

Fiche de révisions - Maths

Cerisara Nathan

Juillet 2022

Table des matières

1	Logique et raisonnements	6
1.1	Rudiments de logique	6
1.2	Rédaction, Raisonnement, Démonstrations	6
2	Ensembles	7
2.1	Théorie intuitive des ensembles	7
2.2	Paradoxes ensemblistes et axiomatisation	7
3	Applications	8
3.1	Applications	8
3.2	Image directe, image réciproque	8
3.3	Injectivité, surjectivité, bijection	8
4	Sommes et produits	9
4.1	Manipulation des signes \sum et \prod	9
4.2	Sommes classiques à connaître	9
5	Relations	10
5.1	Définitions générales	10
5.2	Relations d'équivalence	10
5.3	Relations d'ordre	10
6	Des entiers naturels aux réels	11
6.1	Un mot sur \mathbb{N} et \mathbb{Z}	11
6.2	Nombres rationnels	11
6.3	Nombres réels	11
6.4	Intervalles	11
6.5	Droite achevée $\overline{\mathbb{R}}$	11
7	Nombres complexes	12
7.1	Définitions et manipulations	12
7.2	Trigonométrie	12
7.3	Racines d'un nombre complexe	12
7.4	Nombres complexes et géométrie	12
8	Cardinaux et dénombrement	13
8.1	Cardinaux des ensembles finis	13
8.2	Combinatoire des ensembles d'applications	13
8.3	Combinatoire des sous-ensembles	13
8.4	Bijection, déesse de la combinatoire	13
8.5	Preuves combinatoires d'identités	13
9	Dérivation de fonctions	14
9.1	Rappel sur les limites	14
9.2	Dérivation	14
9.3	Fonctions convexes	14
9.4	Etude d'une fonction	14

10 Les fonctions usuelles	15
10.1 Prérequis	15
10.2 Exponentielle, logarithme, puissances	15
10.3 Fonctions trigonométriques	15
10.4 Réciproques des fonctions trigonométriques	15
10.5 Fonctions hyperboliques	15
10.6 Réciproques des fonctions hyperboliques	15
10.7 Tableau des dérivées des fonctions usuelles	15
11 Calcul intégral	16
11.1 Calcul intégral et primitivation	16
11.2 Techniques de calcul intégral	16
11.3 Rapide introduction aux intégrales impropres	16
12 Équations différentielles linéaires	17
12.1 EDL	17
12.2 EDL d'ordre 1	17
12.3 EDL d'ordre 2 à coefficients constants	17
13 Suites numériques	18
13.1 Convergence de suites	18
13.2 Propriétés des suites liées à la convergence	18
13.3 Suites extraites	18
13.4 Etudes de suites particulières	18
14 Propriété des fonctions \mathcal{C}^0 ou \mathcal{D}^1 sur un intervalle	19
14.1 Fonctions continues sur un intervalle	19
14.2 Fonctions dérivables sur un intervalle	19
15 Calcul asymptotique	20
15.1 Domination, négligeabilité	20
15.2 Equivalents	20
16 Approximations polynomiales	21
16.1 Formule de Taylor-Young et DL usuels	21
16.2 Généralités sur les DL	21
16.3 Opérations sur les DL	21
16.4 Developpements asymptotiques	21
16.5 Applications	21
16.6 DL des fonctions à 2 variables	21
16.7 DL des fonctions usuelles	21
17 Séries numériques	22
17.1 Notion de série et de convergence	22
17.2 Séries à termes positifs	22
17.3 Etude de la semi-convergence	22
17.4 Familles sommables	22
17.5 Autour de la série exponentielle	22
17.6 Dérivée des séries géométriques	22

18 Intégration	23
18.1 Intégrale des fonctions en escalier	23
18.2 Construction de l'intégrale de Riemann	23
18.3 Primitives et intégration	23
19 Structures algébriques	24
19.1 Lois de composition	24
19.2 Structure	24
19.3 Groupes	24
19.4 Anneaux et corps	24
20 Calcul matriciel	25
20.1 Opérations matricielles	25
20.2 Matrices carrées	25
20.3 Pivot de Gauss et matrices équivalentes par lignes	25
20.4 Résolution d'un système linéaire	25
20.5 Produit matriciel par bloc	25
21 Arithmétique des entiers	26
21.1 Divisibilité, nombres premiers	26
21.2 PGCD, PPCM	26
21.3 Entiers premiers entre eux	26
21.4 Décomposition primaire d'un entier	26
21.5 Théorème des restes chinois	26
22 Polynômes et fractions rationnelles	27
22.1 Polynômes à coefficients dans un anneau commutatif	27
22.2 Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	27
22.3 Racines d'un polynôme	27
22.4 Polynômes irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$	27
22.5 Fractions rationnelles	27
22.6 Primitivations des fractions rationnelles réelles	27
23 Algèbre linéaire	28
23.1 Notion d'espace vectoriel	28
23.2 Familles de vecteurs	28
23.3 Applications linéaires	28
23.4 AL et familles de vecteurs	28
23.5 Sous-espaces affines d'un EV	28
24 Dimension finie	29
24.1 EV de dimension finie	29
24.2 AL en dimension finie	29
24.3 AL et matrices	29
24.4 Changement de base	29
24.5 Formes linéaires et hyperplans	29
25 Groupes symétriques	30
25.1 Notations de cycles	30
25.2 Signature d'une permutation	30
25.3 Décomposition cyclique d'une permutation	30
25.4 Cycles et signature	30

26 Déterminants	31
26.1 Définition des déterminants	31
26.2 Calculs des déterminants	31
27 Espaces préhilbertiens réels	32
27.1 Produits scalaires	32
27.2 Orthogonalité	32
27.3 Espaces euclidiens	32
28 Espaces probabilisés	33
28.1 Espaces probabilisables	33
28.2 Espaces probabilisés	33
28.3 Conditionnement et indépendance	33
28.4 Les trois théorèmes fondamentaux	33
28.5 Principes généraux du calculs des probabilités	33
29 Variables aléatoires	34
29.1 Variables aléatoires	34
29.2 Espérance mathématique	34
29.3 Variance, dispersion, moments	34
29.4 Indépendance de variables aléatoires	34
29.5 Covariance	34
29.6 Lois discrètes classiques	34
29.7 Inégalités et convergence	34

1 Logique et raisonnements

1.1 Rudiments de logique

1.2 Rédaction, Raisonnement, Démonstrations

2 Ensembles

2.1 Théorie intuitive des ensembles

2.2 Paradoxes ensemblistes et axiomatisation

3 Applications

3.1 Applications

3.2 Image directe, image réciproque

3.3 Injectivité, surjectivité, bijection

4 Sommes et produits

4.1 Manipulation des signes \sum et \prod

4.2 Sommes classiques à connaître

5 Relations

5.1 Définitions générales

5.2 Relations d'équivalence

5.3 Relations d'ordre

6 Des entiers naturels aux réels

6.1 Un mot sur \mathbb{N} et \mathbb{Z}

6.2 Nombres rationnels

6.3 Nombres réels

6.4 Intervalles

6.5 Droite achevée $\overline{\mathbb{R}}$

7 Nombres complexes

7.1 Définitions et manipulations

7.2 Trigonométrie

7.3 Racines d'un nombre complexe

7.4 Nombres complexes et géométrie

8 Cardinaux et dénombrement

8.1 Cardinaux des ensembles finis

8.2 Combinatoire des ensembles d'applications

8.3 Combinatoire des sous-ensembles

8.4 Bijection, déesse de la combinatoire

8.5 Preuves combinatoires d'identités

9 Dérivation de fonctions

9.1 Rappel sur les limites

9.2 Dérivation

9.3 Fonctions convexes

9.4 Etude d'une fonction

10 Les fonctions usuelles

10.1 Prérequis

10.2 Exponentielle, logarithme, puissances

10.3 Fonctions trigonométriques

10.4 Réciproques des fonctions trigonométriques

10.5 Fonctions hyperboliques

10.6 Réciproques des fonctions hyperboliques

10.7 Tableau des dérivées des fonctions usuelles

11 Calcul intégral

11.1 Calcul intégral et primitivation

11.2 Techniques de calcul intégral

11.3 Rapide introduction aux intégrales impropres

12 Équations différentielles linéaires

12.1 EDL

12.2 EDL d'ordre 1

12.3 EDL d'ordre 2 à coefficients constants

13 Suites numériques

13.1 Convergence de suites

13.2 Propriétés des suites liées à la convergence

13.3 Suites extraites

13.4 Etudes de suites particulières

14 Propriété des fonctions \mathcal{C}^0 ou \mathcal{D}^1 sur un intervalle

14.1 Fonctions continues sur un intervalle

14.2 Fonctions dérivables sur un intervalle

15 Calcul asymptotique

15.1 Domination, négligeabilité

15.2 Equivalents

16 Approximations polynomiales

16.1 Formule de Taylor-Young et DL usuels

16.2 Généralités sur les DL

16.3 Opérations sur les DL

16.4 Developpements asymptotiques

16.5 Applications

16.6 DL des fonctions à 2 variables

16.7 DL des fonctions usuelles

17 Séries numériques

17.1 Notion de série et de convergence

17.2 Séries à termes positifs

17.3 Etude de la semi-convergence

17.4 Familles sommables

17.5 Autour de la série exponentielle

17.6 Dérivée des séries géométriques

18 Intégration

18.1 Intégrale des fonctions en escalier

18.2 Construction de l'intégrale de Riemann

18.3 Primitives et intégration

19 Structures algébriques

19.1 Lois de composition

19.2 Structure

19.3 Groupes

19.4 Anneaux et corps

20 Calcul matriciel

20.1 Opérations matricielles

20.2 Matrices carrées

20.3 Pivot de Gauss et matrices équivalentes par lignes

20.4 Résolution d'un système linéaire

20.5 Produit matriciel par bloc

21 Arithmétique des entiers

21.1 Divisibilité, nombres premiers

21.2 PGCD, PPCM

21.3 Entiers premiers entre eux

21.4 Décomposition primaire d'un entier

21.5 Théorème des restes chinois

22 Polynômes et fractions rationnelles

22.1 Polynômes à coefficients dans un anneau commutatif

22.2 Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

22.3 Racines d'un polynôme

22.4 Polynômes irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

22.5 Fractions rationnelles

22.6 Primitivations des fractions rationnelles réelles

23 Algèbre linéaire

23.1 Notion d'espace vectoriel

23.2 Familles de vecteurs

23.3 Applications linéaires

23.4 AL et familles de vecteurs

23.5 Sous-espaces affines d'un EV

24 Dimension finie

24.1 EV de dimension finie

24.2 AL en dimension finie

24.3 AL et matrices

24.4 Changement de base

24.5 Formes linéaires et hyperplans

25 Groupes symétriques

25.1 Notations de cycles

25.2 Signature d'une permutation

25.3 Décomposition cyclique d'une permutation

25.4 Cycles et signature

26 Déterminants

26.1 Définition des déterminants

26.2 Calculs des déterminants

27 Espaces préhilbertiens réels

27.1 Produits scalaires

27.2 Orthogonalité

27.3 Espaces euclidiens

28 Espaces probabilisés

28.1 Espaces probabilisables

Définition 28.1.1 (Univers)

- Un *résultat*, ou une *issue* de l'expérience est une donnée issue de l'expérience aléatoire ; une même expérience peut fournir différents résultats, suivant ce qu'on veut étudier de l'expérience.
- L' *univers des possibles* Ω (ou plus simplement l'*univers*), est l'ensemble des issues possibles d'une expérience. Une même expérience peut fournir plusieurs univers différents suivant ce que l'on veut en tirer.

Définition 28.1.2 (Evenement, définition intuitive)

Un événement est un sous-ensemble de Ω . Pour certaines raisons techniques, lorsque Ω n'est pas fini, on est parfois amené à se restreindre et à ne pas considérer tous les sous-ensembles comme des événements, ce que nous formaliserons plus loin avec la notion de tribu

28.2 Espaces probabilisés

28.3 Conditionnement et indépendance

28.4 Les trois théorèmes fondamentaux

28.5 Principes généraux du calculs des probabilités

29 Variables aléatoires

29.1 Variables aléatoires

29.2 Espérance mathématique

29.3 Variance, dispersion, moments

29.4 Indépendance de variables aléatoires

29.5 Covariance

29.6 Lois discrètes classiques

29.7 Inégalités et convergence