

Computabilidad

Apellidos, Nombre: DNI:

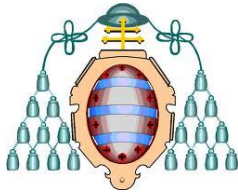
1. (2 puntos) Indica cuáles serían las funciones semántica unaria y binaria del siguiente programa while P:

```
begin
  X4 := X1;
  while X4 ≠ X5 do
    begin
      X3 := X4;
      X4 := pred(X4);
      X4 := pred(X4);
    end
    X3 := pred(X3);
    while X3 ≠ X5 do
      begin
        X1 := X2 + X1;
        X3 := pred(X3);
      end
    end
  end
```

2. (1.6 puntos) Dado un programa k-variables Pg cuya función semántica unaria es g(x), completa los 4 huecos del siguiente programa Programa While de forma que compute la función dada. Se permiten únicamente las macros de la suma, producto y asignación:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x \cdot g(y) & \text{si } z = 0 \\ \perp & \text{si } z > 0 \end{cases}$$

```
begin
  [ ]
  while X3 ≠ X4 do
    begin
      X3 := [ ]
    end
    [ ]
    X2 := 0;
    Pg;
    [ ]
  end
```



Computabilidad

Apellidos, Nombre: DNI:

3. (1.6 puntos) Completa las **4 transiciones** incompletas de tal forma que la siguiente Máquina de Turing $M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_f\}, T, q_0, \{q_f\})$ compute la función ternaria:

$$\varphi^{(3)}(x, y, z) = \begin{cases} z + 1 & \text{si } x \leq y \\ \perp & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(q ₀ , 1, 0, D, q ₁)	(q ₂ , 1, 1, D, q ₂)	(q ₄ , 1, 1, I, q ₄)	(q ₆ , , , ,)
(q ₀ , , , ,)	(q ₂ , 0, 0, I, q ₃)	(q ₄ , 0, 0, I, q ₅)	(q ₆ , 1, 0, D, q ₆)
(q ₁ , 1, 1, D, q ₁)	(q ₃ , , , ,)	(q ₅ , 1, 1, I, q ₅)	
(q ₁ , 0, 0, D, q ₂)	(q ₃ , 0, 0, N, q ₃)	(q ₅ , , , ,)	

4. (1.5 puntos) Determina las funciones semánticas **unaria** y **binaria** que computa la siguiente Máquina de Turing $M = (\{0,1\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_f\}, T, q_0, \{q_f\})$.

(q ₀ , 1, 0, D, q ₁)	(q ₃ , 0, 0, I, q ₄)	(q ₆ , 1, 1, I, q ₅)
(q ₁ , 1, 1, D, q ₁)	(q ₄ , 1, 0, I, q ₄)	(q ₆ , 0, 0, H, q _f)
(q ₁ , 0, 0, D, q ₂)	(q ₄ , 0, 0, I, q ₅)	(q ₇ , 1, 0, D, q ₇)
(q ₂ , 1, 1, D, q ₃)	(q ₅ , 1, 0, I, q ₆)	(q ₇ , 0, 0, H, q _f)
(q ₃ , 1, 0, D, q ₇)	(q ₅ , 0, 0, H, q _f)	

5. Se pretende demostrar que el problema de decidir si un programa while P cumple que su función semántica binaria es $\varphi_P(x, y) = \max\{x, y\}$ es irresoluble.

- a) (1.8 puntos) Rellena los **5 huecos** que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

(Hueco 1)

y definimos la macro A(X) a partir de él.

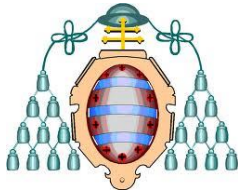
Hacemos ahora este programa P_d , que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase):

(Hueco 2)

y cuya función semántica es:

(Hueco 3)

Aplicando el teorema de parametrización, el código d se puede calcular mediante una función $f(c, k)$ total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro $F(X, Y)$ que la compute.



A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
  X1 := F(X1, X2);
  X1 := A(X1);
end
```

cuya función semántica es:

(Hueco 4)

Dada la definición de P_d , esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, **(Hueco 5)**, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0.5 puntos)** Demuestra, utilizando el Teorema de Rice, que el problema descrito en el apartado anterior es irresoluble (se permite usar todas las macros vistas en clase).

6. **(1 punto, incorrecta resta 0.3)** Dada la función que calcula el punto en un plano como $f(x, y) = ax + by + c$, ¿cuál de las siguientes funciones semánticas sería equivalente a $f(x, y)$ para cualquier valor de a, b y c?

a) $\varphi_{S_3^2(e, x, y)}(a, b, c)$, donde e es el código de:

```
begin
  X1 := a * X1;
  X2 := b * X2;
  X1 := X1 + X2;
  X1 := X1 + c;
end
```

b) $\varphi_{S_2^3(e, a, b, c)}(x, y)$, donde e es el código de:

```
begin
  X1 := a * X4;
  X2 := b * X5;
  X1 := X1 + X2;
  X1 := X1 + c;
end
```

c) $\varphi_{S_3^2(e, x, y)}(a, b, c)$, donde e es el código de:

```
begin
  X1 := X3 * X1;
  X2 := X4 * X2;
  X1 := X1 + X2;
  X1 := X1 + X3;
end
```

d) $\varphi_{S_2^3(e, a, b, c)}(x, y)$, donde e es el código de:

```
begin
  X1 := X1 * X4;
  X2 := X2 * X5;
  X1 := X1 + X2;
  X1 := X1 + X3;
end
```