Лекция №1

Электростатика

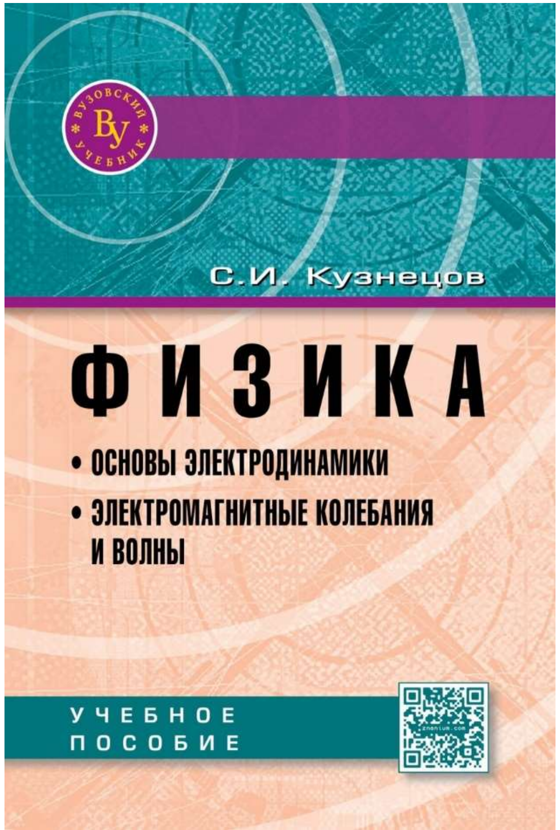
Электрический заряд. ЗСЭЗ. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции полей. Распределение зарядов. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса.

Материалы к лекциям по физике
Панкратовой Евгении Валерьевны
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Разделы

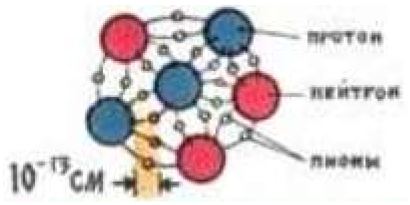
- ❑ Электростатика
- ❑ Постоянный ток
- ❑ Магнетизм

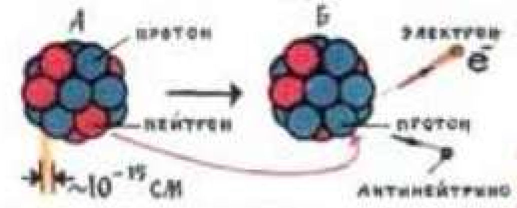
Литература



Сильное взаимодействие

Обусловливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и обеспечивает исключительную прочность этих образований, лежащих в основе стабильности вещества



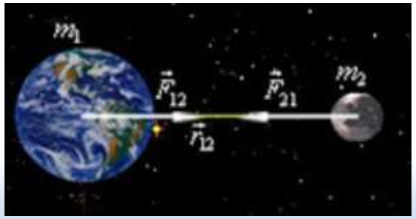


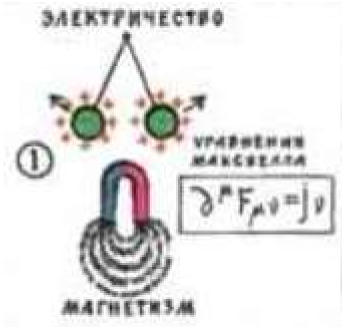
Слабое взаимодействие

Ответственно за взаимодействие частиц, происходящее с участием нейтрино или антинейтрино (например, β-распад), а также за безнейтринные процессы распада, характеризующиеся довольно большим временем жизни распадающейся частицы ($\geqslant 10^{-10}$ с)

Гравитационное взаимодействие

Присуще всем без исключения частицам, однако ввиду малости масс элементарных частиц оно пренебрежимо мало и в процессах микромира, по-видимому, несущественно





Электромагнитное взаимодействие

Характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино, антинейтрино и фотона. Ответственно, в частности, за существование атомов и молекул, обусловливая взаимодействие в них положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов

Тип взаимодействия	Источник	Константа взаимодействия	Радиус действия (м)
Гравитационное	Масса	10^{-38}	∞
Электромагнитное	Электрически заряженные частицы	10^{-2}	∞
Сильное	Частицы, входящие в состав ядер (протоны, нейтроны)	1	10^{-15}
Слабое	Элементарные частицы	10^{-14}	10^{-18}

Взаимодействие	Константа взаимодействия	Участвующие частицы	Кванты поля (бозоны)	Масса кванта поля, ГэВ	Характерное время взаимодействия, сек	Радиус взаимодействия, см
Хиггсовское	10^{-4}	все частицы	бозон H^0 (хиггс)	125	$\approx 10^{-14}$	$\approx 10^{-16}$

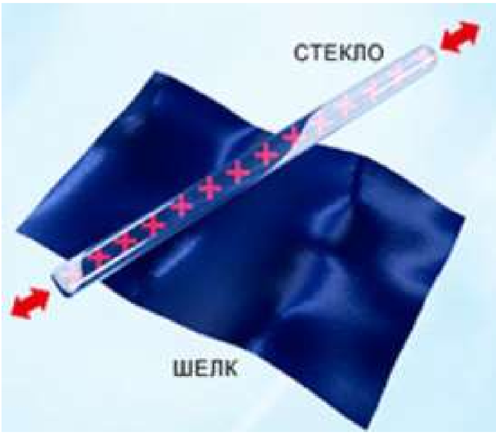
Электрический заряд. Фундаментальные свойства

Электростатика – раздел физики, в котором изучаются свойства и взаимодействия неподвижных электрических зарядов

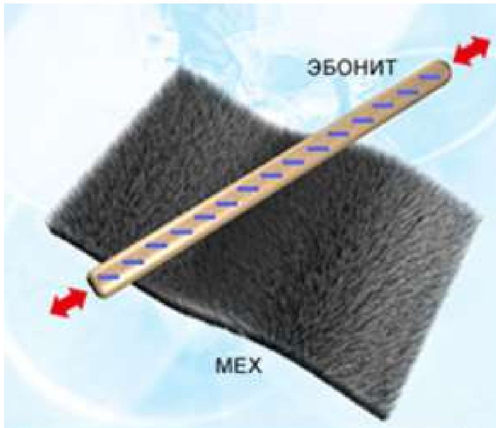
Существуют два рода электрических зарядов: положительные и отрицательные

Условились считать (Бенджамин Франклин, 1746г.), что

заряд, полученный на стекле, потертом о шелк, положительным



заряд, полученный на эбоните, потертом о шерсть, отрицательным



Закон сохранения электрического заряда

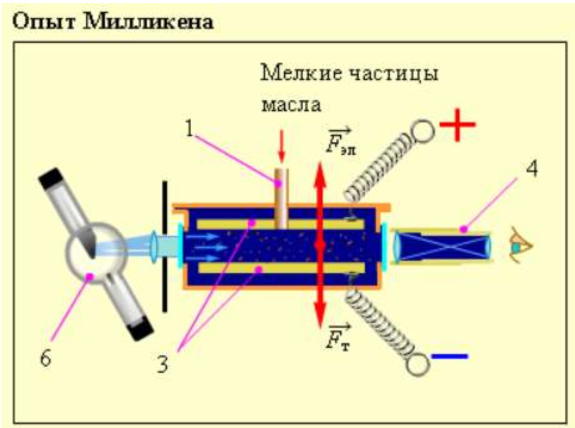
Минимальный заряд обозначается буквой *e* и равен $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

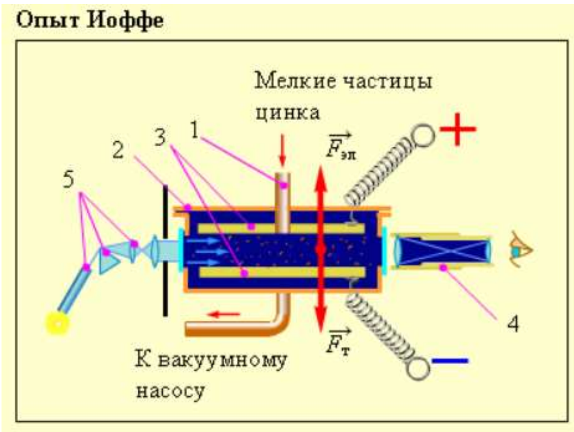
Такой заряд имеют электрон (носитель отрицательного заряда) и протон (носитель положительного заряда).

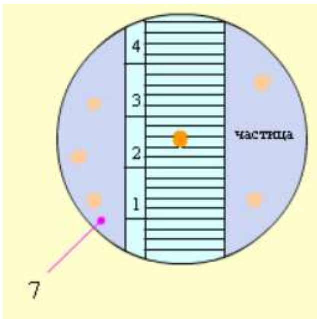
Первые, наиболее точные определения заряда электрона были выполнены американским ученым **Р. Милликеном** и русским физиком **А.Ф. Иоффе**.

В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов не изменяется

В классическом эксперименте американского физика Роберта Эндрюса Милликена, результаты которого были опубликованы в 1910 г., измерялась сила, действующая на мельчайшие заряженные капельки масла, подвешенные между электродами при помощи электрического поля. При известном значении электрического поля по данным эксперимента можно было определить заряд капли. Проведя серию экспериментов с большим количеством капелек, Милликен показал, что результаты могут быть объяснены, если предположить, что заряд капли пропорционален целому числу элементарных зарядов, величиной $-1{,}592 \cdot 10^{-19}$ Кл. Несколько меньшее значение, чем в настоящий момент принятое $-1{,}60217653 \cdot 10^{-19}$ Кл объясняется тем, что Милликен использовал неточные значения коэффициента вязкости воздуха.
Подобную установку использовал и российский физик Абрам Федорович Иоффе, который провел ряд работ по измерению заряда электрона при внешнем фотоэффекте и доказал статический характер элементарного фотоэффекта (1913г.).
Используя один принцип, установки Милликена и Иоффе отличались особенностями устройства.







1. Трубка
2. Камера
3. Заряженные мателлические пластины
4. Микроскоп
5. Устройство для получения ультрафиолетового излучения
6. Устройство для получения рентгеновского излучения
7. Заряжнная частица в поле зрения микроскопа

Заряд любого тела всегда складывается из *целого* количества элементарных зарядов

$$\boxed{q = \pm Ne}$$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл

Электрический заряд любой элементарной частицы — величина релятивистски инвариантная. Он не зависит от системы отсчёта, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

Точечный заряд —
это заряд, размерами носителя которого по сравнению с расстоянием, на котором рассматривается электростатическое взаимодействие, можно пренебречь

-это идеализация, вводимая для упрощения описания поля заряженного тела или системы тел.

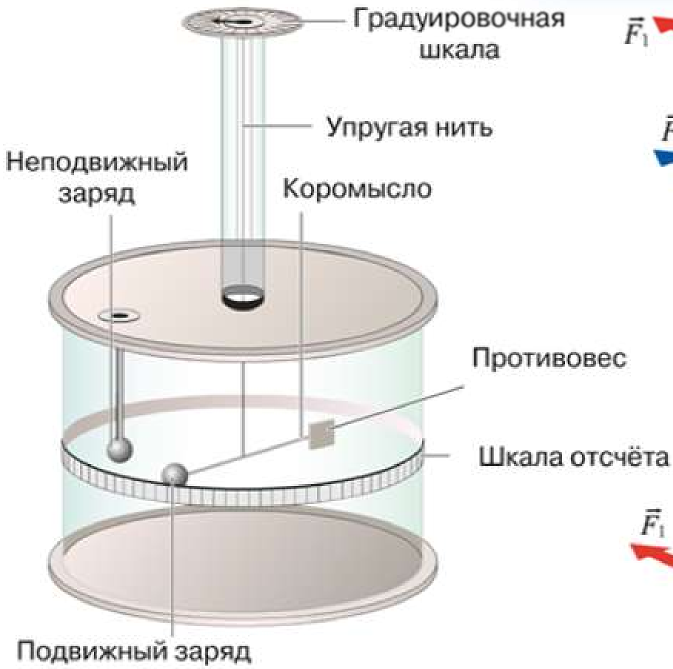
Именно для точечных зарядов сформулирован закон Кулона

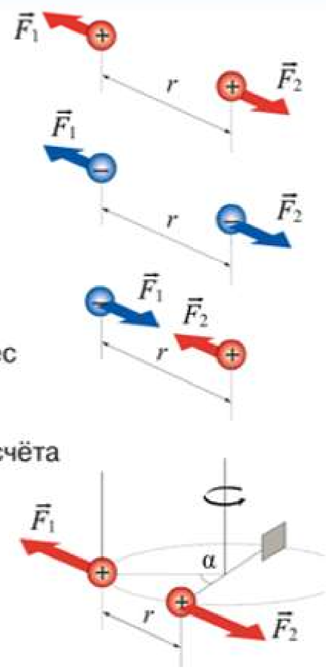
Закон Кулона

В 1785 г. французский физик Шарль Кулон экспериментально установил основной закон электростатики – закон взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел или частиц:

$$F = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

Сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними





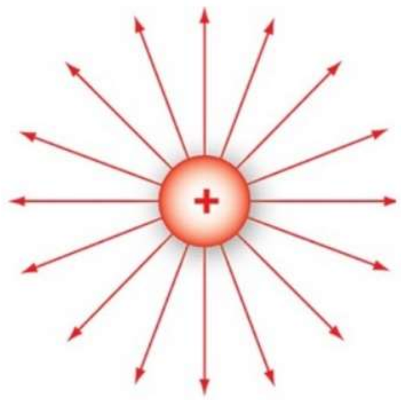
$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н·м}^2/\text{Кл}^2,$$

ε_0 – электрическая постоянная, равная $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/Н·м^2

$$\vec{F}_{1,2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1,2}^3} \cdot \vec{r}_{1,2}$$

- Сила отталкивания двух маленьких одноименных заряженных шариков обратно пропорциональна квадрату расстояния между центрами обоих шариков
- Сила взаимодействия пропорциональна заряду каждого из шариков

Электрическое поле

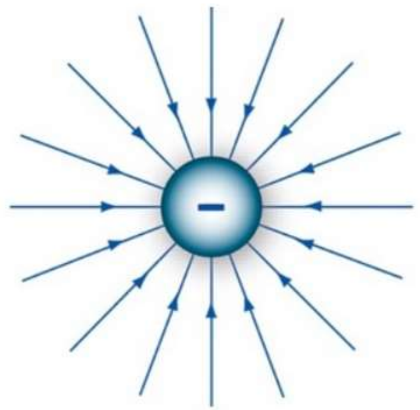


Электрическое поле. Согласно современным представлениям взаимодействие между зарядами осуществляется через поле. Всякий электрический заряд q изменяет определенным образом свойства окружающего его пространства — создает электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в какую-либо его точку другой, «пробный», заряд испытывает действие силы.

Опыт показывает, что сила $\mathbf{F}$, действующая на неподвижный точечный пробный заряд q', всегда может быть представлена как

$$\mathbf{F} = q'\mathbf{E}, \tag{1.1}$$

где вектор $\mathbf{E}$ называют напряженностью электрического поля в данной точке. Вектор $\mathbf{E}$, как видно из (1.1), можно определить как силу, действующую на единичный положительный неподвижный заряд. Здесь предполагается, что пробный заряд q' должен быть достаточно малым, чтобы его внесение не вызвало заметного искажения интересующего нас поля (вследствие возможного перераспределения создающих поле зарядов).



Поле точечного заряда. Из опыта (закон Кулона) непосредственно следует, что напряженность поля неподвижного точечного заряда q на расстоянии r от него можно представить как

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathbf{e}_r,} \tag{1.2}$$

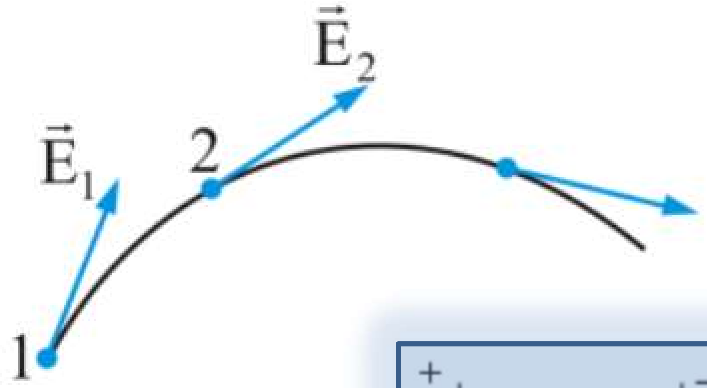
где ε_0 — электрическая постоянная; $\mathbf{e}_r$ — орт радиуса-вектора $\mathbf{r}$, проведенного из центра поля, в котором расположен заряд q, до интересующей нас точки. Формула (1.2) записана в СИ. Здесь коэффициент

$$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф},$$

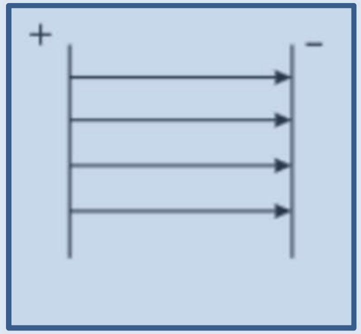
заряд q выражается в кулонах (Кл), напряженность поля $\mathbf{E}$ — в вольтах на метр (В/м). В зависимости от знака заряда q вектор $\mathbf{E}$ направлен так же, как и $\mathbf{r}$, или противоположно ему.

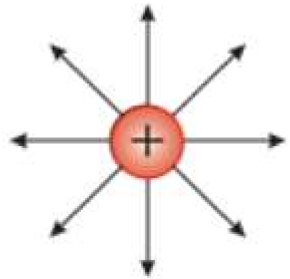
Электрическое поле

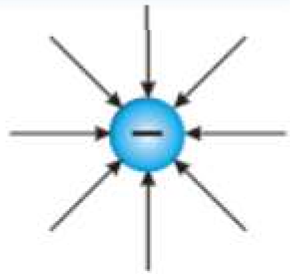
Геометрическое описание электрического поля. Зная вектор **E** в каждой точке, можно представить электрическое поле очень наглядно с помощью линий напряженности, или линий вектора **E**. Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора **E**, а густота линий, т. е. число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную линиям в данной точке, была бы пропорциональна модулю вектора **E**. Кроме того, этим линиям приписывают направление, совпадающее с направлением вектора **E**. По полученной картине можно легко судить о конфигурации данного электрического поля — о направлении и модуле вектора **E** в разных точках поля.



Силовые линии *– это линии, касательная к которым в любой точке поля совпадает с направлением вектора напряженности*



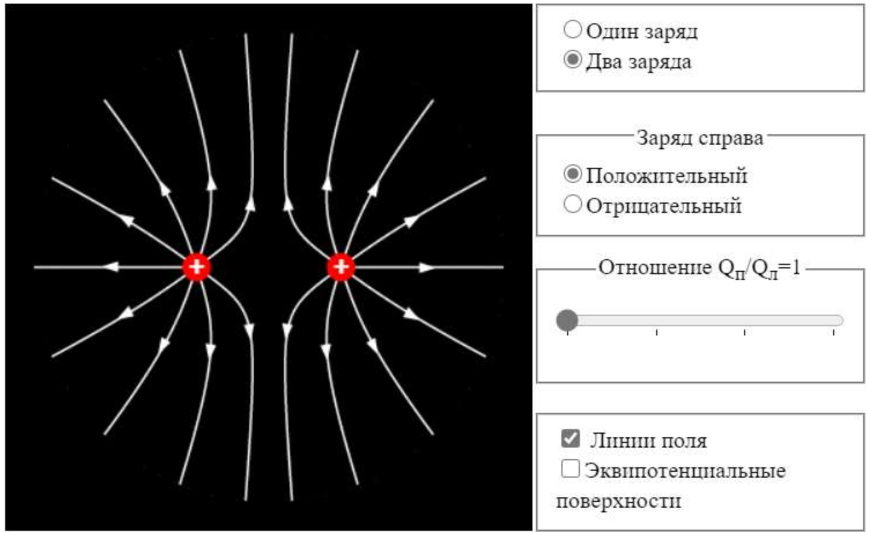


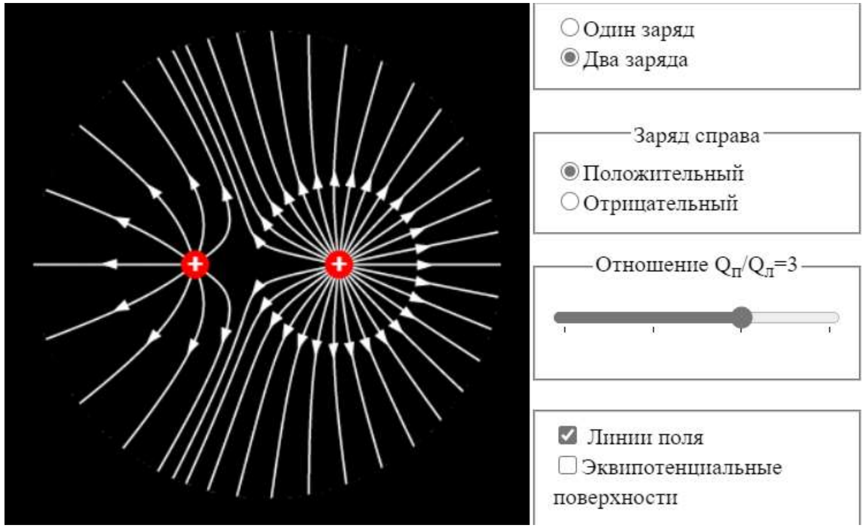


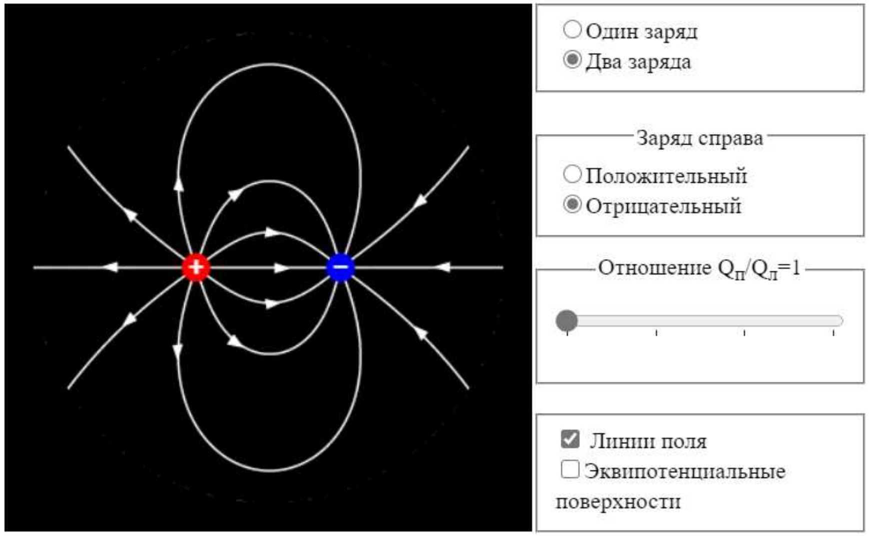
Однородным *называется электростатическое поле, во всех точках которого напряженность одинакова по величине и направлению*

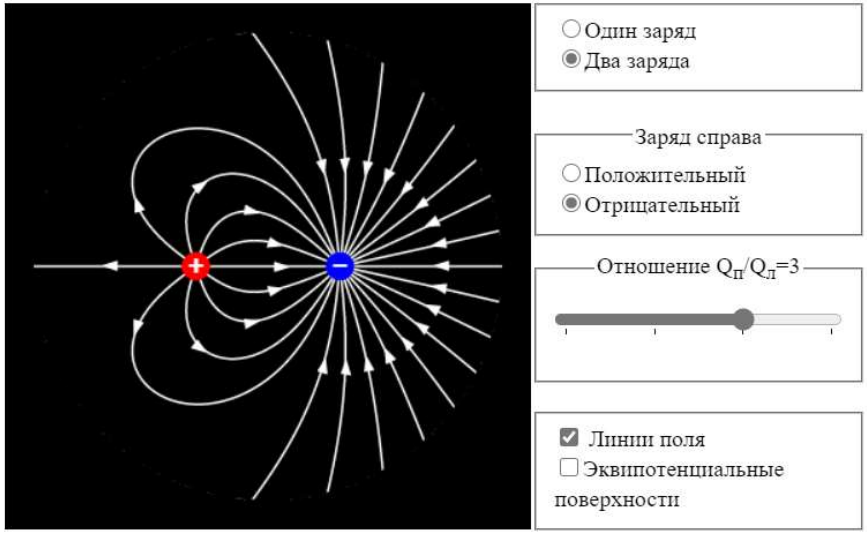
Однородное электростатическое поле изображается параллельными силовыми линиями на равном расстоянии друг от друга

Электрическое поле









Принцип суперпозиции электрических полей

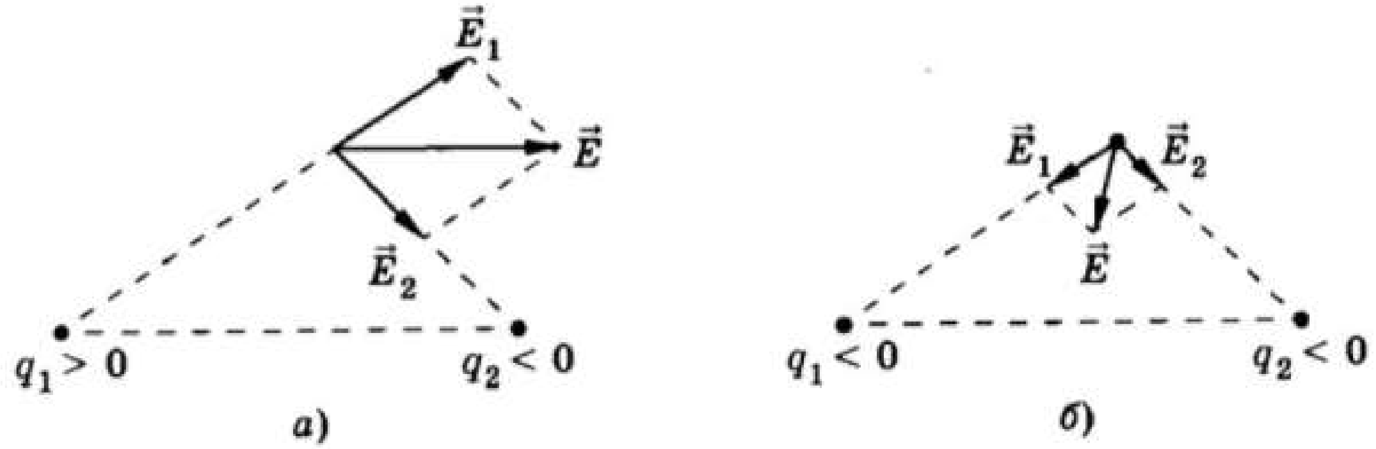
Принцип суперпозиции. Другой опытный факт, кроме закона (1.2), заключается в том, что напряженность поля системы точечных неподвижных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавали бы каждый из зарядов в отдельности:

$$\boxed{\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri},} \qquad (1.3)$$

где r_i — расстояние между зарядом q_i и интересующей нас точкой поля.

Это утверждение называют принципом суперпозиции (наложения) электрических полей. Он выражает одно из самых замечательных свойств полей и позволяет вычислять напряженность поля любой системы зарядов, представив ее в виде совокупности точечных зарядов, вклад каждого из которых дается формулой (1.2).

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \mathbf{e}_r,} \qquad (1.2)$$



Распределение зарядов

Распределение зарядов. Для упрощения математических расчетов во многих случаях бывает удобно игнорировать тот факт, что заряды имеют дискретную структуру (электроны, ядра), и считать, что они «размазаны» определенным образом в пространстве. Другими словами, удобно заменить истинное распределение точечных дискретных зарядов фиктивным непрерывным распределением. Это позволяет значительно упрощать расчеты, не внося сколько-нибудь значительной ошибки.

При переходе к непрерывному распределению вводят понятие о плотности зарядов — объемной ρ, поверхностной σ и линейной λ. По определению,

$$\rho=\frac{dq}{dV},\ \sigma=\frac{dq}{dS},\ \lambda=\frac{dq}{dl}, \tag{1.4}$$

где dq — заряд, заключенный соответственно в объеме dV, на поверхности dS и на длине dl.

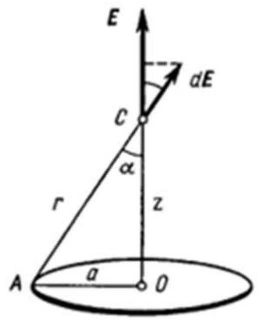
$$\boxed{\mathbf{E}=\sum \mathbf{E}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\mathbf{e}_{ri},} \tag{1.3}$$

С учетом этих распределений формула (1.3) может быть представлена в другой форме. Например, если заряд распределен по объему, то надо заменить q_i на $dq=\rho\, dV$ и $\sum$ на $\int$, тогда

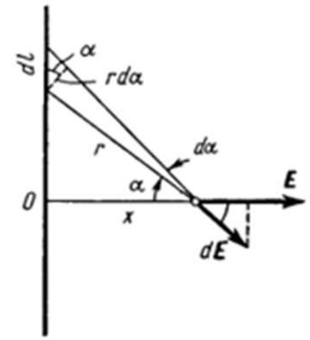
$$\mathbf{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\mathbf{e}\, dV}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\mathbf{r}\, dV}{r^3}, \tag{1.5}$$

где интегрирование проводится по всему пространству, в котором ρ отлично от нуля.

Пример 1. Поле на оси тонкого равномерно заряженного кольца. *Заряд $q>0$ равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом a. Найти напряженность E электрического поля на оси кольца как функцию расстояния z от его центра.*



Пример 2. Поле равномерно заряженной прямой нити. *Тонкая прямая нить длиной $2l$ заряжена равномерно зарядом q. Найти напряженность E поля в точке, отстоящей на расстоянии x от центра нити и расположенной симметрично относительно ее концов.*



Поток вектора напряженности

Поток вектора E. Для большей наглядности воспользуемся геометрической картиной описания электрического поля (с помощью линий вектора **E**) и еще, для упрощения рассуждений, будем считать, что густота линий **E** *равна* модулю вектора **E**. Тогда число линий, пронизывающих элементарную площадку dS, нормаль **n** которой составляет угол α с вектором **E**, определяется согласно рис. 1.3 как $E\, dS \cos\alpha$. Эта величина и есть поток $d\Phi$ вектора **E** сквозь площадку dS. В более компактной форме

$$d\Phi = E_n\, dS = \mathbf{E}\, d\mathbf{S},$$

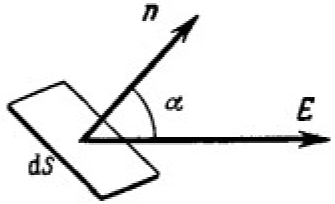


Рис. 1.3

где E_n — проекция вектора **E** на нормаль **n** к площадке dS; $d\mathbf{S}$ — вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью **n** к площадке. Заметим, что выбор направления вектора **n** (а следовательно, и $d\mathbf{S}$) условен, его можно было бы направить и в противоположную сторону.

Если имеется некоторая произвольная поверхность S, то поток вектора **E** сквозь нее

$$\Phi = \int_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S}. \qquad (1.6)$$

Эта величина алгебраическая: она зависит не только от конфигурации поля **E**, но и от выбора направления нормали. В случае замкнутых поверхностей принято нормаль **n** брать н а р у ж у области, охватываемой этими поверхностями, т. е. выбирать в н е ш н ю ю нормаль, что в дальнейшем будет всегда и подразумеваться.

Хотя здесь речь шла о потоке вектора **E**, понятие потока в равной степени относится к любому векторному полю.

Теорема Остроградского-Гаусса

Теорема Гаусса. Поток вектора **E** сквозь произвольную замкнутую поверхность S обладает удивительным и замечательным свойством: он зависит только от алгебраической суммы зарядов, охватываемых этой поверхностью. А именно

$$\boxed{\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\text{внутр}},} \tag{1.7}$$

где кружок у интеграла означает, что интегрирование проводится по замкнутой поверхности.

Это выражение и составляет суть теоремы Гаусса: *поток вектора* **E** *сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов внутри этой поверхности, деленной на* ε_0.

Доказательство теоремы. Сначала рассмотрим поле одного точечного заряда q. Окружим этот заряд произвольной замкнутой поверхностью S (рис. 1.4) и найдем поток вектора **E** сквозь элемент $d\mathbf{S}$:

$$d\Phi = \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = E\,dS\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,dS\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,d\Omega, \tag{1.8}$$

где $d\Omega$ — телесный угол, опирающийся на элемент по-

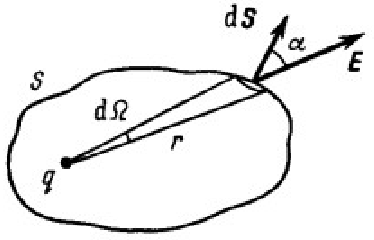


Рис. 1.4

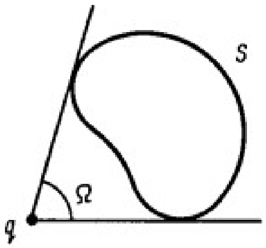


Рис. 1.5

верхности dS, с вершиной в точке расположения заряда q. Интегрирование этого выражения по всей поверхности S эквивалентно интегрированию по всему телесному углу, т. е. замене $d\Omega$ на 4π, и мы получим $\Phi = q/\varepsilon_0$, как и требует формула (1.7).

Заметим, что при более сложной форме замкнутой поверхности углы α могут быть больше $\pi/2$, а значит, $\cos\alpha$ и $d\Omega$ в (1.8) принимает, вообще говоря, как положительные, так и отрицательные значения. Итак, $d\Omega$ — величина алгебраическая: если $d\Omega$ опирается на внутреннюю сторону поверхности S, то $d\Omega > 0$, если же на внешнюю сторону, то $d\Omega < 0$.

Отсюда, в частности, следует: если заряд q расположен вне замкнутой поверхности S, то поток вектора **E** через нее равен нулю. Для этого достаточно провести из заряда q коническую поверхность так, чтобы она оказалась касательной к замкнутой поверхности S. Тогда интегрирование выражения (1.8) по поверхности S эквивалентно интегрированию по Ω (рис. 1.5): внешняя сторона поверхности S будет видна из точки q под углом $\Omega > 0$, а внутренняя под углом $-\Omega$ (оба угла по модулю равны). В сумме получим нуль, и $\Phi = 0$, что также совпадает с утверждением (1.7). На языке линий вектора **E** это означает, что сколько линий входит в объем, ограниченный поверхностью S, столько и выходит.

Теперь обратимся к случаю, когда электрическое поле создается системой точечных зарядов q_1, q_2 и т. д. В этом случае согласно принципу суперпозиции $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots$, где $\mathbf{E}_1$ — поле, создаваемое зарядом q_1, и т. д. Тогда поток вектора **E** можно записать так:

$$\oint \mathbf{E}\,d\mathbf{S} = \oint(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots)\,d\mathbf{S} = \oint \mathbf{E}_1\,d\mathbf{S} + \oint \mathbf{E}_2\,d\mathbf{S} + \ldots = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots$$

Согласно предыдущему каждый интеграл в правой части равен q_i/ε_0, если заряд q_i находится *внутри* замкнутой поверхности S, и нулю, если *снаружи* поверхности S. Поэтому в правой части останется алгебраическая сумма *только* тех зарядов, которые находятся внутри поверхности S.

Для завершения доказательства теоремы остается учесть случай, когда заряды распределены непрерывно с объемной плотностью, зависящей от координат. В этом случае можно считать, что каждый элементарный объем $\mathrm{d}V$ содержит «точечный» заряд $\rho\,\mathrm{d}V$. Тогда в правой части (1.7)

$$q_{\text{внутр}} = \int \rho\,\mathrm{d}V, \tag{1.9}$$

где интегрирование проводится только по объему, заключенному внутри замкнутой поверхности S.

Необходимо обратить внимание на следующее важное обстоятельство: в то время как само поле $\mathbf{E}$ зависит от конфигурации в с е х зарядов, поток вектора $\mathbf{E}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S определяется только алгебраической суммой зарядов в н у т р и поверхности S. Это значит, что если передвинуть заряды, то поле $\mathbf{E}$ изменится всюду, в частности, и на поверхности S, изменится, вообще говоря, и поток вектора $\mathbf{E}$ через S. Однако если передвижка зарядов произошла без пересечения поверхности S, поток вектора $\mathbf{E}$ через эту поверхность останется п р е ж н и м, хотя, повторяем, само поле $\mathbf{E}$ может измениться, причем весьма существенно. Удивительное свойство электрического поля!