

# 1 Аналитические выводы (для решёток с одинаковой жёсткостью).

Ищем решение уравнений движения в следующем виде (метод трёх волн):

$$u_{n,m} = \begin{cases} A_I e^{i(\Omega t - a k_1^x n - a k_1^y m)} + A_R e^{i(\Omega t + a k_1^x n - a k_1^y m)}, & n < 0 \\ A_T e^{i(\Omega t - a k_2^x n - a k_2^y m)}, & n \geq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Дисперсионное соотношение для решётки:

$$m_i \Omega^2 = 4c \left( \sin^2 \frac{k_i^x a}{2} + \sin^2 \frac{k_i^y a}{2} \right) \quad (1.2)$$

Уравнения движения для частиц интерфейса:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{u}_{-1,m} = c (u_{0,m} + u_{-1,m+1} + u_{-2,m} + u_{-1,m-1} - 4u_{-1,m}) \\ m_2 \ddot{u}_{0,m} = c (u_{1,m} + u_{0,m+1} + u_{-1,m} + u_{0,m-1} - 4u_{0,m}) \end{cases} \quad (1.3)$$

Получаем:

$$\frac{A_T}{A_I} = \frac{e^{i k_1^x a} - e^{-i k_1^x a}}{e^{i k_2^x a} - e^{-i k_1^x a}} \cdot \frac{e^{i k_2^y a m}}{e^{i k_1^y a m}} \quad (1.4)$$

$$T = \frac{m_2 g_2^x}{m_1 g_1^x} \left| \frac{e^{i k_1^x a} - e^{-i k_1^x a}}{e^{i k_2^x a} - e^{-i k_1^x a}} \right|^2, \quad (1.5)$$

где

$$g_i^x = \frac{d\Omega}{dk_i^x} = \frac{ac}{\Omega m_i} \sin k_i^x a; \quad g_i^y = \frac{d\Omega}{dk_i^y} = \frac{ac}{\Omega m_i} \sin k_i^y a; \quad g_i = \sqrt{(g_i^x)^2 + (g_i^y)^2}$$