КНИГА

МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА ДЛЯ ПРОСТОЙ И РЕЗУЛЬТАТИВНОЙ УЧЁБЫ

(Серия: Сельскому учителю в помощь)

ОГЛАВЛЕНИЕ

КНИГА МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА ДЛЯ ПРОСТОЙ И РЕЗУЛЬТАТИВНОЙ УЧЁБЫ..1
ОГЛАВЛЕНИЕ 2
АВТОРСКОЕ ПРАВО 2
МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА ДЛЯ ПРОСТОЙ И РЕЗУЛЬТАТИВНОЙ УЧЁБЫ 3
ПРЕДИСЛОВИЕ 3
ЧАСТЬ I: ВСТУПЛЕНИЕ 4
1. О ПРОБЛЕМАХ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ 4
2. СВОРАЧИВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ С ТРЕТЬЕЙ ЧЕТВЕРТИ XX ВЕКА 11
3. О САМОСТОЯТЕЛЬНОМ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ 18
4. О КНИГАХ ПО МАТЕМАТИКЕ: ХОРОШИХ И ПЛОХИХ 19
ЛИТЕРАТУРА 22
ЧАСТЬ II: ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКИ 23
ИНСТРУКЦИЯ РАЗДЕЛА 24
1. МАНИФЕСТ 24
2. МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА КАК НЕДЕЛИМОЕ ЦЕЛОЕ 28
3. ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЮ 28
4. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: «НОВАЯ ГЕОМЕТРИЯ» 29
5. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: ТЕОРИЯ ПОЛЯ 31
6. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 32
7. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 34
8. ОТОБРАЖЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ МОДЕЛЬЮ «КОНЕЧНЫЙ АВТОМАТ» 35
9. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: ЭНЕРГИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ 36
ЛИТЕРАТУРА 39
ИСТОРИЯ ВЕРСИЙ 39
АВТОРСКОЕ ПРАВО И УСЛОВИЯ ПОЛЬЗОВАНИЯ 40

АВТОРСКОЕ ПРАВО

Версия документа: v1.5 от 19.12.2023

Постоянная ссылка: https://github.com/myfoundation/EvolutionaryEngineering

МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА ДЛЯ ПРОСТОЙ И РЕЗУЛЬТАТИВНОЙ УЧЁБЫ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сельские учителя спросили, как готовить детишек, чтоб по способностям и возможностям они не отличались от ровесников, живущих рядом с ведущими университетами с их богатыми библиотеками и высокой научной культурой.

Так родились эти лекции. Они хороши для работающих на результат учителей небольших городков и деревень, любящих естествознание школьников от 14 лет (либо детей от 7 лет с учителем), и, несомненно, студентов младших курсов университетов. Профессионал математик и бакалавр врядли найдут здесь что-то интересное либо новое для себя.

Материал лекций составлен центоном (построен фрагментами работ других авторов). Цитируемые фрагменты даны с незначительными сокращениями, иногда с перестановкой абзацев и предложений. С оригиналами можно ознакомиться по ссылкам в списке литературы.

Лекции разбиты на 7 частей.

1. Вступление. Краткое объяснение причин провального состояния математики; обоснование необходимости учёбы самостоятельно.

2. Предмет математики. Изложенную общую картину следует понять и «держать в голове» постоянно, наблюдая, как её пока детально не раскрытые элементы, наполняются содержанием на каждом этапе курса.

3. Курс из книг известных педагогов и учёных, посвятивших жизнь естествознанию; кто изложит науки с большим мастерством, нежели это сделано ими? Приступать к курсу можно незамедлительно.

4. Историческая и социальная фактура наук. Без понимания логики, истории происхождения и развития социальной среды наук, то есть их генезиса, невозможно ни овладеть ими, ни найти своё место в них.

5. Лекции по «основаниям математики». Это жанр о первичных элементах наук: их свойствах и принципах отбора. Математика работает и без этих знаний, но для вдумчивой и качественной работы они незаменимы.

6. «Теория и системы автоматического управления». Эта дисциплина познаёт и отображает предметы образом «пространств состояний», для технологий управления такими «пространствами». Здесь смесь наиболее интересной математики: элементов аналитической механики, теории упругости, теории вероятностей, кибернетики, варьирования. Я доступно раскрою эту дисциплину, несколько другим языком рассмотрев её основания, и сместив акцент с формул в понятийную плоскость.

7. Серия извлечений из книг зарубежных знаменитых естествознателей (Планк, Пуанкаре, Максвелл, Курант) и отечественных учёных (Норден, Рашевский, Бермант, Ващенко-Захарченко). Будет дано их видение начал математики, физики, и аспектов преподавания этих наук.

ЧАСТЬ I: ВСТУПЛЕНИЕ

1. О ПРОБЛЕМАХ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Прилежный ученик, как бы ни старался, не возьмет качественной математики из школьных книг и программ.

Эта истина хорошо известна в кругах педагогов, учёных, государственных служащих ещё с 1976-1982 гг. Академия наук СССР пыталась исправить положение, но тщетно.

Академик Понтрягин [15] о провалах математических школьных книг, 1980 год:

«Пищу для печальных раздумий дает письмо тринадцати старшеклассниц из Вильнюса, опубликованное в «Комсомольской правде» 12 марта 1978 года. В нем было выражено настоящее отчаяние:

«Нам никак не одолеть программу по математике... Многого не понимаем, зубрежкой не все возьмешь... Такие заумные учебники... Вот и ходим мы в «дебилах», как называют нас учителя...»

Однако всеобщая тревога возникла гораздо раньше. О преподавании математики заговорили повсюду, начиная с семей, в которых есть дети-школьники, и кончая высокими инстанциями. Родители обеспокоились, что, имея даже инженерное образование, они не понимают излагаемого в школе материала и не могут помочь своим детям в приготовлении уроков. Не ясен и смысл этого материала. Среди школьных педагогов – растерянность и недоумение по поводу новых программ. От многих из них мне приходится получать письма, в которых это выражено весьма эмоционально.

О причинах данного явления я узнал из телевизионного выступления министра просвещения СССР М. А. Прокофьева (в 1979 году). Он сообщил, что двенадцать лет тому назад некоторыми авторитетами было признано, что математика, преподававшаяся тогда в средней школе, отстала от требований времени и потому ее нужно «модернизировать». Нет слов, в определенных усовершенствованиях школьная математика нуждалась, но осуществленные мероприятия не улучшили, а ухудшили положение. В результате, в частности, возникли те учебные программы и пособия, по которым ныне и учатся математике в школе.

На одном совещании мне довелось услышать из уст академика-физика: «Совершенно понятно, почему родители даже с инженерным образованием не понимают школьной математики,– ведь это современная математика, а они учили только старую...» Вот, оказывается, в чем «секрет». Тут уж у меня самого возник вопрос: зачем же детям такая математика в средней школе, что в ней не могут разобраться даже специалисты с высшим техническим образованием?

Современные школьные учебники по математике поэтому – шаг назад в трактовке этой науки, они несостоятельны по своему существу, поскольку выхолащивают суть математического метода.

Чрезмерно абстрактный характер придан преподаванию математики уже в первых классах и уже там мешает освоению ее основного предмета – арифметики. Внедрение нарочито усложненной программы, вредной по своей сути, осуществляется к тому же с помощью недоброкачественных, в ряде случаев просто безграмотно выполненных учебников.

Содержательная часть математики на школьных уроках потеснена сугубо формальной. Академики В. С. Владимиров, А. Н. Тихонов и я в журнале «Математика в школе» (1979, № 3) писали: «Чрезмерный объем и неоправданная сложность изложения программного материала развивают у многих учащихся неверие в свои способности, чувство неполноценности по отношению к математике. Этим отчасти объясняется снижение интереса к естественнонаучным и техническим дисциплинам... Создавшееся положение с преподаванием математики в средней школе требует принятия решительных мер по его исправлению».

В постановлении ЦК КПСС и Совета Министров СССР «О дальнейшем совершенствовании обучения, воспитания учащихся общеобразовательных школ и подготовки их к труду» говорилось: «Школьные программы и учебники в ряде случаев перегружены излишней информацией и второстепенными материалами, что мешает выработке у учащихся навыков самостоятельной творческой работы». Эти слова целиком и полностью относятся к ныне действующему школьному курсу математики.

Нужно признать – и я об этом заявлял,– что некоторые дела в области математики сильно запущены из-за нашей собственной беспечности и непонимания происходящего.

К числу таких запущенных дел принадлежит положение с математическим образованием в средней школе. Реформа преподавания, проведенная более 10 лет назад, привела его, на мой взгляд, к странному состоянию. Об этом мне уже довелось выступать на страницах газеты «Социалистическая индустрия», вместе с моими коллегами в журнале «Математика в школе».

Пассивную роль в создании ныне действующих учебников сыграла Академия педагогических наук СССР, не обратив должного внимания на их качество.

Странно, что многие специалисты по методике преподавания математики, имеющие обширные научные знания, оказались бессильными понять непригодность для школы существующих программ. А между тем положительная инициатива школьных учителей по совершенствованию преподавания на местах нередко глушится циркулярами или – в лучшем случае – не поддерживается должным образом.

Общее собрание Отделения математики АН СССР в декабре 1978 года приняло в высшей степени принципиальное решение. Вот выписка из него:

«1. Признать существующее положение со школьными программами и учебниками по математике неудовлетворительным.

2. Считать вновь представленную Министерством просвещения СССР программу по математике для средней школы неудовлетворительной.

3. Создать Комиссию по вопросам математического образования в средней школе при Отделении математики АН СССР...»

А ведь, признаться, неплохим, в общем, был предшествующий опыт школьного обучения, неплохими были и учебники,– не случайно именно к ним обращаются репетиторы, подготавливая сегодня абитуриентов в вузы.» [1]

Официальная пресса, 1980 год:

«Нынешний школьный курс не обеспечивает прочного и сознательного усвоения учащимися основ математических знаний, необходимых в дальнейшей практической и учебной деятельности.

Как сообщили редакции, опыт приема нового пополнения в высшие учебные заведения показывает, что за последние годы резко понизился уровень математической подготовки в школе. На вступительных экзаменах в вузы в знаниях абитуриентов обнаруживаются серьезные пробелы, о которых раньше не было и речи.

Оказались утраченными многие весьма необходимые знания и навыки (в том числе арифметического счета, решения алгебраических уравнений и неравенств, тригонометрических и геометрических построений и преобразований и т. д.). Ряд существенно важных разделов (например, комплексные числа) оказался изъятым из школьного курса, что стало затруднять обучение ряду специальных предметов в техникумах и вузах.

Ввиду того, что школьная программа математики и учебники, предложенные коллективом специалистов, внедрялись без квалифицированной методико-педагогической проработки, без предварительного, широко поставленного эксперимента, Министерству просвещения РСФСР пришлось с 1970 года десять раз вмешиваться в осуществляемый процесс обновления математического курса, вносить в него частные коррективы, сокращения, упрощения, доводить их до сведения местных органов народного образования.

Поскольку учащиеся шестого класса стали с трудом воспринимать геометрию, то в 1972 году попросту отменили оценку по этому предмету за первую четверть – данная мера фактически отводила глаза от тревожного симптома. Еще в большей степени показательна отмена в дальнейшем выпускного экзамена по геометрии.

Обновление курса школьной математики и организационно было обставлено несовершенно. Аналогичное положение имеет место ныне и в физике.

Излишнее увлечение абстракциями теоретико-множественного подхода стало неверно ориентировать творческие интересы студенческой и научной молодежи. Оно возобладало и в школьном математическом образовании, нанеся ему существенный ущерб.

Формалистическое поветрие проникло и в средние специальные и в высшие учебные заведения. Оно коснулось и научно-исследовательских разработок, представляемых на соискание ученых степеней в области педагогических наук.

Отстраненным оказался тот богатый положительный опыт, которым могло гордиться школьное образование в нашей стране и который стимулировал плодотворный творческий рост молодежи, активизировал ее интерес к математике, естествознанию и технике, воспитывал таланты.

Ввиду возрастания критики со стороны педагогических работников, родительской общественности и ученых-математиков (особенно после вынесения решения общим собранием Отделения математики АН СССР в декабре 1978 года) Министерство просвещения РСФСР с 1978/79 учебного года приступило к осуществлению эксперимента преподавания математики в шестых классах по улучшенной программе и соответственно по новым учебникам. В порядке временной меры возобновлено издание – в качестве книги для учителя – классического школьного учебника математики А. П. Киселева, хорошо зарекомендовавшего себя на протяжении многих десятилетий.

Министерству просвещения СССР, Академии педагогических наук СССР предстоит сделать из всего изложенного соответствующие выводы. Необходимо в кратчайшие сроки выработать конкретный план мероприятий по решительному улучшению дела.

Л.С. Понтрягин своевременно поднимает голос против искажения сущности своей науки и извращения способов обучения, за истинное содержание ее школьного предмета.

Редакция познакомила с нею многих специалистов; директора Математического института имени В. А. Стеклова академика И. М. Виноградова, директора Института прикладной математики имени М. В. Келдыша, декана факультета вычислительной математики и кибернетики Московского университета академика А. Н. Тихонова, академика В. С. Владимирова, члена-корреспондента АН СССР А. И. Кострикина, заместителя директора Научно-исследовательского института школ Министерства просвещения РСФСР доктора педагогических наук Ю. М. Колягина, профессоров и преподавателей механико-математического факультета МГУ, факультета «Прикладная математика» Московского авиационного института имени Серго Орджоникидзе, кафедры спецкурсов высшей математики Московского энергетического института, кафедры высшей математики Московского физико-технического института и других вузов, а также ряд преподавателей школ и средних специальных учебных заведений.

Мнение всех сходится; принципиальная оценка Л. С. Понтрягиным сложившегося положения с преподаванием математики в школе справедлива. Вопрос, поднимаемый им, чрезвычайно важен.» [1]

Академик Александров [15] , о школьных книгах по математике, 1980 год:

«Уже более двух лет назад на неудовлетворительное положение со школьными программами и учебниками по математике обратило внимание бюро Отделения математики АН СССР.

То что положение неудовлетворительно было широко осознано; последовали, в частности, выступления в журнале «Математика в школе» ряда академиков. В проведении реформы школьного математического образования были допущены серьезные, в некоторых отношениях вопиющие, недостатки.

Намеченные изменения были произведены поспешно без достаточной подготовки и в чрезмерном объеме. Программы оказались перегруженными, а стремления к общности, глубине и строгости не только не были реализованы в учебниках, но в некоторых случаях привели фактически к обратному результату:

к серьезным ошибкам и к потере доказательности, к увлечению фразеологией, к отрыву от приложений.

Особенно это проявилось в курсе геометрии, который оказался приведенным в совершенно неудовлетворительное состояние, «был уничтожен», по выражению одного старого ленинградского учителя.

Новые учебники были введены без должной объективной проверки их содержания и результатов их применения в преподавании. Учебники не были достаточно широко прорецензированы; мнения и критические замечания ученых, работников педвузов и самих учителей не были должным образом приняты во внимание. Учебники по геометрии не были даны на рецензию ведущим геометрам, а критика со стороны преподавателей школ и педвузов не принималась во внимание – отбрасывалась.

Наиболее нетерпимо то, что в учебниках сообщаются по некоторым основным вопросам заведомо ложные сведения, и это из издания в издание в учебнике для IX-X классов до 6-го издания включительно! Безответственность авторов дошла до того, что даже узнав о своих ошибках, они не потрудились их исправить!

Насколько важно сочетание ясного наглядного представления и точного понимания и насколько опасно пренебречь им, можно видеть на примере определения многогранника, данного в учебнике для 9-10-х классов. Это определение так усложнено и запутано, что его рекомендуют и не спрашивать у учеников. И не мудрено: авторы учебника сами запутались в своем определении и оно оказалось неверным! Определение вектора вышло не только неудобоваримым и педагогически абсурдным, но и со строго научной точки зрения неудовлетворительным. Это очень характерный пример того, что делается в ныне действующих учебниках.

Главной решающей мерой должно было быть создание новых учебников свободных от недостатков – хотя бы только крайних недостатков – действующих учебников. Однако попытки, сделанные в этом направлении, оказались не все удачными. Например, пробный учебник для VI класса «Геометрия 6» Л.С. Анатасяна, Э.Г. Позняка, допущенный Министерством Просвещения РСФСР, оказался хуже действующего учебника и в педагогическом отношении, и в смысле содержащихся в нем ошибок и нелепостей.

Этот пример должен насторожить и возбудить понимание того, что исправление положения с преподаванием математики в средней школе дело очень серьезное и нелегкое.

Отстранение школьников от основ науки, коль скоро они могут быть им преподаны, противоречит основным принципам общего образования у нас в стране.

Л.С. Понтрягин обращает внимание на довольно печальное состояние школьного математического образования, на недоброкачественность, а порой и неграмотность учебников, «на чрезмерно абстрактный характер», приданный преподаванию (хотя бы в некоторой его части), в этом нет уже ничего нового. Так же как нет нового в его требовании, «конкретности принимаемых мер». В той или иной степени, – с более резкими, или более мягкими оценками, – это признают теперь, можно сказать, все, включая добросовестных авторов действующих учебников». [2],[3]

Профессор Вернер [15] из истории провалов школьных программ и о разработке учебников в 1968-1985 годах.

«В середине 60-х годов прошлого века в школьном преподавании математики в СССР активно велась модернизация (так бы теперь назвали то, чем руководил тогда Колмогоров). Программы школьных курсов математики были объявлены устаревшими, отставшими от современной математики, а потому их необходимо было обновить.

К 1968 написаны новые программы и настало время писать учебники. Написать учебник для 6-8 классов взялся сам А.Н. Колмогоров. Хотя к этому времени уже был написан курс элементарной геометрии знаменитым геометром – академиком Погореловым.

Того, чего добивался Колмогоров от своего курса геометрии – повышения его уровня строгости и одновременного упрощения курса геометрии – у него не получилось. Это признал и сам А.Н. Колмогоров. Познакомившись с учебником Колмогорова Александров сказал: «Там почти нет фигур».

В 1979 году Александров написал мне, что ему из МП СССР прислали подготовленное к публикации 4-ое издание учебника. «Министр написал мне предложение стать научным редактором. Но по ознакомлении с сочинением, я пришёл к выводу, что редактировать его – напрасный и невозможный труд; нужно – и это проще – переписать сочинение заново.

Колмогоров и его коллеги забили школьный курс всякими благоглупостями, наукообразностями, словесами учёными и пр., и пр. Нужно против этого мусора восстать твёрдо и постоянно выметать его. Он забивает головы учащихся.

Революция в средней школе – злодейство. Одно уже было. Второго допустить ни в коем случае нельзя. Виноградово-Тихоновская революция или контрреволюция может быть ещё хуже Колмогоровской. Надо не дать им ходу.»

Когда мы «взялись за улучшение дела», Ю.А.Волков сказал так: «Плохо ваше дело – Погорелов уже написал учебник». Учебник Погорелова был рассчитан на репродуктивные методы, т.е. попросту на зубрёжку. Выступая на Всесоюзном совещании математиков педвузов в Харькове, А.В. Погорелов говорил о работе по своему учебнику так: «Пусть сначала выучит! Потом – поймёт!».

Приказом Министра Просвещения СССР в 1982 году учебники геометрии А.Н. Колмогорова и З.А. Скопеца были заменены учебником геометрии А.В. Погорелова. «Виноградово-Тихоновская» революция (или контрреволюция) в школьной геометрии свершилась. Поворот был крутой. Многие учителя, которые десять лет с трудом осваивали учебник А.Н. Колмогорова, должны были снова переучиваться. В 1982 году в Новосибирске была юбилейная геометрическая конференция. Съехались геометры, и Погорелов тоже приехал. Его попросили выступить перед учителями. Учителя уже начали работать по учебнику Погорелова и задавали ему много острых вопросов: «Почему нельзя пользоваться удобной символикой?», «Почему теперь ученикам приходится так много писать?» и т.д. Тогда после лекции Погорелов был сильно расстроен.

В 1986 году Министерство Просвещения СССР объявило конкурсы учебников математики для средней школы. В итоге конкурса первое место занял учебник Л.С. Атанасяна и его коллег, а учебник А.В. Погорелова остался вторым. Можно считать, что конкурс подвёл итоги десятилетиям колмогоровских реформ.

Виктор Абрамович Залгаллер сказал: «Написать новый учебник геометрии – это всё равно, что создать новый автомобиль. Если государство хочет его получить, то оно должно создать отдельный институт, который будет заниматься только этим учебником». И добавил: «Александров напишет слишком умный учебник». Эту его фразу я вспоминаю очень часто.» [4]

Учебники периода 1960-2010 годов в сравнении, мнение пользователей соцсетей:

«Есть у меня хороший знакомый, убеждённый конспиролог. Но вот иногда, удивительное дело, говорит правильные вещи. В частности, он постоянно утверждает, что в СССР, начиная с 60х годов, целенаправленно убивали науку и готовили идиотов. Он библиофил – его квартира завалена книгами по разным областям знания разных годов издания. Книги по электротехнике, по медицине, по оптике, по электронике, по радиационной безопасности, регистры судов, по ремонту телевизоров, учебники, и так далее. И вот он утверждает интересную вещь: берёшь книгу до 60х годов выпуска, особенно учебник – всё изложено просто и понятно. Берёшь книгу о том же самом более позднего периода – ничего понять невозможно, абстрактная китайская грамота. Интересно, я в своё время тоже не смог читать многих учебников, за исключением старого довоенного учебника по электричеству – но относил это к своей ограниченности. Любопытно, что примерно в эти же годы в науке наметился серьёзнейший кризис, который мы ныне и наблюдаем. Так что это было?

– Имею некоторый запас советских книжек. Тенденцию к нарастанию мути в них со временем полностью подтверждаю. Учебники 60 годов понятнее учебников 70 годов, а учебники 70 годов понятнее учебников 80 годов.

– Что-то в этом есть, весной когда дочка готовилась к экзаменам по физике, почитал современный учебник, формулировки законов настолько запутаны и неудобочитаемы, что ничего удивительного, что школьники их не запоминают. Нашел, старый учебник 80-годов, отдал дочке, земля и небо, сдала экзамены на 5.

– Да, именно так! Вы знаете, когда я училась, то если что не понятно – брала старые книги родителей. Еще стоили в рублях, по старым деньгам. Там всё четко. Думаю, это делалось специально. Воду мутили. Уже тогда.

– По маленькому собственному опыту вынужден согласится. О мировых религиях самое лучшее, что я читал – это пособие лектора по атеизму 53-го года выпуска. Поразило меня отсутствие всяческой пропаганды и намёка на отрицательное отношение (типа «мракобесие»). А вот читая учебник физики своего сына, я по своей недалёкости лишь похихикал над фактологическими ошибками и общим уровнем 15-летней блондинки составителей. Не испугался и не закричал.

– Делал я диплом по векторному управлению электроприводом, руководитель меня снабдил собственным переводом монографии изобретателя этого метода. Такого неба и земли по сравнению с нашими учебниками я больше не встречал. Наши учебники похожи на талмуды приспособленные к заучиванию и максимально затрудняющие понимание. А там была феерическая ясность и красота мысли. До того я и не знал, что можно так писать научные работы.

– До середины 60-х учебники для среднего, специального и вузовского образования, писались так что бы были понятны человеку с дефицитом образования, 6-7 классов тогда были нормальным явлением.

– Как говорил один из моих лучших учителей «хочешь спрятать истину, изреки ее формально научным языком». Вот-вот. До седин доказывай себе, что ты не дурак. Опыт спасает. Опыт общения с настоящими специалистами, в руках которых сложных и непонятных вещей не существует принципиально.

– Про учебники по литературе не скажу, не читал со школы. А вот логика, политология, экономика, философия – сплошь и рядом нечитабельны.

– Судя по всему, нынешняя школьная программа ещё хуже, чем критикуемая Понтрягиным программа 70х.» [5]

2. СВОРАЧИВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ С ТРЕТЬЕЙ ЧЕТВЕРТИ XX ВЕКА

«Общее развитие мир теперь и так навязывает нам; нам не приходится чересчур беспокоиться о нем. Особенное – вот что должны мы сами усваивать», напутствовал Гёте.

Бывает, раз за разом мы наталкиваемся на препятствия, кажущиеся «случайными». Практика показывает, что большинство барьеров, «случайностей», и, несмотря на прилагаемые усилия, не достижение цели, – это признаки нам неизвестной либо не выявленной закономерности.

Успех в математике, как и в любой деятельности, недостижим, без учёта влияния на конкретного индивида социально-исторической фактуры географии его проживания. Это «поле» проникает во все формы активности индивида, его виды деятельности и жизненные процессы, и регулирует их.

С третьей четверти XX века в государствах Европы, Евразии и обеих Америк, идёт свёртка компонент социальной, научной и промышленной инфраструктур, развёрнутых и развитых в первой половине XX века.

Качественная математика изъята из программ демонтируемых сетей массового образования, и перенесена в немногие «элитные» учебные заведения.

В таких условиях – несмотря на любые прикладываемые усилия и прилежность студента, взять качественное образование лишь из программ и правил учреждений массового образования, – невозможно.

Об этом с 1990 гг., с тревогой пишут профессора высших учебных заведений и известные учёные-практики Европы.

«Уровень математической подготовки даже в развитых странах вызывает тревогу. Академик Владимир Игоревич Арнольд, например, считает, что школьное образование Франции, Англии и Америки просто гибнет в результате непродуманных реформ, проведенных там во второй половине XX века» [6].

Стаффорд Бир, о сворачивании образования в Англии.

«Я англичанин, и в течение восьмидесятых годов я наблюдал, как мою страну разрушает идеология.

Инвестиции в промышленность, производящую реальные богатства, были уменьшены в пользу международных спекуляций, и индустриальная основа страны почти исчезла. Сбережения были съедены и инфляцией, и рыночными манипуляциями, которые сделали фантастически высокой цену жилья, она стала для многих вне досягаемости. Города и городская инфраструктура распадались; армия бомжей была многочисленной; служба здравоохранения была контрактной; школы и университеты сильно пострадали от урезаний. Национальные активы, находившиеся в общественной собственности, распродавались за бесценок и постоянно ухудшались.

Образовательные власти и руководство службы здравоохранения, которое имеет децентрализованную федеральную власть в округах, муниципалитетах и даже деревнях, были истинной частью Британского образа жизни. Они имели необходимое разнообразие в местном знании и понимании; и их существование поощряло заботу и беспокойство, и добровольное действие. Все это было фактически отменено, потому что они были лишены власти; политика и планирование были централизованы в Лондоне. Национальный учебный план был представлен оттуда, а контроль над школами приватизирован. Маленькие больницы были закрыты, поскольку были сочтены неэффективными, и Лондон определяет большинство аспектов постановки здравоохранения, включая лечение зубов.

Эта оптовая бюрократизация находится в противоречии с идеологией индивидуального предприятия. Изобретательный, если не сказать лицемерный путь этот состоял в том, чтобы торопить медиков и школы выходить из социальной структуры, которая характеризовала Англию, и переходить на методы (все еще под центральным руководством), ориентированные на прибыль.

Снова, как показал критический анализ, это происходит не от непредусмотрительности. Я начал наблюдать это двадцать лет назад и часто возвращались к этому с тех пор. Грустно наблюдать идеологов Запада, отказывающихся принять очевидность краха того, что было их культурой; и еще более мрачной является готовность Востока повторять эти неудачи, изучать, как делать те же самые ошибки – как если бы там имел место успех.

Люди типично нелегко относятся к компромиссам, которые они делают, и можно наблюдать, как они извиваются под этим принуждением. Много людей на Западе посылают своих детей в частные школы, потому что эти школы дают привилегии.

Стало общепринятым считать, что капиталистическое управление эффективно по сравнению с бюрократической неэффективностью, связанной с государственным предприятием. Но любой, кто работал в высоких эшелонах большого бизнеса, знает эту «правду», знает насколько она ложная. Есть книга Herschel Hardin «Траты и Безумие в Частном секторе», в которой даже подзаголовки – это обвинительный акт. Эту книгу нужно читать в каждой бизнес-школе.

Политические деятели Третьего мира принимают правила международной экономической игры, хотя относятся к ней подозрительно и будут говорить конфиденциально, что вызванное разрушение их местной культуры – трагедия. Я соглашаюсь с ними, и потрясен в готовности Запада продолжать преподавать идеологические модели с низким разнообразием, которые уже очевидно потерпели неудачу.» [12]

Доценко В.С., доктор физ-мат наук; ведущий научный сотрудник Института теоретической физики им. Л.Д.Ландау; профессор Парижского университета «Paris VI» и университета Сорбонны (Франция).

«Историки до сих пор спорят, как получилось, что мудрые и образованные древние египтяне столь быстро разучились строить свои замечательные пирамиды. Всё произошло буквально за несколько поколений (на рубеже IV и V династий, около XXVI века до Р.Х.).

Была поразительная историческая катастрофа: веками учились, накапливали знания и опыт, совершенствовали мастерство, передавали всё это из поколения в поколение, и вдруг разом всё забыли, перестали понимать элементарные вещи, утратили навыки.

Что удивляет – это произошло как бы само по себе, без войн и нашествий варваров. Всё построенное после, выглядело как жалкое подобие Великих Пирамид, и сейчас представляет груду развалин.

Теперь я знаю, как такое может происходить. Дело в том, что я пятый год преподаю физику и математику в Парижском университете (университет имени Марии и Пьера Кюри, известный как «Paris VI», или «Jussieu»).

Париж – не последнее место на планете по уровню образования, а мой Университет – далеко не худший в Париже.

Система французского образования задумана как-будто неплохо, всё устроено разумно, и даже деньги на это есть. Могу сообщить, что «хотели как лучше, а получилось как всегда» бывает не только в России. Французское образование (и я подозреваю, что далеко не только французское) – яркий тому пример.

Россия всегда несколько отстаёт от Запада, и, судя как энергично, а, главное, во что нас реформирует Министерство образования, сейчас в Париже я наблюдаю наше недалёкое будущее.

Сначала сухая справка. Во Франции давно действует «Единый Государственный Экзамен», называемы БАК (от слова бакалавр). Мотивация его введения та же, что и в России: поставить учеников в равные условия, свести на нет коррупцию в образовании, унифицировать требования к выпускникам.

Сдавший БАК, имеет право без вступительных экзаменов записаться в любой университет своего профиля по месту жительства (прописка у французов имеется) и учиться бесплатно, а при низких доходах семьи – получать стипендию независимо от своей успеваемости. Ученик сдавший БАК с отметкой выше определённого уровня, имеет право записаться в одну из так называемых Гранд Эколь – это что-то вроде элитных университетов.

В этом учебном году я обнаружил, что среди пятидесяти моих учеников-первокурсников восемь человек считает, что три шестых (3/6) равно одной трети (1/3). Подчеркну: это молодые люди, только что сдавшие «научный БАК», где приоритет отдаётся математике и физике. Все эксперты, которым я это рассказывал, и которые не имеют опыта преподавания в парижских университетах, сразу становятся в тупик. Они совершают свойственную всем экспертам ошибку: пытаются найти в этом логику. Они ищут (ошибочное) математическое рассуждение, приводящее к ошибочному результату. Но всё намного проще: это ученикам сообщили в школе, а они, как прилежные ученики (а в университет попадают только прилежные ученики!) запомнили, вот и всё.

В предыдущие два учебных года процентов десять-пятнадцать моих студентов систематически обнаруживали другое «нестандартное» математическое знание: они полагали, что любое число в степени (–1) равно нулю. Это было хорошо усвоенное знание, потому что проявлялось неоднократно (даже после моих возражений).

Кроме описанных выше «систематических нестандартных знаний» (которым научили в школе), у студентов имеется много личных фантазий. Хорошо, что молодые люди ещё способны хотя бы фантазировать. Думать в школе их уже отучили, – а кого не отучили, отучат в университете; так пусть хоть так проявляют живость ума (пока они, живость и ум, ещё есть).

Из своего пятилетнего опыта преподавания могу сообщить, что уверенно обращаться с дробями могло не более десятой части моих первокурсников.

Я долго не мог понять, как с подобным уровнем знаний молодые люди сдают БАК, решить задачи которого (как мне казалось) можно лишь обладая приличными знаниями. Теперь я знаю: задачи решаются с помощью калькулятора. А быстро и в правильном порядке нажимать на кнопочки молодые люди умеют. Но не думайте, что проблему можно решить, запретив калькуляторы: тогда БАК никто не сдаст, детишки вместо учёбы в университетах вынуждены будут искать работу, и одновременно без работы останется целая армия университетских профессоров. В общем, получится социальный взрыв.

Теперь о том, как учат математике и физике в университете. Под вывеской математики в осеннем семестре изучают три темы: тригонометрию (синусы, косинусы и т.д.), производные функций и несколько интегралов от стандартных функций. Изучение тригонометрии сводится к заучиванию таблицы значений синуса, косинуса и тангенса для стандартных углов и нескольких соотношений между этими функциями. Старательные студенты, которых не так уж мало, всё это знают и так. Каждый год я упорно задаю ученикам один и тот же вопрос: кто может объяснить, почему синус тридцати градусов равен 1/2? Я преподаю пять лет, и из двухсот пятидесяти моих учеников на этот вопрос мне не ответил никто. Успехом я считаю, если к концу семестра один или два человека из группы пару раз спросят «почему?». Но достичь этого мне удаётся не каждый год...

Когда я начинал работать в университете, чтобы понять что к чему, я ходил на занятия моих коллег – других преподавателей. Так я обнаружил, что всё намного-намного проще, чем нас когда-то учили. Спешу поделиться открытием: производная функции – это штрих, который ставится вверху от обозначения функции. Прямо так и учат. Далее требуется заучить свод правил, что произойдёт, если штрих поставить у произведения функций и табличку что этот штрих производит со стандартными элементарными функциями. С интегрированием та же история.

С преподаванием физики дела обстоят похоже, но рассказывать про это скучно и не так смешно. Потому очень кратко: курс физики в первом семестре в университете имени Пьера и Марии Кюри начинается почему-то с линейной оптики, затем два занятия студенты зубрят наизусть огромную таблицу с размерностями физических величии (не понимая, что такое гравитационная постоянная), затем – механика (столкновения шариков, равновесие сил), и, почему-то гидродинамика. Почему именно такая выборка? – понятия не имею, полагаю это то немногое, что знает главный координатор (и лектор) нашей секции. Почему именно в таком порядке? – да, собственно, какая разница в каком порядке всё это зубрить... Бедные Мария и Пьер Кюри... Они на том свете, небось, места не находят себе от стыда.

С аспирантами Эколь Нормаль Суперьер (т.е. теми которые «супер-самые-самые») ситуация иная. Эти ребята прошли такой суровый отбор, что вольных фантазёров или разгильдяев здесь не встретишь. И с дробями у них всё в порядке, и алгебру они знают прекрасно, и ещё многое, что им полагается знать к этому возрасту. Они целеустремлённы, работоспособны и исполнительны, и с диссертациями у них всё будет в порядке. Одна беда – думать они не умеют совершенно. Исполнить чётко сформулированные преподавателем манипуляции – пожалуйста, что-нибудь выучить, запомнить – это сколько угодно. А думать – никак. Эта функция организма у них атрофирована полностью.

Мне их так жалко, этих детишек! Представьте: из года в год, с раннего детства, зубрить и зубрить весь этот бред... Но ведь понятно, что вызубрить всё невозможно. Даже у самых прилежных учеников всё равно хоть в чём-то, но будут пробелы.

Теоретическую физику они не знают совершенно. То есть, они знают массу вещей, но это пёстрая хаотичная мозаика из массы всевозможных маленьких «знаний», которые они с успехом могут использовать, только если вопросы им приготовлены в соответствии с заранее оговоренными правилами, совместимыми с этой мозаикой. Из этих аспирантов получатся прекрасные исполнители... как «роботы-исполнители». Поэтому мне нравится преподавать первокурсникам Университета – там есть небольшая надежда научить хоть чему-то...

Мне неизвестно, сколько времени здесь длится этот образовательный «апокалипсис», может лет десять. В школы уже пришли преподаватели «нового поколения» – выпускники таких университетов – по своим ученикам я это вижу точно. Что до нынешней университетской профессуры... в каком-то смысле они довольно грамотные люди – стареющее вымирающее поколение. Но когда происходит всеобщий бардак в образовании, тупеют все – не только ученики, но и преподаватели. Это неизбежный закон природы. Хорошо известно, что получается, если из учения, веры или науки уходит дух, а остаётся один формальный ритуал: получается маразм.

Читатель измучился в ожидании ответа на вопрос: «Как такое может быть?!» Ведь Франция – высокоразвитая культурная страна, где полно умных образованных людей. Это один из главных мировых лидеров и в теоретической физике, и в математике, и в высоких технологиях, страна, где по российским понятиям «всё хорошо». И куда подевалась выдающаяся французская математическая школа «Бурбаки»?

Мощная математическая традиция во французском обществе осталась. Поэтому в школе деление вводится в виде формального алгоритма, позволяющего из двух чисел путём строго определённых математических манипуляций получать третье число. Усвоить этот ужас можно только проделав массу упражнений.

Именно поэтому несчастных детишек мучают шарадами про деление в столбик. После этого, что бы тебе ни сказали про (3/6), согласишься на что угодно.

Школа «Бурбаки» продолжает функционировать, но она стала похожей на «чёрную дыру». Людей (и талантливых людей!) она продолжает в себя «всасывать», но, что делается у неё внутри, те, кто находится снаружи, уже не знают. Это стало чем-то вроде «игры в бисер» Германа Гессе.

Что касается вопроса «как такое может быть?!», то, как видите, может! Правда, подозреваю, только до поры. Эта катастрофа в образовании началась не так давно, и когда говорят про умных и образованных людей, то в действительности это очень тонкий слой общества (на котором всё и держится) из пожилых и вымирающих «динозавров». И подпитки в этот слой не происходит (точнее, она происходит за счёт китайцев и прочих русских).

Но есть и другая точка зрения на происходящее. Этот крайне циничный взгляд на современное общество растолковал мне коллега по университету (огромный патриот Франции, по происхождению поляк, несколько лет проучившийся в Москве, большой знаток русской литературы).

Это очень умный человек, он тоже преподаёт и видит, что происходит. При этом он считает, что катастрофы нет, а наоборот, всё правильно, и всё развивается как надо.

Дело в том, что современному развитому обществу нужны только хорошие исполнители. Творческие, думающие люди требуются, но единицы. Поэтому система образования должна быть настроена на отбор, выращивание и дрессировку именно хороших исполнителей, а учить думать молодых людей не нужно. В современном обществе это будет только вредить их профессиональной деятельности, какой бы она ни была. Что касается творческих личностей, то о них особенно беспокоиться не следует. Действительно талантливые, так или иначе пробьются.

В этом смысле, не важно каким предметам мы их в учим университете (по крайней мере, на первых курсах). Вместо физики с математикой, их можно было заставлять зубрить латынь. Всё равно в профессиональной деятельности понимание физики с математикой им не понадобится.

На уровне школы и университета важно производить отбор и дрессировку самых послушных, трудолюбивых и исполнительных, вот и всё. А для тех, кто вылетает из этой системы, т.е. идёт в «отходы», есть мётлы для подметания улиц, кассовые аппараты в супермакетах, заводские конвейеры и т.д. Обо всём этом уже писано-переписано в бесчисленных антиутопиях.

Подобная точка зрения на развитое современное общество мне не симпатична, но это не значит, что она ошибочна. Полагаю, что в подобной системе таланты никуда не пробьются (их некому будет учить), и тогда люди, точнее «роботы-исполнители» быстро разучатся строить «Великие пирамиды».

Когда люди, вместо того, чтобы думать самим и учить думать своих детей, пытаются всё сводить к алгоритмам и тупым тестам, наступает всеобщее отупение. Не знаю что здесь первично, а что вторично. Возможно, тесты следствие (а не причина), всеобщего, скажем так «радикального упрощения мышления» в развитом обществе.

В моей молодости экзамены в стиле БАК проводились только на военной кафедре, что было вполне оправдано и понятно: «приказ начальника – закон для подчинённого», и думать при этом было противопоказано. Теперь подобный стиль обучения, становится всеобщим.

Но если подобная «алгоритмизация» жизни и есть магистральная дорога дальнейшего развития человечества (в конце-концов, если это эффективно, то почему нет?), тогда мне останется пожелать ему счастливого пути. Удачи вам, ребята, дальше продолжайте без меня, я остаюсь...

Немного о себе: доктор физ.мат. наук, профессор, занимаюсь теоретической физикой. В университете «Paris VI» преподаю математику и общую физику для первокурсников, а в качестве «контрастного душа» веду семинары для аспирантов последнего года Эколь Нормаль Суперьер (т.е. для тех которые не только «самые-самые», но ещё и «супер» и «экстра»).» [13]

Академик Арнольд о сворачивании образования во Франции.

«К сожалению, именно уродливое извращённое построение математики господствовало в преподавании математики в течение десятилетий. Оно быстро распространилось на обучение основам математики сперва студентов, а потом и школьников всех специальностей (сперва во Франции, а потом и в других странах, включая Россию).

По моему преподавательскому опыту во Франции, представление о математике у студентов, вплоть даже до обучающихся математике в Ecole Normale Superieure – этих явно неглупых, но изуродованных ребят мне жалко больше всего, – убого. Эти студенты никогда не видели параболоида, а вопрос о форме поверхности, заданной уравнением xy = z^2, вызывает ступор у обучающихся там математиков.

Нарисовать на плоскости кривую, заданную параметрическими уравнениями – задача невыполнимая для студентов (и, вероятно, для большинства французских профессоров математики). Начиная с учебника анализа Лопиталя («анализ для понимания кривых линий») и до учебника Гурса, умение решать подобные задачи считалось необходимой частью ремесла каждого математика.

Из преподавания выбросили всю геометрию (через которую в математике осуществляется связь с физикой и реальностью). Учебники анализа Гурса, Эрмита, Пикара были выброшены на свалку студенческой библиотекой Университетов Париж 6 и 7 (Жюсье) как устаревшие и потому вредные. Только благодаря моему вмешательству удалось их спасти.

Для меня было удивительным, что студентам здесь практически неизвестны (и, кажется, не переводились на французский язык) все самые лучшие и важные методически книги: «Числа и фигуры» Радемахера и Тёплица, «Наглядная геометрия» Гильберта и Кон-Фоссена, «Что такое математика» Куранта и Роббинса, «Лекции о развитии математики в XIX столетии» Ф. Клейна.

Как такое могло сложиться во Франции, давшей миру Лагранжа и Лапласа, Коши и Пуанкаре, Лере и Тома?

«Устарелый» курс Эрмита столетней давности (вероятно, выкинутый ныне из студенческих библиотек французских университетов) был гораздо современнее, чем те скучнейшие учебники анализа, которыми теперь мучают студентов.

Когда я учился на первом курсе мех.мата МГУ, лекции по анализу читал теоретико-множественный тополог, добросовестно пересказывающий старый классический курс анализа французского образца, типа Гурса. Факты от туда настолько поражают воображение, что дают большее и более правильное понятие о современной математике, чем целые тома трактата Бурбаки.

Теорема о классификации поверхностей – математическое достижение высшего класса, сравнимое с открытием Америки или рентгеновских лучей. По значению и для приложений, и для выработки правильного мировоззрения она превосходит такие «достижения» математики, как решение проблемы Ферма или доказательство того, что всякое достаточно большое целое число представляется в виде суммы трёх простых чисел. Ради рекламы современные математики иногда выдают подобные спортивные достижения за последнее слово своей науки. Это не только не способствует высокой оценке математики обществом, но и вызывает здоровое недоверие к необходимости трат усилий на занятия этими экзотическими и неизвестно зачем и кому нужными вопросами.

Попытки создания «чистой» дедуктивно-аксиоматической математики привели к отказу от обычной в физике схемы (наблюдение – модель – исследование модели – выводы – проверка наблюдениями) и замена её схемой: определение – теорема – доказательство. Понять немотивированное определение невозможно. Понятно, что ни такие определения, ни такие доказательства, ни для целей преподавания, ни для практической деятельности, ничего, кроме вреда, принести не могут.

Возвращение преподавания математики на всех уровнях от схоластической болтовни к изложению важной естественнонаучной области – насущная задача для Франции.

Если математики не обучаются сами, то потребители, сохранившие нужду в современной в лучшем смысле слова математической теории, а так же свойственный каждому здравомыслящему человеку иммунитет к бесполезной аксиоматической болтовне, в конце концов откажутся от услуг схоластов-недоучек.» [14]

Из изложенного следует вывод: получить качественную математику среднестатистическому учащемуся можно лишь самостоятельно, и только по хорошо отобранной селекции (немногих) книг. Низкое качество школьных книг и массовых курсов по математике следует нивелировать самостоятельной учёбой.

3. О САМОСТОЯТЕЛЬНОМ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Сравнительно быстро и просто овладеть современной математикой позволит удачная подборка книг и покладистость ученика.

«Суть математики совсем в ином, чем пытаются нам представить. Математика подобна деятельности детектива, который должен, задавая разные вопросы и обращая внимание на детали, путем нестандартных размышлений прийти к истине. Романы Агаты Кристи гораздо ближе к математике, чем умножение многозначных чисел. Представления о математике в большинстве случаев фальшивые, неправильные. Но, к сожалению, все программы обучения составляют люди с подобными представлениями. У математиков особый склад ума, его можно воспитать практически у каждого человека. Только начинать надо рано.

Хаксли Уиттли, один из великих ученых США, рассказал мне историю, как он стал математиком. Уиттли учился в Иельском университете играть на скрипке. После второго курса его послали в Европу, чтобы он смог усовершенствовать мастерство. Он попал в Вену, где ему сказали, что кроме основного предмета в конце года нужно сдать еще один – «чужой», мол, такое у нас правило. Уиттли спросил у своих товарищей, какая сейчас самая модная наука, и ему ответили, что это квантовая механика. Он пришел на лекцию, но ни слова не понял. По ее окончании Уиттли подошел к профессору и сказал ему, что с его лекцией не все в порядке, так как он – лучший студент Иеля – ничего не понял. Профессор (а это был Вольфганг Паули – швейцарский физик, один из создателей квантовой механики) ответил, что Уиттли, наверное, прекрасный скрипач, но математический анализ и линейную алгебру знает слабовато и рекомендовал ему два учебника. Через две недели Уиттли уже начал разбираться в лекциях профессора, а в конце семестра понял, что квантовая механика гораздо лучше скрипки, и стал математиком.

Школьное образование начало гибнуть в результате тех реформ, которые интенсивно проводятся во второй половине XX века. Процветает пустая болтовня, и она заменяет подлинную науку. С состоянием математики в школах США ситуация плачевная. Я обсуждал это с выдающимися математиками Америки, и задавал им вопрос: «Как вам лично удалось при столь низком школьном образовании достичь столь высокого уровня в науке?». Один мне ответил так: «Я рано научился «двойному мышлению», то есть у меня было одно понимание предмета для себя, а другое – для начальства в школе. Мой учитель требовал, чтобы я ему отвечал, что дважды три – восемь, но я то знал, что это шесть... Я твердо знал, что надо отвечать на уроках и что есть на самом деле... Я много занимался в библиотеках, благо, есть прекрасные книги».» [6]

4. О КНИГАХ ПО МАТЕМАТИКЕ: ХОРОШИХ И ПЛОХИХ

Без тщательного отбора книг, постичь математику невозможно; многословные трактаты, с обилием наукообразных терминов, – свидетельство недостаточного мастерства либо не понимания предмета изложения самим автором. Курт Воннегут в романе «Колыбель для кошки», это озвучил так: «ученый, который не может объяснить восьмилетнему ребенку, что он делает – шарлатан». Подобную фразу приписывают основоположнику ядерной физики Эрнесту Резерфорду: «Если учёный не способен объяснить уборщице в своей лаборатории, смысл своей работы, он сам не понимает, что делает».

В эпоху массового книгопечатания хороших книг не много. «Есть книги, из которых можно обо всем узнать и ничего не понять» – заметил Гёте и в естествознании это худший вид книг.

Хорошую книгу пишут кратким, ясным и простым языком, доступным пониманию обычного человека. Порой даже авторы популярных научных книг признают, что читать последние невозможно, а пользовать для обучения – нельзя.

«Несмотря на стремление авторов к строгому отбору материала, объем томов нашего Курса теоретической физики при каждом переиздании увеличивается. Эти книги в результате все в меньшей степени могут служить в качестве учебного пособия для студентов, да и вообще для не профессиональных физиков-теоретиков.

Лев Давидович Ландау в последние годы с большим энтузиазмом относился к идее создания краткого курса теоретической физики. Туда не должно входить изложение обшей теории относительности. По его мнению, основные физические идеи и результаты этой теории должны излагаться в курсах общей физики, а изучение ее полного математического аппарата необходимо (по крайней мере в настоящее время) лишь специалистам-теоретикам. Остальной материал двух томов полного курса сокращен здесь примерно вдвое.» [7]

Требование ясного, кратного, но полного изложения тем, обусловлено самой спецификой математики; вне такого подхода невозможно понять этот предмет.

«Математика создала свое собственное символическое письмо. Как величины, так и операции обозначаются чаще всего отдельными буквами; для обозначения операций часто употребляются также специальные знаки и сокращения слов. Не существует никаких твердых правил, с помощью которых можно было бы в символической записи отличать друг от друга величины и операции. Известно, что одна и та же символическая запись часто может быть истолкована различным образом, и подлинный смысл ее усматривается только из сопровождающего текста.

В последнее время тенденция к употреблению символической стенографии, понятной лишь небольшому кругу лиц, настолько усилилась, что это начинает вызывать беспокойство. Часто приходится отгадывать настоящие загадки, так как забывают указать, где можно найти объяснение применяемого «кода».» [8]

«В наши дни не без основания говорят об «алгебраизации» математики, т. е. о проникновении идей и методов алгебры как в теоретические, так и в прикладные разделы математики. Такое положение вещей, ставшее совершенно отчетливым к середине XX столетия, наблюдалось отнюдь не всегда. Как всякая область человеческой деятельности, математика подвержена влиянию моды. Мода на алгебраические методы вызвана существом дела, хотя увлечение ею иногда переходит разумные границы. А так как алгебраическая оболочка, затмевающая содержание, – не меньшая беда, чем элементарное забвение алгебры, то не случайно достоинством той или иной книги уже считается (вполне резонно) умение ее автора избежать перегруженности алгебраическим формализмом.» [9]

«До недавнего времени объединяющим началом математики была именно геометрия, так как именно интуитивное восприятие пространства было основой общематематической интуиции. В соответствии с предрассудками нашего века, когда математику принято считать чисто дедуктивной наукой, господствующим методом изложения стал аксиоматически-алгебраический метод.

Характерным признаком аксиоматически-дедуктивного стиля являются немотивированные определения, скрывающие фундаментальные идеи и методы; подобно притчам, их разъясняют лишь ученикам наедине.

Продолжающаяся, как утверждают, уже более 50 лет аксиоматизация и алгебраизация математики привела к неудобочитаемости столь большого количества математических текстов, что стала реальностью всегда угрожавшая математике опасность полной утраты контакта с физикой и естественными науками.

Может быть, возвращение математической мысли к ее истокам, у которых стояли число и мера, ритм и гармония, поможет ей выйти из нравственного кризиса, а включение математики в общую теорию знаковых систем покажет истинное ее место в истории человеческой культуры.» [10]

Многие педагоги и учёные отмечают неудачность в массовом обучении книг с узко специализированным языком и изложением, и, вместе с тем, наблюдают недостаток материалов с гармоничным сочетанием теории и практики.

«Нельзя пожаловаться на то, что мы бедны задачниками по высшей математике, но, пересматривая эти задачники, мы убедимся, что в огромном большинстве они носят формальный характер и содержат только упражнения в технике диференцирования и интегрирования. Такие задачники, как бы они ни были хороши с точки зрения подбора и систематизации упражнений, не могут считаться удовлетворительными с точки зрения требований, которые мы предъявляем к подготовке новых кадров специалистов. В высшем техническом учебном заведении мы не должны преподносить учащемуся теорию, которую он не умел бы применять к технике. Между тем, применение высшей математики к технике – это то, о чем меньше всего заботились авторы большинства задачников, распространенных в наших втузах.

В последние годы мы имели попытки изжить этот разрыв теории с технической практикой, но попытки эти вряд ли могут нас удовлетворить. С одной стороны, мы часто имеем дело с чрезмерной схематизацией конкретного материала. Примером такой схематичности могут служить задачи, собранные в довольно большом числе в распространенном учебнике Филипса «Интегральное исчисление» (1932).

В этом руководстве задачи сформулированы так, что конкретная их оболочка вышелушена почти без остатка и математическая сторона оголена до корней. Поэтому задачи производят впечатление надуманных, искусственных, хотя многие из них отнюдь не являются таковыми.

С другой стороны, мы встречаемся с попытками формулировать математическую задачу псевдо-технически. В качестве примера можно взять сборник задач по интегральному исчислению А. С. Мочилина под редакцией проф. Зылева. Этот сборник претендует быть отраслевым, он имеет в виду студентов транспортных втузов. И, действительно, в формулировке задачи вы встретите массу транспортных терминов, но все это богатство технической терминологии совершенно ни к чему, ибо, подробно объяснив, какой технический, смысл имеет приводимое в тексте задачи выражение, автор затем требует от читателя в лучшем случае по данной скорости изменения величины найти эту величину. Это делается учащимся по простому шаблону, и внимание, затрачиваемое на уяснение физического смысла входящих в выражение скорости параметров, пропадает даром.

Предлагаемый сборник задач по интегральному исчислению выгодно отличается от существующих. В нем много задач физического и технического содержания, формулировка которых далека как от схематизма, так и от псевдотехницизма. Решая эти задачи, необходимо вдумываться как в конкретное их условие, так и в приемы математического их решения; необходимо вдумчиво отнестись к процессу перевода условий задачи на математический язык.

Эти задачи подобраны в большом количестве со знанием дела; читатель, заинтересовавшийся какой-нибудь задачей по существу и желающий глубже изучить затронутую в задаче тему, найдет в сноске обширные литературные указания.

В задачнике собраны в большом числе и упражнения чисто математического характера. Но в том окружении, в каком они находятся, они привлекают внимание не только как тренировка в своеобразном виде умственного спорта. Читатель убеждается в том, что эта тренировка не пустая забава, что подобно спорту физическому, укрепляющему мышцы, легкие и сердце, этот умственный спорт укрепляет навыки, необходимые для творческой работы в любой области естествознания и техники. Этим создается тот интерес к теоретическим проблемам математики, которого, к сожалению, мы не наблюдаем еще в широких технических кругах нашего Союза.

Вот почему издание книги Дингельдея должно найти сочувственный отклик советской общественности, в центре внимания которой стоит борьба за овладение техникой» [11]

ЛИТЕРАТУРА

[1] Понтрягин Л.С. О математике и качестве её преподавания. Журнал Коммунист, N14, 1980, с.99-112. https://old.mccme.ru//edu//statii/kommunist.htm

[2] Александров А.Д. О состоянии школьной математики. Избранные труды. Том 3. Статьи разных лет. 2008, с.302-325

[3] Александров А.Д. О геометрии. Журнал Математика в школе. 1980. №3 с.56-62

[4] Вернер А.Л. А.Д.Александров и школьный курс геометрии (Воспоминания как шла работа над школьными учебниками по геометрии). Математические структуры и моделирование. 2012. Вып. 25. с.18-38. http://msm.univer.omsk.su/jrns/jrn25/verner.pdf

[5] https://d-sanin.livejournal.com/29715.html

[6] Арнольд В.И. Путешествие в хаосе (интервью). Наука и жизнь. 2000. №12, с.2-10 https://nkj.ru/archive/articles/5174/

[7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Краткий курс теоретической физики. Книга 1. Механика. Электродинамика. 1969, с.6-7

[8] Маделунг Э. Математический аппарат физики. 1961, с.15,19

[9] Кострикин А.И. Введение в алгебру. 1977, с.15-16

[10] Слухаев В.В. Геометрия векторных полей, 1982, с.6-9

[11] Дингельдей Ф. Сборник упражнений и практических задач по интегральному исчислению. 1932, с.3-4

[12] Beer S. World in Torment: A Time Whose Idea Must Come, Kybernetes, 1993 Vol. 22 No. 6, pp. 15-43. https://doi.org/10.1108/eb005989 (Сокращенный перевод Сладкова С. Мир в муках. Время ожидания идей. http://ototsky.mgn.ru/it/papers/world_in_torment.pdf)

[13] Доценко В.С. Пятое правило арифметики. Наука и жизнь. №12, 2004 https://nkj.ru/archive/articles/457/

[14] Арнольд В.И. О преподавании математики. Расширенный текст выступления на дискуссии о преподавании математики в Palais de Découverte в Париже 7 марта 1997 г. Успехи математических наук т. 53, вып.1 (319) https://mathnet.ru/rus/rm/v53/i1/p229

[15] Краткие биографии

Понтрягин Л.С. (1908-1988) – один из крупнейших математиков XX века, доктор физико-математических наук (1935), академик АН СССР (1958). Герой Социалистического Труда (1969). Лауреат Ленинской премии (1962), Сталинской премии 2-й степени (1941) и Государственной премии СССР (1975).

Вернер А.Л. (1934 г., Ленинград) – доктор физико-математических наук (1969), профессор (1971), педагог, автор многих учебников геометрии, заслуженный деятель науки Российской Федерации (1995)

Арнольд В.И. (1937-2010) – доктор физико-математических наук, профессор МГУ и Университета Париж-Дофин, академик Академии наук СССР, иностранный член Национальной АН США, Французской АН, Лондонского королевского общества, автор классических учебников «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Математические методы классической механики», и др.

Александров А.Д. (1912-1999) – доктор физико-математических наук (1935), профессор (1945). Ректор Ленинградского государственного университета (1952-1964). Академик АН СССР и РАН. Заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

Стаффорд Бир (1926-2002) – британский математик и кибернетик, почётный доктор в университета Сандерленда (Англия), обладатель наград от Шведской королевской академии в области инженерных наук, Системного общества Великобритании, Общества исследования операций Америки и др. Разработчик системы централизованного компьютерного управления плановой экономикой Чили в 1970-1973 годах. По телексам 500 предприятий соединялись в сеть Cybernet с комнатой управления в Президентском дворце в Сантьяго, и предусматривала четыре уровня управления (предприятие, отрасль, сектор экономики, глобальный уровень). После военного переворота Пиночета в Чили в 1973 году проект разрушен.

https://ru.wikipedia.org/wiki/Арнольд,_Владимир_Игоревич

https://ru.wikipedia.org/wiki/Александров,_Александр_Данилович

https://ru.wikipedia.org/wiki/Понтрягин,_Лев_Семёнович

https://ru.wikipedia.org/wiki/Вернер,_Алексей_Леонидович

https://ru.wikipedia.org/wiki/Бир,_Стаффорд

https://ru.wikipedia.org/wiki/Киберсин

ЧАСТЬ II: ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКИ

ИНСТРУКЦИЯ РАЗДЕЛА

Ниже доступно даны элементы математики, каждодневно пользуемые каждым естествознателем (математиком, физиком, инженером). Высшее образование строят на их познании и умении применить. Эти элементы следует запомнить, и взять за каркас, расширяемый и детализируемый обучением.

1. МАНИФЕСТ

В манифестах кратко излагают программу, принципы деятельности, иногда призыв.

У каждого из нас в кармане лежит машина, чьи физико-математические модели чувственно неотличимы от реальности. Она связана с космическими спутниками и миллионами таких же машин. Способна считать и читать каждый удар сердца, эмоцию. Несомненно, эти машины требует эффективной физики и математики.

В школе же будущие учёные и инженеры десять лет осваивают четыре функции арифметики («сложение, умножение» и им обратные), три графика функций («прямая», «степенная», «косинус»), нескольких формульных операций («раскрытие скобок», «производная» и им подобные), и геометрию треугольника, четырёхугольника и окружности. С большего, это всё.

В «Век пара и машин» Сэр Артур Конан Дойль устами Шерлока Холмса оценил данную «тренировку мышления» так.

«Человеческий мозг – это пустой чердак, куда можно набить всё, что угодно. Дурак так и делает: тащит туда нужное и ненужное. И наконец, наступает момент, когда самую необходимую вещь туда уже не запихнёшь. Или она запрятана так далеко, что ее не достанешь. Я же делаю всё по-другому. В моём чердаке только необходимые мне инструменты. Их много, но они в идеальном порядке и всегда под рукой. А лишнего хлама мне не нужно.»[1]

С XIX века ключевые ученые преподают «новую математику» и построенную на ней физику. Рекомендую вдумчивому читателю введение к учебнику Дьедонне (вместе с Вейлем ведущая фигура Бурбаки). Ниже – фрагменты от туда.

«Уже ряд лет наблюдается серьезная тревога по поводу все увеличивающегося разрыва между методами и духом преподавания математики в средних школах (лицеях), с одной стороны, и в университетах – с другой.

Предлагаемая книга содержит полное и подробное изложение понятий и теорем элементарной линейной алгебры, которые должны были бы составлять необходимый минимум знаний бакалавра наук в момент его поступления в пропедевтические классы высшего учебного заведения. Это обучение должно ему казаться естественным продолжением предшествующей учебы. Однако в настоящее время вряд ли найдется даже один среди тысячи бакалавров, способный без дополнительной помощи и упорной работы прочесть данную книгу, что достаточно характеризует несогласованность программ курсов математики в средней и высшей школе.

Я заранее прошу прощения у тех университетских коллег, в руки которых попадет эта книга. Они, возможно (и с полным правом!), обвинят меня в том, что я ломлюсь в открытую дверь, причем делаю это к тому же с совершенно ненужным шумом. В свое оправдание скажу, что дверь эта, видимо, открыта не для всех.

Обучение математике «по Евклиду» было неплохой подготовкой к дальнейшим занятиям математикой для современников Виета или даже для современников Коши. Сегодня положение коренным образом изменилось.

Я прошу вас беспристрастно посмотреть на следующие темы, занимающие большое место в школьной математике:

I. Задачи на построение «циркулем и линейкой».

II. Свойства «традиционных» фигур, таких, как треугольники, четырехугольники, окружности и системы окружностей, конические сечения... – все это со всеми изощрениями, накопленными поколениями «геометров» и преподавателей в поисках подходящих экзаменационных задач.

III. Весь псалтырь «тригонометрических формул» и их калейдоскопических преобразований, позволяющих находить великолепные «решения» «задач» на треугольники.

Если вы теперь откроете наугад любую книгу, трактующую какую-либо область, изучаемую в высшем учебном заведении, то сразу заметите, что ни в одной из них нет ни малейшего упоминания всей этой роскоши. Если иногда случайно и встретится коническое сечение, то оно исследуется (если это необходимо) так же, как и всякая другая кривая, – общими методами анализа. Что же касается других «фигур», дорогих сердцам геометров предыдущих поколений, то они просто растворились в небытие.

Согласен, скажете вы, пусть теоремы, которым учат школьников, предназначены для того, чтобы в дальнейшем быть забытыми; однако, упражняясь на этих искусственных примерах, они познакомятся с методами исследований и приобретут навыки мышления, которые в дальнейшем окажут им большую помощь. На это опять-таки можно ответить, что сказанное, несомненно, было правильным в эпоху, предшествующую Декарту, но оно устарело уже для современников Ньютона.

Следствием развития математики является то, что результаты, которые первооткрыватели получают после трудных рассуждений, следуя по извилистым и иногда темным путям, зачастую через 50-100 лет могут быть выведены на нескольких строчках. Общеизвестным примером такой ситуации является изобретение анализа бесконечно малых. Оно сразу свело решение проблем, над которыми бились изощренные умы Евдокса и Архимеда, к почти автоматическим вычислениям. Что хуже известно – это то, что в результате работ Грассмана, Кэли и других более чем столетней давности, и в элементарной геометрии открылся, по образному выражению Г. Шоке, «королевский путь». Отправляясь от очень простых аксиом – в отличие от сложных аксиом Евклида – Гильберта, – можно при помощи тривиальных вычислений непосредственно и в несколько строчек получить все то, для чего раньше нужно было возводить леса искусственных и сложных систем треугольников. Непосвященному такое явление может показаться удивительным. Специалист-математик давно уже освоился с подобным положением дел и знает, что замена одной системы аксиом другой – эквивалентной, но лучше подобранной – зачастую приводит к значительным упрощениям.

Что же полезнее – излагать ученикам теории, где все естественно укладывается вокруг нескольких простых ключевых идей, которые, кроме того, будут основными и в их дальнейшей учебе, или же, напротив, оставить их лицом к лицу с неподходящим аппаратом, который им нужно будет забыть, как только они его освоят?

Можно ли рассматривать накопление частных, более или менее разрозненных познаний для подготовки ко всевозможным профессиям целью среднего образования? Не лучше ли попытаться научить детей думать на примере небольшого числа хорошо подобранных понятий с тем, чтобы в дальнейшем технические навыки смогли с легкостью надстраиваться в «хорошо подготовленные головы».

Это тем более просто, что в математике мало понятий, которые было бы проще определить, чем понятие векторного пространства и понятие линейного преобразования.

Одно из преимуществ линейной алгебры в том и состоит, что она позволяет изложить элементарную геометрию с полной строгостью и совсем просто, между тем, как хорошо известно, аксиоматические системы, предложенные в конце прошлого столетия и тесно следующие традициям Евклида, столь сложны и тонки, что они практически не могут быть изложены ранее, чем на старших курсах университета.

Я являюсь решительным противником «метода предварительного возведения лесов». Такой подход был бы оправдан, если бы понятия, лежащие в основе аксиом евклидовой плоскости – сложение векторов, умножение вектора на скаляр, скалярное произведение векторов, – были бы слишком абстрактны и труднопредставимы на чертеже. Однако все знают, что это не так, – и нескольких месяцев работы с миллиметровой бумагой должно быть достаточно, чтобы приучить ученика к этим действиям и привести его к допущению, что можно построить алгебро-геометрическое здание на свойствах, правильность которых легко проверяется на опыте.

Нужно научить ребенка искусству геометрических построений, но при этом следует как чумы избегать этого воплощенного анекдота классического обучения – ограничения набора допустимых инструментов лишь циркулем и линейкой. Напротив, нужно приводить как можно больше примеров механических чертежных инструментов, позволяющих осуществлять самые различные конструкции или – еще лучше – преобразования плоскости (пантограф, аффиннограф и так далее).

Желательно как можно раньше освободить ученика от смирительной рубашки традиционных фигур, упоминая их как можно реже (за исключением, конечно, таких, как точки, прямые и плоскости), и пользоваться вместо этого геометрическими преобразованиями всей плоскости или всего пространства.

В целом преподавание в средних классах школ должно состоять из хорошо продуманной смеси умело выбранных «геометрических опытов» и частных рассуждений относительно результатов таких опытов: по аналогии с обучением физике и химии, это должно составить своеобразную «физику пространства».

Нужно освободить обучение математике от суеверия, что все любой ценой должно быть сведено к единому аксиоматическому источнику. Математики-профессионалы имеют веские основания стремиться к такому положению вещей, но эти основания касаются только их. Что, напротив, имеет всеобщее значение – это умение осуществлять правильные логические выводы из посылок, которые вовсе не обязаны обладать генеалогическим древом, восходящим к теории множеств.

Надеюсь, что мне поверят, если я в конце отмечу, что, вмешиваясь в вопросы среднего образования, я не преследую никакой личной выгоды. От того, где и когда произойдет реформа образования и какие принципы будут положены в ее основу, мне не холодно и не жарко. Я хотел только добавить для архивов будущего историка некоторый материал о том, как при этом можно было бы поступать, если стремиться действовать разумно.» [2]

О том же говорят и педагоги.

«До недавнего времени школьники, да и не только они, были убеждены в существовании двух математик – элементарной и высшей. Элементарная изучалась в школе и заканчивалась логарифмами, биномом Ньютона и задачами на применение тригонометрии в стереометрии. Она приносила немало неприятностей старшеклассникам, многие из которых выходили из стен школы с убеждением, чтя это не для них. И отдельно существовала высшая математика, о которой школьник в лучшем случае знал, что она изучается в вузах, что там есть векторы, дифференциалы и интеграл.

В соответствии с таким делением определялось и содержание популярной литературы для школьников. И из нее нередко можно было вынести мнение о математике, как о собрании головоломных задач, для решения которых необходимо обладать совершенно особенными способностями.

В действительности же дело обстоит далеко не так. Современная школьная программа позволяет избавиться от ненужного деления нашей пауки на «младшую» и «старшую». Она знакомит семиклассника с векторами, девятиклассника – с производной, десятиклассника – с интегралом. Это дает возможность любому школьнику еще в школе познакомиться с тем, чем занимается математика-наука.

Прекрасную возможность для самостоятельной творческой работы представляет дифференциальная геометрия – раздел математики, возникший как естественное обобщение и развитие одной из задач, рассматриваемых еще в школе, – задачи о проведении касательной. Именно при решении этой геометрической задачи возникли понятия дифференциала и дифференциального исчисления, а применение этого исчисления к исследованию линий и поверхностей и составляло в течение XVIII и XIX вв. содержание дифференциальной геометрии. Эту часть дифференциальной геометрии стали теперь называть классической или локальной.» [3]

2. МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА КАК НЕДЕЛИМОЕ ЦЕЛОЕ

«Математика – часть физики. Физика – экспериментальная, естественная наука, часть естествознания.

В середине двадцатого века была предпринята попытка разделить математику и физику. Последствия оказались катастрофическими. Выросли целые поколения математиков, незнакомых с половиной своей науки и, естественно, не имеющих никакого представления ни о каких других науках.

Они начали учить своей схоластической псевдоматематике сначала студентов, а потом и школьников (забыв о предупреждении Харди, что для уродливой математики нет постоянного места под Солнцем).

Поскольку ни для преподавания, ни для приложений в каких-либо других науках схоластическая, отрезанная от физики, математика не приспособлена, результатом оказалась всеобщая ненависть к математикам – и со стороны несчастных школьников и со стороны пользователей.

Открытия связей между разнородными математическими объектами можно сравнить с открытием связи электричества и магнетизма в физике. Эмоциональное значение таких открытий для преподавания трудно переоценить. Именно они учат нас искать и находить подобные замечательные явления единства всего сущего. Дегеометризация математического образования и развод с физикой разрывает эти связи.» [22]

«Экспериментальная и математическая физика имеют общий предмет изучения и различаются только применяемыми ими методами исследования. Обе эти ветви науки образуют вместе одно целое, единство которого обеспечивается их взаимодействием. Физик-экспериментатор, лишенный помощи теоретика, бессилен в такой же степени, как теоретик без поддержки физика-экспериментатора.

Метод математической физики состоит в использовании фактов, устанавливаемых математикой. Этот метод, постоянно проверяемый экспериментальным путем, привел к огромным успехам, что дает физикам твердую уверенность в его применимости. Однако физики рассматривают этот метод лишь как инструмент и необходимый вспомогательный аппарат. Переоценивать математический метод и математический формализм было бы столь же неверно, как и пренебрегать ими.» [23]

3. ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЮ

«Негеометр да не войдёт», гласила надпись над входом в Академию Платона. Это изречение Коперник поставил эпиграфом к своему трактату «О вращении небесных сфер».

«Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг – геометрия», в начале XX в. охарактеризовал наше время Ле Корбюзье.

«Так как все, что ни есть, находится в пространстве, то геометрия, как теория пространственных форм и отношений, имеет всеобщее значение. Мы окружены ее реальными воплощениями, она лежит в основе всей техники, появляясь всюду, где требуется малейшая точность в определении форм и размеров.

Геометрия возникла из практических задач. Технику, инженеру, квалифицированному рабочему геометрическое воображение необходимо, так же как и геометру или архитектору; математику понимание ее связей с другими науками и практикой чрезвычайно важно.

Геометрическая фигура в исходном смысле и есть не что иное, как идеальный, отвлеченный от всякого материала образ реального тела, реальной поверхности или линии. Идеальные геометрические фигуры и понятия существуют только в нашем представлении. Причина их ввода в том, что они нужны для точного решения задач и для точных теоретических выводов. Отвлекаясь от материала, можно мыслить тело идеально точной формы и размеров. В природе и технике нет отрезков без ширины, бесконечных прямых, точек без размеров.

Геометрия есть пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой. Во всяком геометрическом предложении, будь то аксиома, теорема или определение, неразрывно присутствуют два эти элемента: наглядная картина и строгая формулировка, строгий логический вывод. Там, где нет одной из этих двух сторон, нет и подлинной геометрии.

Наглядность, воображение принадлежат больше искусству, строгая логика – привилегия науки. Сухость точного вывода и живость наглядной картины – «лед и пламень не столь различны меж собой». Так геометрию и изучают: соединяя живость воображения с логикой, а наглядные картины – со строгими формулировками и доказательствами.

Поэтому основное правило состоит в том, что, обращаясь к определению, теореме или задаче, нужно представить в предметах (наглядно), нарисовать или вообразить то, о чем идет речь, и одновременно понять, как это точно выражается.

Для точного решения практических задач нужны точные правила, последние требуют точных понятий. Тем более точных понятий требует вывод одних правил из других (теория). Выводы, слагающиеся в логическую систему геометрии, относятся только к идеальным фигурам. Например, теорема Пифагора верна для идеальных треугольников, а к реальным применима в приближении. Однако, практика всегда показывала возможность сделать формы тел и геометрические построения более точными. Неточности связаны с особенностями материала «реальных тел».

Логическая система, где все доказано, важна для воспитания элементов научного мировоззрения, которое требует доказательств, а не ссылок на то что «так сказано в учебнике». Однако учащиеся не должны знать все доказательства; достаточно, если они разберутся в них, а знать будут только некоторые, наиболее существенные. Развитие логического мышления требует упражнения, а не запоминания готовых выводов. Каждый человек имеет наглядное понятие о пространстве, о телах, о фигурах. В геометрии свойства фигур изучаются в отвлеченном (абстрактном) виде и с логической строгостью.» [4]

4. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: «НОВАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Весь XIX век шло интенсивное строительство новых аппаратов математики, а физика начала работать с объектами уровня атомного ядра. К началу XX века математика коренным образом перестроилась; геометрия предыдущих веков в процессе эволюционного развития утратила своё основное значение для техники и науки (стала рудиментом).

Под «геометрией» теперь, в первую очередь, мы понимаем геометрию теории поля, геометрию аналитической механики и теории упругости; куда, как известно, входят элементами аналитическая геометрия, геометрия матриц и дифференциальных операторов. Уясним её место в естествознании.

«Если математика может рассматриваться как язык естествознания, то только потому, что языком математики является геометрия. Геометрическая терминология буквально пронизывает всю математику и создает связь между самыми абстрактными ее понятиями и пространственной интуицией. Поэтому всякий геометрический термин имеет две стороны: абстрактную и наглядную, связанную с интуицией и воображением.

Но геометрия – это не только язык математики, но и поэзия математики, и не случайно именно геометрические задачи положили начало большинству математических дисциплин: дифференциальному, интегральному и вариационному исчислениям, функциональному анализу, гомологической алгебре и многим другим.

Так, геометрическая операция нахождения касательной к кривой линии преломляется в анализе как нахождение производной, т. е. предела отношения, в механике – как нахождение скорости, а в алгебре – как линейное отображение особого вида. Весь этот спектр значений может вновь сойтись в теории дифференцируемых многообразий и найти общее применение в теории полей тяготения. Именно геометрические интуитивные представления помогают переносить понятия из одной области математики в другую, расширяя тем самым их значение. Более того, многим разделам математики именно геометрия придает смысл и значение, так как без ее посредничества они никогда не нашли бы приложений в естествознании.» [5]

«В вопросе о понятии пространства гораздо отчетливее чем в вопросе о вещественных числах, проявляется проблема соотношения математики с так называемой действительностью. Ньютон формулирует свою позицию следующим образом: «Основанием для геометрии является практика механики, и в действительности геометрия есть не что иное, как та часть механики в целом, которая точно устанавливает и обосновывает искусство измерения». Или, словами Гонсета: «Геометрия – это физика произвольного пространства».

Ньютон и классическая физика начинают, таким образом, с молчаливого предположения о существовании некоторого физически независимого субстрата, а именно пустого пространства, и создают понятие геометрии из идеализаций реальностей: точек, прямых, расстояний, углов и соотношений между ними. Возможность достичь широкого согласия о свойствах этих идеализированных реальностей была продемонстрирована еще древними; оно продолжает жить без изменений в школьной геометрии. В этом смысле евклидова геометрия образует систему отсчета, аналогичную континууму.» [6]

«Со времени Ньютона вся совокупность наук, занимающихся исследованием явлений материального мира, называется натуральной философией, или естествознанием. К естественным наукам относится и теоретическая механика, изучающая законы движения тел и называемая ещё иначе аналитической механикой.

Тот отдел механики, в котором движение изучается вне зависимости от сил, обусловливающих данное движение, называется по Амперу кинематикой. Здесь рассматриваются пространственные соотношения и их изменения, совершающиеся с течением времени.

Другими словами, кинематика есть не что иное, как геометрия, в которой независимой переменной служит время. Движущийся объект в кинематике важен лишь по своей форме и по своему положению; это объект геометрический: точка, линия, поверхность, тело или совокупность их.» [7]

«Математическая теория упругости старается выяснить изменения геометрического и механического состояния тела в процессе его деформации. Речь идет об определении и оценке геометрических величин, характеризующих деформации тела, а также об оценке внутренних сил, называемых напряжениями, которые возникают в процессе деформации.

Для анализа деформированного и напряженного состояний применяются методы математической физики. Для этого определяется понятие сплошной среды, ее плотности, рассматриваются геометрические величины, описывающие изменения тела, внутренние силы, их связь с внешними воздействиями. Соотношения между внутренними силами и деформациями берутся из эксперимента. Поэтому теория упругости является феноменологической теорией.» [8]

«Если отвлечься от крайностей, то алгебра издревле составляла существенную часть математики. То же самое следовало бы сказать и о геометрии, но мы скроемся за крылатой фразой Софи Жермен (XIX век): «Алгебра – не что иное, как записанная в символах геометрия, а геометрия – это просто алгебра, воплощенная в фигурах».» [9]

Геометрия – это «наше всё».

5. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Единая теория поля ставит своей задачей единое описание всей физики на основе модели единого поля (совокупности полей). Первая успешная классическая единая теория поля была разработана Максвеллом.

«Каждое физическое явление, происходящее в пространстве и во времени, уже образует поле. Теория поля лежит на границе между физикой и геометрией. Теория поля, по моему мнению, представляет собою в настоящее время главное зерно всей теоретической физики. Выделяя теорию поля, мы отчасти избегаем повторения выводов одних и тех же теорем в её различных отделах.» [10]

«Основная задача классической теории поля состоит в разработке механики, электродинамики и термодинамики непрерывных сред в трехмерном эвклидовом пространстве. Более конкретно, главной задачей классической теории поля является исследование дифференциальных уравнений в частных производных, которые справедливы в эвклидовом пространстве для механических, термических и электромагнитных параметров состояния, зависящих от пространственных координат и времени.» [11]

6. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Физика – наука отображения объектов природы уравнениями движения. Ключевое место в этом занимают средства отображения предмета его «пространством состояний»: математика теории поля, аппарат аналитической механики и системы дифференциальных уравнений. Эти средства связаны между собой, и часто имеют вычислителями в концовке метод конечных разностей (либо метод конечных элементов).

«В нашем университете был введен курс лекций «Основные принципы классической механики и классической теории поля», включающий квинтэссенцию классических разделов теоретической физики. Я подготовил такой курс и дважды прочитал его. Важность этого материала для основ физики и отсутствие единого его изложения в существующих учебниках побудили меня сделать данный курс общедоступным, издав его в виде настоящей книги.» [12]

«Не случайно принципы механики производили огромное впечатление на многих выдающихся математиков и физиков. Не случайно также, что в европейских университетах с давних пор курс теоретической механики обязательно входит в план обучения любого будущего математика и физика.

Аналитическая механика – это гораздо большее, чем просто эффективный метод решения динамических задач, с которыми приходится встречаться в физике и технике. Вряд ли существует еще какая-либо из точных наук, где абстрактные математические рассуждения и конкретные физические доводы так прекрасно гармонируют и дополняют друг друга.

За великими теориями Эйлера и Лагранжа, Гамильтона и Якоби скрывается необычайное богатство философского содержания, которое совершенно исчезает при чисто формальном изложении, но которое не может не быть источником величайшего интеллектуального наслаждения для человека, любящего математику. Дать студенту возможность открыть для себя скрытую красоту этих теорий – в этом заключалась одна из главных задач автора.

Корни вариационных принципов механики уходят в глубь эпохи либерализма, начавшейся с Декарта и окончившейся с французской революцией, эпохи, в которую жили Лейбниц, Спиноза, Гёте и Бах. Это был единственный период во всей истории Европы со времен древних греков, когда люди мыслили в масштабах Вселенной. Если автор сумел передать хотя бы частицу этого космического духа, то его усилия вполне вознаграждены.» [13]

«Каждой механической системе сопоставляется некоторая функция обобщенных координат, обобщенных скоростей системы, и времени:

L = L (координат, скоростей, времени)

называемая функцией Лагранжа. Обобщенными координатами называются любые величины, с помощью которых может быть задано положение системы в пространстве. Обобщенными скоростями называются производные обобщенных координат по времени.

Установив для рассматриваемой механической системы вид функции Лагранжа, можно описать движение системы с помощью уравнений, связывающих частные производные функции L по координатам и скоростям.

Функция Лагранжа может быть использована для характеристики не только систем с конечным числом степеней свободы, но и систем с бесконечным числом степеней свободы – сплошных сред, электромагнитных и других физических полей. Таким образом, значение функции Лагранжа выходит за рамки классической механики.» [14]

«Системы, где есть преобразователи электрической энергии в другие виды и наоборот, описываются с помощью уравнений аналитической механики. Для электромеханических систем описание с помощью уравнений Лагранжа наиболее естественно.

Это позволяет выделить обширный класс систем, для которых применим лагранжев формализм, что полезно в методическом и в принципиальном отношении. Основываясь на общности математического аппарата, можно использовать многие важные факты, полученные в аналитической механике, для интерпретации их в терминах теории цепей.

Возможность использования методов аналитической механики в теории электрических цепей известна со времен Максвелла. Это положение сейчас столь очевидно, что во многих учебниках по теоретической электротехнике и теории цепей приведены примеры, показывающие применимость уравнений Лагранжа и Гамильтона. Аналогом кинетической и потенциальной энергий выступают магнитная и электрическая энергии цепи соответственно. Уже в работах Максвелла указан формальный прием построения уравнений Лагранжа для линейных цепей с двухполюсниками.

Описание электрических цепей уравнениями классической механики имеет еще одну положительную сторону. Для численного решения уравнений типа Лагранжа и Гамильтона возможно построение специальных методов численного интегрирования, которые оказываются либо более эффективными, либо лучше отображают истинные свойства решений.» [15]

«Механика прошла три основных этапа. К первому мы должны отнести развитие механики вплоть до Галилея и Ньютона; второй этап, начатый Галилеем и Ньютоном и включивший в себя разработку основных принципов механики в целом, заканчивается к половине девятнадцатого столетия; с этого времени, связанного с открытием закона сохранения и превращения энергии, начинается третий этап.

Первый этап, занявший более полутора тысяч лет древнего мира и средневековья, характеризуется крайне низким уровнем развития техники. В силу этого и механика имела своим ближайшим объектом примитивные орудия этой эпохи – простые рычаги, блоки и т.п., привязанные к тому же к земле. Формулировка и применение основных законов динамики и обобщение механики с земных тел на все вообще соотношения тел во вселенной были задачей XVI и

XVII веков. Эта эпоха была эпохой развития торгового и мануфактурно-промышленного капитализма. Развитие применения машин как в производстве, торговле, так и в военном деле ставило задачи развития механики и астрономии, а вместе с ними и математики. В тот период механика была господствующей и наиболее развитой среди естественных наук. С бурным развитием в XIX веке физики, производства и связанной с ним техники, одно из центральных достижений этой науки составляет принцип сохранения энергии и превращаемости ее форм.

Обозначая через T кинетическую энергию, через V – потенциальную, через Q – тепловую, через X – электрическую и т. д., запишем закон сохранения энергии так:

$$T + V + Q + X + ... = const$$

т.е.

$$\Delta T + \Delta V + \Delta Q + \Delta X + ... = 0$$

Эти уравнения содержат ту мысль, что механическое движение является лишь одной из форм физических движений материи, и что механическое движение может превращаться в другое – тепловое, электрическое и т.п. Первая формула указывает на постоянство полной величины энергии всех ее видов, вторая – на переход одного из них в другой. Здесь, таким образом, механике придана уже не механическая, а общефизическая основа.» [16]

«Процесс называется детерминированным, если весь его будущий ход и все его прошлое однозначно определяются состоянием в настоящее время. Множество всевозможных состояний процесса называется фазовым пространством. Фазовое пространство механической системы – это множество, элементом которого является набор положений и скоростей всех точек данной системы. Движение всей системы описывается движением точки по кривой в фазовом пространстве.

В каждой точке фазового пространства задан вектор – он называется вектором фазовой скорости. Все векторы фазовой скорости образуют векторное поле фазовой скорости в фазовом пространстве. Это векторное поле определяет дифференциальное уравнение процесса (зависимость скорости движения фазовой точки от ее положения).

Основная задача теории дифференциальных уравнений состоит в определении или исследовании движения системы по векторному полю фазовой скорости. Понятие фазового пространства сводит изучение эволюционных процессов к геометрическим задачам о кривых, определяемых векторными полями.» [17]

7. УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Под «вычислителями» понимают машины и алгоритмы численных расчетов математики.

«Иногда удается упростить задачу настолько, что в уравнениях остается одна независимая переменная, т. е. задача приводится к одномерной. Полученные таким образом дифференциальные уравнения содержат одну независимую переменную и могут быть в принципе решены точными аналитическими методами.

В большинстве случаев принципиально, невозможно привести задачу к одномерному виду и решить ее точными аналитическими методами.

Среди конструкторов радиоэлектронной аппаратуры все большей популярностью пользуется метод конечных разностей, или метод сеток. Можно было бы его назвать и методом кубиков, поскольку в основе его лежит построение моделей сложных физических процессов, происходящих в больших объемах пространства из простых элементарных процессов, происходящих в малом объеме обычно кубической формы. Всегда можно перейти от уравнений в частных производных к (численным) уравнениям в конечных разностях и наоборот.» [18]

«Появление электронных вычислительных машин коренным образом изменило ситуацию в области решения дифференциальных уравнений с частными производными. Большинству инженеров-практиков в настоящее время стало доступным численно исследовать поставленные перед ними задачи.

Если же конструкция в целом неоднородна и состоит из большого количества отдельных конструктивных элементов, поведение каждого из которых описывается своим дифференциальным уравнением, то в этом случае, как правило, можно непосредственно применить лишь метод конечных элементов.

Ключевая идея метода при анализе поведения конструкций заключается в следующем: сплошная среда (конструкция в целом) моделируется путем разбиения ее на области (конечные элементы), в каждой из которых поведение среды описывается с помощью отдельного набора выбранных функций.

Начиная с 1955 г. метод распространился на наиболее перспективные направления численного исследования задач математической физики. Термин «математическая физика» используется здесь для обозначения широкого круга аналитических задач – расчет конструкций, теплопередача, течение жидкости, распространение электромагнитных волн. Популярность метода и интерес к нему как раз и объясняются указанной выше возможностью отражать реальные аспекты, возникающие в прикладных задачах проектирования.» [19]

8. ОТОБРАЖЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ МОДЕЛЬЮ «КОНЕЧНЫЙ АВТОМАТ»

«Конечный автомат» – ни что иное, как форма отображения уравнения движения над пространством (дискретных) состояний.

«Движение системы можно рассматривать как цепь преобразований ее состояний. Состояние любой системы можно, с определенной точностью, охарактеризовать совокупностью значений величин, определяющих ее поведение.

Есть различные формы описания состояния системы. Мы будем пользоваться способом, основанным на понятии пространства состояний. Пространство, где каждое состояние системы изображается определенной точкой (алгебраический вектор), назовём пространством состояний системы.

Термин «дискретный автомат» или кратко просто «автомат» обозначает модель, обладающую следующими особенностями:

а) на «входы» модели в каждый из дискретных моментов времени t1,t2,t3,... поступает m «входных» величин (вектор алгебраический) { x1,x2,x3,...,xm }, каждая из которых может принимать значение из конечного «входного» множества X;

б) на «выходах» модели можно наблюдать n «выходных» величин (вектор алгебраический) { y1,y2,y3,...yn }, каждая из которых может принимать конечное число фиксированных значений из «выходного» множества Y;

в) в каждый момент времени модель находится в одном из состояний z1,z2,z3,...zv, заданных конечным множеством Z;

г) в каждый момент времени состояние модели определяется входной величиной x и состоянием z;

д) модель осуществляет преобразование «ситуации» (вектора) x = { x1,xt2,x31,...,xm } на входе в «ситуацию» (вектор) y = { y1,y2,y3,...yn } на выходе в зависимости от ее состояния в предыдущей момент времени.» [20]

При реализации конечных автоматов отображение пар { состояние автомата, входная величина } в следующее состояние (функция «переходов») и отображение этих же пар в выходную величину (функция «выходов»), обычно задают графом либо таблицами (что одно и тоже).

9. УНИВЕРСАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ: ЭНЕРГИЯ НАД ПРОСТРАНСТВОМ СОСТОЯНИЙ

Состояние предмета отображают геометрией (взаимным положением в пространстве обособленных частей), химическим составом, тепловым, электрическим, и иными силовыми и скалярными полями. Перечисленные свойства меняются количественно и качественно; во времени переходят друг в друга.

Чтобы единой моделью учесть полную совокупность свойств предмета, с их взаимными преобразованиями, вводят понятие «энергия», и с его помощью связывают состояния над пространством состояний предмета.

«Каждое физическое определение, претендующее на пригодность, должно сводить определяемое понятие к таким понятиям, происхождение которых коренится в непосредственных чувственных восприятиях – так, чтобы для более или менее точного числового выражения соответствующей величины требовалось только непосредственное наблюдение.

Мы можем определить энергию некоторой материальной системы как функцию, значение которой зависит от переменных, определяющих состояние системы, следовательно, от положения, скорости, температуры и тому подобных материальных элементов системы.

Состояние материальной системы в определенный момент времени есть совокупность всех величин, мгновенными значениями которых полностью определено течение в ней процесса (внешние действия здесь исключены). Тогда энергия системы является определенной функцией этих величин.

Если ограничиться рассмотрением явлений движения, то под состоянием системы материальных точек можно понимать совокупность положений и скоростей всех точек системы. Следовательно, величины, определяющие механическое состояние, суть пространственные координаты точки и их первые производные по времени (скорости); только от этих величин зависит механическая энергия системы; когда они заданы, то вообще весь процесс движения и, следовательно, все переменные системы определены как функции времени.

В целом, к этим «величинам, определяющим состояние» (кроме уже упомянутых переменных, определяющих механическое состояние) относятся температура, электрическая и магнитная плотность, сила гальванического тока и т. д.

Тогда обнаруживается замечательный факт, что первичное выражение энергии выступает в форме суммы, отдельные слагаемые которой составляются из определенных характеризующих состояние величин, соответствующих отдельным частным формам явлений.

Тем самым полная энергия сама собой распадается на некоторое число отдельных друг от друга независимых энергий, каждая из которых получается особым образом из отдельных свойств рассматриваемого состояния. Это дает нам повод различать в системе различные виды энергии, как-то: энергию механическую, тепловую, химическую, электрическую, магнитную; суммируя их, мы получаем полную энергию системы.

Этот факт, который мы можем назвать принципом наложения друг на друга (суперпозиции) энергий, связан с тем, что многие, происходящие в природе явления протекают совершенно независимо друг от друга: нагревание тела не изменяет его веса, электростатический заряд не влияет на магнетизм и т.д. Мы можем принцип наложения энергий, выражающий обобщение целого ряда хорошо известных в физике законов, принять здесь просто как принцип, данный опытом.

Укажем прежде всего на удобство, которое вытекает из принципа суперпозиции энергии для наглядности понятия и для вычисления значения полной энергии. Мы можем представить себе полную энергию системы как запас, возникший в результате простого сложения отдельных энергий, подобно тому как общий вес тела получается из сложения весов отдельных содержащихся в нем химических элементов. При этом можно подсчитать величину каждого отдельного вида энергии самого по себе, совершенно независимо от других свойств рассматриваемой системы, если только известны специфические величины, определяющие состояние, которые этому виду энергии соответствуют.

Таким образом мы мысленно отводим каждому виду энергии особое место в материи; тем самым мы получаем практическую выгоду, облегчая рассмотрение отдельных видов энергии и предохраняя себя от ошибки упустить какой-либо из них из виду при вычислении полной энергии. В общем каждой действующей в системе силе или вообще каждому особому свойству системы соответствует особый вид энергии, которую нужно считать находящейся в том же самом месте, в котором это свойство проявляется.

Так же как общая масса тела представляется как сумма отдельных масс содержащихся в нем химических субстанций, так и энергия системы составляется сложением отдельных видов энергии, и можно проследить до малейших деталей изменение и превращение этих различных видов энергии, подобно тому как это можно сделать в отношении изменений материи.

Если, предположим, мы нашли бы выражение полной энергии как сумму отдельных видов энергии, то мы должны считать ее величину, при всяком изменении изолированной от внешних воздействий системы, независимой от времени, между тем как отдельные виды энергии могут изменяться по величине за счет других видов; следовательно, всякий процесс, происходящий в природе, можно рассматривать как превращение отдельных видов энергии друг в друга, в то время как их сумма, весь запас энергии, находящейся в системе, не может ни увеличиваться, ни уменьшаться.

Если в системе существуют только такие силы, которые действуют на неизмеримо малые расстояния, то действие на какую-нибудь материальную частицу будет зависеть только от состояния самой частицы относительно ее непосредственного окружения, и тогда энергия системы получается простым суммированием энергий всех ее материальных частиц. Но иначе получается, когда встречаются силы, непосредственно действующие на расстоянии, так как энергия, обусловленная такой силой, будет зависеть от тех же величин, как и сама сила, следовательно, и от расстояния обоих действующих друг на друга элементов.

В этом случае энергия связывается по существу с одновременным положением обоих элементов, следовательно, она не находится в каком-либо одном месте пространства, и нельзя больше положить полную энергию системы равной сумме энергий отдельных материальных элементов; напротив, к этой сумме надо прибавить еще те виды энергии, которые обусловливаются действиями на расстоянии каждой пары элементов.

Точно так же как материя, сумма которой остается постоянной, меняет свое положение в пространстве, так и энергия меняет в материи свое положение и свою форму.

В этом проявляется во всей своей плодотворности аналогия нашего принципа с принципом сохранения материи. Сумма весомых масс, существующих в природе, является неизменной, но эти массы меняют свое положение в пространстве; следовательно, если мы рассмотрим определенный ограниченный объем пространства, то содержащаяся в нем масса в общем случае не постоянна, но изменение (прирост) этой массы за известный промежуток времени равно массе, вошедшей за это время в объем извне. Совершенно подобное же положение мы выводим для энергии материальной системы.

В материальной системе, которая не подвержена никакому внешнему влиянию, энергия остается постоянной. Но если мы выделим из системы любую совокупность материальных элементов и будем рассматривать их как особую систему, то она будет иметь и свою особую энергию, выражение которой может быть составлено аналогично выражению энергии общей системы. Эта энергия в общем случае не будет оставаться постоянной, – это имело бы место только в том случае, если бы рассматриваемая система в течение процесса совершенно не подвергалась воздействию извне, что в общем случае не будет выполняться; поэтому энергия изменяется именно в меру внешних воздействий.

Следовательно, через внешние воздействия в систему передается извне энергия в известном количестве: изменение энергии, соответствующее определенному изменению состояния материальной системы, равно работе действий, производимых вне системы, чтобы вызвать это изменение состояния.» [21]

ЛИТЕРАТУРА

[1] Артур Конан Дойл. Записки о Шерлоке Холмсе

[2] Ж. Дьедонне. Линейная алгебра и элементарная геометрия. 1972, с.8-16.

[3] Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. Дифференциалы помогают геометрии. 1982, с.4-5

[4] Александров А.Д. , Вернер А.Л. , Рыжик В.И. Начала стереометрии пробный учебник для 9 класса. 1981, с.3-8

[5] Слухаев В.В. Геометрия векторных полей, 1982, с.6-9

[6] Энгелер Эрвин. Метаматематика элементарной математики. 1987, с.56

[7] Суслов Г.К. Теоретическая механика. 1946, с.40

[8] Новацкий В. Теория упругости. 1975, с.11-12

[9] Кострикин А.И. Введение в алгебру. 1977, с.15-16

[10] Эйхенвальд А.А. Теоретическая физика. Часть 1. Теория поля. 1926, с.3

[11] Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. 1974, с.29-30

[12] Шмутцер Э. Основные принципы классической механики и классической теории поля (канонический аппарат). 1976, с.7

[13] Ланцош К. Вариационные принципы механики. 1965, с.11-14

[14] Савельев И.В. Основы теоретической физики. Том 1. Механика. Электродинамика. 1991, с.8

[15] Синицкий Л.А. Методы аналитической механики в теории электрических цепей. 1978, с.4-6

[16] Розе Н.В. (ред.) Теоретическая механика. Часть 1. Механика материальной точки. 1932, с.11-14

[17] Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. 1984, с.11-4

[18] Маквецов Е.Н. Модели из кубиков. 1978, с. 3-5

[19] Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. 1984, с.16-17

[20] Лернер А.Я. Начала кибернетики 1967, с. 26-35, 171-172

[21] Планк Макс. Принцип сохранения энергии. 1938, с.31-137

[22] Арнольд В.И. О преподавании математики. Расширенный текст выступления на дискуссии о преподавании математики в Palais de Découverte в Париже 7 марта 1997 г. Успехи математических наук т. 53, вып.1 (319) https://mathnet.ru/rus/rm/v53/i1/p229

[23] Маделунг Э. Математический аппарат физики, Справочное руководство. 1961, с.15

ИСТОРИЯ ВЕРСИЙ

версия	дата	кто изменил	причина
1.0	19.12.2023	Master Mentor	опубликование Часть 1
1.5	19.12.2023	Master Mentor	опубликование Часть 2

АВТОРСКОЕ ПРАВО И УСЛОВИЯ ПОЛЬЗОВАНИЯ