Computabilidad

Apellidos, Nombre:……………………………………………….DNI:………….

1. **(2 puntos)** Indica cuáles serían las funciones semántica **<u>unaria</u>** y **<u>binaria</u>** del siguiente programa while P:

```
begin
 X4 := X1;
 while X4 ≠ X5 do
 begin
  X3 := X4;
  X4 := pred(X4);
  X4 := pred(X4);
 end
 X3 := pred(X3);
 while X3 ≠ X5 do
 begin
  X1 := X2 + X1;
  X3 := pred(X3);
 end
end
```

2. **(1.6 puntos)** Dado un programa k-variables Pg cuya función semántica unaria es g(x), completa los **4 huecos** del siguiente programa Programa While de forma que compute la función dada. **Se permiten <u>únicamente</u> las macros de la suma, producto y asignación**:

$$f(x,y,z) = \begin{cases} x \cdot g(y) & si\ z = 0 \\ \perp & si\ z > 0 \end{cases}$$

```
begin

 while X3 ≠ X4 do
 begin
  X3 :=
 end

 X2 := 0;
 Pg;

end
```

3. **(1.6 puntos)** Completa las **<u>4 transiciones</u>** incompletas de tal forma que la siguiente Máquina de Turing M=({0,1}, {q0,q1,q2,q3,q4,q5,q6,qf}, T, q0, {qf}) compute la función ternaria:

$$\varphi^{(3)}(x,y,z) = \begin{cases} z+1 & si\ x \leq y \\ \perp & en\ otro\ caso \end{cases}$$

(q0, 1, 0, D, q1)	(q2, 1, 1, D, q2)	(q4, 1, 1, I, q4)	(q6,)
(q0,)	(q2, 0, 0, I, q3)	(q4, 0, 0, I, q5)	(q6, 1, 0, D, q6)
(q1, 1, 1, D, q1)	(q3,)	(q5, 1, 1, I, q5)	
(q1, 0, 0, D, q2)	(q3, 0, 0, N, q3)	(q5,)	

4. **(1.5 puntos)** Determina las funciones semánticas **<u>unaria</u>** y **<u>binaria</u>** que computa la siguiente Máquina de Turing M=({0,1}, {q0,q1,q2,q3,q4,q5,q6,q7,qf}, T, q0, {qf}).

(q0, 1, 0, D, q1)	(q3, 0, 0, I, q4)	(q6, 1, 1, I, q5)
(q1, 1, 1, D, q1)	(q4, 1, 0, I, q4)	(q6, 0, 0, H, qf)
(q1, 0, 0, D, q2)	(q4, 0, 0, I, q5)	(q7, 1, 0, D, q7)
(q2, 1, 1, D, q3)	(q5, 1, 0, I, q6)	(q7, 0, 0, H, qf)
(q3, 1, 0, D, q7)	(q5, 0, 0, H, qf)	

5. Se pretende demostrar que el problema de decidir si un programa while P cumple que su función semántica binaria es $\varphi_P(x,y) = \max\{x,y\}$ es irresoluble.

a) **(1.8 puntos)** Rellena los **<u>5 huecos</u>** que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

(Hueco 1)

y definimos la macro A(X) a partir de él.

Hacemos ahora este programa P_d, que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase):

(Hueco 2)

y cuya función semántica es:

(Hueco 3)

Aplicando el teorema de parametrización, el código d se puede calcular mediante una función f(c,k) total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro F(X,Y) que la compute.

A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
 X1 := F(X1,X2);
 X1 := A(X1);
end
```

cuya función semántica es:

(Hueco 4)

Dada la definición de P_d, esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, **(Hueco 5)**, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0.5 puntos)** Demuestra, utilizando el Teorema de Rice, que el problema descrito en el apartado anterior es irresoluble (se permite usar todas las macros vistas en clase).

6. **(1 punto, incorrecta resta 0.3)** Dada la función que calcula el punto en un plano como $f(x,y) = ax + by + c$, ¿cuál de las siguientes funciones semánticas sería equivalente a $f(x,y)$ para cualquier valor de a, b y c?

a) $\varphi_{S_3^2(e,x,y)}(a,b,c)$, donde e es el código de:

```
begin
 X1 := a * X1;
 X2 := b * X2;
 X1 := X1 + X2;
 X1 := X1 + c;
end
```

b) $\varphi_{S_2^3(e,a,b,c)}(x,y)$, donde e es el código de:

```
begin
 X1 := a * X4;
 X2 := b * X5;
 X1 := X1 + X2;
 X1 := X1 + c;
end
```

c) $\varphi_{S_3^2(e,x,y)}(a,b,c)$, donde e es el código de:

```
begin
 X1 := X3 * X1;
 X2 := X4 * X2;
 X1 := X1 + X2;
 X1 := X1 + X3;
end
```

d) $\varphi_{S_2^3(e,a,b,c)}(x,y)$, donde e es el código de:

```
begin
 X1 := X1 * X4;
 X2 := X2 * X5;
 X1 := X1 + X2;
 X1 := X1 + X3;
end
```