

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



سیگنال و سیستم

تمرین سری ۵

استاد: دکتر صدف صالح کلیبر

آذرماه ۱۳۹۶

سؤال ۱

الف) رابطه خطی با ضرایب ثابت زیر را در نظر بگیرید:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

که یک سیستم خطی نا متغیر با زمان با شرط سکون ابتدایی می باشد. تابع سیستمی که $Y(\omega)$ را بر حسب $X(\omega)$ توصیف می کند، محاسبه کنید.

ب) با استفاده از تبدیل فوریه، $y[n]$ را پیدا کنید اگر $x[n]$ توابع زیر باشد:

۱. $\delta[n]$

۲. $\delta[n - n_0]$

۳. $\left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$

سؤال ۲

الف) سیستم با پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید:

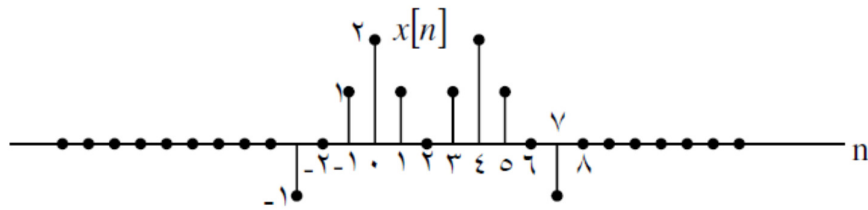
$$h[n] = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] u[n]$$

تابع انتقال سیستم $H(\omega)$ را محاسبه کنید.

ب) فرض کنید $x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ خروجی سیستم $y[n]$ را با استفاده از تابع انتقال $H(\omega)$ در قسمت الف محاسبه کنید.

سؤال ۳

$X(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ در شکل زیر رسم شده است. توابع زیر را بدون محاسبه صریح به دست آورید.



الف) $X(e^{j0})$

ب) $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$

ج) $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$

د) $X(e^{j\pi})$

ه) سیگنال با تبدیل فوریه $\{Re\{X(e^{j\omega})\}\}$ محاسبه و رسم کنید.

و) $\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$

ز) $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^2 d\omega$

سؤال ۴

تبدیل فوریه سیگنال‌های زیر را بیابید.

الف) $x[n] = 2^n \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) u[-n]$

ب) $x[n] = (n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{|n|}$

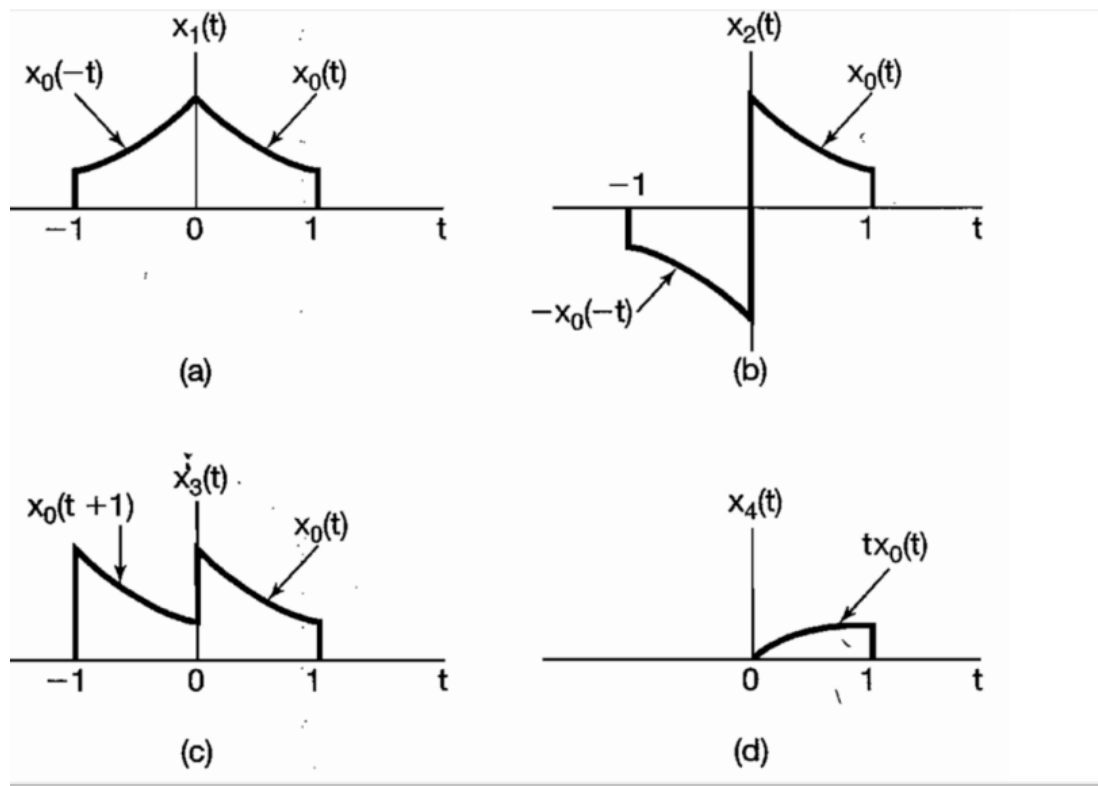
ج) $x[n] = \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{5}n)}{\pi n}\right) \cos\left(\frac{7\pi}{5}n\right)$

سؤال ۵

سیگنال زیر را در نظر بگیرید:

$$x_0(t) = e^{-t}[u(t) - u(t-1)]$$

تبدیل فوریه هر یک از سیگنال‌های شکل زیر را پیدا کنید:



سؤال ۶

در این سؤال هدف محاسبه تبدیل فوریه تابع پله واحد است. برای این کار، ابتدا ارتباط بین تابع پله واحد و تابع $\text{sign}(t)$ که به صورت زیر تعریف می شود، پیدا کنید. سپس ارتباطی بین تابع $\text{sign}(t)$ و تابع $e^{-at}u(t) - e^{at}u(-t)$ بیابید. با استفاده از تبدیل فوریه های این سیگنال ها، تبدیل فوریه تابع پله واحد را تعیین کنید.

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$