

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



سیگنال و سیستم

تمرین سری ۳

استاد: دکتر صدف صالح کلیبر

آبان ماه ۱۳۹۶

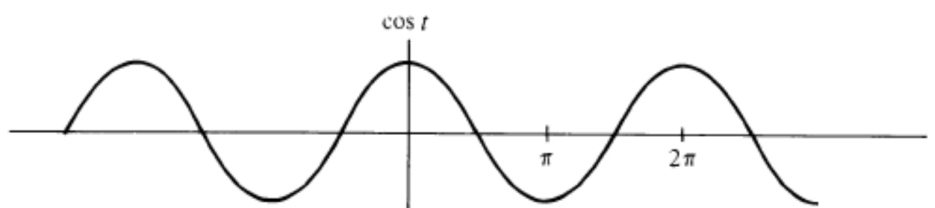
سؤال ۱

بدون محاسبه دقیق ضرایب سری فوریه، مشخص کنید که کدام یک از شکل موج‌های متناوب زیر دارای ضرایب سری فوریه با مشخصات زیر می‌باشد:

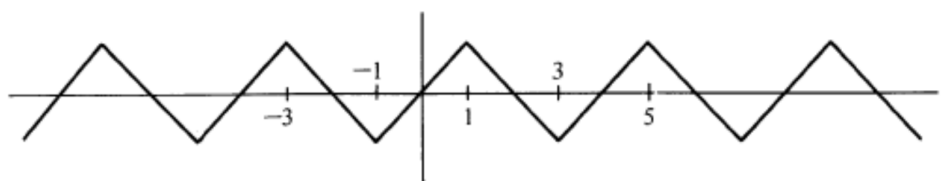
i. فقط دارای هارمونیک‌های فرد می‌باشد.

ii. فقط ضرایب حقیقی خالص دارد.

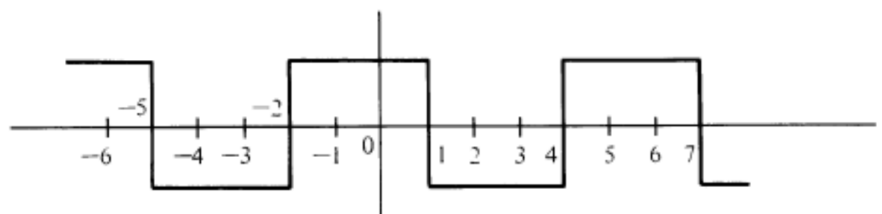
iii. فقط ضرایب موهومی خالص دارد.



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

سؤال ۲

فرض کنید که $x(t)$ یک شکل موج متناوب با دوره تناوب T می باشد که در بازه $0 < t < T/4$ به شکل زیر است:



شکل ۴

شکل موج $x(t)$ را در بازه $0 < t < T$ رسم کنید اگر

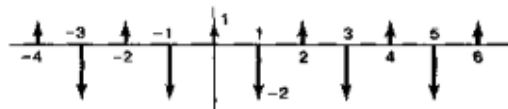
الف) سری فوریه تنها دارای هارمونیک های فرد باشد و $x(t)$ یک تابع زوج است.

ب) سری فوریه تنها دارای هارمونیک های فرد باشد و $x(t)$ یک تابع فرد است.

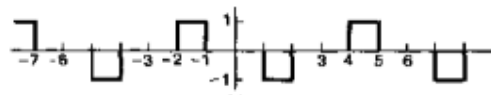
سؤال ۳

سری فوریه مربوط به سیگنال های زیر را محاسبه کنید (علاوه بر محاسبه ضرایب نوشتن عبارت سری فوریه نیز الزامی است).

الف) سیگنال های $x(t)$ و $x[n]$ که در شکل های زیر رسم شده اند.



شکل ۵



شکل ۶

ب) سیگنال $x(t)$ با دوره تناوب ۲ و

$$x(t) = e^{-t} \quad \text{for} \quad -1 \leq t \leq 1$$

ج) سیگنال $x(t)$ با دوره تناوب ۴ و

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & 2 < t \leq 4 \end{cases}$$

سؤال ۴

سیگنال‌های پیوسته زمان زیر با دوره تناوب اصلی $T=1/2$ را در نظر بگیرید:

$$x(t) = \cos(4\pi t)$$

$$y(t) = \sin(4\pi t)$$

$$z(t) = x(t)y(t)$$

الف) ضرایب سری فوریه $x(t)$ را محاسبه کنید.

ب) ضرایب سری فوریه $y(t)$ را محاسبه کنید.

ج) با استفاده از نتایج قسمت‌های الف و ب و همچنین ویژگی ضرب سری فوریه پیوسته زمان،

ضرایب سری فوریه $z(t) = x(t)y(t)$ را محاسبه کنید.

د) با استفاده از روابط توابع مثلثاتی، تابع $z(t)$ را بسط دهید (به صورت حاصل جمع بنویسید) و با

استفاده از این رابطه ضرایب سری فوریه را محاسبه کنید و با نتیجه قسمت ج مقایسه کنید.

سؤال ۵

فرض کنید اطلاعات زیر درباره سیگنال $x(t)$ داده شده است. سیگنال $x(t)$ را با مشخصات زیر به

دست بیاورید.

۱. $x(t)$ سیگنال حقیقی است.

۲. $x(t)$ متناوب با دوره تناوب $T=6$ است و دارای ضرایب سری فوریه a_k می‌باشد.

۳. برای $k=0$ و $k>2$ $a_k = 0$ است.

$$x(t) = -x(t-3) \quad ۴.$$

$$\frac{1}{6} \int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2} \quad ۵.$$

۶. a_1 عدد حقیقی و مثبت است.

سؤال ۶

در هر یک از موارد زیر ضرایب سری فوریه یک سیگنال پیوسته که با دوره تناوب ۴ متناوب می‌باشد، مشخص شده است. در هر مورد سیگنال $x(t)$ را تعیین کنید.

الف) $a_k = \frac{(-1)^k \sin(\frac{k\pi}{8})}{2k\pi}$

ب) $a_k = \begin{cases} jk & |k| < 3 \\ 0 & o.w \end{cases}$

ج) $a_k = \begin{cases} 1 & k \text{ زوج} \\ 2 & k \text{ فرد} \end{cases}$

سؤال ۷ (اختیاری)

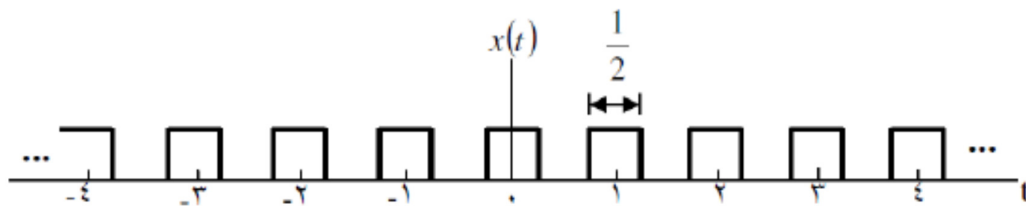
یک سیستم LTI زمان پیوسته با پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید:

$$h(t) = e^{-4|t|}$$

برای هریک از ورودی‌های زیر، نمایش سری فوریه خروجی $y(t)$ را بیابید:

الف) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \delta(t - n)$

ب) $x(t)$ موج متناوب شکل زیر باشد.



شکل ۷