вать функциональную безопасность и, как следствие, стабильность информационных систем, используемых в критичных приложениях.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Симанков В.С., Сундеев П.В. Системный анализ функциональной стабильности критичных информационных систем. Монография / Под науч. ред. В.С. Симанкова. Краснодар. 2004. 204 с.
  - 2. Qrenander U. Qeneral Pattern Theory, Oxford University Press, 1993. 904 p.
- 3. *Шуткин Л. В.* Парадигма модульного мышления в компьютерной науке и практике // М. НТИ, Сер. 2. 2004. № 10. С. 1-12.

#### В.Н. Хализев

Россия, г. Краснодар, КубГТУ

# АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА БЕЗОПАСНОСТИ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ АС

В статье рассматривается подход к оценке безопасности программ и алгоритмов систем критических приложений, базирующийся на алгебраической модели описания семантики программ и алгоритмов, основанной на системе алгоритмических алгебр (САА) Глушкова В.М. [1,2], символьном выполнении программ [3], элиминации инвариантов циклов [4].

Алгебра Глушкова модифицирована введением операций семантического умножения и сложения, определяющих поток данных в алгоритме. Введено формальное понятие семантической конструкции, соответствующей интуитивному понятию алгоритмической конструкции или схеме в [2].

Задача контроля соответствия реальных и декларируемых функций программ и алгоритмов формулируется в виде задачи идентификации, как и в [3], но в отличие от G - выполнения, определённого только для некоторых типов регулярных алгоритмов, рассматриваются произвольные типы конструкций и соответствующие подстановки из базы знаний.

Совокупность базовых алгоритмов и проблемных семантических конструкций составляет базу знаний экспертной системы анализа программ. Построение базы знаний может быть проведено как экспертами вручную, так и путем интерактивного обучения базы знаний на примерах корректных программ.

## Математическая модель описания программ и алгоритмов

Задачу контроля соответствия реальных и декларируемых функций программы можно интерпретировать как задачу определения семантики (смысла) того, что делает эта программа в терминах и понятиях заказчика.

Процесс семантического анализа или аннотирования программы можно рассматривать как процесс, обратный синтезу программ, по методу многоуровневого структурного проектирования (МСПП) [2], использующему систему алгоритмических алгебр (САА) Глушкова [1]. Запись алгоритмов в САА-схемах естественна, самодокументирована, ориентирована на класс алгоритмов, независима от языка программирования и позволяет в ходе уточнения семантики осуществлять синтез с оптимизацией по выбранным критериям, т. е. осуществлять трансформационный синтез программ. В этом смысле подход адекватен объектно-ориентированному программированию (ООП).

Для решения задачи анализа, т. е. определения принадлежности какой-либо САА-схемы к классу алгоритмов, необходима формализация понятия класса алгоритма путем расширения понятия САА-схемы до более общего понятия - семантической схемы алгоритма как "нефиксированной" САА-схемы, определяющей смы-

словое преобразование входной информации в выходную без строгой упорядоченности элементов схемы. Семантическая схема алгоритма (ССА-схема) с заданным отношением нестрогого порядка над элементами инвариантна к перестановкам и эквивалентным преобразованиям любых элементов, не меняющих смысла данной ССА-схемы, а также вводу любого количества несущественных промежуточных преобразований.

Подобным образом задача семантического анализа неоднократно ставилась как перспективная не только для целей доказательства правильности программ [5,6], но и как процедура "понимания" алгоритма на формальном языке в базах знаний интеллектуальных систем, например в системе PROUST, при обучении алгоритмическим языкам [7].

Неформально процесс семантического анализа выглядит следующим образом. Алгоритму (программе) А ставится в соответствие выражение Wa алгебры семантик, которыми представляется класс "семантически эквивалентных" алгоритмов. Выражение Wa путем алгебраических преобразований приводится к нормальной форме, затем итерационным алгоритмом в выражении Wa отыскиваются (идентифицируются) типовые семантические конструкции из базы знаний (БЗ) системы анализа и производятся обратные подстановки аналогично правилам редукции или элиминации циклов, В БЗ содержатся все возможные "верные" семантики, типовые ошибки, а также семантики программных закладок (ПЗ) с типовыми разрушающими программными воздействиями (РПВ).В результате итерационного построения всех возможных семантик, начиная с выражения Wa, получаем совокупность выражений на языке БЗ, описывающих смысл программы А с точки зрения знаний, накопленных в БЗ на данный момент. По сути в БЗ накапливаются спецификации типовых алгоритмов (программ) в данной предметной области, что делает данный подход похожим на подход, описанный в [7], однако существенным отличием описываемого алгоритма идентификации является использование как формально-логических эквивалентных преобразований термов, так и эвристических знаний экспертов о разных способах программирования смысловых конструкций в проблемно-ориентированных областях знаний.

Формализуем понятие семантической схемы (семантики) по аналогии со схемами программ Глушкова (САА-схемами), а также общими принципами моделирования вычислительной среды, применяемыми в теории схем программ.

Множеству элементов памяти вычислительной среды  $M=\{m\}$  ставится в соответствие счетное множество S(M)=M, называемое множеством состояний элементов памяти. Семантической конструкцией (семантикой) в памяти M назовём элемент  $R_i$  частично определенного отображения вида  $f: M \to M$ , отображающего множество S(M) в себя. Элемент  $\alpha_i$  частично определённого отображения вида  $h: M \to \{0,1\}$  называется условием.

В алгоритмических алгебрах Глушкова элемент  $R_i$  назван оператором, ему соответствует оператор  $r_i$  языка программирования схем программ.

Совокупность всех элементов памяти, исходное состояние которых влияет на действие семантики  $R_i$ , назовём областью входных данных семантики, или D-областью. Совокупность элементов памяти, состояние которых может меняться семантикой  $R_i$ , назовём V-областью.

Определим операции семантической суммы и произведения следующим образом. Базовый набор семантик  $R=\{R_1,R_2,...,R_n\}$  является однозначным отображением операторов  $\{r_1,r_2,...,r_n\}$  языка программирования или CAA.

Композиция операторов  $r_1$  и  $r_2$  определяется в зависимости от наличия связи выходных переменных оператора  $r_1$  и входных переменных оператора  $r_2$  либо как

семантическое произведение  $R_1 \otimes R_2$ , при  $V(R_1) \cap D(R_2) \neq 0$ , либо как семантическая сумма  $R_1 \oplus R_2$  в противном случае.

Существенным отличием операции суммы над семантиками от операции дизъюнкции ( $\vee$ ) в САА является то, что в записи  $R_1 \oplus R_2$  выполняются параллельно и  $R_1$  и  $R_2$ . Это напоминает операцию асинхронной дизъюнкции ( $\vee$ ) из САА-М, однако сумма ( $\oplus$ ) описывает не параллельный процесс, а результат обычного последовательного выполнения операторов  $r_1$  и  $r_2$ .

Операция элементарного ветвления ( $\nabla$ ) определяется как

$$\alpha \; \nabla \; R \; = \left\{ \begin{array}{l} R \; \text{при } \alpha = 1; \\ \\ e \; \text{при } \alpha = 0, \end{array} \right.$$

где е - пустая семантика.

Оператор дизьюнкции САА связан с семантическими операторами соотношением: ( $_{\alpha}$ r<sub>1</sub> $\vee$ r<sub>2</sub>) =  $\alpha$   $\nabla$  R<sub>1</sub>  $\oplus$   $\neg \alpha$   $\nabla$  R<sub>2</sub>.

Оператору циклирования САА соответствует циклический оператор над семантиками:  $({}_{\alpha}r_1)=\alpha$   $\bullet$   $R_1$ .

Пусть  $\Omega$  - сигнатура операций, включающая, кроме булевых операций над условиями, операции семантического сложения, умножения, циклирования и ветвления ( $\oplus$ , $\otimes$ , $\bullet$ , $\nabla$ ), L - множество логических условий. Тогда двухосновную алгебру  $A=<R,L,\Omega>$  можно назвать системой семантических алгебр (CCA) по аналогии с CAA.

Пусть w - семантика с пустой областью определения D(w)=0, а е - семантика  $S(M) \rightarrow S(M)$ , т. е. "единица" алгебры A. Тогда в алгебре семантик A действуют следующие тождественные соотношения:

$$\begin{array}{lll} \alpha \ \nabla \ (R_1 \oplus R_2) = \alpha \ \nabla \ R_1 \oplus \alpha \ \nabla \ R_2; & \alpha \ \nabla \ (R_1 \oplus R_2) = \alpha \ \textbf{O} \ R_1 \oplus \alpha \ \textbf{O} \ R_2; \\ \alpha \ \nabla \ \alpha \ \nabla \ R = \alpha \ \nabla \ R; & \alpha \ \nabla \ \alpha \ \textbf{O} \ R = \alpha \ \textbf{O} \ R; \\ \alpha \ \textbf{O} \ \neg \alpha \ \nabla \ R = w; & \alpha \ \nabla \ \neg \alpha \ \textbf{O} \ R = w; \\ R \oplus R = R; & R_1 \otimes (R_2 \oplus R_3) = R_1 \otimes R_2 \oplus R_1 \otimes R_3; \\ R_1 \oplus R_2 = R_2 \oplus R_1; & R \oplus w = w \oplus R = R; \\ R \otimes w = w \otimes R = w; & R \otimes e = e \otimes R = R. \end{array} \tag{1}$$

Процедура построения выражения Wa алгебры семантик, соответствующего программе (алгоритму A), формализуется следующим образом.

Для каждой точки х; алгоритма могут быть составлены уравнения вида

$$\begin{split} x_1 &= W_1[R_1, R_2, \dots, R_N, x_1, x_2, \dots, x_n], \\ x_2 &= W_2[R_1, R_2, \dots, R_N, x_1, x_2, \dots, x_n], \\ &\qquad \qquad \vdots \\ x_k &= W_k[R_1, R_2, \dots, R_N, x_1, x_2, \dots, x_n], \end{split} \tag{2}$$

или в векторной форме:

$$X = W [R,X].$$

Решение системы уравнений (2) заключается в нахождении последовательности выражений  $x_1, x_2, ..., x_n$ , таких, что уравнения превращаются в тождества. Решение состоит в итеративном процессе подстановки вместо операторов  $\mathbf{r}_i$  их семантик  $\mathbf{R}_i$ , вычислении нормальных форм семантических выражений вида  $\Sigma\Pi$  для

линейных участков путем их символьного выполнения (либо G-выполнения) и выполнении остальных подстановок, начиная с самых внутренних вложений:

$$\begin{split} r_i \to R_i; & \qquad \qquad r_i \, r_j \to R_i \, \text{sign} \, R_j; \\ \text{if} \, \alpha \, \text{then} \, R_i \to \alpha \, \nabla \, R_i; & \qquad \qquad \text{while} \, \alpha \, \text{do} \, R_i \to \alpha \, \, \pmb{\bullet} \, \, R_i; \end{split}$$

$$sign = \begin{cases} (\otimes, \text{ при } V(R_i) \cap W(R_j) \neq \varnothing; \\ (\oplus, \text{ при } V(R_i) \cap W(R_j) = \varnothing. \end{cases}$$

# Математическая модель процесса анализа соответствия реальных и декларируемых функций программ и алгоритмов

Суперпозицию операций сигнатуры  $\Omega$  над базисом  $R \cup L = \Sigma$  назовём схемой семантики  $W(\Sigma)$ . Каждому алгоритму (программе, регулярной схеме) однозначно соответствует её схема семантики. Обратное утверждение неверно.

Схемы  $W_1(\Sigma)$  и  $W_2(\Sigma)$  эквивалентны,  $W_1(\Sigma)=W_2(\Sigma)$ , если  $K(W_1)=K(W_2)$ , где  $K(W_1)$ ,  $K(W_2)$  - множества конфигураций, порожденные схемами  $W_1$  и  $W_2$  соответственно при применении эквивалентных преобразований (1).

Алгоритмы  $A_1$  и  $A_2$  являются структурно-эквивалентными, если  $W_1(A_1) = W_2(A_2)$ , т. е.  $K(W_1) = K(W_2)$  и при этом в ходе доказательства участвовали все аксиомы алгебры семантик.

Алгоритмы  $A_1$  и  $A_2$  являются логико-термально эквивалентными, если  $K(W_1)=K(W_2)$  и при этом в ходе доказательства участвовали все аксиомы алгебры семантик, а также аксиомы математики входящих в алгоритмы термов.

Если к формальным алгебраическим и математическим аксиомам добавить экспертные знания об эквивалентных алгоритмах, получим систему доказательства смысловой эквивалентности алгоритма или систему анализа смысла алгоритма на основе экспертной базы знаний.

Экспертные знания о построении типовых алгоритмов представляют собой подстановки типа S = W[R,S], где S - денотат аксиомы, выражающий смысл (семантику) преобразования данных, W - концепт, описывающий содержание этого преобразования схемой семантической конструкции.

Иерархическое множество аксиом вида

$$S_{11} = W_{11}[R_1, R_2, ..., R_n],$$

$$S_{12} = W_{12}[R_1, R_2, ..., R_n],$$

$$...$$

$$S_{1k} = W_{1k}[R_1, R_2, ..., R_n],$$
(3)

или в векторной форме  $S^1=W^1[R]$ , описывают подстановки первого уровня, подстановки вида:  $S^2=W^2[R\ ,S^1]$  – второго уровня, и так далее до некоторого уровня  $m\colon S^m=W^m[R\ ,S^{m-1}]$ , и составляют  $S^m=W^m[R\ ,S^{m-1}]$ , и составляют  $S^m=W^m[R\ ,S^{m-1}]$ , и составляют  $S^m=W^m[R\ ,S^{m-1}]$ 

Алгоритмы  $A_1$  и  $A_2$  являются семантически эквивалентными, если  $K(W_1)=K(W_2)$  и при этом в ходе доказательства участвовали все аксиомы алгебры семантик, аксиомы математики входящих в алгоритмы термов, а также аксиомы экспертных знаний (3).

Процесс семантического анализа программы, представленной виде алгебраического выражения Wa, для контроля соответствия реальных и декларируемых функций программы, а также наличия П3, подробно описан на примерах в [6]. Он состоит в нахождении предельного решения системы алгебраических уравнений

K(X)=K(Wa), составляющих запрос к экспертной системе, путем итерационного применения подстановок из базы знаний системы.

Численное значение уровня безопасности определяется прямым измерением отношения количества идентифицированных семантик в программе ко всему количеству семантик используемой модели (при отсутствии семантик прямо опознанных как программные закладки).

Совокупность базовых алгоритмов и проблемных семантических конструкций составляют базу знаний экспертной системы анализа программ. Построение базы знаний может быть проведено как экспертами вручную, так и путём интерактивного обучения базы знаний на примерах известных разрушающих программных средств и других средств информационного нападения.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Глушков В.М. Теория автоматов и формальное преобразование программ// Кибернетика. 1965. №5. С.1-10.
- 2. Многоуровневое структурное проектирование программ: Теоретические основы, инструментарий/ Е.Л.Ющенко, Г.Е.Цейтлин и др. М.: Финансы и статистика, 1989. -268с.
- 3. *Костырко В.С.*, Банулин А.В. Об индуктивном синтезе инвариантных утверждений и функций программ // Кибернетика.-1986.-№1.
- 4. *Непомнящий В.А., Рякин О.М.* Прикладные методы верификации программ./ Под ред. Ершова А.П.- М.: Радио и связь, 1988. 256с.
- 5. Capes Jones T. Reusability in Programming: A Survey of the State of the Art.// IEEE Transactions on Software Engineering, September 1984. P.488 494.
- 6. *Хализев В.Н.*, *Марков В.Н.* Подход к верификации программ. // Программные продукты и системы. 1993. №2. С.36-39.
- 7. *Льюис Д.*, *Эллиот С.* Proust (Автоматический отладчик для программ на языке Паскаль).// Реальность и прогнозы искусственного интеллекта / Под ред. *Стефанюка В.Л.* М.: Мир 1987.