

Sesión 4: Deducción Natural en Lógica de Proposiciones

1. Averiguar, mediante deducción natural, si el siguiente razonamiento es correcto:

Es necesario que me puedan multar para que guarde los límites de velocidad

Si guardo los límites de velocidad, entonces no me pueden multar y mantengo los puntos.

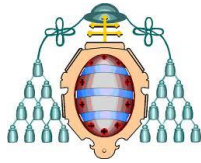
Por tanto, no guardo los límites de velocidad

2. Demuestra por Deducción Natural:

- $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q, p\} \vdash r$
- $\{p \rightarrow \neg q, ((\neg q \vee r) \rightarrow \neg s), p \wedge t\} \vdash \neg s$
- $\{p \rightarrow q, p \rightarrow r\} \vdash (p \rightarrow q \wedge r)$
- $\{p \rightarrow q\} \vdash (p \wedge r \rightarrow q \wedge r)$
- $\{p \rightarrow (q \leftrightarrow r)\} \vdash p \wedge q \rightarrow r$
- $\{p \vee q \rightarrow r\} \vdash (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
- $\{p \vee r \rightarrow q, \neg q\} \vdash \neg p$
- $\{s \vee \neg r \rightarrow q, p \rightarrow \neg q\} \vdash \neg (\neg r \wedge p)$
- $\{p \rightarrow q, \neg p \rightarrow \neg r\} \vdash r \rightarrow q$
- $\{p \wedge q \rightarrow r\} \vdash \neg r \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$
- $\{p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r\} \vdash q \vee s$
- $\{p \wedge (q \vee r)\} \vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $\{(p \vee s) \rightarrow (q \wedge r), \neg r \rightarrow q\} \vdash (p \vee \neg q) \rightarrow r$
- $\{p, (q \vee p) \wedge (p \rightarrow r), q \vee s\} \vdash r \vee s$
- $\{q \vee \neg r \leftrightarrow p, q \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow s\} \vdash p \wedge \neg r \rightarrow s$
- $\{p \rightarrow q \wedge r\} \vdash p \wedge q \leftrightarrow p \wedge r$
- $\{p \vee \neg r, \neg r \rightarrow s, \neg p\} \vdash s$
- $\{p \wedge \neg q, q \vee r\} \vdash r$
- $\{p \wedge q \wedge r, p \wedge r \rightarrow \neg s, s \vee t\} \vdash t$

3. Completa el siguiente esquema de deducción natural

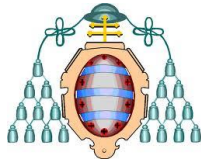
1.	$p \vee (q \wedge r)$	Premisa
2.		Supuesto
3.		
4.	$(p \vee r)$	$\vee\text{-I } 2$
5.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	
6.		
7.		Supuesto
8.	q	
9.	r	
10.		
11.	$p \vee r$	
12.		
13.		
14.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	



4. Completa la demostración por Deducción Natural del siguiente razonamiento:

$\{p \vee q \rightarrow s \wedge r, \neg s \leftrightarrow \neg r\} \vdash q \vee r \rightarrow s$

1.	$p \vee q \rightarrow s \wedge r$	Premisa
2.	$\neg s \leftrightarrow \neg r$	Premisa
3.		Supuesto
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		Supuesto
10.	$\neg s \rightarrow \neg r$	\leftrightarrow E 2
11.		Supuesto
12.		
13.		
14.		
15.		\rightarrow I 9-14
16.	s	
17.		\rightarrow I 3-16



Ejercicios de Exámenes

2012-2013

- a. $\{p \vee q \rightarrow s, r \rightarrow p \wedge s\} \vdash q \vee r \rightarrow s$
- b. $\{r \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg(p \wedge q)\} \vdash q \rightarrow (r \rightarrow s)$
- c. $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, \neg s \rightarrow \neg r\} \vdash p \rightarrow s$
- d. $\{p \rightarrow s, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s\} \vdash q \rightarrow \neg p$
- e. $\{q \wedge p \rightarrow t \wedge r, r \rightarrow p \wedge s, r \wedge s\} \vdash q \rightarrow p \wedge t$

2013-2014

- f. $\{\neg q \rightarrow s \wedge r, s \rightarrow \neg q, s \vee p, p \rightarrow \neg s\} \vdash r \vee q$
- g. $\{\neg r \rightarrow p \wedge \neg s, t \vee s, t \rightarrow q \vee r, \neg q \rightarrow \neg r\} \vdash q \vee r$
- h. $\{t \rightarrow p \vee s, p \rightarrow s, s \rightarrow \neg r, r\} \vdash \neg t$
- i. $\{p \rightarrow q \vee s, q \rightarrow t \wedge r, \neg r \rightarrow \neg p\} \vdash p \rightarrow r$

2014-2015

- j. $\{p \vee q \rightarrow s \wedge r, r \vee q \rightarrow s\} \vdash p \vee r \rightarrow s$
- k. $\{p \rightarrow s \vee q, p \rightarrow r \wedge t, t \vee q \rightarrow \neg(s \vee q)\} \vdash \neg p$

2015-2016

- l. $\neg q \rightarrow \neg p \vdash p \vee q \rightarrow q \vee r$
- m. $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, r \rightarrow s \wedge t, \neg s\} \vdash \neg p$
- n. $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg r\} \vdash (p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow \neg p)$
- o. $\{p \rightarrow r, \neg s \vee t \rightarrow \neg q\} \vdash q \wedge p \rightarrow s \wedge r$

2016-2017

- p. $\{p \vee q \rightarrow s \wedge t, \neg q \rightarrow p, s \rightarrow \neg r\} \vdash r \rightarrow q$
- q. $\{(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s), r \rightarrow s, p \wedge q\} \vdash s$
- r. $\{q \rightarrow s, \neg p \vee q, \neg t \rightarrow p\} \vdash s \vee t$
- s. $\{q \rightarrow \neg t, \neg p \vee q, \neg s, \neg t \vee \neg p \rightarrow s\} \vdash r$

2017-2018

- t. $\{p \vee r \rightarrow q \wedge t, \neg s \rightarrow \neg q\} \vdash r \wedge t \rightarrow s$
- u. $\{\neg r \rightarrow \neg q\} \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r \vee s)$

2018-2019

- v. $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r\} \vdash \neg(p \vee q)$
- w. $\{p \vee q, \neg r \rightarrow \neg p\} \vdash (q \rightarrow r) \rightarrow r$
- x. $\{p \wedge q \rightarrow s, \neg r \rightarrow \neg s\} \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- y. $\{p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, \neg s \rightarrow \neg r\} \vdash p \rightarrow s$

2019-2020

- z. $\{p \rightarrow q \wedge s, \neg q \rightarrow \neg r, p \vee \neg q\} \vdash \neg r \vee s$

2020-2021

- aa. $\{q \rightarrow r, \neg r \leftrightarrow \neg s\} \vdash q \vee s \rightarrow r$