Apellidos, Nombre:……………………………………………………DNI:…………

1. **(2 puntos)** Sea un programa P1, que utiliza exactamente k variables, y cuya función unaria semántica es $\varphi_{P1}^{(1)}(x) = g(x)$. Completa las <u>TRES</u> instrucciones que faltan en el siguiente programa while P, de tal forma que su función unaria semántica sea:

$$\varphi_P^{(1)}(x) = \sum_{i=1}^{x} g(i)$$

<u>Nota:</u> se permite utilizar la macro de la suma y de la asignación.

```
begin
 Xk+1 := X1;
 Xk+2 := 0;
 Xk+3 := 0;
 while Xk+2 != Xk+1 do
  begin
  Xk+2 := succ(Xk+2)
  X1 := Xk+2;
  X2 := 0; X3 := 0; … ; Xk := 0;
  P1;
  Xk+3 := Xk+3 + X1;
  end
X1 := Xk+3;
end
```

2. **(1,25 puntos)** Construye una expresión para el test $\neg((X \leq Y) \wedge (Y < Z))$, de tal forma que la expresión devuelva un número mayor que 0 si el test es verdadero y 0 si es falso.

$$E_T = \left(1 \dot{-} \left(\left(1 \dot{-} (X \dot{-} Y)\right) * (Z \dot{-} Y)\right)\right)$$

3. **(1,75 puntos)** Indica la función **<u>binaria</u>** semántica de la siguiente máquina de Turing, siendo q0 su estado inicial y f su único estado final.

q0 0 0 D q1	q2 1 0 I q3	q4 0 0 D q5
q0 1 1 D q0	q3 0 0 I q4	q4 1 1 I q4
q1 0 1 I q2	q3 1 1 I q3	q5 0 0 H f
q1 1 1 D q1		q5 1 0 D q0

$$\varphi^{(2)}(x, y) = \begin{cases} y + 1 & x < y \\ \perp & x \geq y \end{cases}$$

4. **(1,75 punto)** Rellénense los CUATRO huecos de modo que la MT compute la siguiente función:

$$f(x) = 3x$$

(q0, 1, 0, D, q1)	(q2, 0, 0, D, q3)	(q5, 1, 1, I, q5)
(q1, 1, 0, D, q2)	(q3, 1, 1, D, q3)	(q5, 0, 0, I, q6)
(q1, 0, 0, H, qf)	(q3, 0, 1, D, q4)	(q6, 1, 1, I, q6)
(q2, 1, 1, D, q2)	(q4, 0, 1, I, q5)	(q6, 0, 1, D, q1)

5. Queremos determinar la irresolubilidad del siguiente problema **C**: "Dado un programa while P, determinar si la función unaria asociada a P está definida sí y solo sí su entrada es mayor o igual que 10". Responde a los siguientes ejercicios:

a) **(0,5 puntos)** Construye un posible programa que más adelante nos permita reducir el problema de la parada al problema **C**.

```
begin
 X2 := U(c, k);
 while X1 < 10 do
  X1 := X1;
end
```

b) **(0,5 puntos)** Indica la función unaria semántica del programa construido en el apartado a).

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{si el programa } P_c \text{ para con entrada } k \text{ y } x \geq 10 \\ \perp & \text{si no} \end{cases}$$

c) **(0,5 puntos, pero una respuesta incorrecta resta 0,2 puntos)** ¿Cómo utilizaría el método de reducción el programa del apartado a) para demostrar la irresolubilidad del problema **C**? Marca la única respuesta correcta:

✓ Si tuviésemos un algoritmo (macro) **A** que resuelve el problema **C**, aplicándola al número que codifica el programa, dicho algoritmo podría resolver también el problema de la parada, que sabemos que es irresoluble, lo cual nos lleva a una contradicción, y por lo tanto **A** no puede existir.

- ☐ Ejecutando el programa se resolvería directamente el problema de la parada. Como sabemos que el problema de la parada es irresoluble, esto nos lleva a una contradicción y por tanto **C** es irresoluble.
- ☐ Si tuviésemos un algoritmo (macro) **A** que resuelve el problema de la parada, aplicándola al número que codifica el programa, dicho algoritmo podría resolver también el problema **C**, lo cual nos lleva a una contradicción.

d) **(0,75 puntos, pero una respuesta incorrecta resta 0,25 puntos)** Queremos demostrar, utilizando el Teorema de Rice, que el problema **C** es irresoluble. Para aplicarlo, necesitamos construir dos programas while Q1 y Q2. Marca la única respuesta que nos permitiría aplicar el Teorema de Rice:

☐	✓	☐

Q1:
begin
while (X1≥10) do
X1:=succ(X1);
end
 	
Q2:
begin
while (X1<10) do
X1:=succ(X1);
end
	Q1:
	begin
	while (X1<10) do
	X1:=pred(X1);
	end
	
	Q2:
	begin
	X1:=20;
	end
		Q1:
		begin
		while (X1<10) do
		X1:=0;
		end
		
		Q2:
		begin
		X2:=X1;
		while (X2≥10) do
		X2:=0;
		while (X1<10) do
		X2:=succ(X2);
		end

6. **(1 punto)** Sea un programa while P cuyo código es ‘e’ y su función semántica ternaria es $\varphi_e(x,y,z) = \varphi_x(z) + 2\,z^y$. Queremos construir un programa while P2 cuya función unaria semántica sea igual a $\varphi_a(z) = \varphi_{e1}(z) + 2\,z^3$, siendo e1 una constante. ¿cómo se podría calcular el código ‘a’ de este programa? ¿se podría calcular para cualquier valor de e1?

Se puede calcular mediante el teorema de parametrización como:
$\varphi_a(z) = \varphi_{S_1^2(e,e1,3)}(z) = \varphi_e(e1,3,z) = \varphi_{e1}(z) + 2z^3$
Dado que la función S_1^2 es total, se podría calcular para cualquier valor de e1.