Sesión 5: Formalización y Evaluación en Lógica de Predicados

Formalización

1. Para cada una de las siguientes fórmulas, identifica los símbolos de constante, variable, función y predicado, indicando su aridad cuando proceda:
   a) $((p(c) \wedge r(X,Y)) \vee q(Y))$
   b) $\exists Y \ \forall X \ r (g (X, f(Y)) , f(c))$

2. Formaliza los siguientes enunciados en lógica de predicados.
   a. *Bilbo es un hobbit y Gandalf es un mago.*
   b. *Algunos hobbits cuentan chistes.*
   c. *Todos los magos cuentan historias fantásticas.*
   d. *No todos los magos son buenos.*
   e. *Ningún mago es un orco.*
   f. *Hay un anillo que es deseado por todos.*
   g. *Bien está lo que bien acaba.*
   h. *Los magos cuentan chistes sólo cuando hay hobbits.*

b: Bilbo   g: Gandalf

A(x): x es un anillo
B(x): x es bueno
C(x): x cuenta chistes
D(x,y): x desea y
F(x): x cuenta historias fantásticas
H(x): x es un hobbit
M(x): x es un mago
O(x): x es un orco
Y(x): x está bien
Z(x): x acaba bien

3. Establecer la relación de formalización entre las formulas y los enunciados siguientes:
   a. $\exists X\big(p(X) \wedge q(X)\big)$
   b. $\forall X\big(p(X) \rightarrow q(X)\big)$
   c. $\forall X\big(p(X) \rightarrow \neg q(X)\big)$
   d. $\forall X \ \neg p(f(X), a)$

   1. No existe ningún número cuyo sucesor sea 0
   2. Una persona es un ser racional
   3. Ningún sabio dice tonterías
   4. Hay usuarios que tienen permiso de lectura

4. Formaliza los siguientes enunciados en lógica de predicados.
   a. *A todo el mundo le gusta algo*
   b. *A todos los niños que prueban las lentejas, les gustan.*
   c. *No a todos los niños les gustan las lentejas.*
   d. *Es necesario que a algún niño le guste todo para que a Nina le gustan las lentejas.*
   e. *A algunos niños no les gustan las lentejas a menos que las hayan probado.*

N(x): x es un niño
G(x, y): a x le gusta y
P(x,y): x prueba y
n: Nina
l: lentejas

5. Formalizar las siguientes frases en lógica de predicados.
   a. *Es necesario que alguna legión conquiste alguna provincia para que todos hablen bien de Roma.*
   b. *No todos los romanos hablan latín, pero todos los romanos conocen a alguien que habla latín.*

L(x): x es una legión
C(x,y): x conquista y
P(x): x es una provincia
D(x,y): x conoce a y
H(x): x habla latín
R(x): x es romano
Z(x,y): x habla bien de y
r: Roma

6. Formalizar las siguientes frases en lógica de predicados.
   a. *Los perros pequeños ladran a algunos perros grandes.*
   b. *Algunos perros pequeños ladran sólo a los perros grandes.*
   c. *Algunos perros pequeños no le ladran a Chispa a menos que Chispa le ladre a perros grandes.*

L(x,y): x ladra a y
G(x): x es un perro grande
P(x): x es un perro pequeño
c: Chispa

Evaluación

7. Evalúese cada fórmula propuesta con las interpretaciones que le acompañan.

F:= $\forall x \forall y\, (p(x,y) \longrightarrow q(x) \vee p(a,a))$

a. $\mathbf{I}_1$:= (dom $\mathbf{I}_1$, p_{I_1}, q_{I_1}) con dom($\mathbf{I}_1$):= {A,B}, p_{I_1}:= {(A,B), (B,B)}, q_{I_1}:= {A }, a_{I_1}:= B

b. $\mathbf{I}_2$:= (dom $\mathbf{I}_2$, p_{I_2}, q_{I_2}) con dom($\mathbf{I}_2$):= {A,B}, p_{I_2}:= {(B,B)}, q_{I_2}:= {A }, a_{I_2}:= A

c. $\mathbf{I}_3$:= (dom $\mathbf{I}_3$, p_{I_3}, q_{I_3}) con dom($\mathbf{I}_3$):= {A,B}, p_{I_3}:= {(A,A), (B,B)}, q_{I_3}:= {B }, a_{I_3}:= B

d. $\mathbf{I}_4$:= (dom $\mathbf{I}_4$, p_{I_4}, q_{I_4}) con dom($\mathbf{I}_4$):= {A,B}, p_{I_4}:= {(A,A), (A,B)}, q_{I_4}:= {A }, a_{I_4}:= B

e. $\mathbf{I}_5$:= (dom $\mathbf{I}_5$, p_{I_5}, q_{I_5}) con dom($\mathbf{I}_5$):= {A}, p_{I_5}:= {(A,A)}, q_{I_5}:= { }, a_{I_5}:= A

G:= $\exists x \exists y\, (p(x,y) \rightarrow \forall z\, q(x,z))$

a. $\mathbf{I}_1$:= (dom $\mathbf{I}_1$, p_{I_1}, q_{I_1}) con dom($\mathbf{I}_1$):= {A,B}, p_{I_1}:= {(A,B)}, q_{I_1}:= {(A,B)}

b. $\mathbf{I}_2$:= (dom $\mathbf{I}_2$, p_{I_2}, q_{I_2}) con dom($\mathbf{I}_2$):= {A,B}, p_{I_2}:= {(A,A), (B,B)}, q_{I_2}:= {(A,A), (A,B)}

c. $\mathbf{I}_3$:= (dom $\mathbf{I}_3$, p_{I_3}, q_{I_3}) con dom($\mathbf{I}_3$):= {A}, p_{I_3}:= {(A,A)}, q_{I_3}:= {(A,A)}

d. $\mathbf{I}_4$:= (dom $\mathbf{I}_4$, p_{I_4}, q_{I_4}) con dom($\mathbf{I}_4$)= {A,B}, p_{I_4}:= {(A,B)}, q_{I_4}:= {(B,A)}

H:= $\exists y\, \neg\exists x\, (p(y) \leftrightarrow q(x,y))$

a. $\mathbf{I}_1$:= (dom$\mathbf{I}_1$, p_{I_1}, q_{I_1}) con dom($\mathbf{I}_1$)= {A,B}, p_{I_1}:= {A}, q_{I_1}:= {(A,B), (A,A)}

b. $\mathbf{I}_2$:= (dom$\mathbf{I}_2$, p_{I_2}, q_{I_2}) con dom($\mathbf{I}_2$)= {A,B}, p_{I_2}:= {A}, q_{I_2}:= {(A,B) , (B,A), (B,B)}

8. Dada la formula $\exists y\ \forall x\ (p(x) \vee r(y) \rightarrow q(x,y))$ y la interpretación *I:= (dom I, r_I, q_I, p_I) con dom(I):= {A,B}, r_I:= {A}, q_I:= {(A,B)}, p_I:= ¿?.* Completa p_I para que la fórmula sea **verdadera** bajo la interpretación *I*, si es posible.

Forma Normal de Skolem y Forma Clausal

9. Obténganse la forma normal de Skolem y la forma clausal de las siguientes fórmulas:
   a. $\exists X (p(X) \wedge (q(X) \vee \neg\exists Y\, r(X,Y)))$
   b. $\exists Z\ \forall X\ (\forall Y\ p(X,Y) \longrightarrow \forall X\ q(a,f(X),Z))$
   c. $\neg[\forall X\ (p(X) \leftrightarrow q(X)) \rightarrow \forall X\ (p(X) \rightarrow r(X))]$
   d. $\forall X\ [\exists Y\ (p(Y) \wedge q(Y) \wedge r(X,Y)) \longrightarrow \exists Y\ (p(Y) \wedge r(Y,X))\ ]$
   e. $\exists X\ [\forall Y\ (p(X, f(Y)) \rightarrow \forall Z\ q(Z)) \vee \neg\exists X\ \forall Y\ p(g(X),Y)\ ]$