

4.1 Hasil Penelitian

Pada penelitian ini diberikan contoh kasus sebagai simulasi untuk perhitungan cadangan premi dengan metode Illinois dan metode Canadian untuk asuransi jiwa berjangka *joint life*. Sebelum perhitungan cadangan dilakukan, terlebih dahulu harus diketahui usia dari calon pemegang polis atau tertanggung, jangka waktu asuransi, tingkat suku bunga dan santunan yang akan diberikan.

Profil pemilik polis atau tertanggung yaitu seorang laki-laki berusia 31 tahun dan seorang perempuan berusia 29 tahun dengan jangka asuransi 22 tahun. Untuk tingkat suku bunga yang digunakan di Indonesia pada bulan desember 2019 yang dikeluarkan oleh bank sentral Indonesia yaitu sebesar 5% atau 0,05 dengan manfaat santunan yang akan diberikan saat meninggal atau berakhirnya kontrak asuransi sebesar Rp. 100.000.000.

Jenis Tabel Mortalita yang akan digunakan adalah Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2011 dimana tabel tersebut merupakan tabel yang dikeluarkan oleh Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) yang dapat dilihat pada lampiran A.

4.2 Perhitungan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Berjangka *Joint Life*

4.2.1 Perhitungan Nilai Simbol Komutasi

Simbol komutasi sangat penting dalam pembuatan tabel mortalitas, dimana simbol-simbol ini digunakan untuk mempermudah perhitungan anuitas, premi, cadangan premi dan perhitungan-perhitungan nilai asuransi lainnya. adapun simbol-simbol komutasi tersebut diantaranya yaitu: $D_x, N_x, C_x, M_x, D_{xy}, N_{xy}, C_{xy}$ dan M_{xy} .

Untuk menghitung nilai D_x digunakan rumus 2.19. karena nilai l_x sudah terdapat di tabel mortalita, maka nilai v^x yang akan dicari. Berdasarkan persamaan 2.6, bunga majemuk dengan i adalah tingkat suku bunga, maka nilai bunga majemuk (v) sebagai berikut :

$$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0.05}$$

Maka, untuk menghitung D_x , berdasarkan asumsi sehingga diperoleh $(x) = 31$ tahun yaitu

$$D_{31} = v^{31}l_{31} = \left(\frac{1}{1+0.05}\right)^{31} \times 97714.83206 = 21532.38908$$

Nilai $D_{31} = 21532.38908$ menyatakan nilai tunai pembayaran pada usia 31 tahun yang dibayarkan kepada peserta (Laki-laki) asuransi yang hidup pada usia 31 tahun. Untuk nilai $D_0, D_1, D_2, \dots, D_{111}$ pada jenis kelamin Laki-Laki, secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari D_y pada (Lampiran C), berdasarkan asumsi sehingga diperoleh $(y) = 29$ tahun, jenis kelamin perempuan:

$$D_{29} = v^{29}l_{29} = \left(\frac{1}{1+0.05}\right)^{29} \times 98732.26186 = 23986.63979$$

Nilai $D_{29} = 23986.63979$ menyatakan nilai tunai pembayaran pada usia 29 tahun yang dibayarkan kepada peserta (Perempuan) asuransi yang hidup pada usia 29 tahun. Untuk nilai $D_0, D_1, D_2, \dots, D_{111}$ pada jenis kelamin Perempuan, secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan banyaknya peserta asuransi yang hidup pada usia 31 dan 29 tahun sampai rentan waktu 22 tahun (D_{xy}).

Maka untuk menghitung nilai dari D_{xy} pada (Lampiran C) digunakan persamaan 2.23.

$$\begin{aligned} D_{31+0:29+0} &= \left(\frac{1}{1+0.05}\right)^{\frac{1}{2}(31+29)+0} l_{31+0:29+0} \\ &= (0.95238)^{30} \cdot (97714.83206) \cdot (98732.26186) \\ &= (0.23138)(9647606386.55384) \\ &= 2232263165.72 \end{aligned}$$

Untuk menghitung nilai N_x digunakan persamaan 2.20 yang merupakan akumulasi nilai D_{x+k} dengan $k = 0$ tahun sampai ke $w-x$ tahun, dimana w adalah usia yang dimana tidak ada orang yang bertahan hidup setahun kedepan. Didalam tabel mortalita indonesia 2011 usia w adalah 111, maka

$$\begin{aligned} N_{31} &= D_{31} + D_{31+1} + \dots + D_{111} \\ &= 21532.38908 + 20490.63159 + \dots + \\ &= 7053002634 \end{aligned}$$

Untuk nilai $N_0, N_1, N_2, \dots, N_{111}$ pada jenis kelamin Laki-laki, secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari N_y pada (Lampiran C) berdasarkan asumsi sehingga diperoleh $(y) = 29$ tahun, jenis kelamin perempuan:

$$\begin{aligned} N_{29} &= D_{29} + D_{29+1} + \dots + D_{111} \\ &= 23986.63979 + 22832.7682 + \dots + 0.002450275 \\ &= 452349.1279 \end{aligned}$$

Untuk nilai $N_0, N_1, N_2, \dots, N_{111}$ pada jenis kelamin Perempuan, secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari N_{xy} dengan cara menghitung nilai akumulasi dari $D_{x+k;y+k}$ dengan $k = 0$ sampai dengan $w = 22$ tahun. Cara memperoleh nilai dari N_{xy} yang terdapat dalam (Lampiran D) maka digunakan persamaan 2.24.

$$\begin{aligned} N_{31:29} &= D_{31+0;29+0} + D_{31+1;29+1} + \dots + D_{51,49} \\ &= (21532.38908)(23986.63979) + (20490.63159)(22832.7682) + \\ &\quad \dots + (7776.4551)(8825.9393) \\ &= \mathbf{29529882888} \end{aligned}$$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada $N_{32:30}$ sampai $N_{53:51}$ yaitu dengan

menggunakan rumus yang sama pada $N_{31:29}$. Sehingga nilai N_{xy} yang diperoleh dapat dilihat secara lengkap pada lampiran D.

Untuk menghitung nilai C_x digunakan persamaan 2.21, dengan d_x adalah fungsi meninggal orang berusia x tahun, dimana nilai d_x pada persamaan 2.8 adalah $d_x = l_x - l_{x+1}$. Untuk nilai l_x sudah tertera di tabel mortalita Indonesia 2011. Maka

$$\begin{aligned} C_{31} &= v^{31} d_{31} = v^{31} (l_{31} - l_{32}) \\ &= \left(\frac{1}{1+0.05} \right)^{31} \times 78.17187 = 16.4056 \end{aligned}$$

Nilai $C_{31} = 16.4056$, menyatakan nilai tunai pembayaran pada usia 31 tahun yang dibayarkan kepada peserta asuransi yang meninggal pada usia 31 tahun. Untuk nilai $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{111}$ pada jenis kelamin Laki-laki secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari C_y pada (Lampiran C) berdasarkan asumsi sehingga diperoleh $(y) = 29$ tahun, jenis kelamin perempuan:

$$\begin{aligned} C_{29} &= v^{29} d_{29} = v^{29} (l_{29} - l_{30}) \\ &= \left(\frac{1}{1+0.05} \right)^{29} \times 50.35345 = 11.65065 \end{aligned}$$

Untuk nilai $C_0, C_1, C_2, \dots, C_{111}$ pada jenis kelamin Perempuan, secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai tunai pembayaran asuransi *joint life* dengan banyaknya peserta asuransi yang meninggal pada usia 31 dan 29 tahun (C_{xy}). Cara memperoleh nilai dari C_{xy} yang terdapat pada (Lampiran D) maka digunakan persamaan 2.25

$$C_{31+0:29+0} = \left(\frac{1}{1+0.05} \right)^{\frac{1}{2}(31+29)+1} (l_{31+0:29+9} - l_{31+1:29+1})$$

$$\begin{aligned}
C_{31:29} &= (0.95238)^{31} (9647606386.5538 - 9634971958.3278) \\
&= (0.22036)(12634428.226) \\
&= 2784115.7433
\end{aligned}$$

Untuk memperoleh nilai dari $C_{32:30}$ sampai $C_{51:49}$ dengan menggunakan rumus yang sama pada $C_{31:29}$. Sehingga nilai yang diperoleh C_{xy} dapat dilihat pada lampiran D.

Untuk menghitung nilai M_x digunakan persamaan 2.22. yang merupakan akumulasi nilai C_{x+k} dengan $k = 0$ tahun sampai ke $w - x$ tahun.

$$\begin{aligned}
M_{31} &= C_{31} + C_{31+1} + \dots + C_{111} \\
&= 16.40563 + 16.19736 + \dots + 0 \\
&= 2935.65199
\end{aligned}$$

Untuk nilai $M_0, M_1, M_2, \dots, M_{111}$ pada jenis kelamin Laki-laki secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari M_y berdasarkan asumsi sehingga diperoleh $(y) = 29$ tahun, jenis kelamin perempuan:

$$\begin{aligned}
M_{29} &= C_{29} + C_{29+1} + \dots + C_{111} \\
&= 11.65065 + 11.74257 + \dots + 0 \\
&= 2446.2028
\end{aligned}$$

Untuk nilai $M_0, M_1, M_2, \dots, M_{111}$ pada jenis kelamin Perempuan secara berturut-turut dapat dilihat pada lampiran C.

Untuk menghitung nilai dari M_{xy} dengan cara menghitung akumulasi dari nilai $C_{x+k;y+k}$ dimana $k = 0$ sampai dengan $w = 22$. Cara memperoleh nilai dari M_{xy} pada kolom (Lampiran 8) maka digunakan persamaan 2.26.

$$M_{31;29} = C_{31+0;29+0} + C_{31+1;29+1} + \dots + C_{31+20;29+20}$$

$$\begin{aligned}
&= 2784115.951 + 2769308.558 + \dots + 666746385.4 \\
&= 757347614.3
\end{aligned}$$

Untuk memperoleh nilai perhitungan pada $M_{31:30}$ sampai $M_{51:49}$ yaitu dengan menggunakan rumus yang sama pada $M_{31:29}$. Sehingga diperoleh nilainya secara lengkap pada kolom nilai M_{xy}

Dengan menggunakan program aplikasi RStudio, akan dihitung nilai-nilai simbol komutasi D_x , N_x , C_x , M_x , D_{xy} , N_{xy} , C_{xy} dan M_{xy} dari tabel mortalita Indonesia 2011. Contoh script RStudio terdapat dilampiran E, untuk mengaplikasi programnya, terlebih dahulu mengentri data peluang kematian (qx) Laki-laki atau Perempuan. Data yang dientri dinamai "qx.male" untuk data peluang kematian (qx) pria, sedangkan "qx.female" untuk data peluang kematian (qx) Perempuan. Data nomor urut umur juga dientri dimana dari umur 0 sampai 111 yaitu "x". Terakhir input suku bunga (i) yang dimana $i = 0.05$.

Untuk mengentri data-data tersebut, terlebih dahulu menyiapkan data tabel mortalita Indonesia 2011 dalam bentuk file excel. Misalkan akan mengentri data qx laki laki, buka file tersebut dan blok kolom qx dan Ctrl + C (salin seluruh nilai variabel peluang kematian (112 item)). Setelah itu, ketikkan perintah "qx.male=scan()" di Console program RStudio. Tekan tombol Enter dan Ctrl + V, lalu tekan tombol enter sekali lagi. Maka data tersebut sudah terbaca sebanyak 112 item yang dinamai qx.male. Lakukan hal yang sama untuk data qx perempuan dengan perintah "qx.female=scan()". Untuk data umur juga dientri seperti cara mengentri data qx diatas. Adapun data umurnya dari nilai 0 sampai 111 yang dientri dengan perintah "x=scan()". Selanjutnya membuat script agar dapat diprogram menghasilkan output tabel mortalita Indonesia 2011 dan nilai komutasinya. Script yang diketikkan seperti pada lampiran 1 dalam lampiran E, lalu di klik source untuk mengaktifkan scriptnya.

Selanjutnya input dalam program aplikasi Rstudio di Console seperti pada lampiran 1 dalam lampiran F, sebagai berikut:

```
> tmi2011(x, qx.male, 0.05)
```

Tekan enter, lalu menghasilkan output tabel mortalita Indonesia 2011 laki-laki beserta nilai simbol komutasinya. Begitu juga dengan perintah berikut:

```
> tmi2011(x, qx.female, 0.05)
```

Menghasilkan output tabel mortalita Indonesia 2011 perempuan beserta nilai komutasinya

4.2.2 Perhitungan Nilai Tunai Anuitas Awal Berjangka

Setelah mengetahui nilai-nilai simbol komutasi, maka dapat dihitung anuitas awal berjangka dengan jangka pembayaran n tahun. Rumus anuitas awal berjangka dinotasikan dengan $\ddot{a}_{x:n|}$. Berdasarkan persamaan 2.31, maka nilai anuitas awal hidup berjangka berdasarkan asumsi, untuk usia $(x) = 31$ tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun adalah

$$\ddot{a}_{31:22|} = \frac{N_{31} - N_{31:22}}{D_{31}}$$

Dari perhitungan sebelumnya,

telah diketahui nilai N_x dan D_x untuk setiap usia x tahun (Lihat Lampiran C). Maka,

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{31:22|} &= \frac{390531.4774 - 96440.16972}{21532.38908} \\ &= \frac{294091.30768}{21532.38908} \\ &= \mathbf{1.3654456}\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai anuitas awal untuk seorang laki-laki berusia 31 tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun adalah 1.3654456.

Untuk jenis kelamin perempuan dengan usia 29 tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun, maka nilai anuitas awal hidupnya sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{29:22|} = \frac{N_{29} - N_{29:22}}{D_{29}}$$

Sehingga diperoleh nilai anuitas awal untuk seorang laki-laki berusia 29 tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun adalah

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{29:\overline{22}|} &= \frac{452349.1279 - 123198.1386}{23986.63979} \\ &= \frac{329150.9893}{23986.63979} \\ &= 13.7222634\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai anuitas awal untuk seorang perempuan berusia 29 tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun adalah 13.7222634.

Perhitungan nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal *joint life* dengan usia laki-laki yaitu $x = 31$ dan perempuan yaitu $y = 29$ dengan jangka waktupembayaran $n = 22$ tahun dengan menggunakan persamaan (2.33) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{31:29:\overline{22}|} &= \frac{N_{31:29} - N_{31+22:29+22}}{D_{31:29}} \\ &= \frac{N_{31:29} - N_{53:51}}{D_{31:29}}\end{aligned}$$

Dari perhitungan sebelumnya, telah diketahui nilai N_{xy} dan D_{xy} untuk setiap usia(Lihat Lampiran B). Maka,

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{31:29:\overline{22}|} &= \frac{30972709678 - 700083704.7}{2232238551} \\ &= \frac{30272625973}{2232238557} \\ &= 13.56155504\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai dari anuitas hidup awal *joint life* berjangka sebesar 13.56155504.

4.2.3 Perhitungan Nilai Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka *Joint Life*

Perhitungan premi tunggal asuransi berjangka *joint life* dinotasikan dengan $A^1_{xy:\overline{n}|}$ dimana berdasarkan asumsi, seorang laki-laki yang berusia $x = 31$ tahun dan seorang perempuan yang berusia $y = 29$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan $n = 22$ tahun menggunakan persamaan 2.38. Berdasarkan perhitungan sebelumnya pada simbol komutasi M_{xy} dan D_{xy} (Lihat lampiran D). Sehingga,

$$\begin{aligned}
A_{\overline{31:29:22}|} &= \frac{M_{31:29} - M_{31+22:29+22}}{D_{31:29}} \\
&= \frac{M_{31:29} M_{53:51}}{D_{31:29}} \\
&= \frac{757347164.3 - 667683173}{2232238551} \\
&= \frac{94194502.7}{2232238551} \\
&= 0.040167948
\end{aligned}$$

Jadi besarnya premi tunggal asuransi berjangka *joint life* dengan usia tertanggung laki laki 31 tahun dan perempuan 29 tahun dengan lama masa pertanggungan 22 tahun adalah 0.040167984 Apabila dikalikan dengan santunan Rp. 100.000.000, maka besarnya premi tunggal yang harus dibayar adalah sebesar Rp. 4.016.794.

4.2.4 Perhitungan Nilai Premi Bersih Tahunan Asuransi Jiwa Berjangka *Joint Life*

Setelah mendapatkan nilai anuitas awal dan nilai premi tunggal, maka dapat dihitung premi bersih tahunan asuransi jiwa dwiguna untuk seseorang berusia x tahun dengan jangka pertanggungan n tahun yang di notasikan dengan $P_{xy:\overline{n}|}^1$. Nilai premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka *joint life* untuk seorang laki-laki berusia 31 tahun dan perempuan berusia 29 tahun dengan jangka pertanggungan 22 tahun menggunakan persamaan 2.41 adalah:

$$P_{\overline{31:29:22}|} = \frac{A_{\overline{31:29:22}|}}{\ddot{a}_{\overline{31:29:22}|}} R$$

Dari perhitungan sebelumnya telah diketahui nilai anuitas awal hidup dan nilai premi tunggal asuransi jiwa berjangka *joint life* pada seorang laki-laki yang berusia 31 tahun dan perempuan berusia 29 tahun dengan jangka pembayaran 22 tahun, maka diperoleh nilai premi bersih tahunannya yaitu

$$\begin{aligned}
P_{31:29:\overline{22}|} &= \frac{0.040167948}{13.56155504} (\text{Rp.} 100.000.000) \\
&= 0.002961898 (\text{Rp.} 100.000.000) \\
&= \text{Rp.} 296189.8361
\end{aligned}$$

Jadi, besarnya premi bersih tahunan yang harus dibayarkan tiap tahun selama jangka waktu 22 tahun oleh pemegang polis laki-laki yang berusia 31 tahun dan perempuan yang berusia 29 tahun dengan nilai santunan (R) Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 296.189.

4.2.5 Perhitungan Nilai Cadangan Premi Tahunan

Perhitungan cadangan premi yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan dua metode yaitu metode Illinois dan metode Canadian. Namun keduanya merupakan metode yang berasal dari metode prospektif. Sehingga akan dicari perhitungan cadangan premi setiap tahunnya dengan dua metode tersebut.

1. Perhitungan cadangan premi dengan metode Illinois.

Perhitungan nilai cadangan pada asuransi berjangka *joint life* dengan menggunakan premi yang konstan setiap tahunnya dari usia suami-istri 31 dan 29 tahun selama 22 tahun dengan nilai uang santunan sebesar Rp. 100.000.000 dan biaya komisi agen $\gamma = 5\%$ atau (0.05) dapat dihitung dengan langkah berikut ini:

a) Menghitung nilai β

Untuk menghitung nilai β digunakan persamaan 2.47 sebagai berikut:

$$\beta = \frac{P(A_{31:29:\overline{22}|}) \ddot{a}_{31:29:\overline{20}|} + \gamma}{\ddot{a}_{31:29:\overline{19}|} + 1}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai premi tahunan $P(A_{31:29:\overline{22}|})$ yaitu sebesar 296189.8361 dan nilai anuitas awal $\ddot{a}_{31:29:\overline{22}|}$ yaitu sebesar 13.56155504.

o Menghitung nilai $\ddot{a}_{31:29:\overline{20}|}$

Perhitungan nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal $\ddot{a}_{31:29:\overline{20}|}$ dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.33) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{31:29:\overline{20}|} &= \frac{N_{31:29} - N_{31+20:29+20}}{D_{31:29}} \\ &= \frac{30972709678 - 2229886281}{2232238551} \\ &= \frac{27299996607}{2232238551} \\ &= \mathbf{12.87623286}\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai dari anuitas hidup awal untuk usia pemegang polis suami-istri $x = 31$ tahun dan $y = 29$ tahun dengan jangka waktu pembayaran premi $n - 1$ tahun yaitu sebesar 12.87623286.

- Menghitung nilai $\ddot{a}_{31:29:\overline{19}|}$

Perhitungan nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal $\ddot{a}_{31:29:\overline{19}|}$ dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.33) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{31:29:\overline{19}|} &= \frac{N_{31:29} - N_{31+19:29+19}}{D_{31:29}} \\ &= \frac{30972709678 - 3063001644}{2232238551} \\ &= \frac{27409708034}{2232238551} \\ &= \mathbf{12.50301318}\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai dari anuitas hidup awal untuk usia pemegang polis suami-istri $x = 31$ tahun dan $y = 29$ tahun dengan jangka waktu pembayaran premi $n - 1$ tahun yaitu sebesar 12.50301318.

Dari hasil perhitungan diatas, nilai β dapat diperoleh:

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{P\left(A_{31:29:\overline{22}}\right) \ddot{a}_{31:29:\overline{20}} + \gamma}{\ddot{a}_{31:29:\overline{19}} + 1} \\
&= \frac{296189.8361 (12.87623286) + 0.05}{12.50301318} \\
&= \frac{4006492.095}{13.50301318} \\
&= 305031.219
\end{aligned}$$

Jadi nilai premi bersih untuk tahun pertama dan tahun-tahun berikutnya berdasarkan cadangan Illinois adalah Rp. 305.031.

b) Menghitung nilai α

Untuk menghitung nilai α digunakan persamaan 2.44 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \beta - \gamma \\
&= 305031.219 - 0.05 \\
&= 305031.169
\end{aligned}$$

c) Menghitung cadangan premi menggunakan metode Illinois

Perhitungan cadangan premi menggunakan metode Illinois untuk asuransi berjangka *joint life* dengan menggunakan premi yang konstan setiap tahunnya dari usia suami-istri 31 dan 29 tahun selama 22 tahun dengan nilai uang santunan sebesar Rp. 100.000.000 dapat dihitung menggunakan persamaan 2.48 sebagai berikut:

$${}_tV_{xy:\overline{n}} = R \times A_{x+t,y+t:\overline{n-t}} - \left(\beta - P\left(A_{xy:\overline{n}}\right) \right) \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{20-t}}$$

- Untuk tahun pertama dengan $t = 1$ tahun

$${}_1V_{31:29:\overline{22}} = R \times A_{32:30:\overline{21}} - \left(\beta - P\left(A_{31:29:\overline{22}}\right) \right) \ddot{a}_{32:30:\overline{21}}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $\beta = 305031.219$ dan $P(A_{31:29:\overline{22}}) = 296189.8361$.

- Menghitung nilai $A_{32:30:\overline{21}|}$

Untuk memperoleh nilai $A_{32:30:\overline{21}|}$ dapat dihitung dengan menggunakan rumus premi tunggal dimana untuk nilai $M_{32:30}$, $M_{53:51}$ dan $D_{32:30}$ secara berturut-turut yaitu 754563498.3; 667683173 dan 2123157361 (dapat dilihat pada Lampiran B) sehingga dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_{32:30:\overline{21}|} &= \frac{M_{32:30} - M_{32+21:30+21}}{D_{32:30}} \\ &= \frac{M_{32:30} - M_{53:51}}{D_{32:30}} \\ &= \frac{754563498.3 - 66768317}{2123157361} \\ &= \mathbf{0.040920342} \end{aligned}$$

Jadi besarnya premi tunggal $A_{32:30:\overline{21}|}$ adalah 0.040920342.

- Menghitung nilai $\ddot{a}_{32:30:\overline{21}|}$

Untuk perhitungan $\ddot{a}_{32:30:\overline{21}|}$ dapat dilakukan dengan menggunakan rumus anuitas berjangka sebagai berikut

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{32:30:\overline{21}|} &= \frac{N_{32:30} - N_{32+21:30+21}}{D_{32:30}} \\ &= \frac{N_{32:30} - N_{53:51}}{D_{32:30}} \\ &= \frac{28740471126 - 700083704.7}{2123157361} \\ &= \mathbf{13.20692848} \end{aligned}$$

Jadi besarnya nilai anuitas $\ddot{a}_{32:30:\overline{21}|}$ adalah 13.20692848.

Dari hasil perhitungan diatas, besar cadangan premi untuk tahun

pertama dapat dihitung sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 {}_1V_{31:29:\overline{22}|} &= R \times A_{32:30:\overline{21}|} - \left(\beta - P(A_{31:29:\overline{22}|}) \right) \ddot{a}_{32:30:\overline{21}|} \\
 &= 100000000 \times 0.040920342 - (305031.219 - \\
 &296189.8361) \mathbf{13.20692848} \\
 &= 3975266.686
 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Illinois untuk tahun pertama dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp 3.975.266.

- Untuk tahun kedua dengan $t = 2$ tahun

$${}_2V_{31:29:\overline{22}|} = R \times A_{33:31:\overline{20}|} - \left(\beta - P(A_{31:29:\overline{22}|}) \right) \ddot{a}_{33:31:\overline{20}|}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai nilai $\beta = 305031.219$ dan $P(A_{31:29:\overline{22}|}) = 296189.8361$.

Menghitung nilai $A_{33:31:\overline{20}|}$

Untuk memperoleh nilai $A_{33:31:\overline{20}|}$ dapat dihitung dengan menggunakan rumus premi tunggal dimana untuk nilai $M_{33:31}$, $M_{53:51}$ dan $D_{33:31}$ secara berturut-turut yaitu 752104450.8; 667683173 dan 2019285321 (dapat dilihat pada Lampiran B) sehingga dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_{33:31:\overline{20}|} &= \frac{M_{33:31} - M_{33+20:31+20}}{D_{33:31}} \\
 &= \frac{M_{33:31} - M_{53:51}}{D_{33:31}} \\
 &= \frac{752104450.8 - 667683173}{2019285321} \\
 &= \mathbf{0.041807503}
 \end{aligned}$$

Jadi besarnya premi tunggal $A_{33:31:\overline{20}|}$ adalah 0.041807503.

- Menghitung nilai $\ddot{a}_{33:31:\overline{20}|}$

Untuk perhitungan $\ddot{a}_{33:31:\overline{20}|}$ dapat dilakukan dengan menggunakan rumus anuitas berjangka sebagai berikut

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{33:31:\overline{20}|} &= \frac{N_{33:31} - N_{33+20:31+20}}{D_{33:31}} \\ &= \frac{N_{33:31} - N_{53:51}}{D_{33:31}} \\ &= \frac{26617313765 - 700083704.7}{2019285321} \\ &= \mathbf{12.8348529}\end{aligned}$$

Jadi besarnya nilai anuitas $\ddot{a}_{33:31:\overline{20}|}$ adalah **12.8348529**.

Dari hasil perhitungan diatas, besar cadangan premi untuk tahun kedua dapat dihitung sebagai berikut :

$$\begin{aligned}{}_2V_{31:29:\overline{22}|} &= R \times A_{33:31:\overline{20}|} - \left(\beta - P \left(A_{31:29:\overline{22}|} \right) \right) \ddot{a}_{33:31:\overline{20}|} \\ &= \mathbf{100000000} \times \mathbf{0.041807503} - (305031.219 \\ &\quad - 296189.8361) \mathbf{12.8348529} \\ &= 4067272.482\end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Illinois untuk tahun kedua dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp 4.067.272.

- Untuk **t = 20** tahun

$${}_{20}V_{31:29:\overline{22}|} = R \times A_{51:49:\overline{2}|} - \left(\beta - P \left(A_{31:29:\overline{22}|} \right) \right) \ddot{a}_{51:49:\overline{2}|}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai nilai

$$\beta = 305031.219 \text{ dan } P(A_{31:29:\overline{22}|}) = 296189.8361.$$

Menghitung nilai $A_{51:49:\overline{2}|}$

Untuk memperoleh nilai $A_{51:49:\overline{2}|}$ dapat dihitung dengan menggunakan rumus premi tunggal dimana untuk nilai $M_{51:49}$, $M_{53:51}$ dan $D_{51:49}$ secara berturut-turut yaitu 681811217.3; 667683173 dan 787059490.6 (dapat dilihat pada Lampiran B) sehingga dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_{51:49:\overline{2}|} &= \frac{M_{51:49} - M_{51+2:49+2}}{D_{51:49}} \\ &= \frac{M_{51:49} - M_{53:51}}{D_{51:49}} \\ &= \frac{681811217.3 - 667683173}{787059490.6} \\ &= 0.017950415 \end{aligned}$$

Jadi besarnya premi tunggal $A_{51:49:\overline{2}|}$ adalah 0.017950415.

○ Menghitung nilai $\ddot{a}_{51:49:\overline{2}|}$

Untuk perhitungan $\ddot{a}_{51:49:\overline{2}|}$ dapat dilakukan dengan menggunakan rumus anuitas berjangka sebagai berikut

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{51:49:\overline{2}|} &= \frac{N_{51:49} - N_{51+2:49+2}}{D_{51:49}} \\ &= \frac{N_{51:49} - N_{53:51}}{D_{51:49}} \\ &= \frac{2229886281 - 700083704.7}{787059490.6} \\ &= 1.943693703 \end{aligned}$$

Jadi besarnya nilai anuitas $\ddot{a}_{51:49:\overline{2}|}$ adalah 1.943693703.

Dari hasil perhitungan diatas, besar cadangan premi untuk $t = 20$ tahun dapat dihitung sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 {}_{20}V_{31:29:\overline{22}|} &= R \times A_{51:49:\overline{2}|} - \beta \ddot{a}_{51:49:\overline{2}|} - P \left(A_{31:29:\overline{22}|} \right) \\
 &= 100.000.000 \times 0.017950415 - \\
 &\quad (295430.1393 - 296189.8361) 1.943693703 \\
 &= 1777856.528
 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Illinois untuk $t = 20$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 1.777.856.

- Untuk tahun pertama dengan $t = 3$ sampai dengan $t = 19$ secara berturut-turut dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Perhitungan cadangan diatas merupakan perhitungan cadangan dengan jangka pembayaran premi maksimal 20 tahun $t \leq 20$. Untuk perhitungan cadangan dengan pembayaran premi lebih dari 20 tahun dapat dihitung menggunakan rumus sebagai berikut :

$${}_tV \left(A_{xy:\overline{n}|} \right) = R \times A_{x+t:y+t:n-t|} - P_{xy:\overline{n}|} \ddot{a}_{x+t:y+t:n-t|}$$

- Untuk $t = 21$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh $P(A_{31:29:\overline{22}|}) = 296189.8361$.

- Menghitung $A_{52:50:\overline{i}|}$

Untuk perhitungan $A_{52:50:\overline{i}|}$ dapat dilakukan dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
A_{52:50:\overline{1}|} &= \frac{M_{52:50} - M_{52+1:50+1}}{D_{52:50}} \\
&= \frac{M_{52:50} - M_{53:51}}{D_{52:50}} \\
&= \frac{674973835.5 - 667683173}{742743085.5} \\
&= \mathbf{0.00981586}
\end{aligned}$$

Jadi besarnya premi tunggal $A_{52:50:\overline{1}|}$ adalah 0.00981586.

○ Menghitung $\ddot{a}_{52:50:\overline{1}|}$

Untuk perhitungan $\ddot{a}_{52:50:\overline{1}|}$ dapat dilakukan dengan menggunakan rumus anuitas berjangka sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{52:50:\overline{1}|} &= \frac{N_{52:50} - N_{52+1:50+1}}{D_{52:50}} \\
&= \frac{N_{52:50} - N_{53:51}}{D_{52:50}} \\
&= \frac{1442826790 - 700083704.7}{742743085.5} \\
&= \mathbf{1}
\end{aligned}$$

Jadi besarnya nilai anuitas $\ddot{a}_{52:50:\overline{1}|}$ adalah 1.

Sehingga besar cadangan premi untuk $t = \mathbf{21}$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_{21}V\left(A_{31:29:\overline{22}|}\right) &= R \times A_{52:50:\overline{1}|} - P_{31:29:\overline{22}|} \ddot{a}_{52:50:\overline{1}|} \\
&= \mathbf{100000000} \times 0.00981586 - 296189.8361 \times \\
&\mathbf{1} \\
&= 972744.6552
\end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode

Illinois untuk $t = 21$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 972.744.

- Untuk $t = 22$ tahun

Nilai $A_{53:51:\overline{0}|}$, $P(A_{31:29:\overline{22}|})$ dan $\ddot{a}_{53:51:\overline{0}|}$ secara berturut-turut yaitu 1, 296189.8361 dan 0. Sehingga besar cadangan premi untuk $t = 22$ tahun dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_{22}V\left(A_{31:29:\overline{22}|}\right) &= R \times A_{53:51:\overline{0}|} - P_{31:29:\overline{22}|} \ddot{a}_{53:51:\overline{0}|} \\ &= 100.000.000 \times 1 - 296189.8361 \times 0 \\ &= 100.000.000 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Illinois untuk $t = 22$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 100.000.000.

Untuk tahun $t = 3$ sampai $t = 19$ tahun dapat dilihat di tabel .

2. Perhitungan cadangan premi dengan metode Canadian.

Perhitungan nilai cadangan pada asuransi berjangka *joint life* dengan menggunakan premi yang konstan setiap tahunnya dari usia suami-istri 31 dan 29 tahun selama 22 tahun dengan nilai uang santunan sebesar Rp. 100.000.000 dapat dihitung dengan langkah berikut ini:

- Menghitung nilai α

Untuk menghitung nilai α digunakan persamaan 2.49 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \alpha &= P(A_{xy:\overline{n}|}) \left(P_{xy} - \frac{C_{xy}}{D_{xy}} \right) \\ \alpha &= P(A_{31:29:\overline{22}|}) \left(P_{31:29} - \frac{C_{31:29}}{D_{31:29}} \right) \end{aligned}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh

$P(A_{31:29:\overline{22}|}) = 296189.8361$, $P_{31:29} = 0.99869$, $C_{31:29} = 2923321.749$ dan $D_{31:29} = 2232238551$. Sehingga nilai α dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\alpha &= 296189.8361 \left(0.99869 - \frac{2923321.749}{2232238551} \right) \\ &= 296189.8361(0.99869 - 0.001309) \\ &= 296189.8361(0.99738) \\ &= 296188.8387\end{aligned}$$

b) Menghitung nilai β

Untuk menghitung nilai β digunakan persamaan 2.51 sebagai berikut:

$$\beta = P(A_{xy:\overline{n}|}) + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} - 1}$$

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $P(A_{31:29:\overline{22}|}) = 296189.8361$ dan $\ddot{a}_{31:29:\overline{22}|} = 13.56155504$. Sehingga nilai β dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\beta &= 296189.8361 + \frac{296188.8387}{13.56155504 - 1} \\ &= 296189.8361 + 21839.3301 \\ &= 274350.506\end{aligned}$$

Jadi nilai premi bersih untuk tahun pertama dan tahun-tahun berikutnya berdasarkan cadangan Canadian adalah Rp. 274.350.

c) Menghitung cadangan premi menggunakan metode Canadian

Perhitungan nilai cadangan pada asuransi berjangka *joint life* dengan menggunakan premi yang konstan setiap tahunnya dari usia suami-istri 31 dan 29 tahun selama 20 tahun dengan nilai uang santunan sebesar Rp. 100.000.000 adalah menggunakan persamaan 2.52 sebagai berikut:

$${}_tV_{xy:\overline{n}|} = A_{x+t:y+t:n-t|} - \beta \ddot{a}_{x+t:y+t:n-t|}$$

- Untuk tahun pertama dengan $t = 1$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $A_{\overline{32:30:21}|} = 0.040920342$, $\ddot{a}_{\overline{32:30:21}|} = 13.20692848$ dan $\beta = 335891.949$.

Sehingga dapat di hitung sebagai berikut :

$$\begin{aligned} {}^1V_{\overline{31:29:22}|} &= A_{\overline{32:30:21}|} - \beta \ddot{a}_{\overline{32:30:21}|} \\ &= 100000000 \times 0.040920342 \\ &\quad - (335891.949 \times 13.20692848) \\ &= 468706.6868 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Canadian untuk tahun pertama dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 468.706.

- Untuk tahun kedua dengan $t = 2$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $A_{\overline{33:31:20}|}$ adalah 0.041807503, nilai anuitas $\ddot{a}_{\overline{33:31:20}|}$ adalah **12.8348529** dan $\beta = 335891.949$. Sehingga dapat di hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}^2V_{\overline{31:29:22}|} &= A_{\overline{33:31:20}|} - \beta \ddot{a}_{\overline{33:31:20}|} \\ &= 100000000 \times 0.041807503 \\ &\quad - (335891.949 \times 12.8348529) \\ &= 659501.9431 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Canadian untuk tahun kedua dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 659.501.

- Untuk $t = 20$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $A_{\overline{51:49:2}|}$ adalah 0.017950415, $\ddot{a}_{\overline{51:49:2}|}$ adalah **1.943693703** dan $\beta = 335891.949$.

Sehingga dapat di hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}^{20}V_{31:29:\overline{22}|} &= A_{51:49:\overline{2}|} - \beta \ddot{a}_{51:49:\overline{2}|} \\
 &= 100000000 \times 0.017950415 \\
 &\quad - (335891.949 \times 1.943693703) \\
 &= 1261788.117
 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Canadian untuk $t = 20$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 1.261.788.

- Untuk $t = 21$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $A_{52:50:\overline{1}|}$ adalah 0.00981586, nilai $\ddot{a}_{52:50:\overline{1}|}$ adalah 1 dan $\beta = 335891.949$. Sehingga dapat di hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}^{20}V_{31:29:\overline{22}|} &= A_{51:49:\overline{2}|} - \beta \ddot{a}_{51:49:\overline{2}|} \\
 &= 100000000 \times 0.00981586 - (335891.949 \times 1) \\
 &= 707235.5321
 \end{aligned}$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Canadian untuk $t = 21$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 707.235.

- Untuk $t = 22$ tahun

Pada perhitungan sebelumnya telah diperoleh nilai $A_{53:51:\overline{0}|} = 1$, $\ddot{a}_{53:51:\overline{0}|} = 0$ dan $\beta = 335891.949$. Sehingga dapat di hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}^{22}V_{31:29:\overline{22}|} &= A_{53:51:\overline{0}|} - \beta \ddot{a}_{53:51:\overline{0}|} \\
 &= 100000000 \times 1 - (335891.949 \times 0)
 \end{aligned}$$

$$= 100000000$$

Jadi, cadangan premi asuransi berjangka *joint life* dengan metode Canadian untuk $t = 22$ tahun dengan santunan Rp. 100.000.000 adalah sebesar Rp. 100.000.000.

- Untuk tahun pertama dengan $t = 3$ sampai dengan $t = 19$ secara berturut-turut dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel. 4.1 Perbandingan besar nilai cadangan premi dengan menggunakan metode Illinois dan metode Canadian

t	Metode Illinois	Metode Canadian
1	468706.6868	3975266.686
2	659501.9431	4067272.482
3	873402.5355	4177434.124
4	1060740.427	4255852.231
5	1250814.941	4331609.633
6	1440834.727	4401708.923
7	1627881.407	4463002.477
8	1806936.16	4510270.773
9	1970778.169	4536110.1
10	2116731.546	4537497.134
11	2238058.264	4507404.899
12	2335487.442	4446054.872
13	2403892.581	4347905.283
14	2434916.784	4204186.478
15	2418730.665	4004602.534
16	2346848.633	3740090.445
17	2209227.513	3399958.961
18	1993142.154	2970756.351
19	1683929.93	2436978.425
20	1261788.117	1777856.528
21	707235.5321	972744.6552
22	100000000	100000000