Sesión 6: Unificación y Resolución General

1. Halla $E\sigma$ siendo *E = p(X, f(a), Y, g(Z, X))* y σ *={X/a, Y/f(b), Z/c}*

2. Halla $\sigma_1\sigma_2$ y $\sigma_2\sigma_1$ siendo:
   a. σ_1 *={X/a, Y/f(b), Z/c}* y σ_2 *={Y/f(X), W/Z, V/g(a,Z)}*
   b. σ_1 *={X/a, Z/f(X,Y,a)}* y σ_2 *={Y/c, X/b, Z/g(X)}*

3. Proporciónese el umg, si existe, obtenido al aplicar el algoritmo de unificación a los siguientes conjuntos de términos y predicados.
   a) *{f(X,g(a)), f(a,Y)}*
   b) *{f(X,g(a)), f(Y,Y)}*
   c) *{q(X, f(a,X)), q(b,Y)}*
   d) *{p(X,X), p(f(Y),g(Y)), p(Z,V)}*
   e) *{f(X, g(X),X), f(W,U,h(W))}*
   f) *{f(X,g(X),V),f(a,V,b)}*
   g) *{f(Y,h(Y)), f(b,h(a))}*
   h) *{f(X,h(g(Z)),Z), f(Y,Y,a)}*
   i) *{f(X,g(X),U), f(a,V,b), f(U,W,Y)}*
   j) *{p(X,Y), p(f(a),g(X)), p(f(Z),g(f(Z)))}*
   k) *{r(b, f(g(a, f(W,c)), h(Y,X))), r(X, f(g(a,X), Z))}*
   l) $\{p(x,u),\ p(y,g(y)),\ p(f(z),g(f(a)))\}$

4. Demostrar, utilizando Resolución General, que el siguiente conjunto de cláusulas es inconsistente (x, y, z son variables, a y b son constantes):
   $$\{ \neg p(f(x)) \lor q(a), \neg q(y) \lor r(b), p(z) \lor s(z), \neg s(y), \neg r(b) \}$$

5. Demuestra, utilizando Resolución General, que $\{G_1, G_2\} \Longrightarrow Q$, dónde:
   $$G_1 \equiv \forall X\ \big(p(X) \rightarrow \big(q(X) \land r(X)\big)\big)$$
   $$G_2 \equiv \exists X\ \big(p(X) \land s(X)\big)$$
   $$Q \equiv \exists X\ \big(s(X) \land r(X)\big)$$

6. Demostrar por Resolución la corrección de los siguientes razonamientos, y escribir otro razonamiento distinto para cada uno de ellos cuya corrección esté demostrada con la inconsistencia probada para la prueba de la corrección del razonamiento dado:
   a) $\{ p(a), \forall x\forall y\ (\neg p(x) \lor \neg q(f(x)) \lor r(x,y)), \forall x\forall y\ (q(x) \lor r(y,x)) \} \vDash \exists x\ r(x,f(a))$
   b) $\{\forall x\exists y(P(x) \land Q(x,y) \rightarrow \forall z\ (R(z) \land S(x,z))), \neg(\neg P(a) \lor \forall x S(a,x))\} \vDash \neg\forall y Q(a,y)$
   c) $\{\exists x(P(x) \land \forall y\ (R(y) \rightarrow \forall z\ Q(x,z))), \neg\exists x(P(x) \land \forall y(S(y) \rightarrow \neg Q(x,y)))\} \vDash \exists x(R(x) \rightarrow S(x))$
   d) $\{\forall x(\neg p(x) \lor q(f(x))),\ \forall x(\neg q(x) \lor r(x)),\ \forall x\ p(x)\} \vDash \forall x\ r(f(x))$
   e) $\{\forall x(\neg p(x) \lor q(x)),\ \forall x \neg r(x),\ \forall x(p(x) \lor q(x))\} \vDash \neg\forall x(\neg q(x) \lor r(x))$

7. Formalizar e indicar si son correctos los siguientes razonamientos mediante resolución:

   a) *Algunos pilotos son amigos de todos los copilotos. Todo piloto trabaja con algún copiloto. Quienquiera que trabaja con un amigo es feliz. Por tanto, algunos pilotos son felices. (utiliza los siguientes predicados y constantes: P(x): x es piloto, C(x): x es copiloto, A(x,y): x es amigo de y, T(x,y): x trabaja con y, F(x): x es feliz)*

   b) *Todos los gatos adoptados son molestados por algún humano. Tommy es una gata a la que no le molesta nadie. Luego Tommy no es adoptada. (utiliza los siguientes predicados: G(x): x es un gato, H(x): x es un humano, A(x,y): x es adoptado por y, M(x,y): x es molestado por y, t: Tommy)*

   c) *Quien a buen árbol se arrima buena sombra le cobija. Ana se arrima a un buen árbol.* Luego *existen sombras buenas. (utiliza los siguientes predicados y constantes: A(x): x es árbol, B(x): x es buena, S(x): x es una sombra, R(x,y): x se arrima a y, C(x,y): x cobija a y, a: Ana)*

8. Sean C_1, C_2 y C_3 las cláusulas:

   C_1: $p(X,Y)\vee q(b,f(X))$, C_2: $\neg p(a,a)\vee\neg q(Z,f(a))$ y C_3: $\neg p(f(T),b)\vee\neg q(f(a),f(T))$

   Determinar cuáles de las siguientes respuestas son correctas y completarlas:

   a. El único resolvente general de C_1 y C_3 es: $q(b,f(f(T)))\vee\neg q(f(a),f(T))$ y el *umg* con el que se obtiene es = *{… …}*

   b. Las cláusulas C_1 y C_3 tienen dos posibles resolventes: $q(b,f(X))\vee\neg q(f(a),f(T))$ y $p(X,Y)\vee\neg p(f(T),b)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }

   c. Las cláusulas C_1 y C_2 tienen dos posibles resolventes: $q(b,f(a))\vee\neg q(Z,f(a))$ y $p(a,Y)\vee\neg p(a,a)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }

   d. La cláusula vacía es un posible resolvente de C_1 y C_2. El *umg* con el que se obtiene es …………………………….

9. Sean C_1, C_2 y C_3 las cláusulas:

   C_1: $p(Y,X)\vee q(Y,f(X))$, C_2: $\neg p(a,Z)\vee\neg q(Z,f(a))$ y C_3: $\neg p(f(T),b)\vee\neg q(f(a),f(T))$

   Determinar cuáles de las siguientes respuestas son correctas y completarlas:

   a. El único resolvente general de C_1 y C_3 es: $q(f(T),f(b))\vee\neg q(f(a),f(T))$ y el *umg* con el que se obtiene es = *{… …}*

   b. A partir de las cláusulas C_2 y C_3 no se puede obtener ningún resolvente.

   c. Las cláusulas C_1 y C_3 tienen como resolvente la cláusula que es siempre verdadero. El *umg* es: { }

   d. Las cláusulas C_1 y C_2 tienen dos posibles resolventes: $q(a,f(Z))\vee\neg q(Z,f(a))$ y $p(Z,a)\vee\neg p(a,Z)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }