EPIG
Cálculo

21 de Enero de 2019
Examen Global

Apellidos y Nombre	DNI

1. **A) (1.5 puntos)** Obtén el polinomio de Taylor de orden 2 de la funcion $f(x) = \sqrt[5]{(3x+1)}$ en torno al punto $a = 0$

   B) (1.5 puntos) Utiliza el polinomio anterior para obtener una aproximación de $\sqrt[5]{(2.5)}$. Escribe la expresión del error que se comete en dicha aproximación y da una cota del error absoluto.

   C) (1 punto) Demuestra que la ecuación $3^{-x} = x$ tiene una única solución y da un intervalo de longitud 1 que la contenga.

$P_2(x) =$	$\sqrt[5]{(2.5)} \approx$
$R_2 =$	Cota del error absoluto=

2. **A) (2 puntos)**

Sea $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3}{x-1}}$. Determina su dominio de definición y, si existen, sus asíntotas y extremos relativos.

B) (1.5 puntos)

Representa aproximadamente en el primer cuadrante del plano la región limitada por la gráfica de $f(x) = sin^2(x)$, el eje OY, y la recta $y = \frac{1}{2}$, y calcula su área.

C) (1.5 punto) Comprueba que la función $F(x) = \displaystyle\int_1^{x^3} \frac{e^t}{\sqrt{t}}\, dt$ es creciente en el intervalo $[1, +\infty)$, y calcula $L = \displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{e^{x^3}}$.

D) (1 puntos) Calcula el valor de la integral $I = \displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(x-1)}\, dx$, señalando si es o no convergente.

Dominio de f=		Area=
Asíntotas:	Extremos:	
F crece en:		$L =$
F decrece en:		$I =$

3. **A) (1 punto)** Analiza la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-\frac{2}{3})^n$ y calcula su suma si es posible.

B) (1.5 puntos) Calcula el radio y el intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\,2^{2n}}{(n+1)}x^n$.

C)(1.5 puntos) Utiliza el desarrollo en serie de alguna función que conozcas y las propiedades de las series de potencias para obtener razonadamente el desarrollo en serie de potencias de x de la función $f(x) = arctg(3x)$, indicando el campo de validez del mismo.

$\sum_{n=1}^{\infty}(-\frac{2}{3})^n$ converge: SI ó NO	Suma=
$R =$	Intervalo de Convergencia:
$arctg(3x) =$	Campo de validez del desarrollo:

4. **A)** Se consideran las funciones de varias variables

$$f(x,y,z) = (2e^{x-1} - y^2,\ 3e^z + y), \qquad \text{y} \qquad g(u,v) = v^2 + log(u) \ \ \forall (u,v) \in R^+ \times R$$

A1) (2 puntos)

Calcula la derivada direccional de la función compuesta $h = g \circ f$ en el punto $(1,1,0)$ en la dirección del vector $\overrightarrow{u} = (4,0,3)$. ¿Cuál es el valor de la derivada direccional máxima en dicho punto?. Justifica la respuesta.

A2) (1 punto)

Obtén la ecuación del plano tangente a la superficie dada por la gráfica de una función g del apartado anterior, en el punto de la superficie correspondiente al punto (1,2).

B) (2 puntos)

Sea $f(x,y) = x^2 - 2ay^2 + y^4 + 5$. Estudia la existencia de extremos relativos de la función f dependiendo del valor del parámetro $a \in R$, justificando si son máximos, mínimos o puntos de silla.

C) (1 punto)

Estudia la continuidad en el punto $(0,0)$ de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$