Acotaciones de los errores para los distintos métodos. Las hipótesis que debe cumplir la función para aplicar los métodos debes conocerlas.

Polinomio de interpolación de grado n

$$|f(x)-P_n(x)| \le \frac{K_n}{(n+1)!} |(x-x_0)\cdots(x-x_n)|, \quad K_n = \max_{t\in[a,b]} |f^{(n+1)}(t)|$$

Polinomio de interpolación de grado n, en los nodos de Chebyshev

$$|f(x) - P_n(x)| \le \frac{2K_n}{(n+1)!} \left(\frac{b-a}{4}\right)^{n+1}, \quad K_n = \max_{t \in [a,b]} |f^{(n+1)}(t)|$$

Interpolación lineal a trozos

$$\max_{x \in [x_0, x_n]} |f(x) - p(x)| \le \frac{M}{8} h^2, \quad h = \max_{i = 0, \dots, n-1} (x_{i+1} - x_i), \quad M = \max_{\xi \in [x_0, x_n]} |f^{(ii)}(\xi)|$$

Spline cúbico

$$\max_{x \in [x_0, x_n]} |f(x) - s(x)| \le \frac{5M}{384} h^4, \quad h = \max_{i = 0, \dots, n-1} (x_{i+1} - x_i), \quad M = \max_{\xi \in [x_0, x_n]} |f^{(iv)}(\xi)|$$

Regla de cuadratura simple: Punto medio

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx hf\left(\frac{a+b}{2}\right), \qquad |\varepsilon| \leq M \frac{(b-a)^{3}}{24}, \quad M = \max_{t \in [a,b]} |f^{(ii)}(t)|$$

Regla de cuadratura simple: Trapecio

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{2} \left(f(a) + f(b) \right), \qquad |\varepsilon| \leq M \frac{(b-a)^{3}}{12}, \quad M = \max_{t \in [a,b]} |f^{(ii)}(t)|$$

Regla de cuadratura simple: Simpson

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right), \qquad |\varepsilon| \leq M\frac{(b-a)^5}{2880}, \quad M = \max_{t \in [a,b]} |f^{(iv)}(t)|$$

Regla de cuadratura compuesta: Trapecio

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{2} \left(f(a) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b) \right), \qquad |\varepsilon| \leq (b-a)M \frac{h^2}{12}, \quad M = \max_{t \in [a,b]} |f^{(ii)}(t)|, \quad h = \frac{b-a}{n}$$

Regla de cuadratura compuesta: Simpson n = 2m,

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left(f(a) + 2 \sum_{j=1}^{m-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{m} f(x_{2j-1}) + f(b) \right), \qquad |\varepsilon| \leq (b-a)M \frac{h^4}{180}, \quad M = \max_{t \in [a,b]} |f^{(iv)}(t)|, \quad h = \frac{b-a}{2m}$$

Temas 4 y 5. A. Palacio