

1. **(1.25 puntos)** Formaliza el siguiente enunciado en el lenguaje de la Lógica de proposiciones, indicando cuáles son las proposiciones utilizadas: “*Sólo madrugo si ceno pronto y voy temprano a la cama, pero es suficiente no poner el despertador para que no madrugo*”.

Solución:

p: madrugo

q: ceno pronto

r: voy temprano a la cama

s: pongo el despertador

$$(p \rightarrow q \wedge r) \wedge (\neg s \rightarrow \neg p)$$

2. **(1,75 puntos)** Formaliza el siguiente enunciado en el lenguaje de la Lógica de predicados: “Es necesario que una persona sea envidiada por alguien para que sea interesante, además solo las personas que no son interesantes caen bien a todo el mundo.” Utiliza los siguientes predicados: $I(x)$: x es una persona interesante, $E(x,y)$: x tiene envidia de y , y $C(x,y)$: a x le cae bien y .

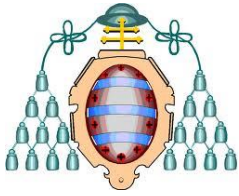
Solución: $\forall x(I(x) \rightarrow \exists y E(y,x)) \wedge \forall x(\forall y C(y,x) \rightarrow \neg I(x))$

3. **(2 puntos)** Demuestra, utilizando **Deducción Natural**, la corrección del siguiente razonamiento:

$$\{p \rightarrow q \wedge s, \neg q \rightarrow \neg r, p \vee \neg q\} \Rightarrow \neg r \vee s$$

Solución:

1.	$p \rightarrow q \wedge s$	Premisa
2.	$\neg q \rightarrow \neg r$	Premisa
3.	$p \vee \neg q$	Premisa
4.	p	Supuesto
5.	$q \wedge s$	\rightarrow -E 1,4
6.	s	\wedge -E 5
7.	$\neg r \vee s$	\vee -I 6
8.	$p \rightarrow \neg r \vee s$	\rightarrow -I 4-7
9.	$\neg q$	Supuesto
10.	$\neg r$	\rightarrow -E 2,9
11.	$\neg r \vee s$	\vee -I 10
12.	$\neg q \rightarrow \neg r \vee s$	\rightarrow -I 9-11
13.	$\neg r \vee s$	\vee -E 3,8,12



4. **(1 punto)** Demuestra la corrección del anterior razonamiento mediante **prueba por contradicción**

Solución:

$$(p \rightarrow q \wedge s) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (p \vee \neg q) \rightarrow (\neg r \vee s)$$

Tratamos de encontrar una interpretación I que haga la fórmula Falsa

$(p \rightarrow q \wedge s) \wedge (\neg q \rightarrow \neg r) \wedge (p \vee \neg q)$ ha de ser V

$(\neg r \vee s)$ ha de ser F

$(\neg r)$ ha de ser F (r ha de ser V) y s ha de ser F

$(p \rightarrow q \wedge s)$ ha de ser V

$(\neg q \rightarrow \neg r)$ ha de ser V

$(p \vee \neg q)$ ha de ser V

$q \wedge s$ es F (al serlo s), luego p ha de ser F (para que sea V $p \rightarrow q \wedge s$)

$(p \vee \neg q)$ V con (p) F, obligan a que ($\neg q$) sea V, o sea (q) ha de ser F

Al ser $\neg q \rightarrow \neg r$ V; con ($\neg q$) V y ($\neg r$) F $\neg q \rightarrow \neg r$ es F, con lo que se llega a una contradicción.

La fórmula es Válida

5. Dado el siguiente razonamiento:

$$\{\forall x (P(x) \wedge Q(x) \rightarrow S(x)), \neg \exists x (\neg R(x) \wedge \exists y S(y))\} \models \forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \rightarrow \exists y R(y)))$$

- a. **(1,75 puntos)** Demuestra, utilizando **Resolución**, que es correcto
 b. **(0,5 puntos)** Escribir otro razonamiento distinto cuya corrección esté demostrada con la inconsistencia del conjunto de cláusulas obtenidas en el apartado a).

Solución:

a) **Forma clausal de** $\forall x (P(x) \wedge Q(x) \rightarrow S(x))$

Eliminación de la implicación: $\forall x [\neg (P(x) \wedge Q(x)) \vee S(x)]$

Introducción de negaciones: $\forall x [(\neg P(x) \vee \neg Q(x)) \vee S(x)]$

FClausal: $\neg P(x) \vee \neg Q(x) \vee S(x)$

b) **Forma clausal de** $\neg \exists x (\neg R(x) \wedge \exists y S(y))$

Introducción de negaciones: $\forall x (R(x) \vee \forall y \neg S(y))$

Sacar cuantificadores $\forall x \forall y (R(x) \vee \neg S(y))$

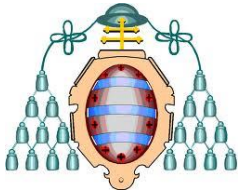
FClausal: $R(x) \vee \neg S(y)$

c) Si $\forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \rightarrow \exists y R(y)))$ es la conclusión, debe negarse y pasarse a FC:

$$\neg \forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \rightarrow \exists y R(y)))$$

Eliminación de la implicación: $\neg \forall x (\neg P(x) \vee (\neg Q(x) \vee \exists y R(y)))$

Introducción de negaciones: $\exists x (P(x) \wedge (Q(x) \wedge \forall y \neg R(y)))$



Sacar cuantificadores: $\exists x \forall y (P(x) \wedge (Q(x) \wedge \neg R(y)))$

Eliminar cuantificadores existenciales (x/a): $\forall y (P(a) \wedge (Q(a) \wedge \neg R(y)))$

FClausal: $\{P(a), Q(a), \neg R(y)\}$

Conjunto de cláusulas: $\{\neg P(x) \vee \neg Q(x) \vee S(x), R(x) \vee \neg S(y), P(a), Q(a), \neg R(y)\}$

d) Resolución:

1. $\neg P(x) \vee \neg Q(x) \vee S(x)$
2. $R(x) \vee \neg S(y)$
3. $P(a)$
4. $Q(a)$
5. $\neg R(y)$
6. $\neg Q(a) \vee S(a)$ $R(1,3,\{x/a\})$
7. $S(a)$ $R(6,4,\{ \})$
8. $R(x)$ $R(7,2,\{y/a\})$
9. ■ $R(8,5,\{y/x\})$

Conjunto de cláusulas inconsistente, luego el razonamiento es correcto

Razonamiento alternativo:

$\{\forall x (P(x) \wedge Q(x) \rightarrow S(x)), \neg \forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \rightarrow \exists y R(y)))\} \models \exists x (\neg R(x) \wedge \exists y S(y))$

6. **(0,75 puntos)** Estamos utilizando un programa prolog para definir la distribución de fichas en un tablero, para lo cual tenemos los predicados: `distancia1(X,Y)`, que indica que la ficha X está a distancia 1 de la ficha Y, y `color(X,Y)` que nos indica que la ficha X es de color Y. Define la relación `amarilla2(X,Y)` que nos indica si la ficha X está a distancia 2 de una ficha Y amarilla.

Solución:

- `amarilla2(X,Y) :- distancia1(X,Z), distancia1(Z,Y), color(Y,amarilla).`

7. **(1 punto, pero si la respuesta es incorrecta resta 0,3 puntos)** Tenemos tres fórmulas F, G y H. Sabemos además que la fórmula $(F \wedge G) \rightarrow H$ **no** es válida. De entre las siguientes fórmulas, ¿cuál es necesariamente satisfacible? (sólo hay una respuesta correcta).

- a. La fórmula H
- b. La fórmula $\neg F \vee H$
- c. La fórmula $\neg F \vee G$
- d. La fórmula $\neg G \wedge \neg H$

Solución: c.