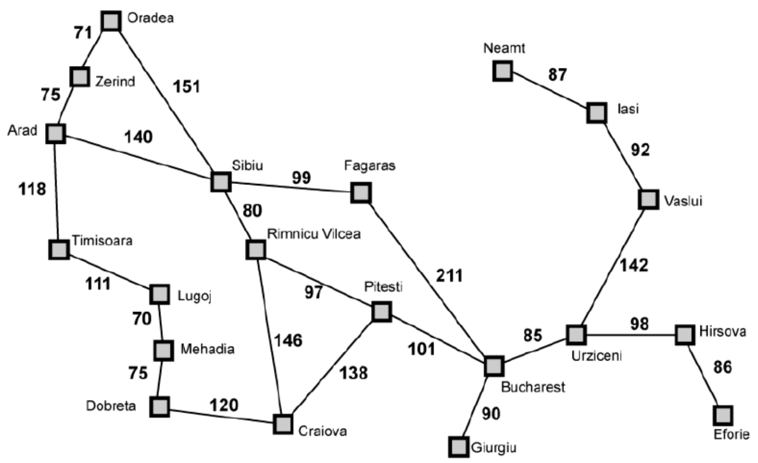
BI-ZUM Úlohy 3. Týden

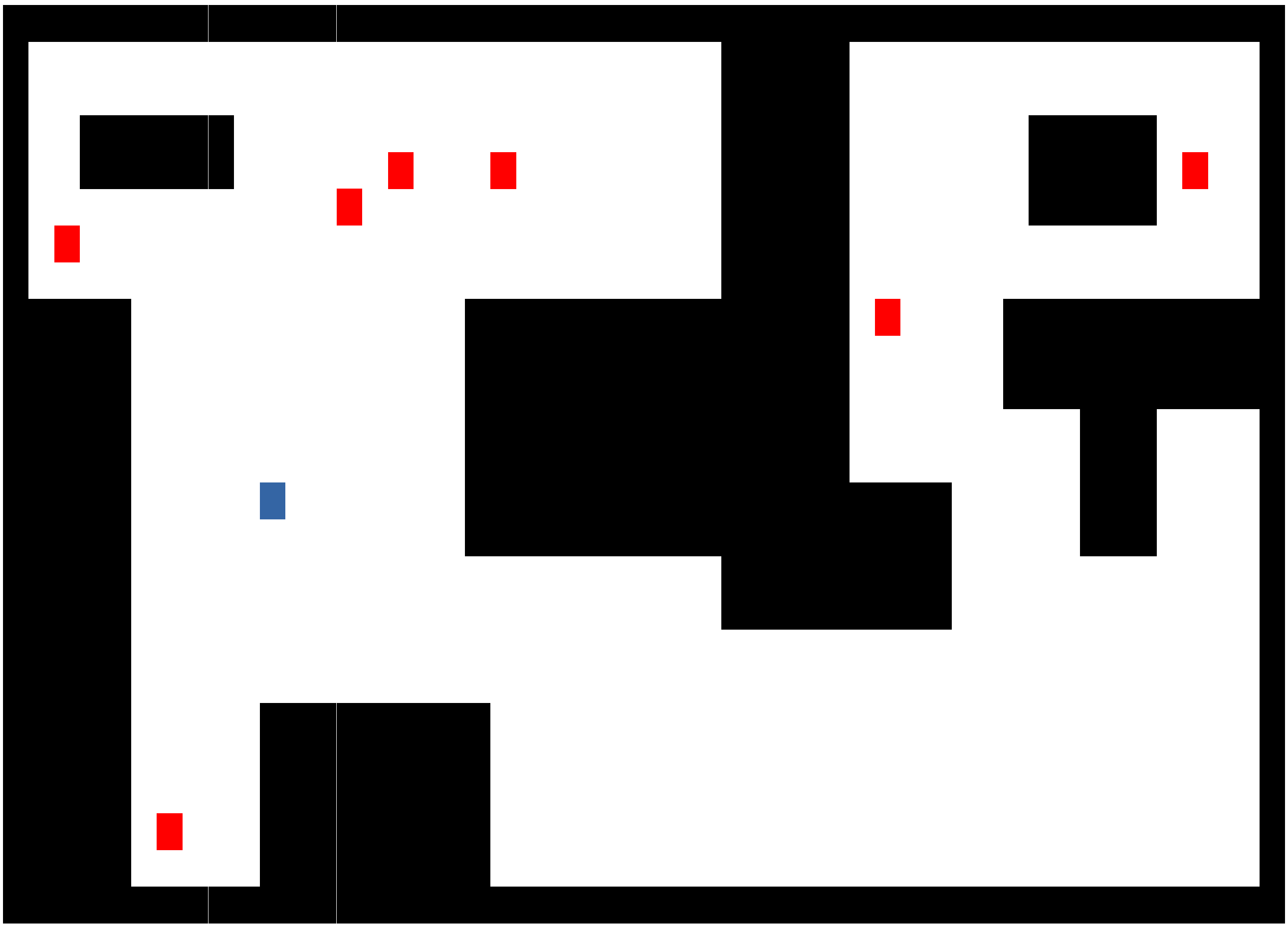
1. Je dána mapa rumunských měst se vzdálenostmi mezi městy po silnici, a dále tabulka vzdušných vzdáleností jednotlivých měst od Bukurešti (Bucharest). Demonstrujte činnost algoritmu
a) Greedy search (hladové prohledávání) **(1/2 bodu)**
b) Dijkstra (**1/2 bodu)**
na úloze hledání cesty z města Mahada do Bukurešti.



Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	**366**
Bucharest	**0**
Craiova	**160**
Dobreta	**242**
Eforie	**161**
Fagaras	**178**
Giurgiu	**77**
Hirsova	**151**
Iasi	**226**
Lugoj	**244**
Mehadia	**241**
Neamt	**234**
Oradea	**380**
Pitesti	**98**
Rimnicu Vilcea	**193**
Sibiu	**253**
Timisoara	**329**
Urziceni	**80**
Vaslui	**199**
Zerind	**374**

2. Je dána mřížková mapa. Robot se může pohybovat na volných polích (pole vybarvená šedě), černé jsou zdi. Bedny jsou červené, robot je modrý.



Robot má sesbírat všechny bedny umístěné na mapě. Předpokládejte, že robot uveze najednou vždy více beden, než je počet beden na mapě, může tedy všechny bedny sesbírat bez toho, že by bedny sebrané dříve musel někde složit. Bedny by měl sesbírat tak, aby jeho celková trasa pohybu byla co nejkratší a k hledání trasy použít algoritmus A*.
Uvažujte:

a) manhattanskou vzdálenost
b) euklidovskou vzdáleností
c) druhou mocninu euklidovské vzdáleností.

Odpovězte na tyto otázky:
1. Která z variant a), b), c) představuje přípustnou heuristiku?
2. Která z variant a), b), c) je pro řešení problému nejvhodnější?

1 bod

3. Dokažte, že pokud je heuristika monotónní, pak je i přípustná. Vymyslete heuristiku, která je přípustná, ale není monotónní.

1 bod

,

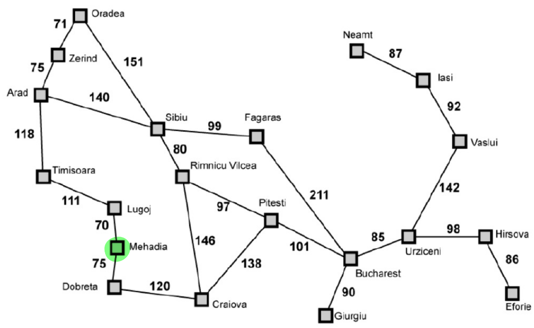
①

a) Greedy

= otevřený

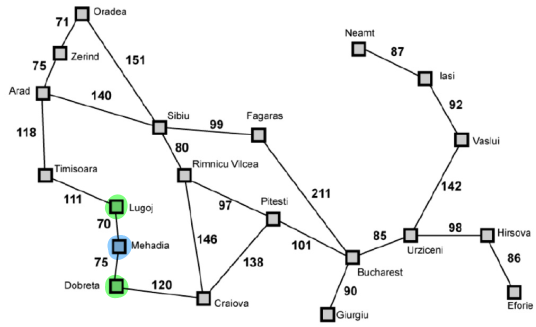
= uzavřený

Vybírá otevřený uzel s nejmenší vzdušnou vzdáleností, ten uzavře a otevře všechny jeho sousedy.



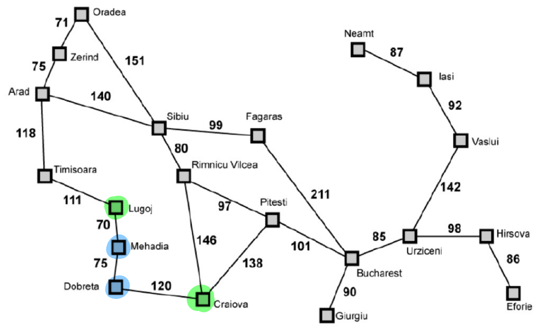
Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



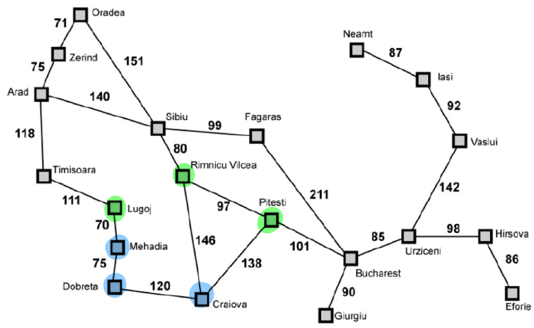
Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



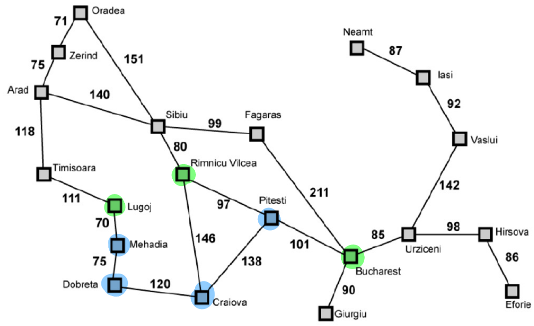
Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



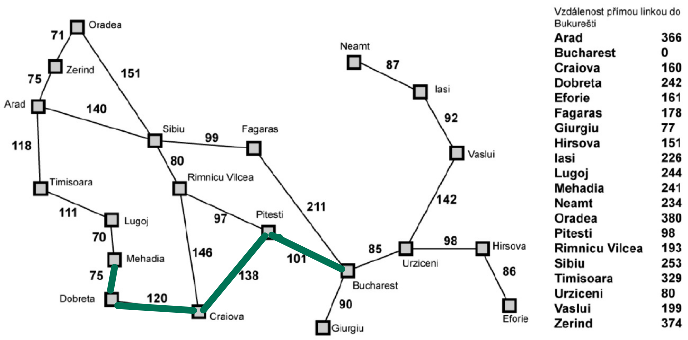
Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

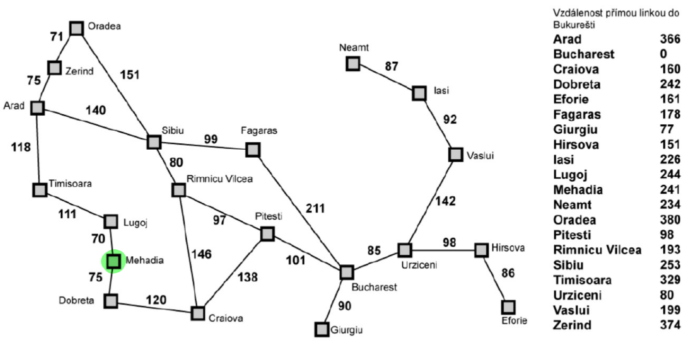


Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



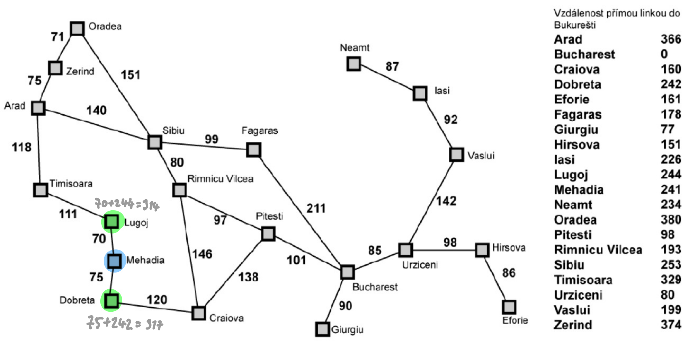
b) A*

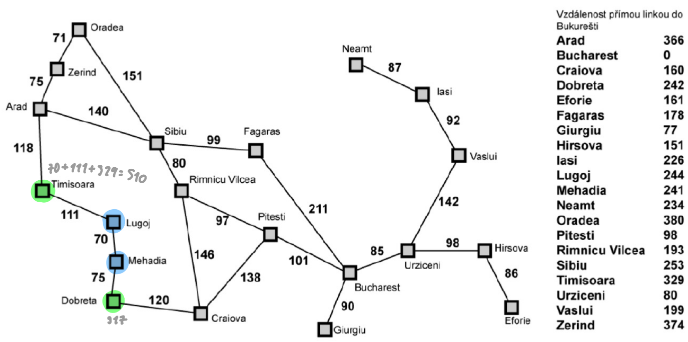


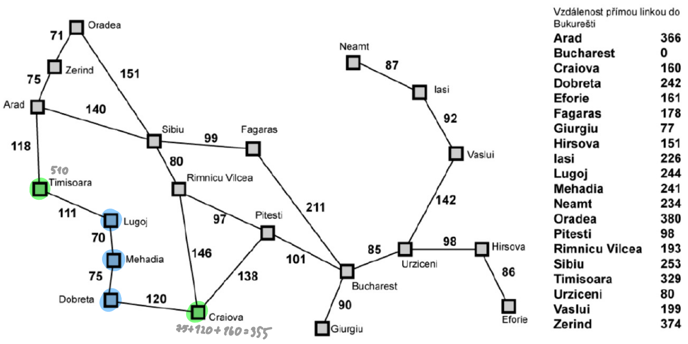
= otevřený

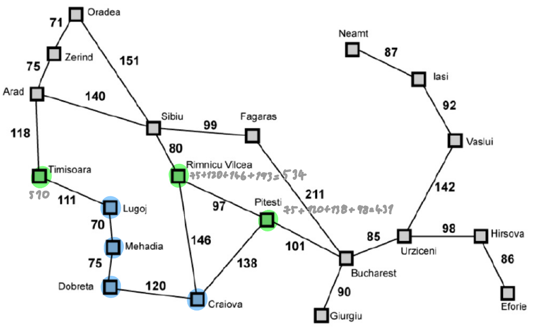
= uzavřený

Vybírá otevřený uzel s nejmenší dosaženou vzdáleností sečtenou se vzdušnou vzdáleností, ten uzavře a otevře všechny jeho sousedy



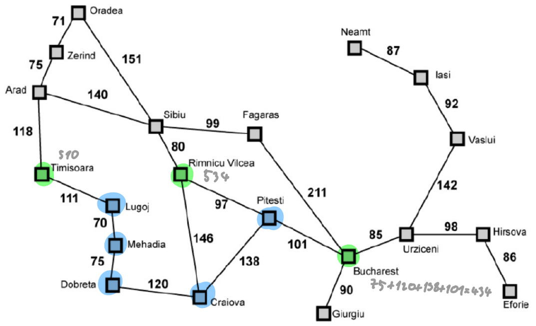






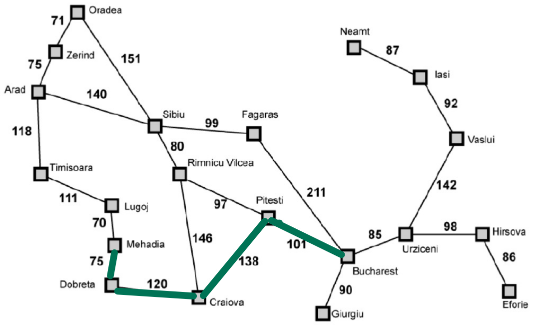
Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



Vzdálenost přímou linkou do Bukurešti

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

2

1) přípustná heuristika $h(n)$ je taková, pro kterou platí $h(n) \leq c(n)$, kde $c(n)$ je nejmenší cesta

a) Manhattanská vzdálenost – pokud se robot pohybuje pouze nahoru, dolu, doprava a doleva, je minimální cesta jistě stejně dlouhá nebo delší, a tedy je přípustná

b) Euklidovská vzdálenost – minimální cesta je určitě stejně dlouhá nebo delší než přímá vzdálenost a tedy je přípustná

c) Druhá mocnina – protože minimální cesta se může rovnat euklidovské vzdálenosti, může se stát, že druhá mocnina vzdálenosti bude delší než minimální cesta, což porušuje podmínku a tedy není přípustná

2) Nejvhodnější je Manhattanská vzdálenost, protože nejlépe aproximuje minimální cestu. Euklidovská vzdálenost ji moc zkracuje a druhá mocnina není přípustná.

3

a)

monotónní heuristika je taková, že $h(x) \leq d(x,y) + h(y)$, kde (x,y) je hrana v grafu a $d(x,y)$ je délka této hrany

monotónní heuristika $\Rightarrow$ přípustná heuristika

důkaz: Nechť x_1, x_n je optimální cesta z x_1 do x_n tvořena vrcholy $x_1, x_2, \dots x_n$

Předpokládáme že je je monotónní, tedy platí

$$h(x_1) \leq d(x_1; x_2) + h(x_2)$$

$$h(x_1) - h(x_2) \leq d(x_1, x_2)$$

po sečtení přes všechny vrcholy cesty, tedy

$$\sum_{j=1}^{n-1} h(x_j) - h(x_{j+1}) \leq \sum_{j=1}^{n-1} d(x_j, x_{j+1})$$

$$h(x_1) - h(x_2) + h(x_2) - h(x_3) + \dots + 0 \leq d(x_1, x_2) + d(x_2, x_3) + \dots$$

$$h(x_1) \leq d(x_1; x_n)$$

což je definice přípustné heuristiky Q.E.D. $\blacksquare$

b) Aby nebyla heuristika monotónní, musí platit $h(x_1) - h(x_2) > d(x_1, x_2)$, tedy rozdíl mezi dvěma vrcholy musí být větší než délka jejich cesty, ale musí být stále přípustná, tedy hodnoty musí být menší nebo rovny optimální cestě.

Stačí, když na cestě bude hodnota vrcholu v průběhu cesty menší než délka optimální cesty a rozdíl mezi hodnotami bude větší než cesta mezi nimi.

příklad: