Computabilidad

Apellidos, Nombre:……………………………………………………DNI:………….

1. **(2 puntos)** Sea un programa $\mathrm{P1}$, que utiliza exactamente k variables, y cuya función unaria semántica es $\varphi_{P1}^{(1)}(x) = g(x)$. Completa las <u>TRES</u> instrucciones que faltan en el siguiente programa while P, de tal forma que su función unaria semántica sea:

$$\varphi_{P}^{(1)}(x) = \sum_{i=1}^{x} g(i)$$

<u>Nota:</u> se permite utilizar la macro de la suma y de la asignación.

```
begin
 Xk+1 := X1;
 Xk+2 := 0;
 Xk+3 := 0;
 while Xk+2 != Xk+1 do
  begin
  [          ]
  [          ]
  X2 := 0; X3 := 0; … ; Xk := 0;
  P1;
  [          ]
  end
X1 := Xk+3;
end
```

2. **(1,25 puntos)** Construye una expresión para el test $\neg((X \leq Y) \wedge (Y < Z))$, de tal forma que la expresión devuelva un número mayor que 0 si el test es verdadero y 0 si es falso.

3. **(1,75 puntos)** Indica la función **<u>binaria</u>** semántica de la siguiente máquina de Turing, siendo q0 su estado inicial y f su único estado final.

q0 0 0 D q1	q2 1 0 I q3	q4 0 0 D q5
q0 1 1 D q0	q3 0 0 I q4	q4 1 1 I q4
q1 0 1 I q2	q3 1 1 I q3	q5 0 0 H f
q1 1 1 D q1		q5 1 0 D q0

4. **(1,75 punto)** Rellénense los CUATRO huecos de modo que la MT compute la siguiente función:

$$f(x) = 3x$$

(q0, 1, 0, D, q1)		
(q1, 1, 0, D, q2)	(q3, 1, 1, D, q3)	(q5, 0, 0, I, q6)
	(q3, 0, 1, D, q4)	(q6, 1, 1, I, q6)
(q2, 1, 1, D, q2)	(q4, 0, 1, I, q5)	

5. Queremos determinar la irresolubilidad del siguiente problema **C**: "Dado un programa while P, determinar si la función unaria asociada a P está definida sí y solo sí su entrada es mayor o igual que 10". Responde a los siguientes ejercicios:

a) **(0,5 puntos)** Construye un posible programa que más adelante nos permita reducir el problema de la parada al problema **C**.

b) **(0,5 puntos)** Indica la función unaria semántica del programa construido en el apartado a).

c) **(0,5 puntos, pero una respuesta incorrecta resta 0,2 puntos)** ¿Cómo utilizaría el método de reducción el programa del apartado a) para demostrar la irresolubilidad del problema **C**? Marca la única respuesta correcta:

- ☐ Si tuviésemos un algoritmo (macro) **A** que resuelve el problema **C**, aplicándola al número que codifica el programa, dicho algoritmo podría resolver también el problema de la parada, que sabemos que es irresoluble, lo cual nos lleva a una contradicción, y por lo tanto **A** no puede existir.
- ☐ Ejecutando el programa se resolvería directamente el problema de la parada. Como sabemos que el problema de la parada es irresoluble, esto nos lleva a una contradicción y por tanto **C** es irresoluble.

☐ Si tuviésemos un algoritmo (macro) **A** que resuelve el problema de la parada, aplicándola al número que codifica el programa, dicho algoritmo podría resolver también el problema **C**, lo cual nos lleva a una contradicción.

d) **(0,75 puntos, pero una respuesta incorrecta resta 0,25 puntos)** Queremos demostrar, utilizando el Teorema de Rice, que el problema **C** es irresoluble. Para aplicarlo, necesitamos construir dos programas while Q1 y Q2. Marca la única respuesta que nos permitiría aplicar el Teorema de Rice:

☐	☐	☐

Q1:
begin
while (X1≥10) do
X1:=succ(X1);
end
 	
Q2:
begin
while (X1<10) do
X1:=succ(X1);
end
	Q1:
	begin
	while (X1<10) do
	X1:=pred(X1);
	end
	
	Q2:
	begin
	X1:=20;
	end
		Q1:
		begin
		while (X1<10) do
		X1:=0;
		end
		
		Q2:
		begin
		X2:=X1;
		while (X2≥10) do
		X2:=0;
		while (X1<10) do
		X2:=succ(X2);
		end

6. (1 punto) Sea un programa while P cuyo código es ‘e’ y su función semántica ternaria es $\varphi_e(x,y,z) = \varphi_x(z) + 2\,z^y$. Queremos construir un programa while P2 cuya función unaria semántica sea igual a $\varphi_a(z) = \varphi_{e1}(z) + 2\,z^3$, siendo e1 una constante. ¿cómo se podría calcular el código ‘a’ de este programa? ¿se podría calcular para cualquier valor de e1?