

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



سیگنال و سیستم

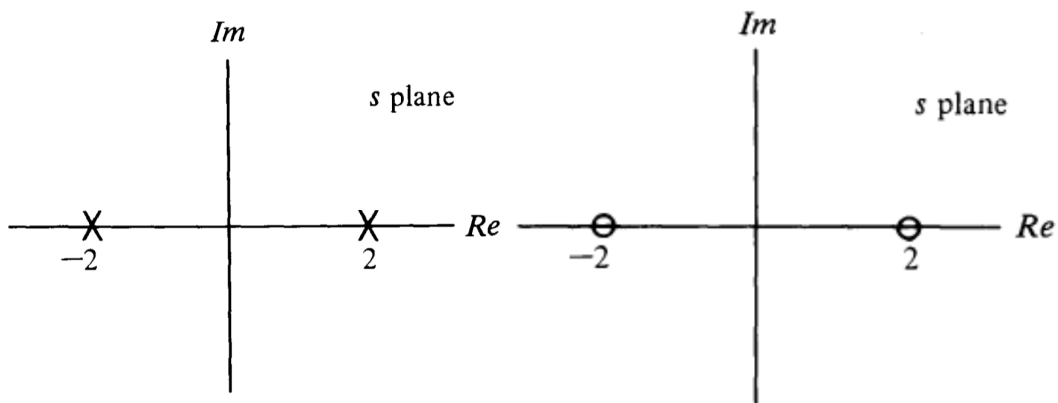
تمرین سری ۶

استاد: دکتر صدف صالح کلیبر

آذرماه ۱۳۹۶

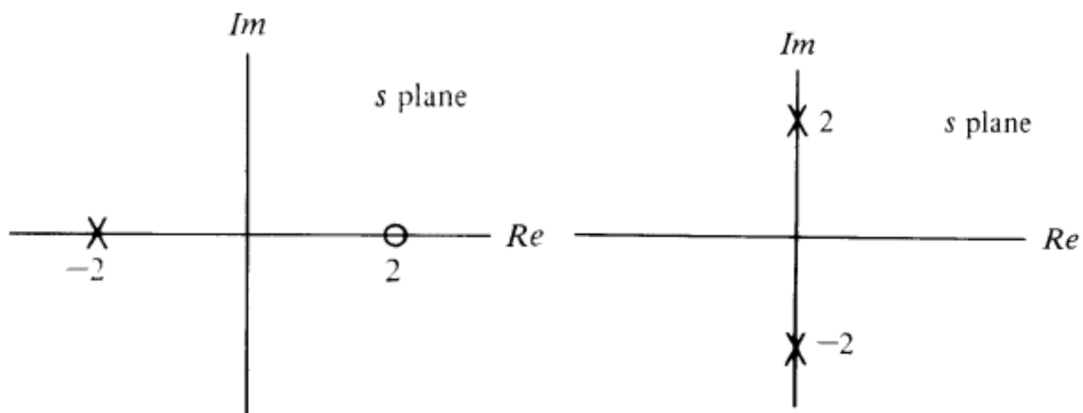
سؤال ۱

چهار نمودار قطب-صفر زیر را در نظر بگیرید. به ازای عبارت‌های مربوط به تابع $x(t)$ در جدول (۱)، شرایط متناظر با ROC آنها را در جدول پر کنید.



(a)

(b)



(c)

(d)

Constraint on ROC for Pole-Zero Pattern

$x(t)$	(a)	(b)	(c)	(d)
(i) Fourier transform of $x(t)e^{-t}$ converges				
(ii) $x(t) = 0, t > 10$				
(iii) $x(t) = 0, t < 0$				

جدول (۱)

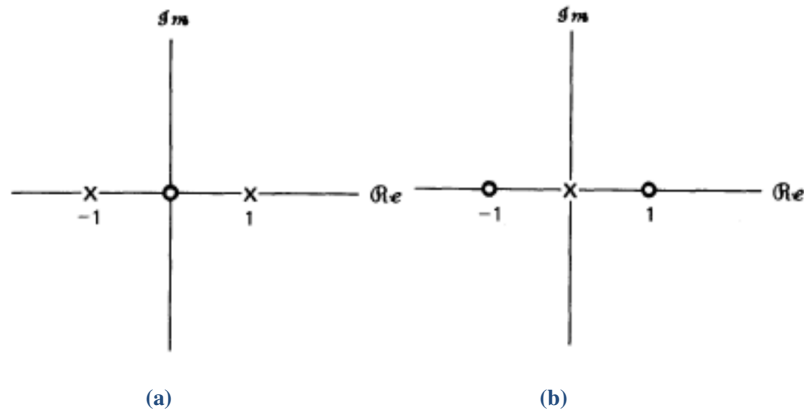
سؤال ۲

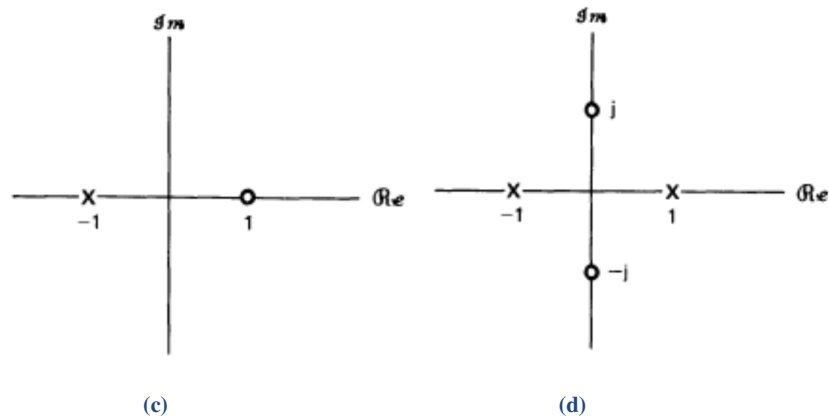
الف) اگر $x(t)$ یک تابع زوج باشد ($x(t) = x(-t)$)، نشان دهید که $X(s) = X(-s)$.

ب) اگر $x(t)$ یک تابع فرد باشد ($x(t) = -x(-t)$)، نشان دهید که $X(s) = -X(-s)$.

ج) مشخص کنید که کدام یک از نمودارهای قطب-صفر زیر می توانند مربوط به یک تابع زوج باشند.

برای نمودارهایی که مربوط به یک تابع زوج هستند، ناحیه همگرایی (ROC) را به دست آورید.





(د) مشخص کنید که کدام یک از نمودارهای صفر-قطب قسمت (ج) می توانند مربوط به یک تابع فرد باشند. برای نمودارهایی که مربوط به یک تابع فرد هستند، ناحیه همگرایی (ROC) را به دست آورید.

سؤال ۳

تبدیل لاپلاس توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(t) = (t - 2)(t^2 - 2)u(t)$ ✓

ب) $f(t) = 3\cos^2(t)u(t)$ ✓

ج) $f(t) = e^{(3t+\frac{1}{2})}e^{4t}u(t)$ ✓

د) $f(t) = \cos(2t + \frac{\pi}{6})u(t)$ ✓

ه) $f(t) = (t^3e^{\pi t} + t^2e^{-\pi t})u(t)$ ✓

و) $f(t) = e^t \cos(3t + 4)u(t)$ ✓

سؤال ۴

معکوس تبدیل لاپلاس های زیر را به دست آورید (همه ی حالت های ممکن را بررسی کنید).

الف) $F(s) = \frac{s-2}{s^2-25}$ ✓

ب) $F(s) = \frac{1}{s+10} - \frac{5}{s^4}$

ج) $F(s) = \frac{s+2}{s^3+2s}$

$$F(s) = \frac{2s+1}{s^2+4s-5} \quad (د)$$

سؤال ۵

پنج مشخصه زیر درباره سیگنال حقیقی $x(t)$ با تبدیل لاپلاس $X(s)$ داده شده است.

۱. $X(s)$ دقیقا دو قطب دارد.

۲. $X(s)$ صفری در صفحه s محدود ندارد.

۳. $X(s)$ قطبی در $s = -1 + j$ دارد.

۴. $e^{2t}x(t)$ مطلقا انتگرال پذیر نیست.

۵. $X(0) = 8$

$X(s)$ را تعیین کرده و ناحیه همگرایی آن را مشخص کنید.

سؤال ۶ (اختیاری)

با استفاده از محاسبه هندسی اندازه تبدیل فوریه از روی نمودار قطب-صفر متناظر، برای هر یک از تبدیل‌های لاپلاس زیر تعیین کنید که آیا تبدیل فوریه متناظر تقریبا پایین گذر، بالاگذر، یا میان گذر است:

$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}, \operatorname{Re}\{s\} > -1 \quad (\text{الف})$$

$$H_2(s) = \frac{s}{s^2+s+1}, \operatorname{Re}\{s\} > -\frac{1}{2} \quad (\text{ب})$$

$$H_3(s) = \frac{s^2}{s^2+2s+1}, \operatorname{Re}\{s\} > -1 \quad (\text{ج})$$

سؤال ۷

یک سیستم LTI وعلی با پاسخ ضربه $h(t)$ دارای خواص زیر است:

۱. وقتی ورودی به سیستم برابر $x(t) = e^{2t}$ برای تمام t ها است، خروجی برابر $y(t) =$

$$\left(\frac{1}{6}\right)e^{2t} \quad \text{برای تمام } t \text{ ها است.}$$

۲. پاسخ ضربه $h(t)$ در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2h(t) = e^{-4t}u(t) + bu(t)$$

که در آن b یک ثابت مجهول است.

تابع سیستم $H(s)$ را برای این سیستم، سازگار با اطلاعات فوق، به دست آورید. نباید ثابت‌های مجهولی در جواب شما موجود باشند، یعنی ثابت b نباید در جواب ظاهر شود.

سؤال ۸

برای هر یک از عبارتهای زیر درباره $x(t)$ و برای هر یک از چهار نمودار قطب-صفر در شکل زیر محدودیت متناظر را بر روی ROC تعیین کنید.

۱. $e^{-3t}x(t)$ مطلقاً انتگرال پذیر است.

۲. $x(t) * (e^{-t}u(t))$ مطلقاً انتگرال پذیر است.

۳. $x(t) = 0, t > 1$

۴. $x(t) = 0, t < -1$

