

COMPUTABILIDAD

1. **(2 puntos)** Completa los 6 huecos del siguiente programa Programa While P de forma que su función semántica binaria sea la que se muestra. Se permiten las macros de la asignación, suma, resta y producto.

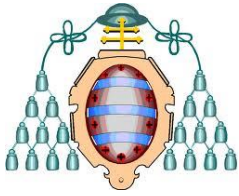
$$\varphi_P^{(2)}(x, y) = \begin{cases} x - y & \text{si } y > 0 \wedge x > y \\ y - x & \text{si } y > 0 \wedge x \leq y \\ x & \text{si } y = 0 \end{cases}$$

- **0,4 puntos** los huecos 1 y 2
- **0,3 puntos** los huecos 3 y 5
- **0,3 puntos** los huecos 4 y 6

```
begin
  X3 := (hueco1);
  X4 := succ(X4);
  X4 := (hueco2);
  X3 := X3 * X2;
  X4 := X4 * X2;
  while (hueco3) ≠ X5 do
  begin
    X1 := X1 - X2;
    (hueco4);
  end
  while (hueco5) ≠ X5 do
  begin
    X1 := X2 - X1;
    (hueco6);
  end
end
```

2. **(2 puntos)** Determina la función semántica **ternaria** del siguiente programa while Q. Siendo P un programa while con k variables y cuya función semántica unaria es $\varphi_P^{(1)}(x) = f(x)$.

```
begin
  X(k+1) := X1;
  X(k+2) := X2;
  X1 := X3;
  X2 := 0; ... ; Xk := 0;
  P;
  while X(k+1) ≠ X(k+3) do
  begin
    X1 := X(k+2);
    X2 := 0; ... ; Xk := 0;
    P;
    X(k+1) := 0;
  end
end
```



Computabilidad

Apellidos, Nombre: DNI:

3. **(1,5 puntos)** Determina la función semántica **binaria** que computa la siguiente máquina de Turing (q0 estado inicial y qf único estado final).

(q0, 1, 0, D, q1)
(q1, 1, 0, D, q2)
(q1, 0, 0, I, q4)
(q2, 1, 0, D, q1)
(q2, 0, 0, D, q3)
(q3, 1, 0, H, qf)
(q4, 0, 0, I, q4)

4. **(1,5 puntos)** Dada una Máquina de Turing $M_g = (\{0,1\}, \{p_0, \dots, p_f\}, T_g, p_0, \{p_f\})$ con función semántica unaria $g(x)$, completa los cinco huecos de la siguiente Máquina de Turing M_f para que compute la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} g(x) & \text{si } y = 0 \\ x + y + 1 & \text{si } y > 0 \end{cases}$$

$M_f = (\{0,1\}, (\text{hueco1}))$

T_f :

(q0, 1, 1, D, q0)	(q2, (hueco3))	(q3, 0, 0, I, q4)
(q0, (hueco2))	(q2, 0, 0, I, q3)	(q4, 1, 1, I, q4)
(q1, 1, 1, D, q2)	(q3, (hueco4))	(q4, (hueco5))

5. Se pretende demostrar la irresolubilidad del siguiente problema: Dado un programa while P, determinar si la función semántica binaria asociada a P es $f(x, y) = 3xy$.

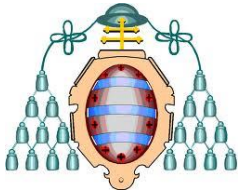
- a) **(1,5 puntos)** Rellena los huecos que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

y definimos la macro $A(X)$ a partir de él.

Hacemos ahora este programa P_d , que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase):

y cuya función semántica es:



Computabilidad

Apellidos, Nombre: DNI:

Aplicando el teorema de parametrización, el código d se puede calcular mediante una función $f(c,k)$ total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro $F(X,Y)$ que la compute.

A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
  X1 := F(X1, X2) ;
  X1 := A(X1) ;
end
```

cuya función semántica es:

Dada la definición de P_d , esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, hemos encontrado una contradicción, ya que...

, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0.5 puntos)** Demuestra la irresolubilidad del problema utilizando el Teorema de Rice (se permite usar todas las macros vistas en clase).

6. **(1 punto, pero si la respuesta es incorrecta resta 0,3 puntos)** Consideramos 'e' tal que $\varphi_e(x,y,z) = x^y + 2yz$ Basándonos en el teorema de parametrización, ¿cuál de las siguientes opciones podemos asegurar?

- La función $g(x) = x^3 + 12$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 3, 4)$
- La función $g(y) = 2^y + 6y$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 2, 3)$
- La función $g(z) = 9 + 4z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 3, 2)$
- La función $g(x,y) = 9 + 4z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_2^1(e, 3, 2)$