Conf

September 20, 2020

0.0.1 Enunciado - Exercício de Conformação a Frio

Uma chapa de alumínio (e = 30 | |^0,30 kgf/mm2) de espessura 3,5 mm e largura 700 mm é laminada até 1,5 mm de espessura. Desprezando o alargamento, considerando = 0,08 (cilindros de aço contra alumínio) e sabendo que se usa cilindros de diâmetro 25% maior que o mínimo necessário e que os cilindros giram a 120 RPM, calcule as forças e a potências ideais de laminação.

Como primeira etapa, deve-se calcular a deformação verdadeira realizada durante o processo. Caso seja maior que o expoente n (no caso, 0.3), deve-se divir o processo em mais de uma etapa, uma vez que ultrapassando este limite a deformação não se dá mais de forma homogênea.

$$n = 0.3 \ \text{(máximo de deformação homogênea por passe)}$$

$$\begin{aligned}\phi &= \ln\left(\frac{1.5}{3.5}\right)\\ &= \ln\left(\frac{1.5}{3.5}\right)\\ &= -0.847 \ \text{(}\phi\text{ é maior que } n\text{, necessária divisão do processo)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_{passes} &= \text{Arredondar}\left(\text{Absoluto}\left(\frac{\phi}{n}\right)\right)\\ &= \text{Arredondar}\left(\text{Absoluto}\left(\frac{-0.847}{0.3}\right)\right)\\ &= 3 \ \text{(número de passes necessários para que a deformação seja homogênea)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_{passes} &= \frac{\phi}{n_{passes}}\\ &= \frac{-0.847}{3}\\ &= -0.282 \ \text{(valor da deformação verdadeira na espessura em cada passe)}\end{aligned}$$

Feito isto, se faz necessária a identificação da espessura obtida em cada processo:

$$h_i = 3.5 \cdot mm = 3.5 \cdot mm \qquad = 3.500 \text{ mm}$$

$$h_1 = h_i \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 3.500 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 2.639 \text{ mm}$$

$$h_2 = h_1 \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 2.639 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 1.990 \text{ mm}$$

$$h_3 = h_2 \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 1.990 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 1.500 \text{ mm}$$

$$h_f = 1.500 \text{ mm}$$

Importante frisar que entre todos os passes o processo de recozimento foi realizado.

Agora, deve-se calcular as variações de espessura entre as passagens pelos rolos, para então determinar o raio mínimo de cada um deles:

$$\Delta_{h_1} = h_i - h_1 = 3.500 \text{ mm} - 2.639 \text{ mm} \qquad = 861.184 \ \text{ m}$$

$$\Delta_{h_2} = h_1 - h_2 = 2.639 \text{ mm} - 1.990 \text{ mm} \qquad = 649.287 \ \text{ m}$$

$$\Delta_{h_3} = h_2 - h_3 = 1.990 \text{ mm} - 1.500 \text{ mm} \qquad = 489.529 \ \text{ m}$$

Enfim, o raio:

$$\mu = 0.08 \ \text{ (coeficiente de atrito entre o rolo e a chapa)}$$

$$Raio_1 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_1}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(\mu))^2} = 1.25 \cdot \frac{861.184 \ \text{ m}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(0.08))^2} \qquad = 169.276 \text{ mm}$$

$$Raio_2 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_2}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(\mu))^2} = 1.25 \cdot \frac{649.287 \ \text{ m}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(0.08))^2} \qquad = 127.626 \text{ mm}$$

$$Raio_3 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_3}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(\mu))^2} = 1.25 \cdot \frac{489.529 \ \text{ m}}{\operatorname{sen}(\operatorname{arctg}(0.08))^2} \qquad = 96.223 \text{ mm}$$

Com o $Raio_i$, conseguimos calcular a largura em que a chapa entrará em contato com o rolo, e consequentente a área total de contato A_c:

$$l_{d_1} = (Raio_1 \cdot \Delta_{h_1})^{0.5} = (169.276 \text{ mm} \cdot 861.184 \ \text{ m})^{0.5} \qquad = 12.074 \text{ mm}$$

$$l_{d_2} = (Raio_2 \cdot \Delta_{h_2})^{0.5} = (127.626 \text{ mm} \cdot 649.287 \ \text{ m})^{0.5} \qquad = 9.103 \text{ mm}$$

$$l_{d_3} = (Raio_3 \cdot \Delta_{h_3})^{0.5} = (96.223 \text{ mm} \cdot 489.529 \ \text{ m})^{0.5} \qquad = 6.863 \text{ mm}$$

$$
\begin{aligned}
b_m &= 700 \cdot mm \\
&= 700 \cdot mm \\
&= 700.000 \text{ mm} \;\; \text{(na laminação a frio, a variação de largura é desprezível)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{c_1} &= l_{d_1} \cdot b_m \\
&= 12.074 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\
&= 8451.704 \text{ mm}^{2.0}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{c_2} &= l_{d_2} \cdot b_m \\
&= 9.103 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\
&= 6372.141 \text{ mm}^{2.0}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_{c_3} &= l_{d_3} \cdot b_m \\
&= 6.863 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\
&= 4804.259 \text{ mm}^{2.0}
\end{aligned}
$$

Para obter a força realizada em cada etapa, se faz necessário o cálculo da tensão de escoamento vigente durante o processo. Como o exercício propõe uma situação ideal, essa tensão nada mais é do que a média entre a tensão antes da chapa passar pelo rolo e a tensão após a chapa passar pelo rolo.

Consegue-se obter tais valores através da equação de Holloman:

$$\phi_{plastico} = 0.002 \text{ (deformação verdadeira no início da deformação plástica)}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_o &= 30 \cdot 9.81 \cdot MPa \\
&= 30 \cdot 9.81 \cdot MPa \\
&= 294.300 \text{ MPa} \text{ (transformar de kgf/mm}^2\text{ para MPa)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{e_{entrada}} &= \sigma_o \cdot (\phi_{plastico})^n \\
&= 294.300 \text{ MPa} \cdot (0.002)^{0.3} \\
&= 45.614 \text{ MPa} \text{ (como o material é recozido, a tensão de entrada é sempre a mesma)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{e_{saida}} &= \sigma_o \cdot \text{Absoluto}\,(\phi_{passes})^{0.3} \\
&= 294.300 \text{ MPa} \cdot \text{Absoluto}\,(-0.282)^{0.3} \\
&= 201.402 \text{ MPa} \text{ (como } \phi \text{ é constate durante as etapas, a tensão de saída também é sempre a mesma)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{medio} &= \frac{\sigma_{e_{entrada}} + \sigma_{e_{saida}}}{2} \\
&= \frac{45.614 \text{ MPa} + 201.402 \text{ MPa}}{2} \\
&= 123.508 \text{ MPa}
\end{aligned}$$

Finalmente, torna-se possível o cálculo da força ideal:

$$\begin{aligned}
Forca_{ideal_1} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_1} \\
&= 123.508 \text{ MPa} \cdot 8451.704 \text{ mm}^{2.0} \\
&= 1.044 \text{ MN}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Forca_{ideal_2} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_2} \\
&= 123.508 \text{ MPa} \cdot 6372.141 \text{ mm}^{2.0} \\
&= 787.012 \text{ kN}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Forca_{ideal_3} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_3} \\
&= 123.508 \text{ MPa} \cdot 4804.259 \text{ mm}^{2.0} \\
&= 593.366 \text{ kN}
\end{aligned}$$

O cálculo do momento ideal é a última etapa. Poderemos obter a potência ideal com esta grandeza:

$$\begin{aligned}
Momento_{ideal_1} &= Forca_{ideal_1} \cdot l_{d_1} \\
&= 1.044\ \mathrm{MN} \cdot 12.074\ \mathrm{mm} \\
&= 12.603\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Momento_{ideal_2} &= Forca_{ideal_2} \cdot l_{d_2} \\
&= 787.012\ \mathrm{kN} \cdot 9.103\ \mathrm{mm} \\
&= 7.164\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Momento_{ideal_3} &= Forca_{ideal_3} \cdot l_{d_3} \\
&= 593.366\ \mathrm{kN} \cdot 6.863\ \mathrm{mm} \\
&= 4.072\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}
\end{aligned}$$

$$Rotacao = 12.566\ \mathrm{Hz}\ \ (\mathrm{RPM})$$

$$\begin{aligned}
Rotacao &= 120 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{60} \cdot \frac{1}{s} \\
&= 120 \cdot 2 \cdot \frac{3.142}{60} \cdot \frac{1}{s} \\
&= 12.566\ \mathrm{Hz}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Potencia_{ideal_1} &= Momento_{ideal_1} \cdot Rotacao \\
&= 12.603\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m} \cdot 12.566\ \mathrm{Hz} \\
&= 158.379\ \mathrm{kW}\ \ (\mathrm{ou}\quad 215cv)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Potencia_{ideal_2} &= Momento_{ideal_2} \cdot Rotacao \\
&= 7.164\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m} \cdot 12.566\ \mathrm{Hz} \\
&= 90.028\ \mathrm{kW}\ \ (\mathrm{ou}\quad 122cv)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Potencia_{ideal_3} &= Momento_{ideal_3} \cdot Rotacao \\
&= 4.072\ \mathrm{kN} \cdot \mathrm{m} \cdot 12.566\ \mathrm{Hz} \\
&= 51.175\ \mathrm{kW}\ \ (\mathrm{ou}\quad 69cv)
\end{aligned}$$