

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



سیگنال و سیستم

تمرین سری ۷

استاد: دکتر صدف صالح کلیبر

دی ۱۳۹۶

سؤال ۱

با استفاده از روش‌های مشخص شده برای هر یک از تبدیل‌های z زیر، دنباله مربوط به آن‌ها را تعیین کنید.

الف) کسرهای جزئی:

$$X(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

و $x[n]$ مطلقاً جمع پذیر است.

ب) تقسیمات متوالی:

$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$$

و $x[n]$ راست-سمو است.

ج) گسترش کسرهای جزئی:

$$X(z) = \frac{3}{z + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}z^{-1}}$$

و $x[n]$ مطلقاً جمع پذیر است.

سؤال ۲

پنج مشخصه زیر درباره سیگنال زمان-گسسته $x[n]$ با تبدیل $X(z)$ داده شده است:

۱- $x[n]$ حقیقی و راست-سمو است. ۲- $X(z)$ دقیقاً دارای دو قطب است.

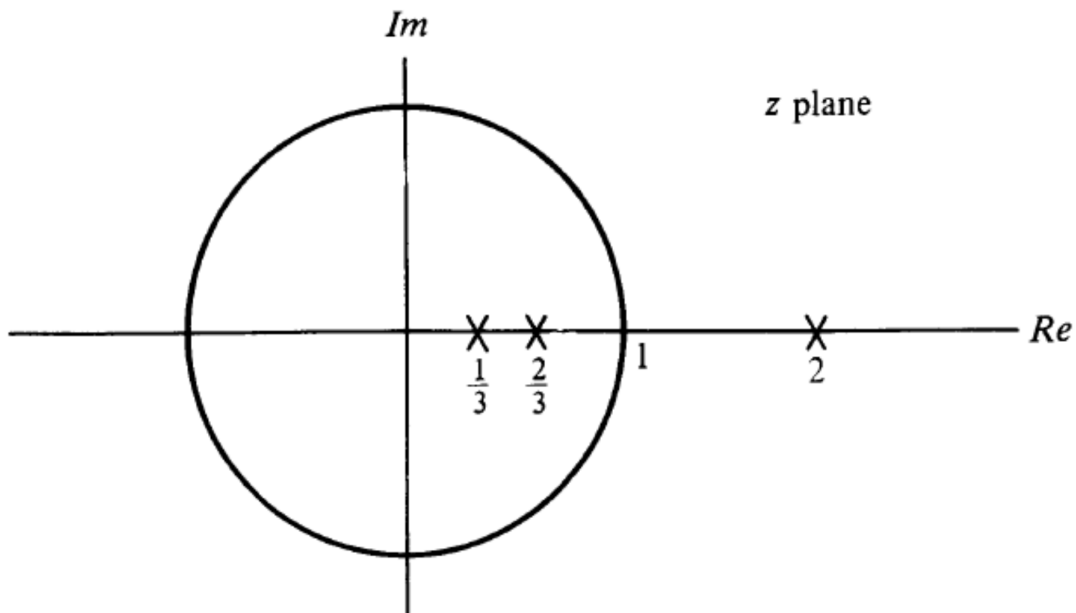
۳- $X(z)$ دارای دو صفر در مبدا است. ۴- $X(z)$ دارای قطبی در $z = \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}}$ است.

$$X(1) = \frac{8}{3} - 5$$

$X(z)$ را تعیین و ناحیه همگرایی آن را مشخص کنید.

سؤال ۳

نمودار قطب-صفر زیر برای تبدیل z دنباله $x[n]$ در $X(z)$ در شکل زیر رسم شده است:



با توجه به هر یک از عبارات زیر، درباره ناحیه همگرایی بحث کنید.

الف) $x[n]$ راست-سو است.

ب) تبدیل فوریه $x[n]$ همگرا می شود.

ج) تبدیل فوریه $x[n]$ همگرا نمی شود.

د) $x[n]$ چپ-سو است.

سؤال ۴

برای هر یک از تبدیل های z زیر، معکوس تبدیل z را محاسبه کنید.

الف) $X(z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}$ و $|z| > \frac{1}{2}$

ب) $X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-2}}$ و $|z| > \frac{1}{2}$

ج) $X(z) = \frac{1 - az^{-1}}{z^{-1} - a}$ و $|z| > \left|\frac{1}{a}\right|$

سؤال ۵

فرض کنید $X(z)$ بر روی دایره $z = 2e^{j\Omega}$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$X(2e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$$

با استفاده از رابطه $X(re^{j\Omega}) = \mathcal{F}\{r^{-n}x[n]\}$ و سپس $x[n]$ معکوس تبدیل $X(z)$ را پیدا کنید.

ب) با استفاده از گسترش کسره‌های جزئی، $x[n]$ را با توجه به تبدیل z زیر پیدا کنید. فرض کنید $x[n] = 0$ for $n < 0$ یعنی: $x[n] = 0$ for $n < 0$

$$X(z) = \frac{3 + 2z^{-1}}{2 + 3z^{-1} + z^{-2}}$$

سؤال ۶

تبدیل z دنباله‌های زیر را پیدا کنید. همه جمع‌ها را به صورت روابط فرم بسته (closed form) بیان کنید. نمودار قطب-صفر را رسم کنید و ناحیه همگرایی را مشخص کنید. مشخص کنید که تبدیل فوریه هر یک از دنباله‌ها وجود دارد یا نه.

الف) $\left(\frac{1}{2}\right)^n \{u[n] - u[n - 10]\}$

ب) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

ج) $7\left(\frac{1}{3}\right)^n \cos\left[\frac{2\pi n}{6} + \frac{\pi}{4}\right]u[n]$

د) $x[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & 0 \leq n \leq 9 \\ 0, & 9 < n \end{cases}$

