Apellidos, Nombre:…………………………………………………….DNI:………….

1. **(2 puntos)** Indica cuáles serían las funciones semántica **unaria** y **binaria** del siguiente programa while P, donde Pg representa otro Programa While k-variables cuya función semántica binaria es g(x,y) para todo x, y:

```
begin
 X1 := X1 + X1;
 Xk+1 := X2;
 Pg;
 X2 := 5;
 while X2 ≠ Xk+1 do
 begin
  X1 := succ(X1);
  Xk+1 := pred(Xk+1)
 end
 X1 := X1 + X2
end
```

2. **(1.5 puntos)** Completa los 5 huecos del siguiente programa Programa While de forma que compute la función dada. Cada hueco puede contener más de una instrucción. Se permiten las macros de la suma, resta, producto y asignación:

$$f(x,y,z) = \begin{cases} x & si\ x > z \\ y & si\ z > x \\ 0 & si\ x = z \end{cases}$$

```
begin

 X3 :=0;
 while    ≠ X3 do
 begin
  X1 := X2;

 end
 while    ≠ X3 do
 begin
  X1 := 0;

 end
end
```

3. **(1.5 puntos)** Dada una Máquina de Turing Mg=({0,1}, {p0,…,pf}, Tg, p0, {pf}) con función binaria semántica g(x,y), completa la Máquina de Turing Mf siguiente para que compute la función f(x,y) = g(0, x+y). Se deben completar las 4 transiciones incompletas y la quíntupla que define Mf:

Mf=({0,1}, , , q0,)

Tf :

(q0, 1, 1, D, q0)	(q1, 0, 0, I, q2)	**(q3,)**
(q0,)	**(q2,)**	(q4, 1, 0, I, q5)
(q1, 1, 1, D, q1)	(q3, 1, 1, I, q3)	**(q5,)**

4. **(1.5 puntos)** Determina la función semántica unaria que computa la siguiente máquina de Turing (q0 estado inicial y qf único estado final).

(q0, 1, 1, D, q1)	(q2, 1, 0, D, q3)	(q4, 1, 1, I, q4)
(q1, 1, 1, D, q0)	(q2, 0, 1, H, qf)	(q4, 0, 1, I, q2)
(q0, 0, 0, I, q5)	(q3, 1, 1, D, q3)	(q5, 1, 0, I, q5)
(q1, 0, 0, I, q2)	(q3, 0, 1, I, q4)	(q5, 0, 0, N, q2)

5. Se pretende demostrar que el problema de decidir si un programa while P cumple que su función semántica binaria es 10 si, y solo si, x>y es irresoluble.

a) **(2 puntos)** Rellena los huecos que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

y definimos la macro A(X) a partir de él.

Hacemos ahora este programa P_d, que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase):

y cuya función semántica es:

Aplicando el teorema de parametrización, el código d se puede calcular mediante una función f(c,k) total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro F(X,Y) que la compute.

A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
 X1 := F(X1,X2);
 X1 := A(X1);
end
```

cuya función semántica es:

Dada la definición de P_d, esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, hemos encontrado una contradicción, ya que…

, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0.5 puntos)** Demuestra, utilizando el Teorema de Rice, que el problema descrito en el apartado anterior es irresoluble (se permite usar todas las macros vistas en clase).

6. (1 punto, incorrecta resta 0.3) Consideramos un programa while 'e' tal que $\varphi_e(x, y, z) = x^z + y$. Basándonos en el teorema de parametrización, ¿cuál de las siguientes opciones podemos asegurar?

a) La función $g(z) = 2^z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 2{,}0)$

b) La función $g(z) = 3^z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^1(e, 3)$

c) La función $g(x, y) = x^3 + 2$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 2{,}3)$

d) La función $g(x, y) = x^2 + y$ es computable y el código del programa que la computa es $S_2^1(e, 2)$