

②  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + O(n \log n)$  の  $\frac{1}{3}$  + 算量を求めよ

$O(n \log n)$  の部分が  $a n \log n$  とおくと  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + a n \log n$  のと同じように展開可能。

$$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + a n \log n$$

$$= a n \log n + a n \log \frac{n}{2} + a n \log \frac{n}{2^2} + \dots + a n \log \frac{n}{2^k}$$

$$= a n \log \left( \frac{n}{2^0} \times \frac{n}{2^1} \times \frac{n}{2^2} \times \dots \times \frac{n}{2^k} \right)$$

$$= a n \log \frac{n^k}{2^{\frac{k^2}{2}}} \quad (\frac{n}{2^k} = 1 \text{ となる } k \text{ の等差数列を探そう})$$

$$= a n \left( \log n^k - \log 2^{\frac{k^2}{2}} \right)$$

$$= a n \left( k \log n - \frac{k^2}{2} \right) \quad \text{--- (A)}$$

$$\frac{n}{2^k} = 1 \text{ となる } k = \log_2 n \text{ とおす}$$

$$\text{(A)} = a n \left( \log n \times \log n - \frac{1}{2} \log^2 n \right)$$

$$= \frac{a}{2} n \log^2 n$$

よって  $T(n)$  の  $\frac{1}{3}$  + 算量は  $O(n \log^2 n)$  とある。

(A, T 300? ...)