. الگوریتم پیشنهادی دارای انعطاف پذیری بالایی برای محاسبه محور مرکزی اشکال مختلف می باشد.
- روش های پالایش که در اکثر الگوریتم ها به صورت یک مرحله پیش برداشی یا

## مراجع

- [1] Wenger, R., (2003). "Shape and Medial Axis Approximation from Samples." PhD Thesis, The Ohio State University
- [2] Vincent, L., (1991). "Efficient computation of various types of skeletons." Proceedings of Medical Imaging V, SPIE, Vol. 1445, pp. 297–311
- [3] Lee, T.C., Kashyap, R.L., and Chu, C.N., (1994). "Building skeleton models via 3-D medial surface/axis thinning algorithms." CVGIP: Graphical Model and Image Processing, Vol. 56, No. 6, pp. 462–478
- [4] Ogniewicz, R.L., and Kübler, O., (1995). "Hierarchic voronoi skeletons." Pattern recognition, Vol. 28, No. 3, pp. 343–359
- [5] Thiel, E., and Montanvert, A., (1994). "Les distances de chanfrein en analyse d'images: fondements et

- applications."
- [6] Farouki, R.T., and Johnstone, J.K., (1994). "The bisector of a point and a plane parametric curve." Computer Aided Geometric Design, Vol. 11, No. 2, pp. 117–151
  - [7] Chou, J.J., (1995). "Voronoi diagrams for planar shapes." Computer Graphics and Applications, IEEE, Vol. 15, No. 2, pp. 52–59
  - [8] Lavender, D., Bowyer, A., Davenport, J., Wallis, A., and Woodwark, J., (1992). "Voronoi diagrams of set-theoretic solid models." Computer Graphics and Applications, IEEE, Vol. 12, No. 5, pp. 69–77
  - [9] Lee, D.T., (1982). "Medial axis transformation of a planar shape." Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions, Vol. No. 4, pp. 363–369
  - [10] Ramanathan, M., and Gurumoorthy, B., (2003). "Constructing medial axis transform of planar domains with curved boundaries." Computer-Aided Design, Vol. 35, No. 7, pp. 619–632
  - [11] Amenta, N., Choi, S., and Kolluri, R.K., (2001). "The power crust." Proc. Proceedings of the sixth ACM symposium on Solid modeling and applications, pp. 249–266.
  - [12] Gold, C., and Snoeyink, J., (2001). "A one-step crust and skeleton extraction algorithm." Algorithmica, Vol. 30, No. 2, pp. 144–163
  - [13] Amenta, N., Bern, M.W., and Eppstein, D., (1998). "The crust and the beta-skeleton: combinatorial curve reconstruction." Graphical models and image processing, Vol. 60, No. 2, pp. 125–135
  - [14] Amenta, N., and Kolluri, R.K., (2001). "The medial axis of a union of balls." Computational Geometry, Vol. 20, No. 1-2, pp. 25–37
  - [15] Gold, C.M., Thibault, D., and Liu, Z., (1999). "Map generalization by skeleton retraction." ICA Workshop on Map Generalization, Ottawa
  - [16] Gold, C., (1999). "Crust and anti-crust: a one-step boundary and skeleton extraction algorithm." Proc. Proceedings of the fifteenth annual symposium on Computational geometry, pp. 189–196.
  - [17] Gold, C., and Dakowicz, M., (2005). "The Crust and Skeleton—Applications in GIS." 2nd. International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering, pp. 33–42.
  - [18] Ledoux, H., (2006). "Modeling Three-dimensional Fields in Geo-Science with the Voronoi Diagram and its Dual." Ph.D., School of Computing, University of Glamorgan
  - [19] Karimipour, F., Delavar, M.R., and Frank, A.U., (2010). "A Simplex-Based Approach to Implement Dimension Independent Spatial Analyses." Journal of Computer and Geosciences, Vol. 36, No. 9, pp. 1123–1134
  - [20] Blum, H., and others, (1967). "A transformation for extracting new descriptors of shape." Models for the perception of speech and visual form, Vol. 19, No. 5, pp. 362–380
  - [21] Ogniewicz, R., (1995). "Automatic medial axis pruning by mapping characteristics of boundaries evolving under the euclidean geometric heat flow onto voronoi skeletons." Harvard Robotics Laboratory Technical Report, Vol., pp. 95–94
  - [22] Bai, X., Latecki, L.J., and Liu, W.Y., (2007). "Skeleton pruning by contour partitioning with discrete curve evolution." IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol., pp. 449–462
  - [23] Dimitrov, P., Phillips, C., and Siddiqi, K., (2000). "Robust and efficient skeletal graphs." Proc. Cvpr, pp. 1417.
  - [24] Siddiqi, K., Bouix, S., Tannenbaum, A., and Zucker, S.W., (2002). "Hamilton-jacobi skeletons." International Journal of Computer Vision, Vol. 48, No. 3, pp. 215–231

- [25] Mokhtarian, F., and Mackworth, A., (1992). "A Theory of Multiscale, Curvature-Based Shape Representation for Planar Curves (PDF)." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, No.
- [26] Attali, D., and Lachaud, J.O., (2001). "Delaunay conforming iso-surface, skeleton extraction and noise removal." *Computational Geometry*, Vol. 19, No. 2-3, pp. 175–189
- [27] Brandt, J.W., and Algazi, V.R., (1992). "Continuous skeleton computation by Voronoi diagram." *CVGIP: Image Understanding*, Vol. 55, No. 3, pp. 329–338
- [28] Attali, D., di Baja, G., and Thiel, E., (1995). "Pruning discrete and semicontinuous skeletons." *Proc. Image Analysis and Processing*, pp. 488–493.
- [29] Attali, D., and Montanvert, A., (1996). "Modeling noise for a better simplification of skeletons." *Proc. Image Processing*, 1996. pp. 13–16.
- [30] Ogniewicz, R.L., (1994). "Skeleton-space: a multiscale shape description combining region and boundary information." *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994. Proceedings CVPR'94., 1994 IEEE Computer Society Conference pp. 746–751.
- [31] Haunert, J.H., and Sester, M., (2008). "Area collapse and road centerlines based on straight skeletons." *Geoinformatica*, Vol. 12, No. 2, pp. 169–191
- [32] Mekhedov, I., and Kozlov, A., (2009). "Street network model based on skeletal graph." In *Proc. of 19 Int. Conf. Graphicon* pp. 356–359.
- [33] Mestetskiy, L., (2006). "Skeletonization of a multiply-connected polygonal domain based on its boundary adjacent tree." *Sib. Zh. Vychisl. Mat.*, Vol. 9, No. 3, pp. 299–314



# **Journal of Geomatics Science and Technology**

Vol. 2, No. 3, February 2013

**Publisher:** Iranian Society for Surveying & Geomatics Engineering

**Managing Director:** Y. Djamour

**Editor -in - Chief:** F. Samadzagegan, Associate Professor

**Executive Manager:** F. Hakimpour

## **Editorial Board**

A. Rajabi Fard (Professor, University of Melbourne)

A. Alesheikh (Associate Professor, K.N.T University)

M. Najafi Alamdari (Associate Professor, K.N.T University)

B. Vosoughi (Associate Professor, K.N.T University)

A. Azmoudeh Ardalan (Professor, University of Tehran)

F. Samadzagegan (Associate Professor, University of Tehran)

J.Amini (Associate Professor, University of Tehran)

Y. Djamour (Associate Professor, Geomatics College)

## **Please send your comments/inquiries to:**

Geospatial Engineering Journal, Dept. of Geomatics, Faculty of Engineering,  
University of Tehran, Tehran, Iran.

**Tel:** +21- 88008841

**Fax:** +21- 88008837

**Web Site:** [www.issge.ir](http://www.issge.ir)

**Email:** [jge@issge.ir](mailto:jge@issge.ir)