

Segmentace obrazu s využitím metody Graph-Cut

Miroslav Jiřík

Katedra kybernetiky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni



DEPARTMENT OF
CYBERNETICS



26. dubna 2012

Obsah

- 1 Úvod
- 2 Kriteriaální funkce
- 3 Princip konstrukce a řezu grafu
- 4 Implementace
- 5 Aplikace metody graph-cut

Historie

- 1989 - D.M.Greig, B.T Poteous a A.H.Seheult [BVZ01]
- Binární obraz
- Ford-Fulkersonův algoritmus pro nalezení maximálního toku
- 2001 - Boykov, Kolmogorov, Jolly ([BJ01] [BVZ01])



Obrázek: Původní obraz, binární obraz zatížený 25% šumem, a obraz restaurovaný pomocí MAP (Maximum A posteriori Probability), převzato z [GPS89]

Segmentační metody

- Prahování (Thresholding)
- Hrany (Edge based)
- Oblasti (Region based)
- Narůstání oblastí (Region growing)
- Deformovatelné modely (Active Contour Models)
 - Snakes
 - Geodesic Contours
 - Level-sets
 - Active Shape Model

Prahování (Thresholding)

1	1	1	2	1	1	2	1
2	1	2	1	1	1	1	1
2	1	1	7	8	9	1	2
1	2	1	7	8	9	2	1
1	1	1	7	8	9	1	1
2	1	2	1	1	1	1	2

Narůstání oblastí (Region Growing)

0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	7	8	9	6	7
0	1	2	7	8	9	6	7
0	1	2	7	8	9	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7

Narstn oblast (Region Growing)

7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	3	3	3	3	3
7	6	5	3	3	3	3	3
7	6	5	3	3	3	3	3
7	6	5	3	3	3	3	3

Vlastnosti zmíněných metod

- Závislé na počátečních podmínkách
- Často nelze vyjádřit kritériální funkci
- Naleznou pouze lokální extrém
- Nelze vždy zobecnit do 3D

Kriteriální funkce

$$C(\mathbf{L}) = \lambda \cdot R(\mathbf{L}) + B(\mathbf{L})$$

- $R(\mathbf{L})$ váží oblast (region)
- $B(\mathbf{L})$ váží okraje segmentace(boundary), penalizuje samostatné pixely
- λ váží vliv oblasti a okraje na výsledné kritérium

$$R(\mathbf{L}) = \sum_{p \in P} R_p(\mathbf{L}_p)$$

$$B(\mathbf{L}) = \sum_{\{p,q\} \in N} B_{\{p,q\}} \cdot \delta(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q)$$

$$\delta(\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_q) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \mathbf{L}_p \neq \mathbf{L}_q \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Možný návrh kritériální funkce

$$C(\mathbf{L}) = R(\mathbf{L}) + B(\mathbf{L})$$

$R(\mathbf{L})$ je míra vzdálenosti každého pixelu k barevnému prototypu dané třídy $c(k)$

$$R(\mathbf{L}) = \sum_{[m,n] \in Image} \underbrace{(f(m,n) - c(k))^2}_{D_c}$$

$B(\mathbf{L})$ je ohodnocení sousedství třídy i a j

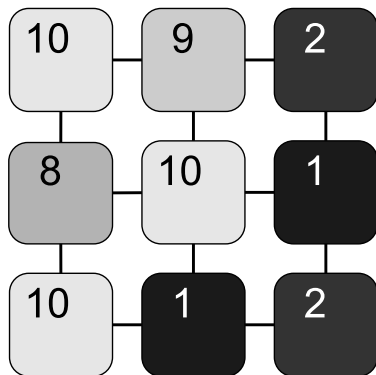
$$B(\mathbf{L}) = \sum S_c(i,j)$$

$$S_c(i,j) = \begin{cases} 0, & i = j \\ \gamma, & i \neq j \end{cases} \quad S_c = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \\ \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

Matice D_c



Ukázky výpočtu kritéria

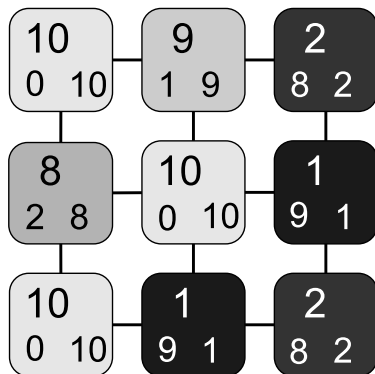


$$\lambda = 1$$

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{size}(D_c) = 3 \times 3 \times 2$$

Ukázky výpočtu kritéria

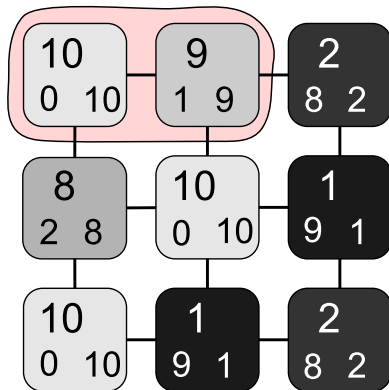


$$\lambda = 1$$

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{size}(D_c) = 3 \times 3 \times 2$$

Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

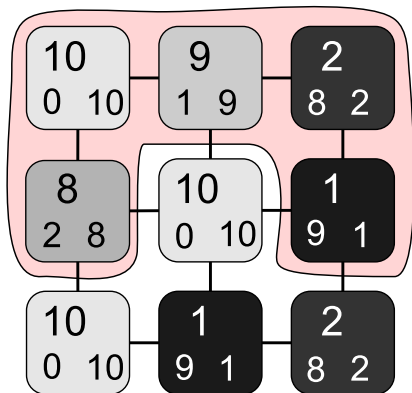
$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \\ 10 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 35$$

$$B(A) = 3$$

$$E(A) = 35 + 3 = 38$$

Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

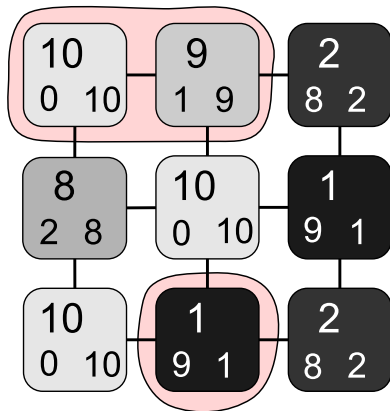
$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 8 \\ 2 & 10 & 9 \\ 10 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 43$$

$$B(A) = 5$$

$$E(A) = 43 + 5 = 48$$

Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

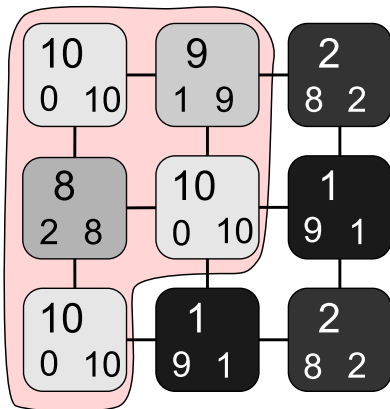
$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \\ 10 & 9 & 2 \end{bmatrix} = 43$$

$$B(A) = 6$$

$$E(A) = 43 + 6 = 49$$

Ukázky výpočtu kritéria



$$E(A) = \lambda R(A) + B(A)$$

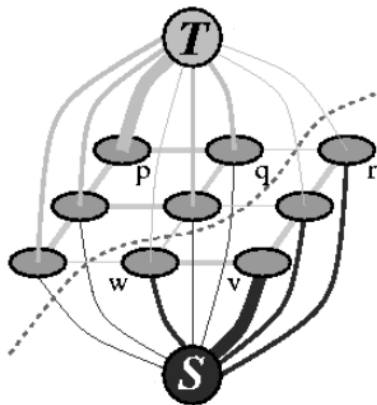
$$\lambda = 1, S_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(A) = \sum \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 8$$

$$B(A) = 4$$

$$E(A) = 8 + 4 = 12$$

Konstrukce grafu



T-linky spojují (p, t) a určují oblastní část kritéria $R(\mathbf{L})$

N-linky spojují (p, q) a určují hranovou část kritéria $B(\mathbf{L})$

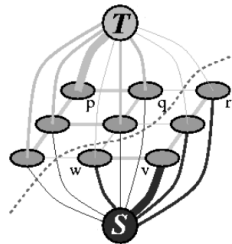
Interaktivita

- Neinteraktivní podoba
 - Pixely o kterých nic nevíme
- Interaktivní podoba
 - Pixely o kterých nic nevíme
 - Pixely popředí
 - Pixely pozadí

Volba vah v grafu

$$K = 1 + \max_{p \in I} \sum_{q: (p,q) \in N} B_{(p,q)}$$

Hrana	Váha	
(p, q)	$B_{(p,q)}$	pro $(p, q) \in N$
(s, p)	$\lambda R_p(bgd)$	pro $p \in I, P \notin (O \cup B)$
	K	pro $p \in O$
	0	pro $p \in B$
(p, t)	$\lambda R_p(obj)$	pro $p \in I, P \notin (O \cup B)$
	0	pro $p \in O$
	K	pro $p \in B$



Tabulka: Váhy jednotlivých typů hran při konstrukci grafu pro segmentaci pomocí Grap-Cut

Algoritmy pro výpočet minimálního řezu

Minimální řez / Maximální tok - (duální)

Augmenting path

- Dinic [Din70]
- “Three Indians”

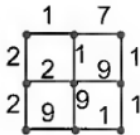
Push-relabel

- Ford-Fulkerson [FF62]

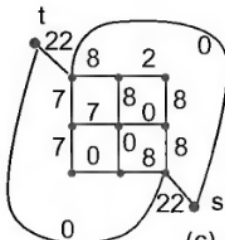
Hledání minimálního řezu

10	9	2
8	10	1
10	1	2

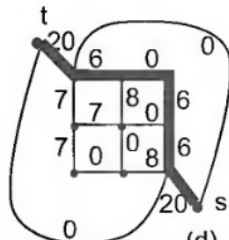
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)

[SHB07]

Pravděpodobnostní model

$$R_p(obj) = -\ln P(I_p|O)$$

$$R_p(bgd) = -\ln P(I_p|B)$$

$$B(p, q) = \exp\left(-\frac{(I_p - I_q)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\|p, q\|}$$

Kde $P(I|O)$ a $P(I|B)$ reprezentují míru věrohodnosti, že pixel náleží objektu, nebo pozadí. Výraz $\|p, q\|$ znamená vzdálenost mezi pixely a σ^2 představuje očekávaný rozptyl jasových hodnot.

Dostupná implementace

C

- Olga Veksler [Vek]
- Obecná konstrukce grafu (setDataCost, setNeighbors, setSmoothCost)
- US patent: R. Zabih, Y. Boykov, O. Veksler, "System and method for fast approximate energy minimization via graph cuts "

Matlab

- Bagon's wrapper (mex) [Bag04]
- 2D/3D

ITK

- <<http://www.insight-journal.org/browse/publication/306>>

Segmentace pomocí Graph-Cut v Matlabu

```
img = [10  9  2
      8 10  1
      10  1  2];
lambda = 1;
Dc(:, :, 1) = lambda * (img);
Dc(:, :, 2) = lambda * (10 - img);
Sc = [0 1
      1 0];
[gch] = GraphCut('open', Dc, Sc);
[gch L] = GraphCut('expand', gch);
[gch] = GraphCut('close', gch);
```

Výpočet hodnoty kritéria v Matlabu

```
img = [10  9  2
      8 10  1
      10  1  2];
lambda = 1;
Dc(:, :, 1) = lambda * (img);
Dc(:, :, 2) = lambda * (10 - img);
Sc = [0 1
      1 0];
labels = [1 1 0
          0 0 0
          0 0 0];
[gch] = GraphCut('open', Dc, Sc);
[gch] = GraphCut('set', gch, labels)
[gch se de] = GraphCut('energy', gch);
[gch] = GraphCut('close', gch);
```

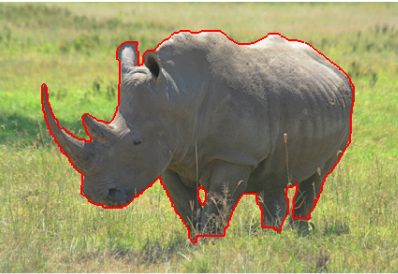
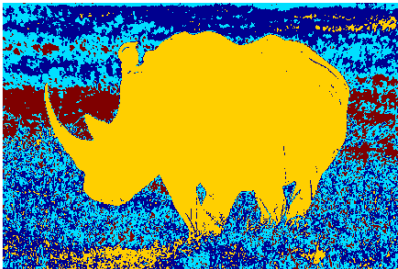
Úlohy řešené pomocí Graph-Cut

- Segmentace
- Restaurace
- Syntéza
- Stereovidění

Segmentace - Jednoduchá



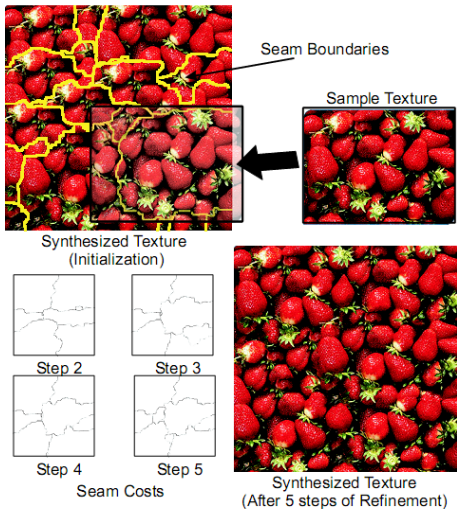
Segmentace



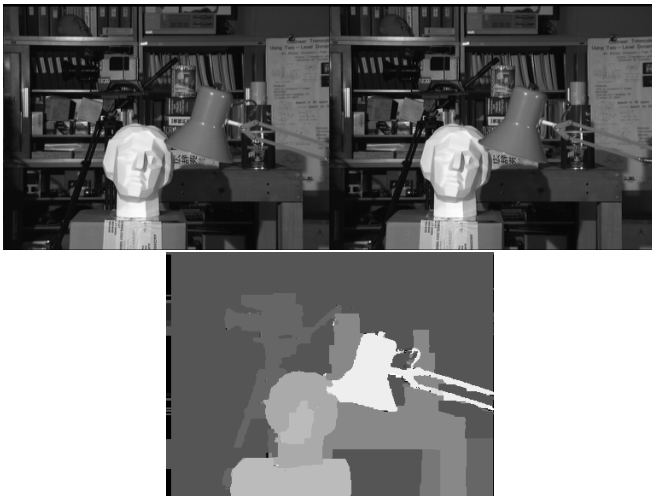
Restaurace



Syntéza



Stereovidění



Pro detaily viz [SS01]

Interaktivní segmentace

- Interaktivní segmentace tumoru
- Interaktivní segmentace jater
- Interaktivní 3D segmentace



Shai Bagon.

Matlab wrapper for graph cuts, 2004.



Y. Y. Boykov and M. P. Jolly.

Interactive graph cuts for optimal boundary & region segmentation of objects in n-d images.

Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on, 1:105–112 vol.1, 2001.



Yuri Boykov, Olga Veksler, and Ramin Zabih.

Efficient approximate energy minimization via graph cuts.

IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 20(12):1222–1239, November 2001.



Efim A Dinic.

Algorithm for solution of a problem of maximum flow in networks with power estimation (in russian).

Doklady Akademii Nauk Sssr, 194(4), 1970.



L. R. Ford and D. R. Fulkerson.

Flows in Networks.

Princeton University Press, 1962.



D. M. Grieg, B. T. Porteous, and A. H. Scheult.

Exact maximum a posteriori estimation for binary images.

51(2):271–279, 1989.



Milan Sonka, Vaclav Hlavac, and Roger Boyle.

Image Processing, Analysis, and Machine Vision.

Thomson-Engineering, 2007.



Daniel Scharstein and Richard Szeliski.

A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms.

INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER VISION,
47:7–42, 2001.



Olga Veksler.

Gcoptimization library.