Enunciado - Exercício de Conformação a Frio

Uma chapa de alumínio (σe = 30 |ϕ|^0,30 kgf/mm2) de espessura 3,5 mm e largura 700 mm é laminada até 1,5 mm de espessura. Desprezando o alargamento, considerando μ = 0,08 (cilindros de aço contra alumínio) e sabendo que se usa cilindros de diâmetro 25% maior que o mínimo necessário e que os cilindros giram a 120 RPM, calcule as forças e a potências ideais de laminação.

Como primeira etapa, deve-se calcular a deformação verdadeira realizada durante o processo. Caso seja maior que o expoente n (no caso, 0.3), deve-se divir o processo em mais de uma etapa, uma vez que ultrapassando este limite a deformação não se dá mais de forma homogênea.

$$n = 0.3 \quad (\text{máximo de deformação homogênea por passe})$$

$$\begin{aligned}\phi &= \ln\left(\frac{1.5}{3.5}\right)\\ &= \ln\left(\frac{1.5}{3.5}\right)\\ &= -0.847 \quad (\phi \text{ é maior que } n, \text{ necessária divisão do processo})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n_{passes} &= \text{Arredondar}\left(\text{Absoluto}\left(\frac{\phi}{n}\right)\right)\\ &= \text{Arredondar}\left(\text{Absoluto}\left(\frac{-0.847}{0.3}\right)\right)\\ &= 3 \quad (\text{número de passes necessários para que a deformação seja homogênea})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_{passes} &= \frac{\phi}{n_{passes}}\\ &= \frac{-0.847}{3}\\ &= -0.282 \quad (\text{valor da deformação verdadeira na espessura em cada passe})\end{aligned}$$

Feito isto, se faz necessária a identificação da espessura obtida em cada processo:

$$h_i = 3.5 \cdot mm = 3.5 \cdot mm \qquad = 3.500 \text{ mm}$$

$$h_1 = h_i \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 3.500 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 2.639 \text{ mm}$$

$$h_2 = h_1 \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 2.639 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 1.990 \text{ mm}$$

$$h_3 = h_2 \cdot (e)^{\phi_{passes}} = 1.990 \text{ mm} \cdot (2.718)^{-0.282} \qquad = 1.500 \text{ mm}$$

$$h_f = 1.500 \text{ mm}$$

Importante frisar que entre todos os passes o processo de recozimento foi realizado.

Agora, deve-se calcular as variações de espessura entre as passagens pelos rolos, para então determinar o raio mínimo de cada um deles:

$$\Delta_{h_1} = h_i - h_1 = 3.500 \text{ mm} - 2.639 \text{ mm} \qquad = 861.184\ \mu\text{m}$$

$$\Delta_{h_2} = h_1 - h_2 = 2.639 \text{ mm} - 1.990 \text{ mm} \qquad = 649.287\ \mu\text{m}$$

$$\Delta_{h_3} = h_2 - h_3 = 1.990 \text{ mm} - 1.500 \text{ mm} \qquad = 489.529\ \mu\text{m}$$

Enfim, o raio:

$$\mu = 0.08 \quad \text{(coeficiente de atrito entre o rolo e a chapa)}$$

$$Raio_1 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_1}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(\mu)\right)^2} = 1.25 \cdot \frac{861.184\ \mu\text{m}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(0.08)\right)^2} \qquad = 169.276 \text{ mm}$$

$$Raio_2 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_2}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(\mu)\right)^2} = 1.25 \cdot \frac{649.287\ \mu\text{m}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(0.08)\right)^2} \qquad = 127.626 \text{ mm}$$

$$Raio_3 = 1.25 \cdot \frac{\Delta_{h_3}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(\mu)\right)^2} = 1.25 \cdot \frac{489.529\ \mu\text{m}}{\text{sen}\left(\text{arctg}(0.08)\right)^2} \qquad = 96.223 \text{ mm}$$

Com os $Raio_i$, conseguimos calcular a largura em que a chapa entrará em contato com o rolo, e consequentente as áreas totais de contato A_{c_i}:

$$l_{d_1} = (Raio_1 \cdot \Delta_{h_1})^{0.5} = (169.276 \text{ mm} \cdot 861.184\ \mu\text{m})^{0.5} \qquad = 12.074 \text{ mm}$$

$$l_{d_2} = (Raio_2 \cdot \Delta_{h_2})^{0.5} = (127.626 \text{ mm} \cdot 649.287\ \mu\text{m})^{0.5} \qquad = 9.103 \text{ mm}$$

$$l_{d_3} = (Raio_3 \cdot \Delta_{h_3})^{0.5} = (96.223 \text{ mm} \cdot 489.529\ \mu\text{m})^{0.5} \qquad = 6.863 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} b_m &= 700 \cdot mm \\ &= 700 \cdot mm \\ &= 700.000 \text{ mm} \quad \text{(na laminação a frio, a variação de largura é desprezível)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c_1} &= l_{d_1} \cdot b_m \\ &= 12.074 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\ &= 8451.704 \text{ mm}^{2.0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c_2} &= l_{d_2} \cdot b_m \\ &= 9.103 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\ &= 6372.141 \text{ mm}^{2.0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{c_3} &= l_{d_3} \cdot b_m \\ &= 6.863 \text{ mm} \cdot 700.000 \text{ mm} \\ &= 4804.259 \text{ mm}^{2.0} \end{aligned}$$

Para obter a força realizada em cada etapa, se faz necessário o cálculo da tensão de escoamento vigente durante o processo. Como o exercício propõe uma situação ideal, essa tensão nada mais é do que a média entre a tensão antes da chapa passar pelo rolo e a tensão após a chapa passar pelo rolo.

Consegue-se obter tais valores através da equação de Holloman, que, para este caso, é:

$$\sigma_{escoamento} = \sigma_o \cdot |\phi|^n = 30 \cdot |\phi|^{0.3}$$

$$\phi_{plastico} = 0.002 \quad \text{(deformação verdadeira no início da deformação plástica)}$$

$$\begin{aligned}\sigma_o &= 30 \cdot 9.81 \cdot MPa \\ &= 30 \cdot 9.81 \cdot MPa \\ &= 294.300 \text{ MPa} \quad \text{(transformar de kgf/mm² para MPa)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{e_{entrada}} &= \sigma_o \cdot (\phi_{plastico})^n \\ &= 294.300 \text{ MPa} \cdot (0.002)^{0.3} \\ &= 45.614 \text{ MPa} \quad \text{(como o material é recozido, a tensão de entrada é sempre a mesma)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{e_{saida}} &= \sigma_o \cdot \text{Absoluto}\,(\phi_{passes})^{0.3} \\ &= 294.300 \text{ MPa} \cdot \text{Absoluto}\,(-0.282)^{0.3} \\ &= 201.402 \text{ MPa} \quad \text{(como } \phi \text{ é constate durante as etapas, a tensão de saída também é sempre a mesma)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{medio} &= \frac{\sigma_{e_{entrada}} + \sigma_{e_{saida}}}{2} \\ &= \frac{45.614 \text{ MPa} + 201.402 \text{ MPa}}{2} \\ &= 123.508 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Finalmente, torna-se possível o cálculo da força ideal:

$$\begin{aligned}Forca_{ideal_1} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_1} \\ &= 123.508 \text{ MPa} \cdot 8451.704 \text{ mm}^{2.0} \\ &= 1.044 \text{ MN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Forca_{ideal_2} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_2} \\ &= 123.508 \text{ MPa} \cdot 6372.141 \text{ mm}^{2.0} \\ &= 787.012 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Forca_{ideal_3} &= \sigma_{medio} \cdot A_{c_3} \\ &= 123.508 \text{ MPa} \cdot 4804.259 \text{ mm}^{2.0} \\ &= 593.366 \text{ kN}\end{aligned}$$

O cálculo do momento ideal é a última etapa. Poderemos obter a potência ideal com esta grandeza:

$$\begin{aligned}Momento_{ideal_1} &= Forca_{ideal_1} \cdot l_{d_1} \\ &= 1.044 \text{ MN} \cdot 12.074 \text{ mm} \\ &= 12.603 \text{ kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Momento_{ideal_2} &= Forca_{ideal_2} \cdot l_{d_2} \\ &= 787.012 \text{ kN} \cdot 9.103 \text{ mm} \\ &= 7.164 \text{ kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Momento_{ideal_3} &= Forca_{ideal_3} \cdot l_{d_3} \\ &= 593.366 \text{ kN} \cdot 6.863 \text{ mm} \\ &= 4.072 \text{ kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$Rotacao = 120 \quad \text{(RPM, definida pelo enunciado como igual para todos rolos)}$$

$$\begin{aligned} Rotacao &= 120 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{60} \cdot \frac{1}{s} \\ &= 120 \cdot 2 \cdot \frac{3.142}{60} \cdot \frac{1}{s} \\ &= 12.566 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Potencia_{ideal_1} &= Momento_{ideal_1} \cdot Rotacao \\ &= 12.603 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 12.566 \text{ Hz} \\ &= 158.379 \text{ kW} \quad (\text{ou ~ } 215cv) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Potencia_{ideal_2} &= Momento_{ideal_2} \cdot Rotacao \\ &= 7.164 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 12.566 \text{ Hz} \\ &= 90.028 \text{ kW} \quad (\text{ou ~ } 122cv) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Potencia_{ideal_3} &= Momento_{ideal_3} \cdot Rotacao \\ &= 4.072 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 12.566 \text{ Hz} \\ &= 51.175 \text{ kW} \quad (\text{ou ~ } 69cv) \end{aligned}$$

Out[20]:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	2	3	4	5	6	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0
1	0	1	2	3	4	5	6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN