COMPUTABILIDAD

1. ***(2 puntos)*** Completa los <u>6 huecos</u> del siguiente programa Programa While P de forma que su función semántica binaria sea la que se muestra. Se permiten las macros de la asignación, suma, resta y producto.

$$\varphi_P^{(2)}(x,y) = \begin{cases} x-y & si\ y>0 \wedge x>y \\ y-x & si\ y>0 \wedge x \le y \\ x & si\ y=0 \end{cases}$$

- ***0,4 puntos** los huecos 1 y 2*
- ***0,3 puntos** los huecos 3 y 5*
- ***0,3 puntos** los huecos 4 y 6*

```
begin
  X3 := (hueco1);
  X4 := succ(X4);
  X4 := (hueco2);
  X3 := X3 * X2;
  X4 := X4 * X2;
  while (hueco3)≠ X5 do
  begin
    X1 := X1 - X2;
    (hueco4);
  end
  while (hueco5)≠ X5 do
  begin
    X1 := X2 - X1;
    (hueco6);
end
```

2. ***(2 puntos)*** Determina la función semántica **ternaria** del siguiente programa while Q. Siendo P un programa while con k variables y cuya función semántica unaria es $\boldsymbol{\varphi_P^{(1)}(x) = f(x)}$.

```
begin
  X(k+1) := X1;
  X(k+2) := X2;
  X1 := X3;
  X2 := 0; … ; Xk := 0;
  P;
  while X(k+1) ≠ X(k+3) do
  begin
    X1 := X(k+2);
    X2 := 0; … ; Xk := 0;
    P;
    X(k+1) := 0;
  end
end
```

3. ***(1,5 puntos)*** Determina la función semántica **binaria** que computa la siguiente máquina de Turing (q0 estado inicial y qf único estado final).

```
(q0, 1, 0, D, q1)
(q1, 1, 0, D, q2)
(q1, 0, 0, I, q4)
(q2, 1, 0, D, q1)
(q2, 0, 0, D, q3)
(q3, 1, 0, H, qf)
(q4, 0, 0, I, q4)
```

4. ***(1,5 puntos)*** Dada una Máquina de Turing Mg=({0,1}, {p0,…,pf}, T_g, p0, {pf}) con función semántica unaria g(x), completa los <u>cinco huecos</u> de la siguiente Máquina de Turing Mf para que compute la función:

$$f(x,y) = \begin{cases} g(x) & si\ y = 0 \\ x + y + 1 & si\ y > 0 \end{cases}$$

Mf=({0,1}, ***(hueco1)***)

T_f:

(q0, 1, 1, D, q0)	(q2, ***(hueco3)***)	(q3, 0, 0, I, q4)
(q0, ***(hueco2)***)	(q2, 0, 0, I, q3)	(q4, 1, 1, I, q4)
(q1, 1, 1, D, q2)	(q3, ***(hueco4)***)	(q4, ***(hueco5)***)

5. Se pretende demostrar la irresolubilidad del siguiente problema: Dado un programa while P, determinar si la función semántica binaria asociada a P es $f(x,y) = 3xy$.

a) **(1,5 puntos)** Rellena los huecos que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

y definimos la macro A(X) a partir de él.

Hacemos ahora este programa P_d, que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase):

y cuya función semántica es:

Aplicando el teorema de parametrización, el código *d* se puede calcular mediante una función f(c,k) total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro F(X,Y) que la compute.

A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
 X1 := F(X1,X2);
 X1 := A(X1);
end
```

cuya función semántica es:

Dada la definición de P_d, esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, hemos encontrado una contradicción, ya que…

, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0.5 puntos)** Demuestra la irresolubilidad del problema utilizando el Teorema de Rice (se permite usar todas las macros vistas en clase).

6. ***(1 punto, pero si la respuesta es incorrecta resta 0,3 puntos)*** Consideramos 'e' tal que $\varphi_e(x, y, z) = x^y + 2yz$ Basándonos en el teorema de parametrización, ¿cuál de las siguientes opciones podemos asegurar?

   a. La función $g(x) = x^3 + 12$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 3, 4)$
   b. La función $g(y) = 2^y + 6y$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 2, 3)$
   c. La función $g(z) = 9 + 4z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_1^2(e, 3, 2)$
   d. La función $g(x, y) = 9 + 4z$ es computable y el código del programa que la computa es $S_2^1(e, 3, 2)$