

## Sesión 9: El Modelo de los Programas While

1. Calcúlense las funciones semánticas unaria y binaria, así como una secuencia de computación con input (2,2), para el siguiente programa while.:

```
begin
  while X1≠X3 do
    begin
      X1:=pred(X1);
      X3:=succ(X3)
    end
    X1:=succ(X3);
  while X1≠X4 do
    begin
      X1:=X1-X2;
      X5:=succ(X5)
    end
    X1:=pred(X5)
  end
```

2. Dado el siguiente programa while P

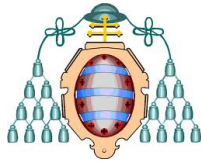
```
begin
  X1=pred(X1);
  while X1 > X4 do
    begin
      X4 := succ(X4);
      X2 := X2 + X1;
    end
    X1 := X2;
    X4 := 0;
  while X4 ≠ X3 do
    begin
      X4 := succ(X4);
      X1 := pred(X1);
    end
  end
```

Indica sus funciones semánticas de aridad 1, 2 y 3.

3. Diseña un programa while cuya función semántica sea la siguiente:

$$\varphi_P^{(2)}(x, y) = z, \text{ menor múltiplo de } x \text{ tal que } z \geq y$$

Se permiten utilizar las macros de la asignación, la suma y macro-test



4. Completa las instrucciones que faltan en el siguiente programa while P para que su función binaria semántica sea:

$$\varphi_P^{(2)}(x, y) = x^{x+y}$$

Se permiten utilizar las macros de la asignación, la diferencia acotada y la multiplicación.

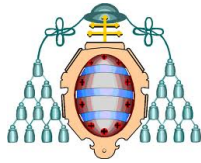
Nota: Puede haber más de una instrucción por hueco

```
begin
  [ ]
  X4 := 0;
  X5 := X1;
  X1 := 1;
  while X3 ≠ X4 do
    begin
      [ ]
    end
  end
end
```

5. (Parcial 2020/2021) Completa los 5 huecos del siguiente programa Programa While de forma que compute la función dada. Cada hueco puede contener más de una instrucción. Se permiten las macros de la suma, resta, producto y asignación:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x & \text{si } x > z \\ y & \text{si } z > x \\ 0 & \text{si } x = z \end{cases}$$

```
begin
  [ ]
  X3 := 0;
  while [ ] ≠ X3 do
    begin
      X1 := X2;
      [ ]
    end
    while [ ] ≠ X3 do
      begin
        X1 := 0;
        [ ]
      end
    end
  end
end
```



6. Construye, mediante composición, programas while que computen las siguientes funciones (se permiten macros):
- $f(x) = \sum_{i=0}^x (i)!$ . Debes utilizar, mediante composición, el programa escrito para resolver el ejercicio 4c.
  - $f(x, y) = \sum_{i=1}^x (y \bmod i)$ . Debes utilizar, mediante composición, el programa escrito para resolver el ejercicio 4a.
  - $f(x, y) = y \operatorname{div} (x \bmod y)$ . Para ello debes hacer un programa que calcule la función  $f(x, y) = x \operatorname{div} y$ . A continuación, utiliza este programa junto con el programa escrito para resolver el ejercicio 4a.

7. Sea un programa while  $P_1$  con exactamente  $k_1$  variables. Constrúyase un programa while  $P$ , utilizando el programa  $P_1$  y cuya función semántica sea:

$$\varphi_P(x, y, z) = 2 * \varphi_{P_1}(x, y) + \varphi_{P_1}(y, z)$$

8. Sean  $P_1$  y  $P_2$  dos programas while con exactamente  $k_1$  y  $k_2$  variables respectivamente. Constrúyase un programa while  $P$ , utilizando los programas  $P_1$  y  $P_2$ , cuya función binaria semántica sea:

$$\varphi_P(x, y) = \varphi_{P_1}(\varphi_{P_2}(x) * \varphi_{P_2}(y))$$

9. Dado el siguiente programa while  $P$ , identifica todas las macros utilizadas en él y construye un programa while equivalente sin macros.

```
begin
  X3 := 2;
  while X3 < X2 do
    begin
      X3 := succ(X3);
    end
  X1 := pred(X3)
end
```