Λογική Σχεδίαση Ι.
Εξετάσεις Φεβρουαρίου 2011.

Υπήρχαν πολλές σειρές θεμάτων, σας αναρτώ λυμμένη ενδεικτικά μία εξ αυτών.

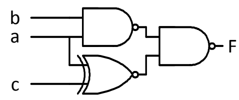
Θέμα 1

Δίδεται η $F(a,b,c) = \overline{\overline{(a \cdot b)} \cdot (a \odot c)}$.

(α) Δώστε το λογικό διάγραμμα για την παραπάνω μορφή της F. *1 μονάδα*

(β) Χρησιμοποιώντας *μόνο* άλγεβρα Boole δώστε τη μορφή της F σε κανονικό άθροισμα γινομένων και σε κανονικό γινόμενο αθροισμάτων. *1 μονάδα*

(α)



(β)

$$\begin{aligned}
F(a,b,c) &= \overline{\overline{(a \cdot b)} \cdot (a \odot c)} = (a \cdot b) + (a \oplus c) \\
&= (a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot \overline{c}) + (\overline{a} \cdot c + a \cdot \overline{c}) = \\
&= m_7 + m_6 + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot \overline{c} = \\
&= m_7 + m_6 + m_1 + m_3 + m_4 + m_6 = \sum(1,3,4,6,7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(a,b,c) &= \sum(1,3,4,6,7) \Leftrightarrow \overline{F(a,b,c)} = \sum(0,2,5) \Leftrightarrow F(a,b,c) = \overline{\overline{F(a,b,c)}} = \overline{\sum(0,2,5)} \Leftrightarrow \\
F(a,b,c) &= \overline{m_0 + m_2 + m_5} = \overline{(\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}) + (\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}) + (a \cdot \overline{b} \cdot c)} = \\
&= (a + b + c) \cdot (a + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c}) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_5 = \prod(0,2,5)
\end{aligned}$$

Θέμα 2

Υλοποιείστε την F του θέματος 1 :

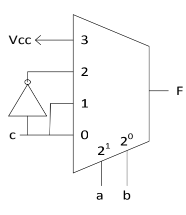
(1) Αποκλειστικά με πύλες NAND. Χρησιμοποιείστε πύλες NAND και για την υλοποίηση τυχόν αντιστροφέων που θα χρειαστείτε. *1 μονάδα*

(2) Με πολυπλέκτη $4 \to 1$ και αντιστροφείς. *1 μονάδα*

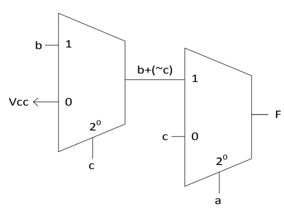
(3) Με πολυπλέκτες $2 \to 1$. *1 μονάδα*

(1) Αντικαθιστάτε την XNOR του παραπάνω με την υλοποίηση από NAND που υπάρχει στη σελίδα 69 του Α′ μέρους των διαφανειών με μία επιπλέον NAND με βραχυκυλωμένες εισόδους στην έξοδο, για να έχετε το XNOR και όχι το XOR.

(2) Αν συνδέσουμε στις εισόδους επιλογής τα a, b, τότε θέλουμε για $a = b = 0$, και για $a = 0, b = 1$ να έχουμε $F = c$, για $a = 1, b = 0$ να έχουμε $F = \overline{c}$ και τέλος $F = 1$, όταν $a = b = 1$. Άρα το ζητούμενο σχήμα είναι :

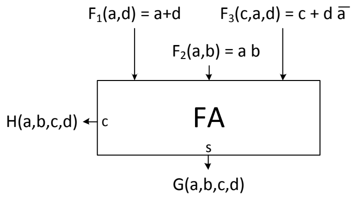


(3) Αν συνδέσουμε στην είσοδο επιλογής στον πολυπλέκτη τελευταίου επιπέδου το a, τότε θέλουμε για $a = 0$, να έχουμε $F = c$ και για $a = 1$ να έχουμε $F = b + \overline{c}$. Για να υλοποιήσουμε τη τελευταία συνάρτηση χρησιμοποιούμε έναν ακόμη πολυπλέκτη με σήμα επιλογής το c (βολεύει μιας και δεν έχουμε αντιστροφείς). Για $c = 0$ θέλουμε έξοδο 1, ενώ για $c = 1$, θέλουμε έξοδο b ώστε να παίρνουμε στην έξοδό του την $b + \overline{c}$. Συνεπώς το ζητούμενο σχήμα είναι :



Θέμα 3

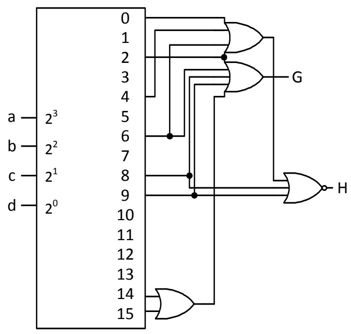
Στις εισόδους ενός πλήρη αθροιστή εφαρμόζουμε τις F_1, F_2 και F_3, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ζητείται να υλοποιήσετε τις συναρτήσεις $G(a,b,c,d)$ και $H(a,b,c,d)$ που προκύπτουν στις εξόδους αθροίσματος (s) και κρατουμένου (c) του πλήρη αθροιστή, με έναν αποκωδικοποιητή $4 \rightarrow 16$ και πύλες OR / NOR. *2 μονάδες*



Φτιάχνουμε τον πίνακα αληθείας για τις F_1, F_2 και F_3 καθώς και για τις G, H, γνωρίζοντας από τις συναρτήσεις του FA ότι το s είναι η περιττή συνάρτηση των εισόδων και ότι το κρατούμενο τίθεται, όταν τουλάχιστον 2 είσοδοι είναι στο 1.

a	b	c	d	F_1	F_2	F_3	G	H
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Προκύπτει συνεπώς ότι $G(a,b,c,d) = \sum(2,6,8,9,14,15)$ και $H(a,b,c,d) = \sum(1,3,5,7,10,11,12,13,14,15)$. Η υλοποίηση με αποκωδικοποιητή φαίνεται στο σχήμα :



Θέμα 4

Ζητείται να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα το οποίο να δέχεται ως είσοδο τον ακέραιο X και να υλοποιεί τη συνάρτηση :

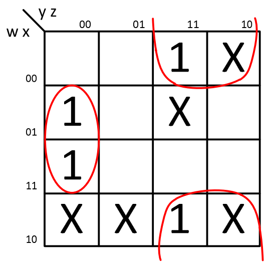
$$F(X) = \begin{cases} X+3, & -5 \leq X < -1 \\ |X|, & -1 \leq X < +2 \\ X-5, & +3 \leq X < +7 \end{cases}$$

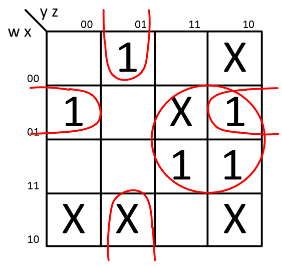
Χρησιμοποιείστε τον κώδικα συμπληρώματος ως προς 2 για την αναπαράσταση των ακεραίων στην είσοδο και την έξοδο του κυκλώματός σας. Η απάντησή σας θα πρέπει να περιλαμβάνει : πίνακα αλήθειας, απλοποίηση των συναρτήσεων εξόδου με χρήση χαρτών Karnaugh και το λογικό διάγραμμα του κυκλώματός σας. *3 μονάδες*

Παρατηρούμε ότι η είσοδός μας παίρνει τιμές στο διάστημα [-5,+6], συνεπώς χρειαζόμαστε 4 δυαδικά ψηφία, έστω w, x, y και z για την αναπαράστασή της σε κώδικα συμπληρώματος ως προς 2. Η έξοδός μας παίρνει τιμές στο διάστημα [-2,+1], οπότε αρκούν 2 ψηφία, έστω F_1 και F_0 για την αναπαράστασή της. Καταστρώνουμε τον πίνακα αλήθειας και έχουμε :

Decimal Input	w	x	y	z	Decimal Output	F_1	F_0
0	0	0	0	0	0	0	0
+1	0	0	0	1	+1	0	1
+2	0	0	1	0	X	X	X
+3	0	0	1	1	-2	1	0
+4	0	1	0	0	-1	1	1
+5	0	1	0	1	0	0	0
+6	0	1	1	0	+1	0	1
+7	0	1	1	1	X	X	X
-8	1	0	0	0	X	X	X
-7	1	0	0	1	X	X	X
-6	1	0	1	0	X	X	X
-5	1	0	1	1	-2	1	0
-4	1	1	0	0	-1	1	1
-3	1	1	0	1	0	0	0
-2	1	1	1	0	+1	0	1
-1	1	1	1	1	+1	0	1

Απλοποιούμε με πίνακες Karnaugh τις συναρτήσεις εξόδου και προκύπτει ότι :





$$F_1 = \overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} \qquad F_0 = x \cdot z + \overline{w} \cdot x \cdot \overline{z} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z$$

με προφανή υλοποίηση.