Ejercicio 6.1 *Calcule una aproximación del mínimo de* $g(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$, $x \in [\pi, 2\pi]$ *aplicando dos iteraciones del método de la sección de oro. ¿Cuántas iteraciones del método garantizan que el valor que hace mínima la función está en un intervalo de longitud menor que una centésima?*

$$[\pi, 2\pi] = [a_1, b_1] \qquad \Delta_1 = \pi$$

reducir el intervalo en el siguiente paso a (por lo menos)

$$\Delta_2 = \frac{\Delta_1}{\Phi} = 1.941611038725466$$

y se eligen los puntos c_1, d_1

$$c_1 = b_1 - \Delta_2 = 4.3415 \qquad d_1 = a_1 + \Delta_2 = 5.0832$$

Al evaluar la función en los puntos $[g(a_1), g(c_1), g(d_1), g(b_1)]$

$$[0.0000, -0.2147, -0.1834, 0.0000]$$

y se elimina un intervalo, nos queda

$$[a_2, b_2] = [a_1, d_1] \qquad \Delta_2 = 1.941611038725466$$

$$\Delta_3 = \frac{\Delta_2}{\Phi} = 1.199981614864327$$

y se eligen los puntos c_2, d_2

$$c_2 = b_2 - \Delta_3 = 3.141592653589793; \quad d_2 = a_2 + \Delta_3 = 4.341574268454120$$

Al evaluar la función $[g(a_2), g(c_2), g(d_2), g(b_2)]$

$$[0.0000, -0.1739, -0.2147, -0.1834]$$

y eliminar un intervalo nos queda

$$[a_3, b_3] = [c_2, b_2] = [3.8832, 5.0832] \qquad \Delta_4 = 0.741629423861140$$

Ejercicio 6.2 *Realice una iteración del método de máxima pendiente para calcular*

$$\min_{(x,y)\in\mathbb{R}^2} \frac{x^4 + y^4 + 2xy}{4}$$

partiendo del punto $\mathbf{x}^0 = (1,\ 0)$. *Utilice un paso del método de la sección de oro para resolver* $\min_{\lambda\geqslant 0} f(\mathbf{x}^k + \lambda \mathbf{d}^k)$ *considerando que* $\lambda \in [0, 1]$.

$\mathbf{x}^0 = (1,\ 0)$ $\mathbf{d}^0 = -\nabla f(\mathbf{x}^0) = (-1, -0.5)$

Calculamos λ_0

$$\min_{\lambda \geqslant 0}\ f(\mathbf{x}^0 + \lambda \mathbf{d}^0)$$

por el método del número de oro

$$[0, 1] = [a_1, b_1] \qquad\qquad \Delta_1 = 1$$

reducir el intervalo en el siguiente paso a (por lo menos)

$$\Delta_2 = \frac{\Delta_1}{\Phi} = 0.6180$$

y se eligen los puntos $c_1,\ d_1$

$$c_1 = b_1 - \Delta_2 = 0.3820 \qquad\qquad d_1 = a_1 + \Delta_2 = 0.6180$$

Al evaluar la función en los puntos $[g(a_1), g(c_1), g(d_1), g(b_1)]$

$$[0.2500, -0.0222, -0.0514, 0.0156]$$

y se elimina un intervalo, nos queda

$$[a_2, b_2] = [c_1, b_1] = [0.3820, 1] \qquad\qquad \lambda_0 = 0.6910$$

$$\mathbf{x}^1 \ = \ \mathbf{x}^0 + \lambda_0 \mathbf{d}^0 = (0.3090, -0.3455)$$

Ejercicio 6.3 *Realice dos iteraciones del método del gradiente conjugado (o método de Fletcher-Reeves) para calcular*

$$\min_{(x,y)\in\mathbb{R}^2}\ \frac{1}{4}(x^4 + y^4 + 2xy)$$

partiendo del punto $\mathbf{x}^0 = (1,\ 0)$*. Utilice un paso del método de la sección de oro para*

$$\min_{\lambda} f(\mathbf{x}^k + \lambda \mathbf{d}^k)$$

suponiendo que $\lambda \in [0, 1]$.

$\mathbf{x}^0 = (1,\ 0) \qquad \mathbf{d}^0 = -\nabla f(\mathbf{x}^0) = (-1, -0.5)$

Calculamos λ_0

$$\min_{\lambda \geqslant 0}\ f(\mathbf{x}^0 + \lambda \mathbf{d}^0)$$

por el método del número de oro, en este caso es el mismo que en el ejercicio de máximo descenso luego

$$\mathbf{x}^1 \ = \ \mathbf{x}^0 + \lambda_0 \mathbf{d}^0 = (0.3090, -0.3455)$$

$$\mathbf{d}^1 = -\nabla f(\mathbf{x}^1) + \frac{\|\nabla f(\mathbf{x}^1)\|^2}{\|\nabla f(\mathbf{x}^0)\|^2}\mathbf{d}^0 = (0.1166, -0.1266)$$

$$[0,1] = [a_1, b_1] \qquad \Delta_1 = 1$$

reducir el intervalo en el siguiente paso a (por lo menos) $\Delta_2 = \frac{\Delta_1}{\Phi} = 0.6180$

y se eligen los puntos $c_1 = b_1 - \Delta_2 = 0.3820 \qquad d_1 = a_1 + \Delta_2 = 0.6180.$

Al evaluar la función en los puntos $[g(a_1), g(c_1), g(d_1), g(b_1)]$

$$[-0.0475, -0.0597, -0.0674, -0.0798]$$

y se elimina un intervalo, nos queda

$$[a_2, b_2] = [d_1, b_1] = [0.6180, 1] \qquad \lambda_1 = 0.8090$$

$$\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1 + \lambda_1 \mathbf{d}^1 = (0.4033, -0.4479)$$