Computabilidad

Apellidos, Nombre:……………………………………………….DNI:…………

LÓGICA

1. ***(1 punto)*** Formaliza el siguiente enunciado en el lenguaje de la **Lógica de proposiciones**, indicando las proposiciones empleadas:”

   “Es necesario reducir el uso de combustibles fósiles para reducir las emisiones de CO_2 y frenar la emergencia climática, si la humanidad quiere sobrevivir”.

2. ***(1,5 puntos)*** Formaliza el siguiente enunciado en el lenguaje de la **Lógica de predicados**:

   “Es suficiente actuar en algún escenario para ser un showman, pero hay showman muy conocidos que actúan en todos los escenarios”.

   Utiliza los siguientes predicados: A(X,Y): X actúa en Y, C(X): X es muy conocido, E(X): X es un escenario, S(X): X es un showman.

3. ***(1,5 puntos)*** Evalúa la siguiente fórmula bajo la interpretación dada:

$$\neg\exists X\left(\left(p(X) \vee q(a,X)\right) \rightarrow \forall Y\left(q(X,a) \wedge \neg p\left(f(X,Y)\right)\right)\right)$$

   Interpretación:

   Dominio$_I$ = {0, 1}; **p_I(X) =** “X < 1”; **q_I(X,Y) =** “X = Y”; **f_I(X,Y) =** max{X,Y}; **a_I=**1

   En base al resultado obtenido, ¿podemos afirmar algo acerca de la validez de la fórmula? ¿Y acerca de su insatisfacibilidad? **Justifica todas las respuestas.**

4. ***(2,5 puntos)*** Demuestra la corrección del siguiente razonamiento mediante **Deducción Natural**.

$$\{\forall X(r(X)\rightarrow q(X)), \exists X(p(X)\wedge\neg q(X))\} \vDash \exists X(p(X)\wedge\neg r(X))$$

5. ***(2,5 puntos)*** Demuestra, utilizando **resolución**, la corrección del siguiente razonamiento. **Justifica tu respuesta**.

$$\{(p \vee s) \rightarrow (q \wedge r), \neg r \rightarrow q\} \vdash (p \vee \neg q) \rightarrow r$$

6. ***(1 punto, pero si la respuesta es incorrecta resta 0,3 puntos)*** Sean C_1 y C_2 las cláusulas:

$$C_1 = p\big(X, f(X)\big) \vee \neg q(X,Y), \qquad C_2 = \neg p\big(f(a), f(b)\big) \vee q\big(f(Z), f(Y)\big)$$

   Determinar cuál de las siguientes respuestas es correcta:

   a) Las cláusulas tienen dos posibles resolventes: $\neg q(X,Y) \vee q(f(Z), f(Y))$ y $p(X, f(X)) \vee \neg p\big(f(a), f(b)\big)$

   b) El único resolvente es: $p\left(f(Z), f\big(f(Z)\big)\right) \vee \neg p\big(f(a), f(b)\big)$

   c) A partir de estas cláusulas, se obtiene la cláusula vacía (□)

   d) No se puede obtener ningún resolvente a partir de estas cláusulas.

Computabilidad

Apellidos, Nombre:……………………………………………………DNI:…………

COMPUTABILIDAD

1. **(1,25 puntos)** Indica cuáles serían las funciones semántica **<u>unaria</u>** y **<u>binaria</u>** del siguiente programa while P:

```
begin
 while X1 ≠ X4 do
 begin
  X3 := X1;
  X1 := X1 ∸ X2;
 end
 X3 := X2 ∸ X3;
 while X3 ≠ X4 do
 begin
  X3 := succ(X3);
 end
 X1 := X1 + X2;
end
```

2. **(2 puntos)** Sea P1 un programa while con exactamente 4 variables, y P2 un programa while con exactamente 6 variables. Constrúyase un programa while P, utilizando los programas P1 y P2, cuya función ternaria semántica sea:

$$\boldsymbol{\varphi_P^{(3)}(x,y,z)} = \begin{cases} \left(\boldsymbol{\varphi_{P1}}\left(\boldsymbol{\varphi_{P2}(x,z)}\right)\right) * \boldsymbol{y} & \boldsymbol{si\ z > 0} \\ \perp & \boldsymbol{si\ z = 0} \end{cases}$$

Nota: Se permiten **<u>únicamente</u>** las macros de asignación, suma, resta y multiplicación.

3. **(2 puntos)** Constrúyase una Máquina de Turing Mf cuya función semántica unaria sea:

$$f(x) = g(2x)$$

utilizando una Máquina de Turing Mg cuya función semántica binaria es g(x,y) y de la que únicamente sabemos que su estado inicial es q0, su conjunto de estados es Q={q0, q1, ..., q6}, y su único estado final es q6. **Indicar, para cada transición, un breve comentario explicando para qué sirve.**

4. **(1 punto)** Determina la función semántica **<u>binaria</u>** que computa la siguiente Máquina de Turing M=({0,1}, {q0,q1,q2,q3,q4,q5,qf}, T, q0, {qf}).

(q0, 1, 0, D, q1)	(q2, 1, 1, D, q3)	(q4, 1, 0, D, q4)
(q1, 1, 1, D, q2)	(q3, 1, 1, D, q3)	(q4, 0, 0, H, qf)
(q1, 0, 0, D, q5)	(q3, 0, 0, D, q4)	(q5, 1, 0, H, qf)

5. Se pretende demostrar la irresolubilidad del problema de decidir si la función semántica binaria de un programa while P está definida sí y solo sí ambas entradas son mayores de 5.

a) **(2 puntos)** Rellena los **5 huecos** que faltan en el proceso de demostración por reducción:

Suponemos que existe un algoritmo A cuya función semántica es:

(Hueco 1)

y definimos la macro A(X) a partir de él.

Hacemos ahora este programa P_d, que nos permitirá más adelante reducir el problema de la parada (se permite usar todas las macros vistas en clase, incluidos macro-test):

(Hueco 2)

y cuya función semántica es:

(Hueco 3)

Aplicando el teorema de parametrización, el código d se puede calcular mediante una función f(c,k) total y computable. Dado que es total y computable, se puede definir una macro F(X,Y) que la compute.

A partir de las macros A y F podemos ahora definir el siguiente programa:

```
begin
 X1 := F(X1,X2);
 X1 := A(X1);
end
```

cuya función semántica es:

(Hueco 4)

Dada la definición de P_d, esta función es equivalente a la función característica del problema de la parada. Por tanto, **(Hueco 5)**, por lo que nuestro problema es irresoluble.

b) **(0,75 puntos)** Demuestra, utilizando el Teorema de Rice, que el problema descrito en el apartado anterior es irresoluble (se permite usar todas las macros vistas en clase, incluidos macro-test).

6. **(1 punto, incorrecta resta 0.3)** El Teorema de Parametrización nos garantiza que:

a) Existe una función φ^j de aridad j capaz de computar todas las funciones semánticas de aridad $j-1$

b) Si f es una función total y computable, existe un número natural e tal que $\varphi_e = \varphi_{f(e)}$

c) Dado un programa P, el código de un programa en el que se reemplazan variables de entrada de P por valores constantes, es siempre computable.

d) Si podemos reducir el problema de la parada a otro problema, entonces éste último es irresoluble